Digitized by Google

f. hydr. 13 t

Bobrik

Digitized by Google

Digitized by Google

Handbuch

der

Praktischen Seefahrtskunde

von

Dr. Eduard Bobrik.

Zweiten Bandes zweite Abtheilung,

enthaltend

Schifferkunde,

oder

Stereometrie; Statik und Hydrostatik; Dynamik und Hydrodynamik; Schiffsgebäudekunde; Zurüstungskunde; Manövrirkunde; Ankerkunde.

Leipzig.
Verlagsbureau.
1848.

Digitized by Google

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Druck der Philipp Reclam'schen Officin in Leipzig.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Digitized by Google

Inhalt

der

Zweiten Abtheilung des zweiten Bandes.

Erstes Buch.

Stereometrie; Statik und Hydrostatik; Dynamik und Hydrodynamik.

Erstes Kapitel: Stereometrie; §§. 259–268.

		Seite.
§. 259.	Allgemeine Erklärungen und Sätze	1809
§. 260.	Einige Probleme der Stereometrie	1816
§. 261.	Von den körperlichen Winkeln	1819
§. 262.	Von den geometrischen Körpern im Allgemeinen	1827
§. 263.	Von dem Würfel und dem Kubikmaaße	1831
§. 264.	Von der Ausmessung der verschiedenen Prismen	1836
§. 265.	Von der Ausmessung der Cylinder	1841
§. 266.	Von der Ausmessung der Pyramiden	1844
§. 267.	Von den fünf regelmäßigen Körpern im Allgemeinen, und dem Oktaeder, Dodekaeder und Ikosaeder im Besondern	1855
§. 268.	Von der Ausmessung der Kegel	1883

Zweites Kapitel: Statik; §§. 269–276.

§. 269.	Allgemeine Erklärungen und Sätze	1892
§. 270.	Von den Gesetzen des Gleichgewichts	1908
§. 271.	Von den Kräften, welche auf einen und denselben Punkt wirken, und in einer und derselben Ebene liegen	1915
§. 272.	Von den Kräften, welche auf einen und denselben Punkt wirken, und (nicht in einer Ebene) im Raume liegen	1918
§. 273.	Von den parallelen Kräften und den Momenten	1923
§. 274.	Von den Kräften, welche in einer Ebene liegen, und an verschiedenen, unter einander fest verbundenen Punkten wirken	1930
§. 275.	Von Kräften, welche im Raume (nicht in einer Ebene) wirken	1938
§. 276.	Vom Schwerpunkte	1947

Digitized by Google

Seite.

Drittes Kapitel: Von den Maschinen; §§. 277–286.

§. 277. Allgemeine Bestimmungen 1961
§. 278. Von den Tauen 1963
§. 279. Von dem Hebel 1966
§. 280. Von den Blöcken und Taakeln 1969
§. 281. Von der Welle oder Winde und dem Rade 1975
§. 282. Von der schiefen Ebene 1980
§. 283. Von der Schraube 1982
§. 284. Von dem Keil 1984
§. 285. Von der Reibung 1986
§. 286. Das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten 1987

Viertes Kapitel: Hydrostatik; §§. 287–291.

§. 287. Allgemeine Bestimmungen 1993
§. 288. Allgemeine Gleichungen vom Gleichgewichte der Flüssigkeiten . . 1996
§. 289. Von dem Gleichgewichte unelastischer Flüssigkeiten 1998
§. 290. Vom Gleichgewichte elastischer Flüssigkeiten 2030
§. 291. Vom Drucke schwerer Flüssigkeiten 2032

Fünftes Kapitel: Theorie der schwimmenden Körper; §§. 292–296.

§. 292. Allgemeine Grundsätze 2037
§. 293. Vom Metazentrum 2042
§. 294. Von den Schwingungen und von der Stabilität der schwimmenden Körper 2050
§. 295. Von der hydrostatischen Waage und dem Aräometer 2054
§. 296. Von den Pumpen 2061

Sechstes Kapitel: Dynamik; §§. 297–313.

§. 297. Allgemeine Bestimmungen und Sätze 2070
§. 298. Von der geradlinigen gleichförmigen Bewegung 2070
§. 299. Von der ungleichförmigen Bewegung 2072
§. 300. Von der gleichförmig veränderlichen Bewegung 2074
§. 301. Von der senkrechten Bewegung eines Körpers, mit Berücksichtigung der Verschiedenheit der Schwere 2075
§. 302. Von der senkrechten Bewegung in Widerstand leistenden Mitteln . 2079
§. 303. Die Parabel 2082
§. 304. Die Hyperbel 2088
§. 305. Von den Linien der zweiten Ordnung 2100
§. 306. Von den Diametern der Kegelschnitte 2106
§. 307. Allgemeine Gesetze für die Bewegungen in den Kegelschnitten . 2117
§. 308. Allgemeine Sätze von den algebraischen Kurven verschiedener Ordnungen 2119
§. 309. Allgemeine Sätze von den transszendenten Kurven 2125
§. 310. Von den Polargleichungen der Kurven im Allgemeinen 2137
§. 311. Von den Bewegungen eines materiellen Punktes in einer gegebenen Kurve 2139
§. 312. Von dem Momente der Trägheit 2146
§. 313. D'Alemberts Prinzip 2151

Siebentes Kapitel: Hydrodynamik; §§. 314–316.

§. 314. Von dem Widerstande und dem Stoße der Flüssigkeiten im Allgemeinen 2157

Digitized by Google

Seite.

§. 315. Vom Drucke der Flüssigkeiten gegen runde Körper und vom Mittelpunkte des Drucks 2161
§. 316. Allgemeine Bemerkungen über die Wirkungen des Wassers auf das Vordertheil eines Schiffes 2165

Zweites Buch.

Schiffsgebäudekunde.

Erstes Kapitel: Die Lehre von der Konstruktion der Schiffsgebäude, oder allgemeine statische und dynamische Theorie derselben; §§. 317—333.

§. 317. Allgemeine Erklärungen und Sätze 2169
§. 318. Von den drei Hauptdurchschnitten eines Schiffes 2175
§. 319. Von der Wassertracht und dem Gleichgewichte des Schiffes . . 2176
§. 320 Von der Kielgebrechlichkeit oder dem Rückenaufstechen . . . 3177
§. 321. Von der Stabilitätsbestimmung der Schiffe 2180
§. 322. Von dem Momente des Durchschnitts eines Schiffes in der Wassertrachtsebene 2186
§. 323. Von den übrigen Elementen der Stabilitätsbestimmung . . . 2203
§. 324. Wie den Schiffen eine hinreichende Stabilität zu geben sei . . 2206
§. 325. Von den Bewegungen des Schlingerns und Stampfens . . . 2210
§. 326. Vom Widerstande des Wassers gegen gerade vorwärts gehende Schiffe 2224
§. 327. Von der Schätzung des Widerstandes des Wassers gegen ein gegebenes Vorschiff 2229
§. 328. Von dem Widerstande gegen schräg segelnde Schiffe und von der Abtrifft im Allgemeinen 2232
§. 329. Von dem Verhältnisse zwischen der Neigung des Laufs und der Neigung der treibenden Kraft eines Schiffes 2236
§. 330. Von dem Punkte, an welchem die treibende Kraft angebracht werden muß, oder dem Kraftpunkte 2239
§. 331. Von der Wirkung des Steuerruders bei geradem Laufe . . . 2242
§. 332. Von den Wirkungen des Steuerruders bei schrägem Laufe des Schiffs 2255
§. 333. Von der Drehung des Schiffs durch das Steuerruder . . . 2257

Zweites Kapitel: Die Lehre von der Zeichnung der Bauriſſe eines Schiffes; §§. 334—353.

§. 334. Allgemeine Erklärungen 2260
§. 335. Von den Berechnungen der Flächen und Schwerpunkte zum Entwurf der Bauriſſe 2262
§. 336. Bestimmungen der Stabilität 2268
§. 337. Von den Hauptdimensionen der Schiffe 2275
§. 338. Von dem Einflusse der bewegenden Kräfte auf die Gestalt und Eigenschaften der Schiffe 2278
§. 339. Von der für die Wirksamkeit der Segel erforderlichen Stellung der Masten und der Gestalt des Vorschiffs 2292
§. 340. Von einigen besondern Eigenschaften und Wirkungen der Segel . 2302
§. 341. Von einigen mechanischen Methoden, den Bauriß eines Schiffes zu bestimmen 2311
§. 342. Chapman's paraboliſches Konstruktionssystem 2320
§. 343. Allgemeine Erklärungen der bei dem Seiten-, Spanten- und Senten- oder wasserpassen Risse vorkommenden Linien 2333

Digitized by Google

		Seite
§. 344.	Erklärung der vorzüglichsten Bestandtheile eines Schiffsgebäudes .	2342
§. 345.	Zeichnung des Seitenrisses eines Schiffes	2385
§. 346.	Erstes Beispiel. Zeichnung des Seitenrisses eines dreimastigen Kauffahrteischiffes von 330 (Englischen) Tonnen	2391
§. 347.	Zeichnung des Spanten- und Sentenrisses eines Schiffes . .	2402
§. 348.	Zeichnung der Binnenbordsstücke	2415
§. 349.	Zeichnung der halben Decke	2419
§. 350.	Von der Ausbreitung der Beplankung auf einer Ebene . . .	2420
§. 351.	Von der Zusammensetzung der Spantenstücke und der Anordnung der Spanten und Hautplanken	2425
§. 352.	Einige besondere Bemerkungen über die Diagonallinien des Spantenrisses	2432
§. 353.	Zeichnung des Seiten-, Spanten- und Sentenrisses einer Fregatte	2435

Drittes Kapitel: Die Lehre vom praktischen Bau der Schiffe; §§. 354—358.

§. 354.	Allgemeine Bemerkungen über die Beschaffenheit des Bauholzes .	2441
§. 355.	Von der Ausmessung des Bauholzes	2447
§. 356.	Von der Mallenzeichnung und Mallung	2454
§. 357.	Der praktische Schiffbau in fortschreitender Reihenfolge . . .	2458
§. 358.	Das Ablaufen des Schiffs von Stapel oder Helling . . .	2470

Viertes Kapitel: Die Lehre von der Ayche, oder Ausmessung der Schiffe; §§. 359—360.

§. 359.	Allgemeine Bestimmungen und Methoden	2478
§. 360.	Einige genauere Methoden der Schiffsmessungen	2501

Fünftes Kapitel: Die Lehre von der Stauung der Schiffe; §§. 361—367.

§. 361.	Allgemeine Erklärungen und Sätze	2509
§. 362.	Von der Stauung und dem Ballast der Kriegsschiffe . . .	2512
§. 363.	Von der Stauung und dem Ballast der Kauffahrtei- und Transportschiffe	2514
§. 364.	Von einigen Fehlern der gewöhnlichen Stauung, und von deren Verbesserung	2516
§. 365.	Von den verschiedenen Einflüssen der Vor- und Achterlastigkeit .	2520
§. 366.	Von der bei der Stauung vorkommenden Körpermessung . .	2522
§. 367.	Von einigen mechanischen Werkzeugen der Seeleute . . .	2527

Drittes Buch.

Zurüstungskunde.

Erstes Kapitel: Uebersicht und Eintheilung der Zutaakelung; §§. 368—370.

§. 368.	Allgemeine Erklärungen und Sätze	2537
§. 369.	Vom Tauwerk und seiner Zubereitung zur Taakelasche . . .	2621
§. 370.	Vom Laufe der Brassen und Bulienen	2638

Digitized by Google

Seite.

Zweites Kapitel: Von den Booten und Schaluppen; §§. 371—373.

§. 371. Allgemeine Ueberſicht 2642
§. 372. Vom Rojen oder Rudern 2646
§. 373. Von den übrigen Beſtandtheilen der Zu- und Ausrüſtung . . 2647

Viertes Buch.

Manövrirkunde.

Erſtes Kapitel: Von der Drehung des Schiffs um ſeine perpendikuläre Axe, vermöge des Ruders und der Segel; §§. 374—375.

§. 374. Von der Wirkung des Steuerruders 2648
§. 375. Von der drehenden Wirkung der Segel 2649

Zweites Kapitel: Die Wendung über Stag oder durch den Wind; §§. 376—377.

§. 376. Die ehemals gebräuchliche Weiſe über Stag zu wenden . . 2655
§. 377. Die jetzt gebräuchliche ſchnellere Weiſe über Stag zu wenden . 2657

Drittes Kapitel: Vom Einbrechen der Segel und Wegbringen einer Eule; §. 378.

§. 378. Vom Einbrechen der Segel 2659

Viertes Kapitel: Von der Wendung vor dem Winde, oder vom Halſen; §§. 379—380.

§. 379. Von den Nachtheilen des Halſens 2660
§. 380. Das Halſen 2661

Fünftes Kapitel: Das Segeln mit günſtigem Winde, und Beiſetzung der Leeſegel; §§. 381—382.

§. 381. Mit einem Winde zwiſchen Seiten- und Backſtagswind . . 2662
§. 382. Vor dem Winde 2663

Sechtes Kapitel: Vom Reefen und allmäligen Einziehen der Segel bei ſtärker werdendem Winde; §§. 383—386.

§. 383. Vor, bei und nach dem Reefen 2664
§. 384. Einziehen der Bramſegel 2665
§. 385. Einziehen des Klüvers und des großen Stengeſtagſegels; und Borgpardunen der Stengen 2665
§. 386. Einziehen der Marsſegel; Niederholen der Bramraaen und Streichen der Bramſtengen 2667

Digitized by Google

Seite.

Siebentes Kapitel: Von den verſchiedenen Manövern während eines Sturms; §§. 387 – 388.

§. 387. Allgemeine Ueberſicht dieſer Manöver 2669
§. 388. Angabe der Stellen des Nautiſchen Wörterbuchs, in denen die genannten Manöver des vorigen Paragraphen zu finden ſind . . 2670

Ueberſicht des fünften Buchs,

oder der Ankerkunde.

§§. 389 – 390.

§. 389 Erklärung und Eintheilung der Ankerkunde 2671
§. 390. Angabe der zur Ankerkunde gehörigen Seitenzahlen des Nautiſchen Wörterbuchs 2672

Sechstes Buch.

Fragen und Antworten zur Schiffer-Prüfung.

§§. 391 – 396.

§. 391. Ueberſicht 2673
§. 392. Erſte Abtheilung: Schiffsgebäudekunde 2674
§. 393. Zweite Abtheilung: Zurüſtungskunde 2678
§. 394. Dritte Abtheilung: Manövrirkunde 2682
§. 395. Vierte Abtheilung: Ankerkunde 2685
§. 396. Schriftliche Aufgaben zur Schiffer-Prüfung 2688

Digitized by Google

Verbeſſerungen.

Die vollſtändige Angabe der etwa erforderlichen Verbeſſerungen findet ſich am Ende des Nautiſchen Wörterbuches. Die in dieſer Abtheilung des zweiten Bandes häufig angeführte Lithographientafel XXXV, D iſt in dem Verzeichniſſe des dritten Bandes noch nicht aufgezählt; ſie kann aber bei dem Geſammt-Einbande zwiſchen XXXV, C und XXXV, E eingeordnet werden.

Digitized by Google

Digitized by Google

Zweiter Theil.

Praktiſche Schifferkunde.

Erſtes Buch.

Stereometrie, Statik und Hydroſtatik, Dynamik und Hydrodynamik.

Erſtes Kapitel.

Stereometrie.

§. 259. Allgemeine Erklärungen und Sätze.

Die Stereometrie oder Körpermeſſung lehrt hauptſächlich die nach 1
allen drei Dimenſionen des Raumes ausgedehnten Körper hinſichtlich ihrer Volumen und Oberflächen auf geometriſche Weiſe beſtimmen (vergl. S. 626); außerdem gehören aber auch die geometriſchen Beſtimmungen von Punkten, Linien und Flächen dazu, ſobald dieſelben nicht in einer und derſelben Ebene (vergl. S. 627 Nr. 9) liegen.

Eine Ebene durch eine Linie legen, heißt ihr eine ſolche Lage geben, 2
daß die Linie ganz in ſie hineinfällt.

Eine Linie und eine Ebene ſind mit einander parallel, wenn die 3
Linie beliebig weit verlängert die Ebene nicht ſchneidet.

Zwei Ebenen ſind mit einander parallel, wenn ſie ſich bei beliebiger 4
Verlängerung der einen oder andern nirgends ſchneiden.

Der Punkt, in welchem eine außerhalb einer Ebene, aber nicht parallel 5
mit ihr liegende gerade Linie bei gehöriger Verlängerung die Ebene trifft, heißt der Fuß der Linie.

Eine gerade Linie ſteht ſenkrecht auf einer Ebene, wenn ſie mit allen 6
durch ihren Fuß in der Ebene gezogenen geraden Linien rechte Winkel bildet. Man kann in dieſem Falle auch ſagen, daß die Ebene ſenkrecht auf der geraden

Digitized by Google

Linie sei. Es steht z. B. Tafel II, Fig. 1, die Linie GC senkrecht auf der Ebene WNOS, da die Winkel GCW, GCN, GCO, GCS sämmtlich rechte sind.

7 Eine Ebene steht auf einer andern Ebene senkrecht, wenn jede gerade Linie, die in der einen Ebene senkrecht auf den gemeinschaftlichen Durchschnitt beider Ebenen gezogen wird, auch senkrecht auf der andern Ebene steht. Z. B. Tafel III, Fig. 3 ist der gemeinschaftliche Durchschnitt der Ebenen H'S und mr die gerade Linie C'B; zieht man in der Ebene H'S die Linie HC senkrecht auf C'B, und steht sie auch senkrecht auf der Linie op, und auf jeder andern in der Ebene mr durch den Punkt C gezogenen Linie, so steht die Linie HC auch senkrecht auf der Ebene mr, und diese senkrecht auf der Ebene H'S.

8 Die Neigung einer geraden Linie gegen eine Ebene, d. h. der Winkel, den sie mit derselben macht, ist derselbe Winkel, den sie mit derjenigen geraden Linie macht, welche durch ihren Fuß und durch den Fuß des aus einem beliebigen Punkte der geneigten Linie auf die Ebene gefällten Perpendikels gezogen wird. Z. B. Tafel XXXI. B, Fig. 1 sei die Ebene DAB, und die Linie CE; der Neigungswinkel derselben mit der Ebene ist der Winkel CEF, welcher die Linie CE mit der Linie EF macht; diese letztere geht durch den Fuß E und durch den Fuß F, die Linie CF steht aber perpendikulär auf der Ebene DAB. Der Neigungswinkel einer Linie gegen eine Ebene ist der kleinste unter allen Winkeln, welche sie mit denjenigen Linien bilden kann, die in der Ebene durch ihren Fuß gehen.

9 Der Neigungswinkel zweier Ebenen gegen einander ist der Winkel, welcher entsteht, wenn man aus einem beliebigen Punkte des Durchschnittes in jeder Ebene eine auf der Durchschnittslinie senkrecht stehende Linie zieht. Z. B. Tafel XXXI, B, Fig. 1 ist der Neigungswinkel zwischen den beiden Ebenen CDB und DAB der Winkel CEF; dieser wird von den beiden Linien CE und EF gebildet; die erstere liegt in der Ebene CDB, und steht in dem Punkte E senkrecht auf der Durschnittslinie DB; die zweite Linie EF liegt in der Ebene DAB, und steht in demselben Punkte E senkrecht auf der Durchschnittslinie DB (vergl. S. 1378).

10 Wenn eine gerade Linie zum Theil in einer Ebene liegt, so liegt sie auch ganz darin. Z. B. Tafel III, Fig. 3 liegt die Linie BC in der Ebene mr; sollte ihre Verlängerung CC' nicht auch in derselben Ebene liegen, so müßte sie nach einer der beiden Seiten von ihr abweichen; angenommen die abweichende Verlängerung sei CA'; alsdann hätte man zwei gerade Linien BCC' und BCA', welche zum Theil zusammenfielen, und zum Theil von einander abwichen, welches aber (vergl. S. 626 unten) unmöglich ist.

11 Durch jede drei Punkte ist es möglich eine Ebene zu legen. Liegen die drei Punkte in einer geraden Linie, so braucht man nur die Ebene durch diese Linien zu legen. Liegen die drei Punkte nicht in einer geraden Linie, wie Tafel III, Fig. 3 die Punkte B, C' und P, so verbinde man zuerst die beiden Punkte B und C' durch die gerade Linie BC', und lege durch diese die Ebene H'S. Darauf denke man sich diese Ebene um BC' drehend, so kommt

Digitized by Google

sie in unzählig viele verschiedene Lagen, unter denen auch eine sein wird, hier durch die Ebene mr angedeutet, welche auf den Punkt P trifft; alsdann liegen alle drei Punkte B, C' und P in einer Ebene. Jedes geradlinige Dreieck liegt also auch in einer Ebene.

Da es aber nur eine einzige Lage gibt, in welcher die durch BC' gelegte 12
Ebene den Punkt P trifft, so folgt, daß drei Punkte, welche nicht in einer geraden Linie liegen, die Lage einer Ebene bestimmen.

Man gibt daher den Stativen der Meßinstrumente (Tafel XXIV, Fig 1, und Tafel XXIX, Fig. 7), so wie Stühlen und Tischen, welche auf ungleichem Boden ohne Wanken stehen sollen, drei Füße, deren Spitzen immer drei Punkte finden müssen, welche in einer und derselben Ebene liegen.

Zwei gerade Linien, welche einander schneiden, liegen in einer 13
Ebene; denn Tafel III, Fig. 3, liegen die drei Punkte C', C, P, welche zu zu den beiden sich schneidenden Linien BC' und oP gehören, in einer Ebene; da also ein Theil von jeder beider Linien in einer und derselben Ebene liegt, so müssen auch die ganzen Linien (Nr. 10) darin liegen.

Wird also eine Ebene durch zwei sich schneidende gerade Ebene gelegt, so 14
ist die Lage einer solchen Ebene dadurch bestimmt.

Der Durchschnitt zweier Ebenen ist immer eine gerade Linie; 15
denn schnitten sie sich in einer krummen Linie, so könnte man darin drei Punkte annehmen, die nicht in einer geraden Linie liegen. Durch solche drei Punkte könnte aber nur eine Ebene gelegt werden (Nr. 11), und nicht zwei Ebenen von verschiedener Lage, wie es doch bei solcher Annahme einer krummen Durchschnittslinie der Fall sein müßte.

Zwei Ebenen, die einander schneiden, haben außer der Durchschnittslinie 16
keinen Punkt mit einander gemein.

In einem bestimmten Punkte innerhalb, und von einem bestimmten Punkte 17
außerhalb einer Ebene ist nur ein einziges Perpendikel auf dieselbe möglich.

Wenn eine gerade Linie auf zwei in einer Ebene liegenden und sich 18
schneidenden Linien senkrecht steht, so steht sie auf der ganzen Ebene senkrecht.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 1, MN die Ebene, in der sich die beiden geraden Linien AB und CD in dem Punkte R schneiden, und auf diesem Schnittpunkte stehe die gerade Linie PR senkrecht. Durch denselben Punkt R ziehe man die dritte gerade Linie QR, welche jede andere gerade Linie in dieser Ebene durch R gezogen vorstellen kann. Durch den willkürlichen Punkt Q dieser Linie zieht man die Linie DB, nnd zwar so, daß BQ = QD; ferner ziehe man die Linie PB, PQ, PD.

Weun man in einem beliebigen Dreiecke aus dem Scheitel eines Winkels gerade auf die Mitte der gegenüberliegenden Seite eine gerade Linie zieht, so ist die Summe der Quadrate der beiden den betreffenden Winkel einschließenden Seiten gleich der doppelten Summe der Quadrate der aus dem Winkelscheitel gezogenen Linie und der halben dadurch getheilten Seite.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 2 das beliebige Dreieck ABC; die Linie AE

Digitized by Google

halbire die Linie BC, so daß EB = EC; zieht man darauf das Perpendikel AD, so hat man folgende Gleichungen (vergl. S. 685. Nr. 13):

$$AB^2 = AD^2 + DB^2; \text{ und } AC^2 = AD^2 + DC^2$$

In dem rechtwinkligen Dreiecke ADE iſt aber $AD^2 = AE^2 - ED^2$; daher:

$$AB^2 = AE^2 - ED^2 + DB^2; \text{ und } AC^2 = AE^2 - ED^2 + DC^2$$

Man kann nun noch DB^2 und DC^2 durch gleiche Größen ausdrücken; da EB = EC, ſo iſt $DB^2 = EC^2 + 2\,EC \cdot ED + ED^2$; und $DC^2 = EC^2 - 2\,EC \cdot ED + ED^2$ (vergl. S. 445); man hat demnach:

addirt
$$\begin{cases} AB^2 = AE^2 - ED^2 + EC^2 + 2\,EC \cdot ED + ED^2 \\ AC^2 = AE^2 - ED^2 + EC^2 - 2\,EC \cdot ED + DE^2 \end{cases}$$
$$AB^2 + AC^2 = 2\,AE^2 \quad + 2\,EC^2$$

Wendet man den eben bewieſenen Satz auf Fig. 1 an, ſo hat man:

im Dreieck RBD die Gleichung $RB^2 + RD^2 = 2\,RQ^2 + BQ^2$

„ „ PBD „ „ $PB^2 + PD^2 = 2\,PQ^2 + BQ^2$

Daher durch Subtraktion $(PB^2 - RB^2) + (PD^2 - RD^2 = 2PQ^2 - 2RQ^2$

Da aber die beiden Dreiecke PRB und PRD rechtwinklig ſind, und den rechten Winkel bei R haben, ſo iſt $(PB^2 - RB^2) = PR^2$; und $(PD^2 - RD^2) = PR^2$

und daraus $2\,PR^2 = 2PQ^2 - 2RQ^2$; oder $PR^2 = PQ^2 - RQ^2$

Folglich iſt auch das Dreieck PQR ein rechtwinkliges, deſſen rechter Winkel in R liegt; und PR ſteht ſenkrecht auf QR. Da aber QR jede andere Lage haben könnte, wenn ſie nur durch den Schnittpunkt R geht, ſo ſteht PR auf der ganzen Ebene ſenkrecht.

Es mag hiebei gleich ein Unterſchied der Planimetrie und der Stereometrie bemerkt werden. In der Planimetrie, wo alle Figuren in einer und derſelben Ebene liegend gedacht werden, heißt es (vergl. S. 631 Nr. 25), daß zwei Linien, die ſich ſchneiden, nicht auf einer dritten zugleich ſenkrecht ſtehen können, inſofern nämlich dieſe dritte in derſelben Ebene mit den beiden ſchneidenden liegen ſoll. In der Stereometrie dagegen, wo auch die dritte Dimenſion des Raumes zugleich in Betracht kommt, können unendlich viele ſich ſchneidende Linien auf einer und derſelben Linie ſenkrecht ſtehen.

Weil das Perpendikel PR kürzer iſt, als jede ſchräge Linie, wie PB oder PQ, welche aus dem Punkte P auf die Ebene gezogen wird, ſo iſt das Perpendikel das wahre Entfernungsmaaß eines Punktes P von der Ebene MN; hieraus folgt auch Nr. 17, indem für den Punkt P außerhalb, und den Punkt R innerhalb der Ebene nur das einzige Perpendikel PR möglich iſt.

19 Schräge Linien, die ſich gleich weit von einem auf eine Ebene gefällten Perpendikel entfernen, indem ſie von einem und demſelben Punkte des Perpendikels nach der Ebene gehen, ſind gleich lang; denn ſie ſind ſämmtlich Hypotenuſen kongruenter rechtwinkliger Dreiecke. Unter ungleich entfernten ſind natürlich die entfernteſten die längſten.

20 Wenn man durch eine Linie, die auf einer Ebene ſenkrecht ſteht, eine andere Ebene legt, ſo ſteht dieſe auf der erſtern gleichfalls ſenkrecht.

Es ſei Tafel XXXV, D, Fig. 3, die Linie AB ſenkrecht auf der Ebene MN; man lege die Ebene DF durch die Linie AB; alsdann iſt DE die Durch-

Digitized by Google

schnittslinie beider Ebenen; zieht man hierauf BC senkrecht auf DE, so ist ABC der Neigungswinkel der Ebenen, und zwar, da AB senkrecht auf der Ebene MN steht, ein rechter Winkel; es ist also die Ebene DF senkrecht auf MN.

Umgekehrt steht ein Perpendikel, welches in einer auf einer andern senkrecht 21
stehenden Ebene auf die Durchschnittslinie gezogen wird, auf der ganzen andern Ebene senkrecht.

Durch DE kann außer der Ebene DF keine andere auf MN senkrecht stehen, 22
weil sonst in dem Punkte B zwei verschiedene Perpendikel auf der Ebene MN stehen müßten, was nach Nr. 19 unmöglich ist.

Wenn zwei einander schneidende Ebenen auf einer dritten senkrecht stehen, 23
so steht auch die Durchschnittslinie der beiden ersteren Ebenen auf der dritten Ebene senkrecht.

Tafel XXXV, D. Fig. 4 schneiden sich die beiden Ebenen AC und EC in der Linie BC, und stehen beide senkrecht auf der Ebene MN; man zieht in der letztern aus dem Punkte C sowohl die Linie GC senkrecht auf die Durchschnittslinie DC der beiden Ebenen MN und AC, als auch die Linie HC senkrecht auf die Durchschnittslinie CF der beiden Ebenen MN und EC. Es ist GC senkrecht auf der Ebene AC, und HC senkrecht auf der Ebene EC (nach Nr. 21); da die Durchschnittslinie BC zu beiden Ebenen AC und EC gehört, so steht sie auch auf den beiden Linien GC und HC senkrecht; und demnach (vergl. Nr. 18) auf der ganzen Ebene MN senkrecht.

Wenn eine Linie auf mehreren andern Linien, die aus einem Punkte aus- 24
gehen, zugleich senkrecht steht, so liegen dieselben alle in einer und derselben Ebene.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 5. AB senkrecht auf den drei aus dem Punkte B ausgehenden Linien BC, BD, BE; man legt durch die drei Punkte B, C, und D die Ebene MN; fiele nun die Linie BE nicht auch in diese Ebene, so müßte sie eine Lage unter oder über derselben haben. Angenommen sie habe sie über derselben, so daß statt ihrer Be in der Ebene läge, so müßte ABe ein rechter Winkel sein (nach Nr. 18); da aber ABE ein rechter, und zugleich kleiner, als ABe ist, so kann der letztere nicht auch ein rechter sein.

Zwei Linien sind einander parallel, wenn sie auf derselben Ebene senkrecht 25
stehen.

Es seien XXXV, D, Fig. 6, die beiden Linien AB und CD senkrecht auf der Ebene MN; zieht man die Linie BD, so ist Winkel ABD = CDB = 1 Rechten; also ABD + CDB = 2 R.

Man lege durch die drei Punkte A, B und D die Ebene FG; diese steht (nach Nr. 20) senkrecht auf der Ebene MN. Sollte nun die Linie CD nicht in die Ebene fallen, so müßte sie auf einer ihrer beiden Seiten von ihr abweichen. Nimmt man an, CD müßte ihre Lage bis DE ändern, um in die Ebene FG zu kommen; und zieht DE: so müßte diese Linie (nach Nr. 21) ebenfalls senkrecht auf der Ebene MN stehen; dann gäbe es aber in dem Punkte D, weil nach der ursprünglichen Annahme, oder per hypothesin, CD auch senkrecht auf MN steht, zwei verschiedene Perpendikel, was (nach Nr. 17) unmöglich ist.

Digitized by Google

Es muß also CD und DE zusammenfallen; und da Winkel ABD = CDB, so sind beide in der einen Ebene FG liegende Linien AB und CD parallel.

26 Steht eine von zwei Parallellinien, z. B. AB senkrecht auf der Ebene MN, so steht auch die andere senkrecht auf ihr.

Man lege die Ebene FG durch beide Linien, so steht diese (nach Nr. 20) senkrecht auf MN, und es ist der Winkel ABD = 1 R.; also auch als korrespondirender Winkel CDB = 1 R. (vergl. S. 672 Nr. 2); daher steht auch CD senkrecht auf MN.

27 Wenn eine Linie außerhalb einer Ebene nur mit einer einzigen Linie in derselben parallel liegt, so ist sie mit dieser ganzen Ebene parallel.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 7 die Linie AB außerhalb der Ebene MN parallel mit der Linie ab innerhalb derselben. Legt man durch beide Linien die Ebene Ab, so ist ab die Durchschnittslinie beider Ebenen, und außer dieser Linie haben sie keinen Punkt weiter mit einander gemein (nach Nr. 15); folglich kann die Linie AB niemals mit MN zusammentreffen, und ist also mit ihr parallel.

28 Wenn zwei Linien in einer und derselben Ebene mit einer dritten Linie außerhalb derselben parallel sind, so sind sie auch unter einander parallel.

Tafel XXXV, D, Fig. 8 liegen die beiden Linien AB und CD in der Ebene MN und sind mit der dritten außerhalb dieser Ebene liegenden Linie EF parallel.

Man lege durch AB und EF die Ebene AF, und durch CD und EF die Ebene CF. Diese beiden Ebenen haben die gemeinschaftliche Durchschnittslinie EF; außerdem aber haben sie keinen Punkt gemein; folglich kann auch die Linie AB in keinem Punkte mit der Linie CD zusammentreffen, und da sie außerdem mit ihr in einer und derselben Ebene MN liegt, so ist sie auch mit ihr parallel.

29 Wenn umgekehrt zwei gerade Linien, wie AB und CD, einer dritten EF parallel sind, so liegen die beiden ersteren in einer und derselben Ebene.

Man lege zuerst die Ebene MN durch die drei Punkte A, B und C, und die Ebene AF durch die Linien EF und AB; alsdann haben beide Ebenen außer der Durchschnittslinie AB keinen Punkt weiter gemein. Ferner lege man die Ebene CF durch die drei Punkte E, F und C. Wäre nun die Durchschnittslinie der beiden Ebenen MN und CF nicht die Linie CD, so müßte es irgend eine andere, etwa Cd sein; da nun CD parallel mit EF ist, so kann Cd es nicht auch sein, und muß daher EF irgend wo schneiden. Gehörte nun aber Cd zur Ebene MN, wie sie es als deren Durchschnittslinie mit der Ebene CF angenommener Weise sein soll, so hätte die Ebene MN mit der Ebene AF, zu welcher die geschnittene Linie EF gehört, noch einen Punkt, nämlich den Schnittpunkt von Cd und EF, außer der Durchschnittslinie AB gemein, was aber (nach Nr. 16) unmöglich ist. Es kann also Cd nicht verschieden von CD sein

30 Es sind also im Allgemeinen zwei gerade Linien, welche mit irgend einer dritten parallel liegen, auch mit einander parallel.

31 In der Ebene AF könnten unzählige gerade Linien unzähligen andern in

Digitized by Google

der Ebene CF parallel sein, ohne daß diese beiden Ebenen selbst mit einander parallel liegen müßten.

Auf zwei einander schneidenden Ebenen kann eine gerade Linie nicht 32
zugleich senkrecht stehen.

Es seien Tafel XXXV, D, Fig. 9, DG und DH die einander in DF schneidenden Ebenen; AB sei die zwischen beiden Ebenen stehende Linie; zieht man von den beiden Endpunkten A und B nach einem beliebigen Punkte C der Durchschnittslinie DF die beiden Linien AC und BC, so hat man das geradlinige Dreieck ABC. Sollte nun die Linie AB auf beiden Ebenen zugleich senkrecht stehen, so müßten die Winkel bei A und bei B innerhalb des Dreiecks jeder = 1 Rechten sein, was (vergl. S. 672 Nr. 5) unmöglich ist.

Steht aber eine gerade Linie auf zwei Ebenen zugleich senkrecht, so sind 33
die Ebenen parallel.

Steht eine gerade Linie zwischen zwei parallelen Ebenen auf der einen 34
senkrecht, so steht sie auch auf der andern senkrecht.

Wenn zwei sich schneidende gerade Linien in einer Ebene zweien sich schnei- 35
denden Linien in einer andern Ebene parallel laufen, so sind auch die Ebenen mit einander parallel.

Es seien Tafel XXXV, D, Fig. 10, die beiden geraden Linien AB und AC in der Ebene MN parallel den beiden Linien ab und ac in der Ebene OP, und zwar AB ∥ ab, und AC ∥ ac. Man errichtet in dem Punkte A ein Perpendikel auf die Ebene MN, welches die Ebene OP in dem Punkte D trifft; durch diesen Punkt ziehe man DE ∥ ab, und DF ∥ ac; alsdann ist auch auch DE ∥ AB, und DF ∥ AC (nach Nr. 30). Es steht also auch AD senkrecht auf DE und DF (vergl. S. 631 Nr. 24); daher auch senkrecht auf der Ebene OP (nach Nr. 18); also sind auch (nach Nr. 333) die beiden Ebenen MN und OP einander parallel.

Zwischen zwei geraden Linien, welche nicht in einer und derselben Ebene 36
liegen, ist die auf beiden zugleich senkrechtstehende Linie die kürzeste.

Es seien Tafel XXXV, D, Fig. 11, AB und CD die beiden nicht in einer Ebene liegenden Linien. Man zieht die auf beiden senkrechte Linie EF (vergl. S. 1818 Nr. 5) und eine andere beliebige GH. Von dieser letztern zeigt sich sogleich, daß sie größer als EF sei; denn legt man durch E, F und G eine Ebene, und zieht darin GK ∥ EF, so ist auch GK senkrecht auf MN und gleich EF; zieht man ferner KH, so ist in dem rechtwinkligen Dreiecke GKH die Hypotenuse GH > GK, also auch GH > EF.

Wenn zwei parallele Ebenen von einer dritten Ebene durchschnitten werden, 37
so sind auch die Durchschnittslinien einander parallel.

Es seien Tafel XXXV, D, Fig. 12, MN und OP die beiden parallelen Ebenen, und AB die schneidende Ebene.

Da die beiden Ebenen MN und OP parallel sind, so können sich die beiden Durchschnittslinien AC und BD niemals schneiden; und da beide Linien außerdem in einer und derselben Ebene liegen, so sind sie parallel.

Alle Perpendikel zwischen parallelen Ebenen sind einander gleich; denn 38
legt man durch je zwei derselben eine Ebene, so sind die Durchschnittslinien

Digitized by Google

dieſer Ebenen mit den beiden parallelen Ebenen einander parallel; die Perpendikel ſind alsdann Parallellinien zwiſchen Parallellinien und daher einander gleich (vergl. S. 678 Nr. 21).

39 Das Perpendikel zwiſchen zwei parallelen Ebenen iſt die kürzeſte von allen zwiſchenliegenden Linien, und mißt daher den Abſtand der Ebenen von einander.

40 Jede gerade Linie zwiſchen zwei parallelen Ebenen bildet mit beiden gleiche Neigungswinkel.

Es ſeien Tafel XXXV, D, Fig. 13, MN und OP die beiden parallelen Ebenen, und AB die zwiſchenliegende Linie; fällt man aus A den Perpendikel AC auf die Ebene OP, und legt durch ACB eine Ebene, ſo iſt ABC der Neigungswinkel von AB gegen OP (nach Nr. 8).

Zieht man in der Ebene CD eine Linie BD parallel mit AC, ſo iſt auch BD ſenkrecht auf OP (nach Nr. 26), alſo auch ſenkrecht auf MN (nach Nr. 34); daher iſt auch BAD der Neigungswinkel von AB gegen MN.

Ferner iſt CB parallel mit AD (nach Nr. 37); daher iſt Winkel ABC = BAD als Wechſelwinkel (vergl. S. 671 Nr. 2).

41 Die Neigungswinkel einer geraden Linie gegen zwei parallele Ebenen liegen in einer und derſelben Ebene, wie in der letzten Figur in der Ebene CD.

42 Wenn in zwei parallelen Ebenen zwei Winkel ſo beſchaffen ſind, daß die Schenkel des einen den Schenkeln des andern parallel ſind, ſo ſind die Winkel einander gleich.

Es ſeien Tafel XXXV, D, Fig 14 die beiden parallelen Ebenen MN und OP, und von den beiden Winkeln BAC in MN und EDF in OP der Schenkel AC ∥ DF und der Schenkel AB ∥ DE.

Macht man AB = DE, und AC = DF, und zieht BC und EF, ſo zeigt ſich, daß △ ABC = △ DEF iſt.

Denn zieht man die Linien AD, BE und CF, ſo iſt ABDE und ACFD ein Parallelogramm (vergl. S. 679 Nr. 24); daher BE ∥ AD, und CF ∥ AD; folglich BE ∥ CF (vergl. S. 640 Nr. 3 und S. 1814 Nr. 30); daher auch BC = EF (vergl. S. 678 Nr. 21).

Es iſt aber durch die Konſtruktion AB = DE, und AC = DF; da nun in beiden Dreiecken ABC und DEF die drei Seiten des einen den drei Seiten des andern gleich ſind, ſo ſind auch (vergl. S. 674 Nr. 11) die beiden Dreiecke kongruent; und daher auch ∠ BAC = ∠ EDF.

§. 260. Einige Probleme der Stereometrie.

Tafel XXXV, D.

1 #### Aufgabe 1.

Von einem Punkte A außerhalb der Ebene MN ein Perpendikel auf dieſelbe zu fällen.

Auflöſung. Fig. 15.

Man zieht in der Ebene MN eine beliebige Linie CD; durch ACD legt man eine Ebene, welche MN in CD durchſchneidet; in dieſer Ebene zieht man AE ſenkrecht auf die Durchſchnittslinie CD; ferner zieht man in der Ebene MN

Digitized by Google

die Linie EF ebenfalls ſenkrecht auf CD; durch AEF legt man eine dritte Ebene und zieht in dieſer AB ſenkrecht auf EF; alsdann iſt dieſe Linie AB das verlangte Perpendikel.

Beweis.

Da CD auf AE und EF ſenkrecht iſt, ſo iſt ſie auf der Ebene AEF ſenkrecht (nach Nr. 18); daher iſt auch die Ebene MN ſenkrecht auf der Ebene AEF (nach Nr. 20). Da nun AB auf der Linie EF, der Durchſchnittslinie der beiden Ebenen, ſenkrecht ſteht, ſo ſteht ſie auf der ganzen Ebene MN ſenkrecht (nach Nr. 21).

Aufgabe 2. 2

In einem Punkte A innerhalb der Ebene MN ein Perpendikel auf dieſelbe zu errichten.

Auflöſung. Fig. 16.

Man nimmt einen beliebigen Punkt C außerhalb der Ebene MN, und fällt von ihm aus das Perpendikel CD auf die Ebene MN, und legt durch ACD die Ebene EF; in dieſer zieht man AB ∥ CD; alsdann iſt AB das verlangte Perpendikel.

Beweis.

Dieſer ergibt ſich aus Nr. 26.

Zuſatz.

Will man eine Ebene auf einer andern ſenkrecht errichten, ſo errichtet man auf der einen in einem beliebigen Punkte ein Perpendikel, und legt durch dieſe eine Ebene; dieſe iſt (nach Nr. 20) ſenkrecht auf der andern.

Aufgabe 3. 3

Den Neigungswinkel ABC der Linie AB gegen die Ebene MN zu finden.

Auflöſung. Fig. 17.

Man fällt aus einem beliebigen Punkte A der Linie AB ein Perpendikel AC auf MN, und zieht BC; alsdann iſt ABC der geſuchte Neigungswinkel.

Beweis.

Iſt ABC wirklich der Neigungswinkel der Linie AB gegen die Ebene MN, ſo muß er nach der obigen Erklärung (S. 1810 Nr. 8) der kleinſte ſein, den die Linie AB mit den in der Ebene MN durch den Punkt B gezogenen Linien machen kann. Man zieht alſo irgend eine andere Linie BD = BC, und ferner CD und AD; alsdann iſt ACD ein rechtwinkliges Dreieck, und AD ſeine Hypotenuſe, alſo AD > AC. In den beiden Dreiecken ABC und ACD ſind aber die Seiten

AB = AB, und BC = BD durch Konſtruktion; und nur AD > AC.

Da nun der größern Seite auch der größere Winkel gegenüberliegt (vergl. S. 675 Nr. 13, ſo muß auch ∠ ABD > ∠ ABC ſein, demnach iſt ∠ ABC der kleinſte.

Digitized by Google

Zusätze.

1. Ist ABC der kleinste unter allen Winkeln, den AB mit den in der Ebene MN durch B gezogenen Linien machen kann, so muß sein Neben- oder Supplementswinkel ABE, den AB mit der nach E verlängerten Linie BC macht, der größte unter allen sein.

2. Zieht man in MN durch B ein Perpendikel FG auf EC, so ist ABF = ABG = 1 Rechten. Alle Linien, welche in der Ebene MN durch B gehen, und mit BC einen spitzen Winkel bilden, machen auch mit AB einen spitzen Winkel; und alle Linien, welche mit BC einem stumpfen Winkel machen, bilden auch mit AB einen stumpfen.

Aufgabe 4.

4 Durch eine grade Linie AB eine Ebene MN so zu legen, daß sie einer andern geraden Linie CD außerhalb der Ebene parallel werde.

Auflösung. Fig. 18.

Man legt durch CD und irgend einen Punkt der Linie AB eine Ebene, und in dieser zieht man durch den Punkt E eine Linie FG ∥ CD; alsdann geben die Linien AB und FG, welche sich in E schneiden, die Lage der gesuchten Ebene MN.

Beweis.

Die Linie CD ist parallel mit der Linie FG in der Ebene MN, und zwar durch Konstruktion; daher ist sie (nach S. 1814 Nr. 27) mit der ganzen Ebene parallel.

Zusätze.

1. Durch zwei gerade Linien, wie AB und CD, welche nicht in einer und derselben Ebene liegen, lassen sich zwei Ebenen legen, welche einander parallel sind. Denn wie die Ebene MN parallel der Linie CD, so läßt sich auch eine Ebene durch CD legen, welche der Linie AB parallel ist; alsdann laufen zwei einander schneidende Linien in der einen Ebene zweien sich schneidenden in der andern parallel; deshalb sind (nach S. 1815 Nr. 35) auch die Ebenen parallel.

2. Für zwei gerade Linien, wie AB und CD, die nicht in einer und derselben Ebene liegen, giebt es für die durch dieselben gelegten Ebenen nur eine einzige Lage, in der sie parallel sind, weil die Lage einer jeden durch zwei einander schneidende Linien bestimmt ist.

Aufgabe 5.

5 Zwischen zwei geraden Linien AB und CD, die nicht in einerlei Ebene liegen und von unbestimmter Länge sind, die Lage derjenigen geraden Linie EF zu bestimmen, welche auf beiden zugleich senkrecht steht.

Auflösung. Fig. 19.

Man legt durch AB und CD die beiden einander parallelen Ebenen MN und OP; darauf errichtet man über AB eine auf beiden parallelen Ebenen senkrechte Ebene AK, und eben so über CD die auf beiden parallelen Ebenen senkrechte Ebene GD; alsdann ist die Durchschnittslinie dieser beiden senkrechten Ebenen nämlich EF, die gesuchte auf beiden Linien AB und CD senkrecht stehende Linie.

Digitized by Google

Beweis.

Da die beiden Ebenen AK und GD auf den beiden Ebenen MN und OP senkrecht stehen, so steht ihre Durchschnittslinie EF ebenfalls auf diesen beiden Ebenen senkrecht (nach S. 1813 Nr. 23 und nach S. 1815 Nr. 34); sie ist auch senkrecht auf den Linien AB und CD (nach S. 1809 Nr. 6).

§. 261. Von den körperlichen Winkeln.

Tafel XXXV, D.

Ein körperlicher Winkel, angulus solidus, oder eine Ecke heißt derjenige Winkelraum, welcher zwischen mehreren, in einem und demselben Punkte sich schneidenden Ebenen liegt. Wenn also mehr als zwei gerade Linien, von denen aber nicht mehr als je zwei in einer Ebene liegen, in einem Punkte zusammentreffen, so bilden sie einen körperlichen Winkel. 1

Wie viele gerade Linien sich zur Bildung eines körperlichen Winkels vereinigen, so viele ebene Winkel entstehen, welche zusammen den körperlichen Winkel einschließen.

Zu einem körperlichen Winkel sind wenigstens drei erforderlich (vergl. S. 1373 Nr. 2.

Wenn ein körperlicher Winkel aus drei ebenen besteht, so sind jede zwei derselben zusammen größer als der dritte; wie schon oben (S. 1373 Nr. 3) bewiesen.

Die Summe aller ebenen Winkel, die einen körperlichen bilden, wie groß auch ihre Anzahl sein mag, ist kleiner als 4 Rechte, wie oben (S. 1373 Nr. 4) bewiesen worden. 2

Wenn zwei Körperwinkel, jeder von drei ebenen Winkeln, gebildet werden, welche einzeln einander gleich sind, so machen die Ebenen, in denen die gleichen Winkel liegen, mit einander gleiche Winkel. 3

Es sei Fig. 20 der Winkel ADC = adc, Winkel ADB = adb, und Winkel BDC = bdc; alsdann müssen die Ebenen ADC und ADB denselben Winkel mit einander machen, wie die Ebenen adc und adb. 4

Man nimmt die Länge von DB willkürlich und zieht BE senkrecht auf die Ebene ADC. Aus dem Punkte E, wo das Perpendikel BE die Ebene schneidet, zieht man EA und EC auf DA und DC senkrecht; ferner zieht man BA und BC.

Hierauf macht man db = DB, und zieht be senkrecht auf die Ebene adc; aus dem Punkte e, wo das Perpendikel be die Ebene schneidet, zieht man ea und ec auf da und dc senkrecht; ferner zieht man ba und bc.

Das Dreieck DAB ist rechtwinklig in A, und das Dreieck dab in a. Wenn nämlich, wie Tafel XXXV, D, Fig. 1, PR ein Perpendikel auf die Ebene MN, und BD eine Linie in dieser Ebene ist, und wenn man aus dem Fuße R des Perpendikels RQ senkrecht auf BD und endlich PQ zieht, so ist diese Linie PQ auch senkrecht auf BD.

Nimmt man nämlich QB = QD, und zieht RB, RD, PB und PD, so ist die schräge Linie RB = RD; und hinsichtlich des Perpendikels PR ist PB = PD, weil RB = RD (vergl. S. 1812 Nr. 19); demnach sind die beiden Punkte P und Q gleich weit von den Enden B und D entfernt, und folglich ist PQ in der Mitte von BD auf BD senkrecht.

Digitized by Google

Es ist nun in Fig. 20, BE senkrecht auf der Ebene ADC, in welcher die Linie DA liegt; auf diese ist EA senkrecht gezogen, also vom Fuße des Perpendikels aus; daher ist auch BA von der Spitze des Perpendikels aus auf dieselbe Linie gezogen, senkrecht auf derselben, und bei A ist ein rechter Winkel; dasselbe gilt von der Linie ba und dem Winkel a. Da nun durch Konstruktion DB = db, so ist Δ DAB = Δ dab (vergl. S. 671 Nr. 1); daher DA = da, und AB = ab.

Auf gleiche Art läßt sich beweisen, daß DC = dc und BC = bc.

Es ist daher das Viereck DAEC gleich dem Viereck daec; denn legt man den Winkel ADC auf den gleichen Winkel adc, so daß der Schenkel DA auf den Schenkel da zu liegen kommt, so fällt, weil DA = da und DC = dc, auch der Punkt A auf den Punkt a, und der Punkt C auf den Punkt c. Ferner fällt das Perpendikel EA auf das Perpendikel ea, und das Perpendikel EC auf das Perpendikel ec; es fällt also auch der Schnittpunkt E auf den Schnittpunkt e, und es ist AE = ae.

Es ist ferner das Dreieck AEB in E und das Dreieck aeb in e rechtwinklig; ferner ist die Hypotenuse AB = ab, und die Kathete AE = ae; es ist also Δ AEB = Δ aeb (vergl. S. 676 Nr. 16); daher endlich:

$$\angle \text{EAB} = \angle \text{eab}.$$

Diese beiden Winkel sind aber die Neigungswinkel zwischen den Ebenen ADC und ADB, und zwischen den Ebenen adc und adb; es sind also diese beiden Neigungen gleich.

Wenn körperliche Winkel aus gleichen ebenen Winkeln zusammengesetzt sind, und dabei die gleichen Winkel in der gleichen Reihe und Richtung auf einander folgen, so sind die körperlichen Winkel gleich, und fallen in einander geschoben zusammen.

Es ist vorher schon gezeigt, daß das Viereck DAEC das Viereck daec deckt; da ferner Δ AEB = Δ aeb, so ist auch EB = eb, und es fällt der Punkt B in den Punkt b, und die Linie DB auf db; daher fallen die beiden körperlichen Winkel ganz in einander.

Dieses Zusammenfallen findet aber nur dann statt, wenn die gleichen ebenen Winkel auch in der gleichen Reihe und Richtung auf einander folgen. Denn folgten sie in umgekehrter Ordnung auf einander; oder, was dasselbe ist, lägen die Perpendikel EB und eb gegen die Ebenen ADB und adb statt, wie vorher an den nämlichen, jetzt an entgegengesetzten Seiten, so wäre es unmöglich, die beiden körperlichen Winkel in einander fallen zu machen.

Nichtsdestoweniger hätten doch die Ebenen, in welchen die gleichen Winkel liegen, nach dem vorhergehenden Lehrsatze eine gleiche Neigung gegen einander; also wären die körperlichen Winkel in allen ihren Bestimmungsstücken einander vollkommen gleich, ohne daß sie sich deckten. Es folgt also daraus, daß die Gleichheit der ebenen Winkel zwischen den Kanten, und die Gleichheit der Neigungswinkel zwischen den Ebenen noch nicht zur völligen oder absoluten Gleichheit der körperlichen Winkel hinreicht.

Diese Gleichheit, welche keine Deckung hervorbringt, unterscheidet man

Digitized by Google

von der absoluten Deckung hervorbringenden durch den Namen *symmetrische Gleichheit*. Es heißen daher körperliche Winkel, deren ebene Winkel zwar einzeln einander gleich sind, aber in umgekehrter Ordnung auf einander folgen, *symmetrisch gleiche*, oder auch blos *symmetrische* körperliche Winkel, mögen sie aus drei oder mehrern ebenen Winkeln bestehen.

Bei Figuren in einer Ebene gibt es keine besondere symmetrische Gleichheit, sondern die ebenen symmetrischen sind auch dabei absolut gleich und decken sich.

Aufgabe. 6

Aus drei gegebenen ebenen Winkeln, welche einen körperlichen bilden, durch eine Zeichnung in der Ebene den Neigungswinkel zu finden, den zwei jener Ebenen mit einander machen.

Auflösung.

Es sei Fig. 21 der gegebene körperliche Winkel D, dessen drei ebene Winkel ADB, ADC und BDC bekannt sind; man verlangt die Winkel, welche je zwei dieser Ebenen mit einander machen; z. B. die Ebenen ADB und ADC, also den Winkel EAB.

Man zeichnet in einer Ebene die drei ebenen Winkel des körperlichen Winkels, und zwar neben einader so daß bda = BDA, adc = ADC, und cdb′ = CDB, ferner bd und b′d, jedes gleich BD am körperlichen Winkel; aus den Punkten b und b′ zieht man ba senkrecht auf da, und b′c senkrecht auf dc; beide Perpendikel werden sich in irgend einem Punkte e schneiden.

Mit dem Halbmesser ab beschreibt man aus a den Halbkreis $b\beta\varepsilon$, und zieht die Linie βe senkrecht auf $b\varepsilon$; nach dem Punkte β, wo das Perpendikel βe die Peripherie des Halbkreises schneidet, zieht man den Radius $a\beta$; alsdann ist der Winkel $\beta a\varepsilon$ der gesuchte Neigungswinkel der beiden Ebenen ADC und ADB, d. h. er ist gleich dem Winkel BAE.

Beweis.

Um diese Gleichheit zu beweisen, hat man zu zeigen, daß das Dreieck $ae\beta$ in der Ebene dem Dreiecke AEB am Körper gleich ist.

Die beiden Dreiecke BDA und bda sind rechtwinklig in A und a; die Winkel in D und d sind gleich; also auch die Winkel in B und b; auch die Hypotenuse DB = db; folglich ist Δ BDA $\cong \Delta$ bda; also auch die Kathete DA = da, und die Kathete AB = ab; als Radien des Halbkreises $b\beta\varepsilon$ ist aber auch $ab = a\beta$.

Auf gleiche Art beweist man, daß Dc = dc.

Daraus folgt, daß das Viereck DAEC = daec, also auch die Seite Ae = ae. Daher haben die beiden rechtwinkligen Dreiecke AEB nnd $ae\beta$ gleiche Hypotenusen und eine gleiche Kathete, und sind deshalb kongruent; folglich ist auch der durch Zeichnung in der Ebene gefundene Winkel $\beta a\varepsilon$ gleich dem Winkel BAE, d. h. dem Neigungswinkel der beiden Ebenen ADC und ADB.

Fällt der Punkt e in der ebenen Figur zwischen a und b, so ist der Winkel $\beta a\varepsilon$ stumpf. Immer aber mißt er die wahre Neigung der Ebenen. Damit

Digitized by Google

die Auflösung für alle Fälle gelte, so ist auch der Neigungswinkel in der Ebene durch βaε, und nicht durch βac bezeichnet.

7 Sind drei ebene Winkel gegeben, so läßt sich nur unter folgenden Bedingungen ein körperlicher Winkel daraus bilden:

1. Die Summe der drei gegebenen Winkel muß kleiner als vier Rechte sein (vergl. S. 1373 Nr. 4).

2. Jede zwei derselben zusammengenommen, müssen größer sein, als der dritte (vergl. S. 1373 Nr. 3).

3. Jeder einzelne Winkel muß größer sein, als der Unterschied der beiden andern. Nimmt man z. B. in Fig. 21 die beiden Winkel bda und adc zusammen, so muß der dritte cdb' von der Beschaffenheit sein, daß das Perpendikel b'c auf die Seite dc den Durchmesser bε zwischen seinen Enden b und ε schneidet.

Der Winkel cdb' wird also dadurch begrenzt, daß das Perpendikel b'c zwischen b und ε durchgeht.

Man zieht ferner aus den Punkten b und ε auf die nöthigenfalls verlängerte Linie cd die beiden Perpendikel bf und εg, welche den mit dem Halbmesser db' aus dem Mittelpunkte d beschriebenen Kreis in f und g schneiden; zieht man alsdann die Radien df, dg, dε, so sind die beiden Winkel cdf und cdg die beiden Grenzen des Winkels cdb', d. h. (vergl. S. 1116 Nr. 1) der Winkel cdb' kann weder so groß wie cdf, noch so klein wie cdg werden; denn bei der Größe = cdf würde das aus f gezogene Perpendikel auf die Verlängerung von cd nicht zwischen b und ε, sondern, wie es die Chorde bf zeigt, in den Punkt b fallen; und bei der Größe = cdg würde das aus g gezogene Perpendikel auf die Verlängerung von cd auch nicht zwischen b und ε, sondern, wie es die Chorde gε zeigt, in den Punkt ε fallen.

Da nun nach dem Vorigen (S. 1373 Nr. 3) der eine Winkel niemals der Summe der beiden andern gleich werden kann, so hat man für die eine Grenze:

$$\angle\ \mathrm{cdf} = \angle\ \mathrm{adc} + \angle\ \mathrm{adb}.$$

Diese Gleichung erhält man auch aus der Figur. Da nämlich bd und df Radien sind, so ist das Dreieck bdf gleichschenklig; da nun dh aus dem Mittelpunkte senkrecht auf die Chorde bf gezogen ist, so halbirt sie dieselbe (vergl. S. 703 Nr. 1).

Es sind also die beiden Dreiecke dhf und dhb kongruent, und daher ihre äußern Winkel gleich.

Für das Dreieck dhf ist der äußere Winkel cdf,

für das Dreieck dhb ist der äußere Winkel (adc + adb); daher

$$\angle\ \mathrm{cdf} = \angle\ \mathrm{adc} + \angle\ \mathrm{adb}.$$

Das Dreieck εdg ist wegen der beiden Radien εd und dg ebenfalls gleichschenklig; die Verlängerung von dc halbirt ebenfalls die Chorde εg, und damit auch den Winkel gdε; also:

$$\angle\ \mathrm{cdg} = \angle\ \mathrm{cd\varepsilon}.$$

Ferner ist das gleichschenklige Dreieck bdε in die beiden kongruenten bda und adε halbirt; daher ist

$$\angle\ \mathrm{bda} = \angle\ \mathrm{ad\varepsilon}.$$

Es ist aber

$$\angle\ \mathrm{ad\varepsilon} = \angle\ \mathrm{adc} - \angle\ \mathrm{cd\varepsilon};$$

Digitized by Google

oder $\angle$ ads = $\angle$ adc − $\angle$ cdg;
daher $\angle$ cdg = $\angle$ adc − $\angle$ ads;
oder $\angle$ cdg = $\angle$ adc − $\angle$ adb;

oder die andere Grenze ist der Unterschied der beiden andern Winkel; hiemit ist die dritte Bedingung bewiesen, unter welcher sich aus drei gegebenen ebenen Winkeln ein körperlicher bilden läßt.

Aufgabe. 8

Aus zwei bekannten von drei ebenen Winkeln, die einen körperlichen Winkel bilden, und dem bekannten Neigungswinkel ihrer beiden Ebenen den dritten unbekannten Winkel zu finden.

Auflösung.

Die beiden bekannten ebenen Winkel seien, in Fig. 21, adb und adc, und der Neigungswinkel ihrer beiden Ebenen sei = $\varepsilon a \beta$; der gesuchte Winkel cdb'.

Macht man die Zeichnung, wie für die Aufgabe bei Nr. 6 S. 1821, so sieht man schon voraus ein, daß, wie sich dort der Winkel $\varepsilon a \beta$ aus dem Winkel cdb' finden ließ, sich jetzt umgekehrt cdb' aus $\varepsilon a \beta$ muß finden lassen.

Man nimmt wieder db willkürlich, und zieht auf da das unbestimmte Perpendikel $b\varepsilon$; ferner macht man den Winkel $\varepsilon a \beta$ gleich dem gegebenen Neigungswinkel der beiden Ebenen. Aus dem Punkte β, wo der Schenkel $a\beta$ den aus dem Mittelpunkte a mit dem Halbmesser ab beschriebenen Kreis schneidet, zieht man auf $a\varepsilon$ das Perpendikel βe, und aus dem Punkte e auf dc das unbestimmte Perpendikel ecb'. Dieses schneidet man in b' so ab, daß db' = db ist; alsdann ist cdb' der gesuchte dritte ebene Winkel.

Beweis.

Wenn man einen körperlichen Winkel mit den drei ebenen Winkeln adb, adc und cdb' bildet, so ist die Neigung der beiden Ebenen, in denen die gegebenen Winkel adb und adc liegen, dem gegebenen Neigungswinkel $\varepsilon a \beta$ gleich.

Wenn ein körperlicher Winkel vierseitig ist, oder von vier ebenen 9
Winkeln gebildet wird, so sind diese vier Winkel zur Bestimmung der gegenseitigen Neigung der Ebenen, in denen die Winkel liegen, nicht mehr hinreichend; denn denkt man sich den horizontalen Durchschnitt einer vierseitigen Pyramide, deren Spitze einen vierseitigen körperlichen Winkel bildet, so ist solcher Durchschnitt ein Viereck, welches mit denselben Seiten unzählig verschiedene Lagen haben kann; z. B. ein Quadrat kann zu unzähligen Rhomben verschoben werden, je nachdem die spitzen Winkel spitzer und die stumpfen stumpfer sind.

Ist dagegen außer den vier ebenen Winkeln auch noch ein Neigungswinkel bekannt, so ist der körperliche Winkel vollkommen bestimmt, und man kann die Neigung zweier beliebiger Ebenen finden; denn man braucht alsdann nur eine Diagonal-Ebene durch den vierseitigen körperlichen Winkel so gelegt zu denken, daß sie dem bekannten Neigungswinkel gegenüber liegt; alsdann ist der vierseitige körperliche Winkel in zwei dreiseitige körperliche Winkel getheilt.

Digitized by Google

In dem einen dieser dreiseitigen Winkel sind zwei ebene Winkel und der Neigungswinkel bekannt, und es läßt sich daraus nach Art der vorigen Aufgabe der dritte ebene Winkel finden, d. h. derjenige, welcher in der Diagonalebene liegt.

Hat man diesen gefunden, so sind in dem zweiten dreiseitigen körperlichen Winkel die drei ebenen Winkel bekannt, und daraus läßt sich nach Art der Aufgabe bei Nr. 6 S. 1821 der Neigungswinkel finden, welcher der Diagonalebene gegenüber liegt.

10 In ähnlicher Weise lassen sich die Neigungswinkel zwischen jeden zwei beliebigen Ebenen finden.

Nach dem Vorigen läßt sich leicht finden, daß bei einem fünfseitigen körperlichen Winkel außer den fünf ebenen Winkeln, die ihn begrenzen, zwei Neigungswinkel bekannt sein müssen; bei einem sechsseitigen außer den sechs Ebenen, drei Neigungswinkel u. s. w.

Um das eben Gesagte allgemein auszudrücken, bezeichne man die Zahl der Seiten des körperlichen Winkels mit n. Ist dieses $n = 3$, so braucht man außer den ebenen Winkeln gar keinen Neigungswinkel; ist $n = 3 + 1$, so braucht man außer den ebenen noch 1 Neigungswinkel; ist $n = 3 + 2$, so braucht man 2 Neigungswinkel u. s. f.; bezeichnet man nun die zu 3 hinzukommende Zahl von Seiten mit z, so hat man für $n = 3 + z$ auch z Neigungswinkel nöthig.

11 Man kann auch die ganze Bestimmungsweise so ausdrücken: von sämmtlichen Bestimmungsstücken eines körperlichen Winkels, d. h. von sämmtlichen ebenen und Neigungswinkeln dürfen nicht mehr als drei unbekannt sein.

Bei einem dreiseitigen z. B. gibt es drei ebene und drei Neigungswinkel, also 6 Stücke im Ganzen; davon dürfen nur drei bekannt sein; bei einem vierseitigen gibt es vier ebene und vier Neigungswinkel, also im Ganzen acht; daher müssen fünf bekannt sein.

12 Uebrigens können die fehlenden drei Stücke sowohl gleichartig als ungleichartig sein; z. B. bei einem dreiseitigen körperlichen Winkel können 1 ebener und 2 Neigungswinkel fehlen.

13 Wenn der Winkelraum, oder Keil zwischen zwei Ebenen in einem gewissen Verhältnisse zu- oder abnimmt, so nimmt auch der geradlinige Winkel, durch welchen die Neigung der beiden Ebenen gemessen wird, oder der Neigungswinkel in demselben Verhältnisse zu oder ab.

Dieser Satz ist eine unmittelbare Folge aus der Erklärung des Neigungswinkels (S. 1810 Nr. 9). Weil er aber das Verhältniß zusammengehöriger Größen verdeutlicht, so kann er hier eine eigene Darstellung erhalten.

Es seien Fig. 22 AMNB und AQRB die beiden Ebenen; man beschreibt in der senkrecht auf AB stehenden Ebene BNR aus B mit dem beliebigen Halbmesser BN den Bogen NPR, und in der ebenfalls senkrecht auf AB stehenden Ebene AMQ mit einem gleichen Halbmesser AM den Bogen MOQ; ferner zieht man in der Ebene BNR beliebig den Radius BP, errichtet in P parallel mit RQ das Perpendikel PO, zieht in der Ebene AMQ den Radius AO, und legt eine Ebene durch POAB.

Digitized by Google

Die beiden Ebenen BRN und AQM sind parallel, da sie auf einer und derselben Linie AB senkrecht stehen (vergl. S. 1815 Nr. 33); es sind also auch die Durchschnitte dieser beiden Ebenen mit einer dritten Ebene ABOP, nämlich die Linien AO und BP parallel (vergl. S. 1815 Nr. 37); daher sind auch die Winkel OAQ und PBR gleich. Diese letztere Gleichheit der beiden Winkel folgt unmittelbar daraus, daß sie beide die Neigungswinkel der beiden Ebenen sind, da beide Schenkel von beiden Winkeln senkrecht auf der Durchschnittslinie AB stehen. Man kann die Gleichheit aber auch durch Umkehrung des Satzes 35 auf S. 1815 erhalten.

Ist nun $\angle$ PBR $=\angle$ PBN, so ist auch der *Keil* oder Winkelraum POABRQ gleich dem Keile oder Winkelraume POABNM; denn die Grundfläche PBR würde die andere Grundfläche PBN genau decken, die Höhe AB wäre aber dieselbe; also müßten die beiden Keile ganz zusammenfallen. Wäre aber der Winkel PBR irgend wie viele Male genau in dem Winkel NBR enthalten, so würde auch eben so viele Male der Keil POABRQ in dem Keile NMABRQ enthalten sein. Man ist aber berechtigt, von ganzen Zahlen auf beliebige Zahlen zu schließen (wie sogleich bewiesen werden wird); es wird sich also auch der Keil POABRQ zu dem ganzen Keile NMABRQ verhalten, wie der Winkel PBR zum Winkel NBR, welches auch das Verhältniß zwischen diesen beiden Winkeln sein mag. Es kann also auch der Winkel NBR zum Maaße des ganzen Keils, oder zum Maaße der Neigung zwischen den beiden Ebenen genommen werden.

Schon bei der Messung der Parallelogramme (S. 696 Nr. 12) ist ein ähn- 14
licher Schluß wie hier von ganzen Zahlen auf beliebige gemacht worden. Um diese Schlußweise ganz allgemein angeben zu können, muß man zuerst einige Ausdrücke und Namen feststellen.

Der Nenner eines Bruches giebt die Anzahl der gleichen Theile an, in welche eine ganze Einheit getheilt worden (vergl. S. 463 Nr. 1); sieht man nun für gewisse Fälle diese gleichen Theile selbst als ganze Einheiten an, so kann man den Zähler des Bruches ebenfalls als eine *ganze Zahl* ansehen, wobei man aber jedoch im Sinne behält, daß die Einheiten dieser ganzen Zahl nur durch den Nenner bestimmte gleiche Theile der wahren Einheit sind. Denkt man sich also z. B. statt der wahren Einheit deren *Achtel* als Einheit, so sind $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$ wie die ganzen Zahlen 3, 5, 7 anzusehen. Ohne genauere Unterscheidung muß man also unter *Zahlen auch die Brüche* verstehen.

Bei der Verwandlung der gewöhnlichen Brüche in Dezimalbrüche lassen sich die letzteren oft dem Werthe der ersteren nur annähern, nicht völlig gleich machen (vergl. S. 480). Aus einer Menge von Zahlen lassen sich die Quadratwurzeln nur annäherungsweise angeben (vergl. S. 517 und S. 522); trotz dem existiren sie unläugbar, weil ihre Quadrate vorhanden sind. Man kann demnach *die Zahlen in vollständig angebbare und unvollständig angebbare* scheiden, zu welchen letzteren alle *irrationalen* Wurzeln gehören.

Es giebt Größen, welche sich durch nichts Anderes von einander unterscheiden lassen, als durch die Zahl, welche angiebt, wie viele Male die eine Größe

Digitized by Google

in der andern enthalten ist; z. B. zwei Bogen desselben Kreises, von denen der eine 10° der andere 30° enthält, unterscheiden sich nur durch die Zahl 3, welche angiebt, daß der erstere Bogen drei Mal in dem zweiten enthalten ist, oder daß der erstere mit 3 multiplizirt werden muß, um den zweiten zu ergeben. Solche Größen heißen gleichartige, allgemein durch $b = ma$ zu bezeichnen, wo m den Multiplikator angiebt. Ungleichartige Größen sind dagegen solche, die sich auch noch durch andere Eigenthümlichkeiten von einander unterscheiden, wie Bogen und Winkel, Linien und Flächen, Flächen und Körper.

Wenn ungleichartige Größen die Eigenschaft haben, daß sie immer zugleich abnehmen, oder immer zugleich zunehmen, so heißen sie unmittelbar zusammengehörige, wie Bogen und Winkel, Linien und Flächen, Flächen und Körper. Dagegen können z. B. Abszissen und Ordinaten so beschaffen sein (vergl. S. 1195), daß während die einen wachsen die andern abnehmen, trotz dem, daß sie zu einem und demselben Punkte einer Kurve gehören; solche Größen heißen mittelbar zusammengehörige.

Nach diesen Bemerkungen läßt sich nun folgender Satz über die ungleichartigen aber unmittelbar zusammengehörigen Größen aufstellen.

Lehrsatz.

Kann von zwei ungleichartigen aber unmittelbar zusammengehörigen Größen a und A bewiesen werden, daß für jeden möglichen aber vollständig angebbaren Werth von m, jedesmal wenn a zu $b = ma$ wird, auch A zu $B = mA$ wird, so ist damit zugleich bewiesen, daß auch für jeden möglichen aber unvollständig angebbaren Werth von m, also im Allgemeinen für jeden möglichen Werth von m die Größe A zu $B = mA$ werden muß, wenn a zu $b = ma$ wird.

Beweis.

Es sei m eine unvollständig angebbare Zahl; sollte nun bei $b = ma$ nicht auch $B = mA$ sein, so müßte es entweder größer oder kleiner sein.

Angenommen es sei größer, also wenn man diesen Werth mit B' bezeichnet:

$$B' = (m + e)\,A.$$

Es bezeichnet $m + e$ eine vollständig oder unvollständig angebbare Zahl, welche größer als m ist. Welchen Werth aber auch irgend m und e haben mögen, so ist es doch von selbst einleuchtend, daß man immer eine vollständig angebbare Zahl n finden kann, welche zwischen m und $(m + e)$ liegt, d. h. $n > m$ und $n < (m + e)$.

Da nämlich m, wenn auch nicht vollständig angebbar, doch jedenfalls größer als o, und demnach nicht die möglich kleinste Zahl ist, so ist eine vollständig angebbare Zahl n' möglich, welche kleiner als m ist. Da ferner $(m + e)$, mag es vollständig oder unvollständig angebbar sein, jedenfalls nicht die möglich größte Zahl ist, so ist auch eine vollständig angebbare Zahl n'' möglich, die größer als $(m + e)$. Da endlich auch e größer als o ist, so muß es auch noch kleinere Unterschiede als e geben.

Digitized by Google

Von jeder vollständig angebbaren Zahl wie n' bis zu einer größeren ebenfalls vollständig angebbaren wie n'' kann man aber durch allmälige Addition von vollständig angebbaren Unterschieden gelangen. Nimmt man nun solche Unterschiede kleiner als e an, so muß eine der vollständig angebbaren Zahlen zwischen n' und n'', wie z. B. n auch zwischen m und (m + e) fallen, und man hat die Reihe n', m, n, (m + e), n''.

Nimmt man nun an, daß für jede vollständig angebbare Zahl die beiden unmittelbar zusammengehörigen Größen in gleichem Maaße zu- oder abnehmen, so wird, wenn b'' = na auch B'' = nA.

Sollte aber bei b = ma nach fälschlicher Annahme A zu B' = (m + e) A werden, so wäre ein Gang der Verwandlung vorhanden, welcher der Grundannahme über unmittelbar zusammengehörige Größen zuwider ist. Es sind nämlich die beiden Reihen:

für a:	n'a;	ma;	na;	(m + e) a;	n''a;
für A:	n'A;	mA;	nA;	(m + e) A;	n''A.

Läßt man nämlich b = ma zu b'' = na übergehen, so ist die Veränderung zunehmend; setzt man aber gleich Anfangs bei b = ma das B = (m + e) A, und daß dennoch bei b'' = na auch B'' = nA, so wäre die Veränderung eine Abnahme; es kann aber von unmittelbar zusammengehörigen Größen nicht die eine zunehmen während die andere abnimmt; es kann also auch für b = ma nur B = mA sein.

Ganz in ähnlicher Weise läßt sich zeigen, daß für b = ma auch B nicht kleiner als mA sein könne.

§. 262. Von den geometrischen Körpern im Allgemeinen.

Tafel XXXV, D.

Ein geometrischer Körper, Solidum, heißt eine solche Ausdehnung 1
nach allen drei Dimensionen des Raumes, welche alles innerhalb ihrer Grenzen Befindliche von allen Seiten umgiebt. Die in Kubikmaaß angegebene Größe eines geometrischen Körpers heißt sein Volumen (vergl. S. 625 Nr. 2).

Die Grenzen der Körper sind Flächen; die Grenzen der Flächen sind Linien; die Grenzen der Linien sind Punkte. Körper, welche von mehreren Flächen begrenzt werden, heißen Polyeder.

Aehnlich-gleiche oder identische Körper sind solche, die von gleich 2
vielen und kongruenten Flächen begrenzt werden.

Aehnliche Körper sind solche, die von gleichvielen und ähnlichen Flä- 3
chen begrenzt sind, und welche sich also nur durch ihre Größe unterscheiden.

Regelmäßige oder reguläre Körper sind solche, die von lauter 4
kongruenten und regelmäßigen Vielecken eingeschossen sind. Es gibt fünf Arten derselben, deren Namen aus dem griechischen Worte ἕδρα (Fläche, auf der ein Körper ruhen kann) und den entsprechenden griechischen Zahlwörtern gebildet werden; sie sind folgende:

1. Das Tetraedrum ist von vier gleichseitigen und einander gleichen Dreiecken begrenzt; Fig. 23.

Digitized by Google

2. Das Hexaedrum ist von sechs gleichen Quadraten eingeschlossen, und ist derselbe Körper, den man gewöhnlicher Würfel oder Kubus nennt. Fig. 24.

3. Das Oktaedrum ist von acht gleichseitigen und einander gleichen Dreiecken begrenzt; Fig. 25.

4. Das Dodekaedrum ist von zwölf gleichseitigen und einander gleichen Fünfecken begrenzt; Fig. 26.

5. Das Ikosaedrum ist von zwanzig gleichseitigen und einander gleichen Dreiecken begrenzt; Fig. 27.

Um sich die fünf regelmäßigen Körper deutlicher vorzustellen, kann man ihre Grenzflächen neben einander auf Pappe oder steifem Papier zeichnen, und nachdem man sie theils ausgeschnitten, theils nur zusammengefaltet hat, so zusammenleimen oder kleben, daß sie als hohle Körper die fünf regelmäßigen Polyeder darstellen. Die Zeichnungen ihrer Grenzflächen sind: Fig. 28 für das Tetraeder; Fig. 29 für das Hexaeder; Fig. 30 für das Oktaeder; Fig. 31 für das Dodekaeder; Fig. 32 für das Ikosaeder. Man nennt diese Figuren die Netze der Körper.

Daß es nur fünf regelmäßige Polyeder geben kann, ergiebt sich, wie tiefer unten gezeigt ist, aus der Bedingung, daß bei ihnen außer der Gleichheit der Seitenflächen auch noch Gleichheit der körperlichen Winkel erfordert wird, welche Bedingung nur in wenigen Fällen erfüllt werden kann.

5 Es haben die fünf regelmäßigen Körper auch noch die Eigenthümlichkeit, daß alle Punkte, wo die Flächen eines solchen Körpers zusammenstoßen, oder alle Spitzen der körperlichen Winkel in der Oberfläche einer Kugel liegen können, wenn der Durchmesser derselben in einem bestimmten Verhältnisse zur Flächenseite des Polyeders steht. Die Angabe dieser Verhältnisse folgt tiefer unten.

6 Jede gerade Linie, in welcher zwei Seitenflächen eines Polyeders zusammentreffen, welche also bei Verlängerung der Fläche ihre Durchschnittslinie bilden würde, heißt eine Kante.

7 Die Grundfläche oder Basis eines Körpers ist diejenige Fläche, auf welcher man sich den Körper stehend denkt.

8 Die Höhe eines Körpers ist die Länge des Perpendikels, welches aus dem von der Grundfläche entferntesten Punkte auf die Grundfläche selbst oder deren Verlängerung fällt.

9 Ein Prisma oder prismatischer Körper oder Pfeiler heißt ein solcher, der von zwei gleichen und parallelen Vielecken oder Polygonen als Grundflächen, und von lauter Parallelogrammen als Seitenflächen eingeschlossen ist. Nach der Zahl der Seitenflächen, oder was dasselbe ist, nach der Seitenzahl der Grundflächenpolygone ist ein Prisma dreiseitig, vierseitig u. s. f. Fig. 33 ist ein dreiseitiges Prisma.

10 Sind die Grundflächen eines Prismas Parallelogramme, so heißt dasselbe ein Parallelepipedum oder Gleichscheit. Fig. 34.

11 Sind die Seiten eines Parallelepipedums lauter gleiche Quadrate, so heißt dasselbe Würfel oder Kubus. Fig. 24.

Digitized by Google

Stehen die Seitenflächen senkrecht auf den Grundflächen, so heißt das Prisma gerade, Fig. 34; stehen sie schräge auf derselben, so heißt das Prisma schief. Fig. 35. 12

Man kann sich die Entstehung eines Prismas auf die Art vorstellen, daß sich ein Polygon stets parallel mit sich selbst und in gerader Linie fortbewegt; es ist daher auch das Prisma ein Körper, welcher durchgehends dieselbe Dicke hat. 13

Ein Cylinder oder eine Walze ist ein Körper, der von zwei gleichen und parallelen Kreisen als Grundflächen, und einer einzigen krummen Fläche eingeschlossen ist. Die krumme Fläche hat die Beschaffenheit, daß man von allen Peripheriepunkten der einen Grundfläche nach den gegenüberstehenden der andern gerade Linien ziehen kann, welche ganz in die Oberfläche fallen. Fig. 36. 14

Der Abstand beider Grundflächen von einander bestimmt die Höhe des Cylinders. Fig. 36, PC.

Die gerade Linie von dem Mittelpunkte der einen Grundfläche nach dem Mittelpunkte der andern heißt die Axe des Cylinders. Steht sie senkrecht auf den Grundflächen, so heißt der Cylinder gerade, Fig. 36; steht sie geneigt, so heißt er schief. Fig. 37 (vergl. S. 1221).

Man kann die Entstehung eines Cylinders auf zweierlei Art erklären: entweder ähnlich wie beim Prisma, indem sich ein Kreis in gerader Linie und parallel mit sich selbst fortbewegt; oder indem sich ein Parallelogramm um eine seiner Seiten dreht; ist das Parallelogramm rechtwinklig, so entsteht durch solche Umdrehung ein gerader Cylinder. Aus dieser Entstehungsart ergiebt sich, daß ein Cylinder ein Körper von durchgehends gleicher Dicke ist. 15

Wegen der durchgehends gleichen Dicke gehören Prisma und Cylinder zu einer und derselben Klasse von Körpern. 16

Eine Pyramide oder Spitzpfeiler ist ein Körper, der von einem Polygon als Grundfläche, und von lauter Dreiecken als Seitenflächen eingeschlossen ist; nach der Zahl der Seiten ist eine Pyramide entweder dreiseitig, wie das Tetraeder Fig. 23, oder vierseitig, wie Fig. 38, u. s. w. 17

Der Punkt, in welchem die Spitzen aller Seitendreiecke sich vereinigen, heißt die Spitze der Pyramide; Fig. 38, S. Der senkrechte Abstand der Spitze von der Grundfläche, wie SC, ist die Höhe der Pyramide. Fällt der Perpendikel von der Spitze auf den Mittelpunkt der Basis, so ist die Pyramide gerade, wie Fig. 38; fällt er außerhalb der Mitte, oder gar außerhalb der Grundfläche, so ist die Pyramide schief.

Ein Kegel, Conus, Fig. 40, ist ein Körper, der von einem Kreise als Grundfläche und einer krummen Seitenfläche eingeschlossen ist, die in einem einzigen Punkt ausläuft, der die Spitze des Kegels heißt, und von wo sich nach jedem Punkte der Peripherie gerade Linien ziehen lassen, die ganz in die Oberfläche fallen. 18

Der senkrechte Abstand der Spitze von der Grundfläche ist die Höhe des Kegels; der Perpendikel von der Spitze auf den Mittelpunkt der Grundfläche ist die Axe. Steht die Axe senkrecht auf der Grundfläche, so heißt der Kegel ein gerader; steht sie geneigt, so heißt er ein schiefer.

Digitized by Google

Durchschneidet man den Kegel mit einer durch die Axe gelegten Ebene, so ist der Durchschnitt ein Dreieck; die Seitenlinien eines solchen Dreiecks heißen die Seiten des Kegels. Der gerade Kegel heißt nach diesen Seiten gleichseitig; der schiefe ungleichseitig. Je nach der Beschaffenheit des Winkels, den die Seiten an der Spitze einschließen, heißt der Kegel rechtwinklig, stumpfwinklig, spitzwinklig (vergl. S. 1196, Nr. 1, und Tafel XXX Fig. 13).

Die Entstehung eines geraden Kegels kann man sich durch Umdrehung eines rechtwinkligen Dreiecks um eine seiner Katheten denken; diese Kathete wird dann die Axe des Kegels.

19 Eine Kugel, Sphaera oder Globus, ist ein Körper, welcher von einer einzigen krummen Fläche begrenzt wird, deren sämmtliche Punkte gleich weit von einem bestimmten innerhalb des körperlichen Raumes liegenden Punkte, dem Mittelpunkte, entfernt sind. Vom Mittelpunkte nach der Oberfläche gehen die Radien oder Halbmesser der Kugel. Eine gerade Linie von einem Punkte der Oberfläche durch den Mittelpunkt bis zur entgegengesetzten Seite der Oberfläche ist ein Diameter oder Durchmesser der Kugel. Ein Durchmesser, um den sich die Kugel dreht, ist ihre Axe.

Man kann sich die Entstehung der Kugel durch Umdrehung eines Halbkreises um seinen Diameter erklären.

Viele von den Eigenschaften der Kugel finden sich S. 1216 — 1224, und S. 1374 — 1377 erklärt und angewendet; die übrigen werden tiefer unten gezeigt.

20 Kegel, Kugel und Cylinder werden vorzugsweise unter dem Namen der drei runden Körper zusammengefaßt. Nimmt man die Höhe des Kegels gleich dem Durchmesser der Kugel und gleich der Höhe des Cylinders; und nimmt man ferner die Grundfläche des Kegels gleich einem größten Kreise der Kugel und gleich der Grundfläche des Cylinders, so verhalten sich die körperlichen Räume dieser drei Körper wie 1, 2 und 3 (vergl. S. 1223).

21 Denkt man sich, Fig. 41, das Segment eines Kreises um seine Chorde AB drehend, so entsteht eine kreisartige Spindel, Fusus circularis.

22 Denkt man sich eine Ellipse um eine ihrer Axen drehend, so entsteht ein Ellipsoid oder elliptisches Sphäroid, Fig. 42. Es macht natürlich einen Unterschied aus, ob sich die Ellipse dabei um ihre große oder um ihre kleine Axe dreht. Geschieht die Drehung um die große Axe, und denkt man sich diese dabei perpendikulär stehend, so bildet die kleine Axe den Durchmesser des größten horizontalen Durchschnitts. Solch ein Sphäroid wird der Spindel ähnlich; nur werden die beiden Enden nicht so spitz. Ein solches Ellipsoid heißt ein prolates, oder an den Polen erhobenes.

Geschieht dagegen die Drehung um die kleine Axe, und denkt man sich diese dabei perpendikulär stehend, so bildet die große Axe den Durchmesser des größten horizontalen Durchschnitts. Solch ein Sphäroid heißt ein oblates oder an den Polen flachgedrücktes Ellipsoid, wie z. B. die Erde durch die Centrifugalkraft ihrer Aequatorialmassen ein solches darstellt.

Digitized by Google

Konoiden sind solche Körper, welche aus der Umdrehung einer Parabel 23
oder einer Hyperbel entstehen, und werden darnach in paraboliſche und hyperboliſche Konoiden eingetheilt; Fig. 43 ist ein paraboliſches Konoid. Man nennt die Konoiden zuweilen auch Sphäroiden, welcher Name kugelähnliche Körper bedeutet, und unterscheidet sie, wie vorher gesagt, durch paraboliſch und hyperboliſch.

Wenn man von einem der drei Kegelschnitte durch eine doppelte Ordi- 24
nate ein Segment abschneidet, und dieses um die doppelte Ordinate drehen läßt, so entsteht eine konoidiſche Spindel, und zwar je nach dem Kegelschnitte, zu dem das Segment gehört, elliptiſche oder paraboliſche, oder hyperboliſche.

Durchschneidet man eine Pyramide, oder einen Kegel, oder ein Sphäroid, 25
oder einen ähnlichen Körper mit einer der Grundfläche parallelen Ebene, so heißt der Theil von dem Durchschnitte bis zur Spitze das Segment, und der Theil vom Durchschnitte bis zur Grundfläche der Stumpf, Frustum; diesen letzteren Theil bezeichnet man auch gewöhnlich durch den betreffenden Körpernamen: z. B. abgestumpfter Kegel, abgestumpfte Pyramide und dgl.

§. 263. Von dem Würfel und dem Kubikmaaße.

Da die Seitenflächen des Würfels Quadrate, also alle Kantenlinien, oder 1
wie sie auch genannt werden, Seiten einander gleich sind, so dehnt er sich nach allen drei Dimensionen des Raumes gleichmäßig aus, d. h. seine Länge Breite und Höhe sind einander gleich. Dieser Gleichmäßigkeit wegen hat man ihn zur Ausmeßung der Körper gewählt, d. h. die Größe der Körper und Volumina wird in Kubikmaaß angegeben (vergl. S. 432 N. 9). Man muß natürlich in jedem einzelnen Falle diejenige Länge angeben, welche als Einheit gelten, oder die Größe der Seite des Würfels sein soll, mit welchem man den zu messenden Körper vergleichen will, d. h. von welchem man angeben will, wie vielmal er in dem Körper enthalten sei, wenn der letztere größer ist; oder wie vielmal der Körper in ihm enthalten sei, wenn der Körper kleiner als der maaßgebende Würfel ist. Soll also z. B. die Einheit ein Zoll sein, so ist das entsprechende Körpermaaß ein Kubikzoll, und der Körper wird ein Vielfaches oder einen Theil des Kubikzolls enthalten; für größere Körper wird ein Kubikfuß, oder ein Kubikklafter, oder eine Kubikmeile das Maaß sein können.

Aufgabe. 2

Ein rechtwinkliges Parallelepipedum zu messen.

Man sieht, wie vielmal die Seite des maaßgebenden Würfels in der Länge, wie vielmal in der Breite und wie vielmal in der Höhe enthalten sei, und multipizirt die gefundenen drei Zahlen mit einander; das Produkt ist das Kubikmaaß des Parallelepipedums, oder die Anzahl der darin enthaltenen maaßgebenden Würfel.

Es sei Fig. 44 die Länge AB = 4 Fuß; die Breite AC = 2 Fuß, und

Digitized by Google

die Höhe AD = 3 Fuß; alsdann hat man den ganzen körperlichen Inhalt K = 4 · 2 · 3 = 24 Kubikfuß.

3 Ist der zu messende Körper kein rechtwinkliges Parallelepipedum, oder gar kein Parallelepipedum, sondern ein dreiseitiges oder vierseitiges, oder mehrseitiges Prisma, so sucht man erst den Inhalt der Grundfläche (vergl. S. 698) im Quadratmaaß, und multiplizirt diesen Inhalt mit der Höhe; das Produkt ist der gesuchte Kubikinhalt. Sowohl das Längenmaaß der Höhe, als auch das Quadratmaaß der Grundfläche muß durch die Seite des maaßgebenden Würfels angegeben sein.

Es sei P der körperliche Inhalt des Prismas; G seine Grundfläche; H seine Höhe; es sei C der körperliche Inhalt des Würfels; g seine Grundfläche; h seine Höhe, so hat man: $P : C = G \cdot H : g \cdot h$.

Nimmt man an G = mg, d. h. daß die Grundfläche des Prismas m Grundflächen des Würfels, oder m Quadrate der Würfelseite enthält; ferner, daß H = nh, d. h. daß die Höhe des Prismas n Würfelseiten beträgt, so hat man:

$$G : g = m\,1$$
$$H : h = n\,1$$
$$\text{also} \qquad P : C = mn : 1; \text{ oder } P = mnC.$$

Da bei solchen Messungen nur die Seite des Würfels bekannt zu sein braucht, so versteht es sich von selbst, daß nur ein Längenmaaß, oder ein gewöhnlicher gleichtheiliger Maaßstab dazu erforderlich ist.

4 Ist das zu messende Prisma selbst wieder ein Würfel, bezeichnet durch K, so verhält sich seine Grundfläche G zur Grundfläche g des maaßgebenden Würfels C, wie das Quadrat der Seite S des Würfels K zum Quadrat der Seite s des Würfels C; daher:

$$G : g = S^2 : s^2$$
$$\text{Es sind die Höhen} \qquad H : h = S : s$$
$$\text{daher} \qquad K : C = S^3 : s^3.$$

Im Allgemeinen verhalten sich also zwei Würfel zu einander wie die arithmetischen Würfel, oder dritten Potenzen (vergl. S. 430 Nr. 5).

Bei der Verwandlung irgend einer Anzahl Kubikmaaße einer Art in Kubikmaaße einer andern Art muß man das Verhältniß solcher Maaße durch die dritten Potenzen derjenigen Zahlen ausdrücken, welche das Verhältniß ihrer Seiten angeben. Verhält sich z. B. der Pariser Fuß zum Rheinländischen, wie m : n, so sind x Pariser Kubikfuß $= \frac{m^3}{n^3}$. x Rheinländische Kubikfuß.

Enthält also die Seite eines Würfels m Längenmaaße der kleinern Art, so enthält der ganze Würfel m^3 Kubikmaaße der kleinern Art. Weil z. B. 1 Fuß = 12 Zoll ist, so ist ein Kubikfuß = 12^3 = 1728 Kubikzoll.

5 Aehnliche Prismen sind Prismen, deren Grundflächen ähnliche Figuren sind; deren Seitenflächen gegen die Grundflächen einerlei Neigung haben, und deren Höhen sich wie die gleichnamigen Seiten der Grundflächen verhalten. Bei Würfeln sind alle diese Bedingungen erfüllt; daher sind alle Würfel ähnliche Prismen.

Digitized by Google

Soll ein Würfel so in einer Kugel enthalten sein, daß alle seine 6
Spitzen in der Oberfläche derselben liegen, so ist ein Drittel vom Quadrate des Kugeldurchmessers gleich dem Quadrate der Würfelseite.

Es sei Fig. 45 der in der Kugel enthaltene oder eingeschriebene Würfel; AB eine Diagonale desselben, alsdann ist diese Linie zugleich ein Durchmesser der Kugel; DB eine Diagonale einer Seitenfläche; AD, DC, CB sind Flächenseiten, oder kurz genannt, Seiten des Würfels.

Im rechtwinkligen Dreiecke ADB ist $AB^2 = AD^2 + DB^2$; oder wenn man jede Diagonale des Würfels wie $AB = f$; jede Flächendiagonale wie $DB = g$, und jede Flächenseite wie $AD = h$ setzt:

$$f^2 = h^2 + g^2$$

Im rechtwinkligen Dreiecke DCB ist aber $DB^2 = CD^2 + CB^2$, oder:

$$g^2 = 2 \cdot h^2;$$

daher $$f^2 = 3 \cdot h^2; \text{ oder } \frac{f^2}{3} = h^2$$

es ist also das Quadrat der Würfelseite gleich einem Drittel des Quadrats des Kugeldurchmessers.

Aufgabe.

Einen Würfel in eine Kugel einzuschreiben. 7

Auflösung.

Es sei Fig. 46, AB der Durchmesser der Kugel; man beschreibt über AB einen Halbkreis, und theilt AB in drei gleiche Theile, so daß $AD = 2\,BD$; darauf zieht man CD senkrecht auf AB, und außerdem CB; alsdann ist CB die Flächenseite des Würfels.

Beweis.

Man setzt $DB = c$, und $CB = d$; alsdann ist $AB = 3\,c$, und außerdem (vergl. S. 684 Nr. 12) $AB : BC = BC : DB$; oder

$$3\,c : d = d : c; \text{ daher } 3\,c^2 = d^2$$

Es ist ferner $AB^2 = 9\,c^2 = 3 \cdot (3\,c^2) = 3 \cdot CB^2$; da nun AB der Kugeldurchmesser, so ist nach dem vorigen Satze CB die Flächenseite des Würfels.

Wenn man eine Flächenseite des in der Kugel enthaltenen Würfels hin- 8
reichend nach allen Seiten verlängert, so schneidet sie (S. 1224 Nr. 7) ein Kugelsegment oder eine Kugelmütze ab, deren Rand ein um die Flächenseite des Würfels umschriebener Kreis ist.

Der Durchmesser dieses umschriebenen Kreises ist die Chorde CA in Fig. 46; oder wenn man CA in E halbirt, so ist $CE = EA$ der Halbmesser des umschriebenen Kreises.

Beweis.

Es ist in Fig. 45 DB die Diagonale der Seitenfläche, also zugleich der Durchmesser des umschriebenen Kreises. Es ist aber (in Fig. 45):

$$DB^2 = AB^2 - AD^2$$

d. h. das Quadrat vom Durchmesser des umschriebenen Kreises ist gleich dem Quadrate des Kugeldurchmessers weniger dem Quadrate der Flächenseite des Würfels.

Digitized by Google

In Fig. 46 ist $AC^2 = AB^2 - CB^2$; es ist aber CB, wie in Nr. 7 gefunden, die Flächenseite des Würfels, und AB ist der Kugeldurchmesser; daher ist AC der Durchmesser des umschriebenen Kreises.

9 Will man auf einer wirklichen Kugel den umschriebenen Kreis mit einem Zirkel verzeichnen, so findet man die Zirkelöffnung in folgender Weise (vergl. S. 1382): Man halbirt AC in E, und zieht EF senkrecht darauf; darauf zieht man die Chorde AF; diese ist alsdann die Zirkelöffnung, mit welcher man von dem auf der Oberfläche der Kugel liegenden Punkte aus den Kreis ebenfalls auf der Kugeloberfläche ziehen kann, welcher der umschriebene für eine Flächenseite des in der Kugel enthaltenen Würfels ist. Diese Zirkelöffnung heißt bei den regelmäßigen Körpern die Entfernung vom Pol, und der Punkt F der Pol.

10 Bei dem Würfel, wie bei den übrigen regelmäßigen Körpern, welche in eine Kugel eingeschrieben werden können, sind folgende eilf Stücke zu bestimmen:

1. Die Anzahl der Flächen; diese ist beim Würfel = 6;

2. Die Anzahl der Flächenseiten, oder gewöhnlich sogenannten Seiten oder Kanten; diese ist beim Würfel = 12; denn, Fig. 45, die obere horizontale Fläche hat deren 4: AE, EF, FG, GA; die untere ebenfalls 4: BC, CD, DH, HB; endlich stehen noch die 4 Kanten der perpendikulären Flächen wie Stützen zwischen den beiden horizontalen, nämlich AD, EC, FB, GH.

3. Die Anzahl der ebenen Winkel; diese ist bei dem Würfel = 24; es vereinigen sich nämlich in jeder der acht Ecken A, E, F, G, D, C, B, H drei rechte Winkel.

4. Die Anzahl der körperlichen Winkel, oder Spitzen, oder Ecken des regelmäßigen Körpers, welche in der Oberfläche der Kugel liegen; diese ist bei dem Würfel = 8; denn es sind die eben genannten Vereinigungspunkte der ebenen Winkel.

5. Die Neigung oder der Neigungswinkel zwischen den Flächen; diese ist bei dem Würfel = 90°; denn alle Flächen stehen senkrecht auf einander.

6. Der Halbmesser der Kugel; dieser wird für die fünf regelmäßigen Körper (S. 1828 Nr. 5) als die maaßgebende Einheit betrachtet; also auch bei dem Würfel = 1 gesetzt. Die noch übrigen fünf Bestimmungsstücke sind als Vielfache, oder Theile des Kugelhalbmessers 1 angegeben. Ist dieser nicht 1, sondern irgend eine andere Größe = a, so müssen die drei Liniengrößen, d. h. die Flächenseite des Körpers, der Halbmesser des umschriebenen Kreises und die Entfernung vom Pole mit a mutiplizirt werden; die Oberfläche des Körpers aber mit a^2, und der körperliche Inhalt mit a^3.

7. Die Flächenseite oder Seite des Körpers; diese ist (wenn der Kugelhalbmesser 1 ist) für die Würfel = 1,1547.

Es ist nämlich, wenn f den Kugeldurchmesser, h die Seite des Würfels bezeichnet (nach S. 1833 Nr. 6): $f^2 = 3 . h^2$; setzt man nun f = 2, d. h. gleich dem doppelten Halbmesser 1, so hat man:

$$4 = 3 . h^2; \text{ oder } \frac{4}{3} = h^2; \text{ also } h = \sqrt{1{,}3333} = 1{,}15468.$$

Digitized by Google

8. Der Halbmeſſer des umſchriebenen Kreiſes um die Fläche des Körpers; dieſer iſt bei dem Würfel = 0,8165.

Es iſt nämlich (nach S. 1833 Nr. 8) der Durchmeſſer des umſchriebenen Kreiſes, bezeichnet mit d, und der Durchmeſſer der Kugel = 2, und die Seite des Würfels = 1,1547.

$$d^2 = 4 - 1{,}3333 = 2{,}6667\text{; alſo } d = \sqrt{2{,}6667} = 1{,}6330;$$

alſo die Hälfte oder der Halbmeſſer = 0,8165.

9. Die Entfernung vom Pole; unter Pol iſt derjenige Punkt der Kugeloberfläche verſtanden, in welchen man die eine Zirkelſpitze ſetzen muß, um mit der andern ebenfalls auf der Oberfläche der Kugel den um die Fläche umſchriebenen Kreis zu ziehen; die Entfernung vom Pole heißt die Zirkelöffnung bei dieſer Kreisbeſchreibung (S. 1834 Nr. 9); alſo Fig. 46 iſt F der Pol und AF die Entfernung vom Pol.

Um den Werth von AF für den Würfel zu finden, verlängert man dieſe Linie bis zum Mittelpunkte der Kugel M, alsdann iſt MF = 1, d. h. Radius der Kugel; ferner zieht man noch den Radius MC; man hat alsdann die beiden rechtwinkligen Dreiecke EMC und AEF.

In dem Dreieck EMC hat man $EM^2 = MC^2 - EC^2$; alſo, da eben gefunden AE = EC = 0,8165, und $EC^2 = 0{,}66667 = AE^2$;

$$EM = \sqrt{(1 - 0{,}66667)} = \sqrt{0{,}3333} = 0{,}57732.$$

Da nun EF = MF − EM, ſo iſt EF = 1 − 0,57732 = 0,42268; alſo EF^2 = 0,17866.

In dem Dreieck AEF hat man $AF^2 = AE^2 + EF^2$; alſo

$$AF = \sqrt{0{,}66667 + 0{,}17866)} = \sqrt{0{,}84533} = 0{,}91942.$$

10. Die ganze Oberfläche des Körpers; dieſe iſt bei dem Würfel die Summe der ſechs Quadrate, welche ihn einſchließen; die Seite jedes Quadrats iſt = 1,15468; alſo jedes Quadrat = 1,3333; daher die ganze Oberfläche = 6 . (1,3333) = 7,9999, oder = 8 ſolche Quadrate, deren Seite gleich dem Halbmeſſer der Kugel iſt.

11. Der körperliche Inhalt des Körpers, oder ſein Volumen iſt bei dem Würfel das Produkt eines Quadrats mit einer Seite; alſo (1,3333) . (1,15468) = 1,53954 ſolcher Würfel, deren Seite gleich dem Halbmeſſer der Kugel iſt.

Es ſei Fig. 47 zuerſt der Würfel Nr. 1 gegeben, deſſen Seite AB = a iſt; darauf nehme jede Seite um das Stück BI = b zu; es wächst alsdann die Seite AE in der zweiten Dimenſion um das Stück EΘ = b, und die Seite AC in der dritten Dimenſion um das Stück CN = b. 11

Um nun den körperlichen Inhalt des aus der vergrößerten Seite AI = a + b zu finden, hat man das Binomium a + b zur dritten Potenz zu erheben (S. 445 Nr. 8). Bezeichnet man den körperlichen Inhalt des vergrößerten Würfels mit K, ſo iſt:

$$K = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Sucht man die einzelnen von dieſen acht Stücken in Figur 47 auf, ſo iſt

Digitized by Google

Nr. I $= a^3$, in der totalen Figur Nr. IX an der linken Seite der hintern Hälfte aufzufinden.

Nr. II, III und IV ſind $= 3\,a^2\,b$; jedes einzelne $= a^2\,b$, denn die Quadratfläche iſt $= a^2$, und die Höhe $= b$; die Buchſtaben an den einzelnen Nummern machen es leicht, dieſelben in Nr. IX wieder zu finden.

Nr. V, VI und VII ſind $= 3\,a\,b^2$; jedes einzelne $= ab^2$; denn die Quadratfläche iſt $= b^2$, und die Höhe $= a$; man findet ebenfalls mit Hülfe der Buchſtaben die einzelnen Stücke in Nr. IX wieder.

Nr. VIII iſt $= b^3$, da es ebenfalls ein Würfel mit der Seite $= b$ iſt; in Nr. IX befindet ſich derſelbe rechts unten am vordern Theile.

Der ganze vergrößerte Würfel beſteht alſo aus zwei Würfeln und ſechs parallelepipediſchen Prismen.

12 Setzt man die Seite $a = x$, und die Zunahme als unendlich klein, oder $b = dx$, alſo gleich dem Differential von x, ſo werden von dem vollſtändigen vergrößerten Würfel

$$(x + dx)^3 = x^3 + 3\,x^2\,dx + 3\,x\,dx^2 + dx^3$$

die beiden letzten Glieder fortfallen, da ſie höhere Potenzen von dx enthalten, welche bei der erſten Differentiation unbeachtet bleiben (vergl. S. 1091 Nr. 4); nimmt man alſo nur $x^3 + 3\,x^2\,dx$, ſo beträgt die ganze Zunahme nur $3\,x^2\,dx$, wie es nach den Regeln der Potenzdifferentiation (S. 1115 Nr. 8) ſein muß.

§. 261. Von der Ausmeſſung der verſchiedenen Prismen.

1 Aehnlichgleiche Körper ſind, weil ſie von ähnlichgleichen Flächen eingeſchloſſen werden, auch an körperlichem Inhalte gleich; da man demnach einen Körper ganz an die Stelle ſeines ähnlichgleichen ſetzen kann, ſo iſt es dasſelbe, als wäre ein und derſelbe Körper an verſchiedenen Oertern aufgeſtellt, und man nennt ſolche Körper deshalb auch identiſche.

2 Wenn zwei Körper alle ihre Flächen, mit Ausnahme einer einzigen unbekannten, ähnlichgleich haben; ſo muß auch dieſe letzte in beiden ähnlichgleich ſein, und die Körper ſind vollkommen gleich.

Wenn nämlich der eine Körper an die Stelle des andern geſetzt wird, ſo fallen die Grenzen aller Flächen, alſo auch der letzten, auf einander; daher auch die Flächen ſelbſt, weil Ebenen, deren Grenzen ſich decken, ſich auch einander ſelbſt decken müſſen.

3 Wennn ein Prisma parallel mit der Grundfläche durchſchnitten wird, ſo iſt der Durchſchnitt der Grundfläche gleich.

Beweis.

Es ſei das Prisma ACE, Fig. 33 in abc parallel mit der Grundfläche durchſchnitten, alsdann iſt ab parallel AB (vergl. S. 1815 Nr. 37); alſo auch als Parallellinien zwiſchen Parallellinien ab = AB (vergl. S. 678 Nr. 21).

Eben ſo zeigt ſich bc = BC und ca = CA; daher iſt auch (S. 1816 Nr. 42) $\angle$ abc = $\angle$ ABC; $\angle$ bac = $\angle$ BAC, und $\angle$ acb = $\angle$ ACB; es iſt alſo auch der Durchſchnitt abc = dem Durchſchnitt ABC.

Digitized by Google

In jedem Prisma iſt die Summe der Neigungswinkel der Seitenflächen gegen einander gleich der Summe der Winkel der Grundfläche. 4

Beweis.

Im geraden Prisma ſtehen die Seitenflächen auf der Grundfläche ſenkrecht; alſo ſteht auch die Durchſchnittslinie, je zweier ſolcher Flächen auf der Grundfläche ſenkrecht, alſo auch auf den beiden Schenkeln des betreffenden Winkels in der Grundfläche ſenkrecht; dieſe bilden alſo auch zugleich die Schenkel des Neigungswinkels der beiden Ebenen; die Summe beider Arten von Winkeln iſt alſo gleich.

Im ſchiefen Prisma kann man ſtets eine Durchſchnittsebene ſo legen, daß ſie ſenkrecht auf der Seitenfläche ſteht, wie in Fig. 35 die Ebene AB, ohne daß ſich die Neigungswinkel gegen einander ändern; alsdann gilt für dieſe Durchſchnittsebene und jeden Theil des durchſchnittenen Prismas daſſelbe, wie für ein gerades Prisma; denn die Figur der Durchſchnittsebene hat eben ſo viele Seitenlinien, alſo auch eben ſo viele Winkel, als die Grundfläche.

In einem Prisma von n Seiten iſt die Summe der Neigungswinkel der Seitenflächen = (2 n — 4) rechte Winkel. 5

Beweis.

Die Seitenzahl eines Prismas hängt von der Seitenzahl der Grundfläche ab. In jedem Polygon, z. B. Fig. 48 in dem Fünfecke ABCDE kann man von jeder Winkelſpitze nach einem beliebigen Punkte M innerhalb des Fünfecks eine gerade Linie ziehen; es entſtehen alsdann fünf geradlinige Dreiecke; da die Summe der Winkel in einem jeden = 2 Rechten, ſo iſt die Totalſumme aller Winkel in den fünf Dreiecken zuſammen = 2 . 5 = 10 Rechten. Macht man M zum Mittelpunkt eines Kreiſes, ſo ſieht man ſogleich, daß alle Winkel rund um den Punkt M zuſammen = 4 Rechten ſind; dieſe 4 Rechten muß man von der Totalſumme abziehen, um die Summe der übrigen Winkel an den Grundlinien zu erhalten; denn dieſe übrigen machen die Summe der Winkel in der Grundfläche aus; alſo in dem Fünfecke hat man (10 — 4) = 6 Rechte; und das iſt auch die Summe der Neigungswinkel der Seitenflächen in einem fünfſeitigen Prisma.

In jedem Prisma iſt die Summe der Neigungswinkel, welche beide Grundflächen mit den Seitenflächen bilden = 2 n Rechten, wovon n die Zahl ſeiner Seitenflächen iſt. 6

Beweis.

Es ſeien Fig. 49 ACE und DBF Theile der parallelen Grundflächen, und ACDB eine der Seitenflächen; man kann nun eine vierte Ebene mp ſo legen, daß ſie auf allen drei vorigen ſenkrecht ſteht. Die Durchſchnittslinien mit dieſen drei Ebenen, nämlich mn, mo und op bilden ſowohl die beiden Neigungswinkel zwiſchen der Seitenfläche AD und den beiden Grundflächen AE und DF, als auch die innern Winkel zweier von einer dritten Linie geſchnittenen Parallellinien (S. 632 Nr. 28). Die Neigungswinkel einer Seitenfläche mit den

Digitized by Google

beiden Grundflächen sind also = 2 Rechten; daher geben n Seitenflächen 2 n Rechte als die Summe der Neigungswinkel zwischen Seiten- und Grundflächen.

7 Körper von gleichen Grundflächen und gleicher Höhe sind einander gleich, wenn ihre den Grundflächen parallelen Durchschnitte in gleicher Höhe genommen, durchgehends gleich sind. Dieses ist ein Grundsatz, welcher durch sich selbst einleuchtet.

8 Prismen von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe sind einander gleich.

Beweis.

Jeder Durchschnitt eines Prismas, welcher der Grundfläche parallel geht, ist ihr auch gleich (S. 1836 Nr. 3); sind nun Grundflächen und Höhen zweier Prismen gleich, so sind auch alle ihre Durchschnitte gleich, und folglich auch die Prismen selbst.

9 Ein Parallelepipedum wird durch eine Ebene, welche durch die parallelen Diagonalen der beiden Grundflächen geht, in zwei gleiche Theile getheilt.

Beweis.

Fig. 34 sei CBFG die schneidende Ebene. Die Diagonale CB halbirt die eine, die Diagonale FG die andere Grundfläche; es haben daher die beiden dreiseitigen Prismen, welche durch die schneidende Ebene entstehen, gleiche Grundflächen und gleiche Höhen, und sind einander gleich (nach dem vorhergehenden Satze).

10 Prismen von gleicher Höhe verhalten sich wie ihre Grundflächen.

Beweis.

Es sei das eine Prisma = P, seine Grundfläche = G und seine Höhe = H; das andere Prisma = p, seine Grundfläche = g und seine Höhe = H; alsdann hat man (vergl. S. 1832 Nr. 3).

$$P : p = GH : gH = G : g.$$

11 Prismen von gleicher Grundfläche verhalten sich wie ihre Höhen.

Beweis.

Es sei das eine Prisma = P, seine Grundfläche = G und seine Höhe = H; es sei das andere Prisma = p, seine Grundfläche = G, und seine Höhe = h; so hat man

$$P : p = GH : Gh = H : h.$$

12 Prismen von ungleicher Grundfläche und ungleicher Höhe verhalten sich im zusammengesetzten Verhältnisse ihrer Grundflächen und Höhen, oder wie die Produkte ihrer Grundflächen und Höhen.

Beweis.

Es sei das eine Prisma = P, seine Grundfläche = G, seine Höhe = H; es sei das andere Prisma = p, seine Grundfläche = g, seine Höhe = h; alsdann hat man nach den beiden vorhergehenden Sätzen

$$P : p = GH : gh.$$

Digitized by Google

Prismen ſind dem körperlichen Inhalte nach gleich, wenn die Produkte 13
ihrer Grundflächen und Höhen gleich ſind, d. h. wenn ihre Grundflächen ſich umgekehrt wie ihre Höhen verhalten; daher laſſen ſich unzählige Prismen von gleichem Inhalte, und gleichen Grundflächen und gleichen Höhen bilden.

Ein dreiſeitiges Prisma ABCE, Fig. 50, iſt einem andern dreiſeitigen 14
Prisma GHIL gleich, deſſen Grundfläche GHI = ABD, d. h. gleich der Hälfte der Seitenfläche ABED des erſtern, und deſſen Höhe = Cp, d. h. gleich dem ſenkrechten Abſtande der Seitenlinie CF von der gegenüberſtehenden Seitenfläche ABED iſt.

Beweis.

Um die Grundfläche ABC zu berechnen, wählt man eine Seite, AB zur Grundlinie des Dreiecks, und fällt von C aus das Perpendikel Cp auf AB; dieſes Perpendikel iſt die Höhe des Dreiecks; und ſetzt man die Seite AB = a, und Cp = d, ſo hat man (vergl. S. 699 Nr. 24) den Flächeninhalt des Dreiecks ABC, oder die Grundfläche des Prismas $ABCE = G = \frac{ad}{2}$

Läßt man ferner von einem Seitenpunkte q der obern Fläche das Perpendikel qr auf die untere Grundfläche ABC fallen, ſo iſt dieſes Perpendikel qr = H die Höhe des Prismas; demnach der körperliche Inhalt des Prismas $ABCE = \frac{ad}{2} \cdot H$.

Es mag noch beſonders bemerkt werden, daß man zur Abkürzung der Buchſtabenbezeichnung eines Prismas außer den Buchſtaben der einen Grundfläche nur einen Buchſtaben der andern parallelen Grundfläche zu nennen braucht, wie ABCE.

Man legt darauf durch das Perpendikel qr eine Ebene ſo, daß ihre Durchſchnittslinie mit der Grundfläche ABC, d. h. die Linie rs ſenkrecht auf der Linie AB ſteht; alsdann iſt auch ihre zweite Durchſchnittslinie qs mit der Seitenfläche ABED ſenkrecht auf AB (vergl. S. 1812 Nr. 20 und 21); es iſt daher qsr der Neigungswinkel der Seitenfläche ABED gegen die Grundfläche ABC, und zugleich qs die Höhe des Parallelogramms ABED. Es iſt daher das Dreieck $ADB = \frac{a \cdot qs}{2} = \frac{ABED}{2}$.

Fällt man ferner aus c das Perpendikel Ct auf die Ebene ABED, ſo kann dieſes die Höhe eines ſolchen Prismas werden, deſſen Grundfläche dem Dreiecke ABD gleich iſt.

Legt man ferner eine Ebene durch Ct, und zwar ſo, daß ihre Durchſchnittslinie tp mit der Seitenfläche ABED auf AB ſenkrecht ſteht, ſo iſt auch die Durchſchnittslinie Cp (vergl. S. 1812 Nr. 20 und 21) ſenkrecht auf AB; es iſt alſo Cp = d, d. h. gleich der Höhe des Dreiecks ABC; es iſt alſo auch der Winkel Cpt der Neigungswinkel zwiſchen beiden Ebenen ABED und ABC, oder ∠ Cpt = ∠ qsr. Demzufolge iſt Δ qrs ∞ Δ Cpt (vergl. S. 683 Nr. 8), alſo auch:

$$qs : qr = Cp : Ct.$$

oder $qs : H = d : Ct$; daher $Ct = \frac{H.d}{qs}$

Digitized by Google

Bildet man jetzt das Prisma GHIL, deſſen Grundfläche GHI = ABD, d. h. gleich der Hälfte der Seitenfläche ABED, und deſſen Höhe h = Ct, ſo hat ſein körperlicher Inhalt P folgenden Werth:

$$P = GHI \cdot h,$$

Da nun GHI = ABD; da ferner $ABD = \frac{sq \cdot a}{2}$; da endlich $h = Ct = \frac{H \cdot d}{qs}$, ſo hat man für P folgenden Werth:

$$P = \frac{qs \cdot a}{2} \cdot \frac{H \cdot d}{qs} = \frac{d \cdot a}{2} \cdot H = ABCE$$

Es zeigt ſich alſo, daß der körperliche Inhalt des Prismas P oder GHIL gleich dem körperlichen Inhalte des Prismas ABCE iſt, was zu beweiſen war.

15 Aehnliche Prismen ſind ſolche, deren Grundflächen ähnliche Figuren ſind, deren Seitenflächen gegen die Grundflächen einerlei Neigung haben, und deren Höhen ſich wie die gleichnamigen Seiten ihrer Grundflächen verhalten.

16 Aehnliche Prismen verhalten ſich wie die Würfel gleichnamiger Seiten ihrer Grundflächen.

Beweis.

Es ſei das eine Prisma = P, ſeine Grundfläche = G, eine Seite derſelben = A und ſeine Höhe = H; es ſei das andere Prisma = p, ſeine Grundfläche = g, eine homologe Seite derſelben = a, und ſeine Höhe = h; alsdann iſt (S. 1838 Nr. 12) P : p = GH : gh.

Ferner $G : g = A^2 : a^2$; es verhalten ſich nämlich ähnliche Vielecke, wie die Quadrate gleichnamiger Seiten in ihnen (wovon ſogleich der Beweis folgt).

Ferner H : h = A : a; dies folgt aus der Erklärung ähnlicher Prismen.

Aus den beiden letzten Proportionen hat man:

$$G \cdot H : g \cdot h = A^3 : a^3$$

Da nun $P : p = GH : gh$;

ſo iſt $P : p = A^3 : a^3$

Aehnliche Prismen verhalten ſich auch zu einander, wie die Würfel ihrer Höhen. Gleichnamige Seiten ſowohl, wie die Höhen ähnlicher Prismen verhalten ſich wie die Kubikwurzeln aus den Zahlen, welche das Verhältniß der Prismen ſelbſt ausdrücken.

17 In dem vorhergehenden Beweiſe iſt der Satz angewendet, daß ſich ähnliche Polygone wie die Quadrate homologer Seiten in ihnen verhalten. Der Beweis dafür iſt folgender:

Es ſei Fig. 51 Δ ABC ∞ Δ abc; fällt man in beiden Dreiecken die Perpendikel CD und cd, ſo hat man:

AB : ab = CD : cd (S. 682 Nr. 3).

Δ ABC : Δ abc = AB · CD : ab · cd (S. 697 Nr. 17),

oder nach der vorigen Proportion Δ ABC : Δ abc = $AB^2 : ab^2$.

Es verhält ſich aber AB : ab wie jede andere zwei gleichnamige Seiten; folglich verhalten ſich überhaupt beide Dreiecke, wie die Quadrate gleichnamiger Seiten.

Digitized by Google

Man kann auch mit Hülfe der erſten Proportion haben:

$$\Delta\ ABC : \Delta\ abc = CD^2 : cd^2;$$

es verhalten ſich alſo ähnliche Dreiecke wie die Quadrate ihrer Höhen.

Aus beiden vorigen Beweiſen folgt auch: daß ſich gleichnamige Seiten und auch die Höhen ähnlicher Dreiecke ſo zu einander verhalten, wie die Quadratwurzeln der Zahlen, welche das Verhältniß des Flächeninhalts der Dreiecke ausdrücken.

Es ſei Fig. 52 das Fünfeck ABCDE $\sim$ dem Fünfeck abcde; zerfällt man 18
beide auf ähnliche Art durch die Linien AC, ac, AD, ad in ähnliche Dreiecke, ſo iſt, weil $\Delta\ ABC \sim \Delta\ abc$, auch $\angle\ o = \angle\ v$, und da vorher $\angle\ C = \angle\ c$, ſo iſt auch $\angle\ x = \angle\ y$, nämlich $\angle\ C - \angle\ o = \angle\ c - \angle\ v$.

Ferner iſt $BC : AC = bc : ac$
$BC : CD = bc : cd$
daher $AC : CD = ac : cd$
folglich $\Delta\ ACD \sim \Delta\ acd$ (S. 683 Nr. 9).

Dieſe Schlußweiſe läßt ſich auf jedes Paar der auf einanderfolgenden Dreiecke in zwei ähnlichen Polygonen anwenden, und dadurch ihre Aehnlichkeit nachweiſen.

Es iſt ferner nach dem vorigen Satze:

$$\Delta\ ABC : \Delta\ abc = AC^2 : ac^2$$
$$\Delta\ ACD : \Delta\ acd = AC^2 : ac^2$$
$$\Delta\ ABC : \Delta\ abc = \Delta\ ACD : \Delta\ acd$$

Eben ſo findet man $\Delta\ ACD : \Delta\ acd = \Delta\ ADE : \Delta\ ade$

Die ähnlichen Dreiecke haben alſo das gleiche Verhältniß zu einander.

Es iſt aber nach dem vorigen Satze:

$$\Delta\ ABC : \Delta\ abc = AB^2 : ab^2$$
$$\Delta\ ACD : \Delta\ acd = AB^2 : ab^2$$
$$\Delta\ ADE : \Delta\ ade = AB^2 : ab^2$$

Alſo $\Delta\ ABC + \Delta\ ACD + \Delta\ ADE : \Delta\ abc + \Delta\ acd + \Delta\ ade = 3\ AB^2 : 3\ ab^2$
Oder: Fünfeck ABCDE: Fünfeck abcde $= AB^2 : ab^2$

Es verhalten ſich aber jede zwei andere gleichnamige Seiten eben ſo wie AB : ab, alſo auch ihre Quadrate wie $AB^2 : ab^2$; daher verhalten ſich überhaupt ähnliche Polygone wie die Quadrate gleichnamiger Seiten in ihnen.

Umgekehrt verhalten ſich gleichnamige Seiten ähnlicher Polygone wie die Quadratwurzeln aus den Zahlen, welche das Verhältniß der Polygone ſelbſt ausdrücken.

§. 265. Von der Ausmeſſung der Cylinder.

Schon oben (S. 1221) iſt gezeigt worden, daß der körperliche Inhalt 1
eines Cylinders gleich dem Produkte aus Grundfläche und Höhe iſt. Hier folgen noch einige ſtereometriſche Sätze über ihn.

Wenn ein Cylinder parallel mit der Grundfläche durchſchnitten wird, ſo iſt 2
der Durchſchnitt der Grundfläche gleich.

Digitized by Google

Es ſei Fig. 53 ABCD ein Cylinder, EF ſeine Axe, GH ein mit der Grundfläche paralleler Durchſchnitt. Legt man durch EF eine Ebene, ſo ſchneidet dieſe die krumme Oberfläche in AD und BC; es iſt ferner AD ∥ EF ∥ BC.

Es iſt ferner GH parallel AB (vergl. S. 1815 Nr. 37); folglich AF = GI, als Parallellinien zwiſchen Parallellinien (S. 678 Nr. 21), und BF = HI.

Es iſt aber AF = BF; alſo GI = HI.

Dreht man die durch die Axe gelegte Ebene um EF, ſo daß ſie z. B. die krumme Oberfläche in MN ſchneidet, ſo zeigt ſich, ähnlich wie vorher, daß FN = IO; es iſt ferner FN = AF = GI; folglich auch IO = GI.

Da nun die Lage von IO willkürlich iſt, ſo ſind alle Linien, die von I nach der Peripherie der Durchſchnittsfläche GH gehen, ſowohl unter einander, als auch der Linie AF gleich; es iſt daher die Durchſchnittsfläche ein Kreis, und dabei der Grundfläche gleich.

3 Wird ein Cylinder ſchief gegen die Grundfläche durchſchnitten, ſo iſt der Durchſchnitt eine Ellipſe. Nur bei dem ſchiefen Cylinder giebt es einen ſchiefen Durchſchnitt, den Wechſelſchnitt, Sectio subcontraria (vergl. S. 1198 Nr. 4), welcher ein Kreis iſt.

4 Ein Cylinder iſt einem Prisma gleich, welches gleiche Grundfläche und gleiche Höhe mit ihm hat.

Beim Prisma wie bei dem Cylinder ſind die mit der Grundfläche parallelen Durchſchnitte der Grundfläche gleich. Sind nun die Grundflächen beider Körper gleich, ſo ſind es auch ihre Durchſchnitte in gleicher Höhe, und daher auch die ganzen Körper (vergl. S. 1738 Nr. 7). Dieſer Gleichheit wegen gehören Cylinder und Prisma in eine und dieſelbe Klaſſe von Körpern.

5. Der körperliche Inhalt eines Cylinders C (vergl. S. 1221) hat, wenn r den Halbmeſſer der Grundfläche, h die Höhe und π das Verhältniß der Peripherie zum Durchmeſſer bedeutet, folgenden Werth:

$$C = r^2 \pi h.$$

Hieraus ergeben ſich folgende Sätze:

1. Cylinder von gleichen Grundflächen und gleichen Höhen haben gleichen Inhalt.

2. Cylinder von gleichen Grundflächen und ungleichen Höhen verhalten ſich wie ihre Höhen. Bezeichnet man die beiden Cylinder durch C und c, ihre Höhen durch H und h, und den gleichen Halbmeſſer der Grundflächen durch r, ſo hat man:

$$C = r^2 \pi H$$
$$c = r^2 \pi h$$
$$\text{alſo} \quad C : c = r^2 \pi H : r^2 \pi h = H : h.$$

3. Cylinder von gleicher Höhe und ungleichen Grundflächen verhalten ſich wie die Grundflächen, oder wie die Quadrate der Halbmeſſer oder Durchmeſſer der Grundflächen.

Es ſeien wieder C und c die Cylinder, h die gleiche Höhe, G und g die ungleichen Grundflächen, R und r die Halbmeſſer der ungleichen Grundflächen; alsdann hat man

$$C : c = G \cdot h : g \cdot h = G : g = R^2 \cdot \pi : r^2 \cdot \pi = R^2 : r^2$$

Digitized by Google

4. Cylinder von ungleichen Grundflächen und ungleichen Höhen verhalten ſich wie die Produkte der Grundflächen und Höhen; oder wie die Produkte der Höhen und der Quadrate der Halbmeſſer oder Durchmeſſer der Grundflächen:

$$C : c = G \cdot H : g \cdot h = R^2 \cdot \pi \cdot H : r^2 \cdot \pi \cdot h = R^2 H : r^2 h$$

5. Cylinder ſind einander im körperlichen Inhalte gleich, wenn die Produkte ihrer Grundflächen und Höhen gleich ſind, d. h. wenn ſich ihre Höhen umgekehrt wie die Grundflächen, oder umgekehrt wie die Quadrate der Durchmeſſer oder Halbmeſſer der Grundflächen verhalten.

Die krumme Oberfläche eines geraden Cylinders iſt einem Rektangel 6
gleich, deſſen Grundlinie der Peripherie der Grundfläche, und deſſen Höhe der Höhe des Cylinders gleich iſt.

Es kann nämlich Fig. 53 die ganze krumme Oberfläche des Cylinders in lauter ſchmale Streifen, wie DMNA getheilt werden; ein ſolcher Streifen, auf einer Ebene ausgebreitet, giebt ein Rektangel, deſſen Grundlinie gleich dem Bogen AN = DM, und deſſen Höhe gleich MN iſt. Alle übrigen Streifen haben die gleiche Höhe MN, und die Summe ihrer Grundlinien iſt gleich der Peripherie der Grundfläche. Alle Streifen mit den Seitenlinien zuſammengeſetzt, geben alſo ein einziges Rektangel, deſſen Grundlinie gleich der Grundflächenperipherie und deſſen Höhe gleich MN, d. h. gleich der Höhe des Cylinders iſt.

Bezeichnet man die krumme Oberfläche mit F, den Halbmeſſer der Grundfläche mit r, und die Höhe mit h, ſo iſt:

$$F = 2 r \pi h.$$

Multiplizirt man die Oberfläche mit dem halben Radius der Grundfläche, 7
ſo erhält man den körperlichen Inhalt des Cylinders, denn es iſt:

$$\tfrac{1}{2} r \cdot 2 r \pi h = r^2 \pi h \text{ (vergl. S. 1842 Nr. 5).}$$

Es ſei L eine mittlere Proportionallinie zwiſchen dem Durchmeſſer oder 8
doppelten Halbmeſſer der Grundfläche und der Höhe des Cylinders, ſo hat man:

$$2 r : L = L : h; \text{ alſo } L^2 = 2 r h;$$

daher auch: $2 r \pi h = L^2 \pi$.

Es iſt aber $L^2 \pi$ die Fläche eines Kreiſes, deſſen Halbmeſſer = L iſt (vergl. S. 733 Nr. 16).

Die krumme Oberfläche eines Cylinders iſt alſo einer Kreisfläche gleich, deren Halbmeſſer die mittlere Proportionallinie zwiſchen dem Durchmeſſer der Grundfläche und der Höhe des Cylinders iſt.

Die beiden Grundflächen eines geraden Cylinders zuſammengenommen, 9
verhalten ſich zur krummen Oberfläche deſſelben, wie $2 r^2 \pi : 2 r \pi h = r : h$; demnach wie der Halbmeſſer der Grundfläche zur Höhe des Cylinders.

Soll die krumme Oberfläche eines ſchiefen Cylinders beſtimmt werden, 10
ſo muß man zuerſt einen Durchſchnitt ſenkrecht auf die Axe des Cylinders machen; dieſer Durchſchnitt giebt eine Ellipſe. Rektifizirt man dieſe, ſo giebt ihr Umfang die Grundlinie eines Rechtecks, zu deſſen Höhe die Axe des Cylinders genommen werden muß; der Flächeninhalt dieſes Rektangels iſt dem

Digitized by Google

Flächeninhalte der krummen Oberfläche gleich. Man ſieht übrigens, daß dieſes Rektangel nicht durch Abwickelung der ſchiefen Oberfläche entſteht. Die Rektifikation der Ellipſe iſt S. 1208 — 1216 gezeigt worden.

11 Wenn drei gerade Cylinder gleiche Höhe haben, und der Halbmeſſer der Grundfläche des einen ſo groß iſt, als die Halbmeſſer der Grundflächen der beiden andern zuſammengenommen, ſo iſt zwar die krumme Oberfläche des erſtern den krummen Oberflächen der beiden andern zuſammgenommen gleich; dagegen ſein körperlicher Inhalt iſt größer, als der körperliche Inhalt von dieſen beiden.

Es iſt nämlich (vergl. S. 733 Nr. 15, Zuſatz 2) die Peripherie eines Kreiſes gleich der Summe der Peripherien zweier Kreiſe, wenn ſein Radius gleich der Summe der Radien der beiden andern Kreiſe iſt; da nun bei allen drei Cylindern die Höhe gleich ſein ſoll: ſo wird das Rechteck für die Oberfläche des größern Cylinders gleich der Summe der Rechtecke für die Oberflächen der beiden kleinern Cylinder ſein müſſen.

Weil aber (vergl. S. 734 Nr. 16, Zuſatz 4) der Flächeninhalt eines ſolchen Kreiſes, deſſen Radius der Summe der Radien zweier andern Kreiſe gleich iſt, größer iſt, als die Summe der Flächeninhalte der beiden Kreiſe: ſo muß auch die Grundfläche des größern Cylinders multiplizirt mit der gleichen Höhe einen größern körperlichen Inhalt geben, als die Summe der Grundflächen der beiden kleinern Cylinder multiplizirt mit der gleichen Höhe.

12 Aehnliche Cylinder ſind ſolche, deren Axen gleiche Neigung gegen die Grundflächen haben, und deren Höhen ſich wie die Halb- oder Durchmeſſer der Grundflächen verhalten.

13 Aehnliche Cylinder verhalten ſich wie die Kuben der Halb- oder Durchmeſſer ihrer Grundflächen.

Es ſeien C und c die beiden Cylinder, R und r die Halbmeſſer ihrer Grundflächen, und H und h ihre Höhen; alsdann hat man:

$$C : c = R^2 H : r^2 h \text{ (vergl. S. 1842 Nr. 5)}$$

(Nach Nr. 12) $H : h = R : r$

Alſo: $C : c = R^3 : r^3$

14 Aehnliche Cylinder verhalten ſich auch wie die Kuben ihrer Höhen.

15 Aus beiden vorhergehenden Sätzen folgt durch Umkehrung: daß ſich die Halb- oder Durchmeſſer der Grundflächen ähnlicher Cylinder, und ebenſo die Höhen derſelben, wie die Kubikwurzeln derjenigen Zahlen verhalten, welche das Verhältniß der ganzen Cylinder zu einander ausdrücken.

§. 266. Von der Ausmeſſung der Pyramiden.

1 Wenn eine Pyramide parallel mit der Grundfläche durchſchnitten wird, ſo iſt der Durchſchnitt eine der Grundfläche ähnliche Fläche.

Beweis.

Es ſei Fig. 54 die Pyramide ACE durch die Ebene ac parallel mit der Grundfläche durchſchnitten; alsdann ſind: 1) die Seiten der Durchſchnittsfläche parallel mit den Seiten der Grundfläche (vergl. S. 1815 Nr. 37); alſo AB ∥ ab;

Digitized by Google

BC ‖ bc; CD ‖ cd; DA ‖ da. 2) ∠ A = ∠ a; ∠ B = ∠ b; ∠ C = ∠ c; ∠ D = ∠ d (vergl. S. 1816 Nr. 42); 3) weil in den Dreiecken, welche die Seitenflächen bilden, Parallellinien mit den Grundlinien gezogen ſind (vergl. S. 680 Nr. 3).

$$\begin{aligned} Ea : ab &= EA : AB \\ Ea : ad &= EA : AD \\ \text{alſo} \quad ab : ad &= AB : AD \end{aligned}$$

Auf ähnliche Art läßt ſich zeigen, daß auch die übrigen Seiten, welche die gleichen Winkel einſchließen, einerlei Verhältniß haben; daher die Grundfläche AC ∞ der Durchſchnittsfläche ac.

Da die Durchſchnittsfläche ac in jeder beliebigen Höhe genommen werden kann, ſo ſind alle mit der Grundfläche parallel gehenden Durchſchnitte einander ähnlich.

Man kann ferner die Grundfläche als einen Durchſchnitt einer nach unten weiter fortgehenden Pyramide, und jeden Durchſchnitt als Grundfläche der darüber liegenden Pyramide betrachten.

Die Seite der Grundfläche einer Pyramide verhält ſich zur gleichnamigen 2
Seite eines parallelen Durchſchnitts, wie die Höhe der Pyramide zum Abſtand des Durchſchnitts von der Spitze.

Beweis.

Es ſei Fig. 55 der Durchſchnitt abc ‖ der Grundfläche ABC, und DE ein Perpendikel von der Spitze D auf die Grundfläche. Die durch den Perpendikel gelegte Ebene DEA ſchneidet die Grundfläche in AE, und den parallelen Durchſchnitt in ae; es iſt daher AE ‖ ae vergl. S. 1815 Nr. 37), und ferner:

$$\begin{aligned} &DA : DE = Da : De \\ \text{Es iſt ferner} \quad &DA : AC = Da : ac \\ \text{alſo} \quad &DE : AC = De : ac \\ \text{oder} \quad &DE : De = AC : ac \end{aligned}$$

Da ſich jede andere Seite der Grundfläche zur gleichnamigen Seite des parallelen Durchſchnitts eben ſo verhält wie AC : ac, und da ferner DE die Höhe der Pyramide, und De der Abſtand des Durchſchnitts von der Spitze iſt, ſo verhalten ſich überhaupt gleichnamige Seiten der Grundfläche und eines Durchſchnitts, wie die Höhe der Pyramide zum Abſtande der Durchſchnittsfläche von der Spitze.

Die gleichnamigen Seiten verſchiedener Durchſchnitte, ſo bald dieſelben 3
parallel mit der Grundfläche gehen, verhalten ſich wie die Abſtände der Durchſchnitte von der Spitze, weil der untere Durchſchnitt wie eine Grundfläche, und ſein Abſtand wie die Höhe angeſehen werden kann.

Die Durchſchnitte ſelbſt verhalten ſich wie die Quadrate ihrer Abſtände 4
von der Spitze, da ſich ähnliche Polygone (vergl. S. 1840 Nr. 17) wie die Quadrate ihrer homologen Seiten, und dieſe wie die Abſtände von der Spitze verhalten.

Digitized by Google

5 Pyramiden von gleichen Grundflächen und gleichen Höhen ſind einander gleich.

Beweis.

Es ſeien zwei Pyramiden P und Π, ihre Grundflächen $= G$ und ihre Höhen $= H$; man durchſchneide beide Pyramiden im einerlei Abſtande von der Spitze $= h$, und bezeichne beide Durchſchnitte mit D und Δ; alsdann iſt nach den vorigen Sätzen:

$$G : D = H^2 : h^2$$
$$G : \Delta = H^2 : h^2$$
$$\text{alſo} \quad G : D = G : \Delta$$

daher $GD = G\Delta$, oder $D = \Delta$; und daher (vergl. S. 1838 Nr. 7) $P = \Pi$

6 Eine dreiſeitige Pyramide iſt der dritte Theil eines dreiſeitigen Prismas von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe.

Beweis.

Es ſei Fig. 56 ABCDEF ein dreiſeitiges Prisma. Auf den drei Parallelogrammen, welche die Seitenflächen bilden, ziehe man die Diagonalen AD, BD und BE; darauf ſchneide man das Prisma zuerſt von dem Eckpunkte D nach der Grundflächenſeite AB hin, ſo bildet die Schnittfläche oder das Dreieck DAB die eine Seitenfläche der Pyramide, deren Spitze in D liegt, und deren Grundfläche das Dreieck ABC iſt, und welche demnach dieſelbe Höhe wie das Prisma hat.

Dieſe Pyramide iſt nun der dritte Theil des Prismas.

Wenn man nämlich das Prisma noch einmal von dem Eckpunkte B nach der Grundflächenſeite DE hin, alſo mit der Durchſchnittsfläche oder dem Dreiecke BDE ſchneidet, ſo entſtehen zwei neue Pyramiden.

Die eine davon hat AED zur Grundfläche, und die Spitze in B; die andere hat EFB zur Grundfläche und die Spitze in D.

Nimmt man in der Pyramide ACBD die Fläche ADC zur Grundfläche, ſo iſt die Pyramide AEDB = Pyramide ACBD, weil die Grundfläche AED = der Grundfläche ACD; da beide Hälften des Parallelogramms oder der Seitenfläche des Prismas ACDE ſind; und weil ferner beide Spitzen in B zuſammentreffen, weshalb ihre Höhe gleich iſt.

Nimmt man in der Pyramide EABD die Fläche EAB zur Grundfläche, und D zur Spitze, ſo iſt die Pyramide EABD = der Pyramide BEFD, weil die Grundfläche EAB = der Grundfläche EFB, als Hälften des Parallelogramms ABFE; und weil die gemeinſchaftliche Spitze in D eine gleiche Höhe giebt.

Pyramiden von gleichen Grundflächen und gleichen Höhen ſind aber einander gleich.

Da alſo die drei Pyramiden einander gleich ſind, ſo iſt eine jede ein Drittel des dreiſeitigen Prismas.

Genau genommen, haben nur die beiden Pyramiden ACBD und DEFB gleiche Grundflächen und gleiche Höhe mit dem Prisma ABCDEF; dagegen die Pyramide ADEB hat zur Grundfläche ADE, und zur Höhe den ſenkrechten Abſtand der Spitze B von der Ebene ADE.

Digitized by Google

Denkt man sich nun ein Prisma, dessen Höhe derselbe Abstand der Spitze B, und dessen Grundfläche = ADE: so ist erstlich die Pyramide ADEB ein Drittel dieses Prismas, und zweitens ist dieses selbe Prisma gleich dem Prisma ABCDEF; denn (vergl. S. 1839 Nr. 14) seine Grundfläche ADE ist gleich der halben Seitenfläche ACDE, und seine Höhe ist gleich dem senkrechten Abstande der Seitenlinie FB von der gegenüberliegenden Seitenfläche ACDE.

Jedes vielseitige Prisma ist einem dreiseitigen von gleicher Höhe und Grund- 7
fläche gleich (S. 1839 Nr. 13); und jede vielseitige Pyramide ist einer dreiseitigen von gleicher Höhe und Grundfläche gleich (S. 1846 Nr. 5); daher ist *jede Pyramide dem dritten Theile eines Prismas von gleicher Grundfläche und Höhe gleich.*

Der Kubikinhalt einer Pyramide wird also gefunden, wenn man das Pro- 8
dukt ihrer Grundfläche und Höhe durch 3 dividirt. Bezeichnet man daher den körperlichen Inhalt der Pyramide durch P, die Grundfläche durch G, die Höhe durch H, so hat man:

$$P = \frac{GH}{3}$$

Pyramiden von gleichen Grundflächen verhalten sich wie ihre Höhen, und 9
Pyramiden von gleicher Höhe verhalten sich wie ihre Grundflächen.

Pyramiden von ungleichen Grundflächen und ungleicher Höhe stehen im 10
zusammengesetzten Verhältnisse ihrer Grundflächen und Höhen.

Pyramiden sind einander gleich, wenn die Produkte ihrer Höhen und 11
Grundflächen gleich sind, d. h. wenn ihre Grundflächen sich umgekehrt wie ihre Höhen verhalten.

Wenn zwei Pyramiden gleiche Grundflächen, aber ungleiche Höhen haben, 12
also selbst ungleich sind; und wenn man beide mit Flächen durchschneidet, welche den Grundflächen parallel gehen: so ist ein solcher Durchschnitt in der einen Pyramide einem Durchschnitte in der andern gleich, wenn die Abstände der Durchschnitte von den Spitzen sich wie die Höhen der Pyramiden verhalten.

Beweis.

Es sei G die gleiche Grundfläche; H die Höhe der einen, h die Höhe der andern; man denke sich in der erstern einen mit der Grundfläche parallelen Durchschnitt D, in einem Abstande von der Spitze = a; in der zweiten Pyramide einen Durchschnitt d, in einem Abstande von der Spitze = b; alsdann ist (vergl. S. 1846 Nr, 5)

$$D = \frac{a^2}{H^2} \cdot G; \text{ und } d = \frac{b^2}{h^2} \cdot G$$

Ist nun $a : b = H : h$, so ist $\frac{a}{H} = \frac{b}{h}$; also auch $\frac{a^2}{H^2} = \frac{b^2}{h^2}$; und $D = d$.

Es zeigt sich hiemit, daß man in einer kleinern Pyramide dieselben Durchschnitte erhalten kann wie in den größern, wenn beide gleiche Grundflächen haben. Es ist also zur Gleichheit zweier Körper noch nicht hinreichend, daß

Digitized by Google

beide gleiche Grundflächen und gleiche Durchſchnitte haben, ſondern die Durchſchnitte müſſen auch in gleicher Höhe genommen werden (vergl. S. 1838 Nr. 7).

13 In einer dreiſeitigen Pyramide, in welcher eine Seitenlinie ſenkrecht auf der Grundfläche ſteht, iſt der Winkel der Grundfläche am Fuße der perpendikulären Seitenlinie größer, als der Winkel in der Spitze der Pyramide, den dort die beiden andern Seitenlinien der perpendikulären gegenüber bilden; jedoch nur unter der Vorausſetzung, daß das Perpendikel, welches in der Grundfläche vom Fuße der ſenkrechten Seitenlinie ſenkrecht auf die gegenüberliegende Seite der Grundfläche gezogen wird, nicht außerhalb der Grundfläche fällt.

Beweis.

Es ſei Fig. 57 DA ſenkrecht auf ABC; und die Linie AE, ſenkrecht auf der Linie BC, fällt innerhalb der Grundfläche ABC; es iſt alſo nach dem Satze $\angle$ BAC größer als $\angle$ BDC. Man legt durch DAE eine Ebene, welche die Seitenfläche DBC in DE ſchneidet; dieſe Durchſchnittslinie DE ſteht auf der Linie BC ſenkrecht (vergl. S. 1813 Nr. 21).

In dem rechtwinkligen Dreiecke DAE iſt die Hypotenuſe DE > AE; man macht EF = AE und zieht BF; alsdann iſt Δ BEF $\cong$ Δ ABE, und daher $\angle$ BFE = $\angle$ BAE. Da nun $\angle$ BFE als der äußere Winkel des Dreiecks BFD größer als $\angle$ BDE iſt, ſo muß auch $\angle$ BAE größer als $\angle$ BDE ſein (vergl. S. 673 Nr. 6).

Zieht man die gerade Linie CF, ſo ergiebt ſich auf ähnliche Weiſe aus der Kongruenz der beiden Dreiecke AEC und EFC, daß $\angle$ EAC größer als $\angle$ EDC.

Man hat alſo

$$(\angle \text{BAE} + \angle \text{EAC}) > (\angle \text{BDE} + \angle \text{EDC})$$

oder $$\angle \text{BAC} > \angle \text{BDC}.$$

Zuſatz 1. Dieſes bleibt auch wahr, wenn das Perpendikel AE in die Seite AB fällt; denn man darf ſich nur den Winkel EAC wachſend denken, bis er dem Winkel BAC gleich geworden; und eben ſo den Winkel EDC wachſend, bis er dem Winkel BDC gleich geworden.

Zuſatz 2. Der Winkel BAC iſt gleich dem Neigungswinkel der Seitenflächen DAB und DAC (vergl. S. 1810 Nr. 8).

Zuſatz 3. Errichtet man aus irgend einem Punkte der Linie BD in der Ebene ABD ein Perpendikel auf BD, ſo muß dieſes wegen des ſpitzen Winkels bei B gegen AB konvergiren; eben ſo muß ein ſolches Perpendikel in der Ebene DBC gegen BC konvergiren; ferner muß ein Perpendikel aus einem Punkte der Linie CD in der Ebene DAC gegen AC, und in der Ebene DBC gegen BC konvergiren.

14 In einer dreiſeitigen Pyramide, wie ſie im vorigen Satze angenommen worden, iſt der Neigungswinkel der Seitenflächen DAB und DBC größer als der Winkel ABC der Grundfläche.

Beweis.

Man errichtet, Fig. 58, aus irgend einem Punkte o der Seitenlinie BD ein Perpendikel om in der Ebene DAB und zwar ſenkrecht auf BD, welches die Linie AB,

Digitized by Google

oder ihre Verlängerung treffen muß (vergl. Zuſatz 3 des vorhergehenden Satzes); man zieht ferner in der Ebene DBC das Perpendikel on ſenkrecht auf BD; alsdann iſt mon der Neigungswinkel der beiden Ebenen DAB und DBC.

Legt man ferner eine Ebene durch mon, ſo kann mon B als eine Pyramide angeſehen werden, deren Grundfläche mon und deren Spitze B iſt, und deren Seitenflächen moB und noB ſenkrecht auf der Grundfläche mon ſtehen.

Die Ebene DAB ſteht ſowohl auf der Ebene ABC, als auf der Fläche mon ſenkrecht; dieſe beiden letztern Ebenen ſchneiden ſich in der Linie mn, alſo ſteht dieſe Durchſchnittslinie ſenkrecht auf der ganzen Ebene DAB (vergl. S. 1813 Nr. 23). Es iſt alſo der Winkel omn ein rechter.

Die Pyramide monB hat nun die perpendikuläre Seitenlinie Bo ſenkrecht auf der Grundfläche mon; und da der Winkel omn ein rechter iſt, ſo fällt das Perpendikel vom Fuße der ſenkrechten Seitenlinie Bo, d. h. von o auf die gegenüberliegende Seite mn der Grundfläche mon mit der Seite mo derſelben zuſammen, und man hat den erſten Zuſatz des vorigen Satzes; daher iſt

$$\angle\, mon > \angle\, mBn;\ \text{alſo auch}\ \angle\, mon > \angle\, ABC.$$

Zuſatz 1. Auf ähnliche Art findet man, daß der Neigungswinkel der Seitenflächen DAC und DBC größer iſt, als der Winkel ACB der Grundfläche.

Zuſatz 2. Die Summe der Neigungswinkel der drei Seitenflächen einer ſolchen Pyramide wie ABCD iſt größer als die Summe der drei Winkel der Grundfläche, alſo auch größer als zwei rechte; denn jeder Neigungs-Winkel zweier Seitenflächen iſt größer als der an oder unter ihm liegende Winkel der Grundfläche, und die drei Winkel der dreiſeitigen Grundfläche machen zuſammen zwei Rechte.

Wenn man in einer dreiſeitigen Pyramide die Neigungswinkel der drei Seitenflächen gegen einander halbirt, ſo ſchneiden die drei halbirenden Ebenen einander in einer und derſelben geraden Linie.

Beweis.

In der Pyramide ABCD, Fig. 59, ſei ABC die Grundfläche. Man denke ſich eine Ebene X durch die Seitenlinie DA ſo gelegt, daß der Neigungswinkel der in AD zuſammenſtoßenden Seitenflächen durch X halbirt wird; ferner denke man ſich eine Ebene Y durch die Seitenlinie DC ſo gelegt, daß der Neigungswinkel der in DC zuſammenſtoßenden Seitenflächen durch Y halbirt wird. Die beiden Ebenen X und Y müſſen ſich irgend wo innerhalb der Pyramide ſchneiden; die Durchſchnittslinie ſei Dt.

In dieſer Linie Dt wähle man einen beliebigen Punkt o, und fälle von ihm aus den Perpendikel om auf die Seitenfläche ABD, und den Perpendikel on auf die Seitenfläche ADC. Durch omn lege man eine Ebene, ſo ſteht dieſe ſenkrecht auf den beiden Seitenflächen (vergl. S. 1812 Nr. 20); es ſteht alſo auch die Durchſchnittslinie der beiden Seitenflächen, nämlich AD, ſenkrecht auf der Ebene mon, alſo auch auf den Durchſchnittslinien, welche dieſe Ebene mon mit den beiden Seitenflächen bildet, d. h. auf den Linien pm und pn.

Digitized by Google

Es iſt alſo der Winkel mpn der Neigungswinkel der beiden Seitenflächen. Ferner iſt op die Durchſchnittslinie der Ebene mon und der halbirenden Ebene X; dieſe Linie op halbirt den Neigungswinkel mpn. Es ſind alſo die beiden rechtwinkligen Dreiecke omp und onp kongruent; alſo auch om = on.

Man fälle ferner aus dem Punkte o das Perpendikel or auf die dritte Seitenfläche DBC, und lege durch nor eine Ebene; dieſe ſteht ſenkrecht auf den beiden Seitenflächen ACD und DBC; daher ſteht auch die Durchſchnittslinie dieſer beiden Flächen, nämlich die Linie CD ſenkrecht auf der Ebene nor. Dieſe letzte Ebene bildet mit den beiden genannten Seitenflächen die Durchſchnittslinie qn u. qr; es iſt alſo nqr der Neigungswinkel der beiden Seitenflächen ACD u. DCB.

Es iſt ferner qo der Durchſchnitt der Ebene nor mit der den Neigungswinkel halbirenden Ebene Y; dieſe Durchſchnittslinie qo halbirt alſo den Winkel nqr; man hat daher Δ qor ≅ Δ qon; alſo or = on = om.

Die drei Perpendikel aus dem Punkte o, nämlich or, on, om auf die drei Seitenflächen ſind alſo einander gleich.

Legt man durch orm eine dritte Ebene, ſo macht ſie mit der Seitenfläche DCB die Durchſchnittslinie rs, und mit der Seitenfläche ABD die Durchſchnittslinie ms; beide Durchſchnittslinien bilden den Winkel rsm als den Neigungswinkel der beiden Seitenflächen DCB und ABD. Zieht man nun die Linie os, ſo hat man Δ ors ≅ Δ oms; denn (vergl. S. 676 Nr. 16) os iſt beiden Dreiecken gemein, und or = om, und in beiden Dreiecken iſt der der größten Seite, d. h. der Hypotenuſe gegenüberliegende Winkel ein Rechter; dieſer Kongruenz wegen iſt alſo auch ∠ osr = ∠ osm, und die Linie os halbirt den Neigungswinkel rsm; legt man alſo eine Ebene durch osD, ſo halbirt dieſelbe den Neigungswinkel rsm zwiſchen den beiden Seitenflächen DCB und ABD ebenfalls. Dieſe halbirende Ebene geht aber durch die Linie Do oder Dt.

Es ſchneiden alſo einander alle drei, die Neigungswinkel der Seitenflächen halbirenden Ebenen in einer und derſelben geraden Linie Dt.

Zuſatz. Steht die Durchſchnittslinie Dt auf der Grundfläche ABC ſenkrecht, ſo werden die Winkel der Grundfläche durch diejenigen Durchſchnittslinien halbirt, welche die halbirenden Ebenen mit der Grundfläche bilden.

Beweis.

Es ſei Bt die Durchſchnittslinie der halbirenden Ebene BDt mit der Grundfläche ABC. Man zieht fg ſenkrecht auf Bt, und legt durch fg eine Ebene fgh, welche ſenkrecht auf der Linie BD ſteht; es iſt alsdann fhg der Neigungswinkel der beiden Seitenflächen ABD und CBD; th als die Durchſchnittslinie der Ebenen fgh und BDt halbirt den Neigungswinkel fhg. Es iſt alſo Δ htf ≅ Δ htg; denn fg ſteht auf der ganzen Ebene BDt ſenkrecht (vergl. S. 1813 Nr. 23); wegen der Kongruenz der Dreiecke iſt tf = tg.

Wegen dieſer Gleichheit, und da tB beiden gemeinſchaftlich, und auf beiden Seiten von t rechte Winkel ſind, iſt Δ Bft ≅ Δ Bgt; daher ∠ tBf = ∠ tBg; alſo iſt der Winkel fBg durch die Durchſchnittslinie Bt halbirt.

16 In jeder dreiſeitigen Pyramide iſt die Summe der Neigungswinkel der drei Seitenflächen gegen einander größer als zwei Rechte.

Digitized by Google

Beweis.

Es ſei Fig. 60 die dreiſeitige Pyramide; die drei Neigungswinkel ihrer Seitenflächen ſeien durch Ebenen halbirt, deren gemeinſchaftlicher Durchſchnitt die Linie Dt iſt (vergl. S. 1849 Nr. 15). Darauf durchſchneidet man die ganze Pyramide an einer beliebigen Stelle mit der auf Dt ſenkrecht ſtehenden Ebene EFG. Dieſe Ebene bildet drei kleinere Pyramiden, deren Spitzen ſämmtlich in D liegen, und deren Grundflächen EFo, EGo und FGo ſind.

In allen dieſen drei Pyramiden ſtehen diejenigen Seitenflächen, welche durch die halbirenden Ebenen gebildet werden, ſenkrecht auf ihren Grundflächen; da ferner die Durchſchnittslinien der halbirenden Ebenen mit der Ebene EFG die Winkel in E, F und G halbiren (nach dem vorhergehenden Satze), ſo fallen auch die Perpendikel aus o auf die gegenüberſtehenden Seiten EF, EG und FG nicht außerhalb der Dreiecke; es iſt alſo die Summe der Neigungswinkel zwiſchen den Seitenflächen einer jeden dieſer drei Pyramiden größer als zwei Rechte, und von allen dreien zuſammen größer als ſechs Rechte. Diejenigen dieſer Neigungswinkel, welche um die Durchſchnittslinie Do herumliegen, ſind den Winkeln EoF, EoG und FoG der Grundflächen gleich, und daher zuſammen gleich 4 Rechten. Die Summe der übrigen Neigungswinkel muß alſo größer als 2 Rechte ſein; dieſe übrigen Neigungswinkel machen aber zuſammen die Neigungswinkel der großen Pyramide ABCD aus; daher iſt ihre Summe größer als 2 Rechte.

Aufgabe. 17

Den körperlichen Inhalt einer abgeſtumpften Pyramide ABCDEF Fig. 61 zu finden, wenn die Grundfläche ABC = a, die obere Fläche DEF = b, und der Abſtand beider Flächen hH = c gegeben iſt.

Auflöſung.

Man vervollſtändige die Pyramide bis zu ihrer Spitze G, und fälle ein Perpendikel GH aus der Spitze auf die Grundfläche ABC, und ſetze den Theil desſelben von der Spitze bis zur Durchſchnittsfläche DEF, d. h. Gh = x; alsdann iſt GH = c + x.

Es iſt (nach S. 1847 Nr. 8) die ganze Pyramide ABCG $= \frac{1}{3}\,a\,(c+x)$

die obere kleine Pyramide DEFG $= \frac{1}{3}\,b\cdot x$

alſo durch Subtraktion die abgeſtumpfte P. ABCDEF $= \frac{1}{3}\,a\,(c+x) - \frac{1}{3}bx$

oder P. ABCDEF $= \frac{1}{3}\,(ac + (a-b)\cdot x)$.

Man hat nun den Werth von x zu finden. Sieht man die Grundfläche der ganzen Pyramide ſelbſt wie einen Durchſchnitt an (S. 1845 Nr. 1), ſo hat man:

$a : b = (c+x)^2 : x^2$; oder $\sqrt{a} : \sqrt{b}\; x = (c+x) :$

alſo $\sqrt{a} \cdot x = \sqrt{b} \,.\, c + \sqrt{b} \,.\, x$; oder $(\sqrt{a} - \sqrt{b})\, x = \sqrt{b} \,.\, c$

daher $x = c \,.\, \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$

Setzt man dieſen Werth von x in die obige Gleichung I, ſo erhält man:

II) die abgeſtumpfte Pyramide $ABCDEF = \frac{1}{3}\left(ac + (a-b)\,c \,.\, \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}\right)$

Dieſer Ausdruck läßt ſich vereinfachen; man erhält durch Multiplikation:

$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

$$a - b$$ (vergl. S. 446 Nr. 8 und S. 504 Nr. 7).

Bringt man alſo ſtatt $a - b$ ſeine beiden Faktoren $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ und $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ in die Gleichung II, ſo hat man:

$$ABCDEF = \frac{1}{3}\left(ac + (\sqrt{a} + \sqrt{b}) \,.\, c \,.\, \sqrt{b}\right);$$

es heben ſich nämlich $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ im Zähler und Nenner; ſondert man jetzt noch den gemeinſchaftlichen Faktor c ab, und multiplizirt mit $\sqrt{b}$, ſo ergiebt ſich:

III) $ABCDEF = \frac{1}{3}\, c \,.\, \left(a + \sqrt{ab} + b\right)$.

Es iſt nämlich (vergl. S. 508 Nr. 5) $\sqrt{a} \,.\, \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, und (vgl. S. 504 Nr. 7) $\sqrt{b} \,.\, \sqrt{b} = b$.

18 Da c die Höhe der abgeſtumpften Pyramide bezeichnet, und nach S. 1847 Nr. 8 der körperliche Inhalt einer Pyramide gleich dem Produkte aus ihrer ganzen Grundfläche und dem Drittel ihrer Höhe iſt, ſo zeigt ſich aus der Gleichung III, daß die abgeſtumpfte Pyramide der Summe dreier Pyramiden gleich iſt, welche zur Höhe die Höhe der abgeſtumpften Pyramide aber ungleiche Grundflächen haben; nämlich die Grundfläche der einen iſt = a; die der zweiten = b, und die der dritten = $\sqrt{ab}$, d. h. eine mittlere geometriſche Proportionalgröße zwiſchen a und b, denn es iſt $a : \sqrt{ab} = \sqrt{ab} : b$.

Setzt man in der Gleichung III b = o, ſo erhält man $\frac{1}{3}\, c \,.\, a$, d. h. den Inhalt einer ganzen Pyramide von gleicher Höhe und Grundfläche mit der abgeſtumpften; ſetzt man b = a, ſo erhält man $\frac{1}{3}\, c \,.\, 3a = ca$, d. h. (nach S. 1832 Nr. 3) den Inhalt eines Prismas, das gleiche Höhe und Grundfläche mit der abgeſtumpften Pyramide hat.

19 Aehnliche Pyramiden ſind ſolche, deren Grundflächen und Seitenflächen ähnliche Figuren ſind, deren Seitenflächen mit den Grundflächen gleiche Nei-

Digitized by Google

gungswinkel, und deren Höhen sich wie gleichnamige Seiten der Grundflächen oder Seitenflächen verhalten.

Wenn daher eine Pyramide parallel mit der Grundfläche durchschnitten wird, so ist die über dem Durchschnitte liegende Pyramide (vergl. S. 1845 Nr. 1) der ganzen ähnlich.

Aehnliche Pyramiden verhalten sich wie die Würfel gleichnamiger Seiten 20
ihrer Grundflächen.

Beweis.

Es seien P und p zwei ähnliche Pyramiden; G nnd g ihre Grundflächen; A und a ein Paar gleichnamige Seiten der Grundflächen; H und h ihre Höhen; alsdann ist:

$G : g = A^2 : a^2$ (vergl. S. 1840 Nr 17).
$H : h = A : a$ (nach vorhergehender Erklärung Nr. 19).

also $GH : gh = A^3 : a^3$
Es ist aber $P : p = GH : gh$ (vergl. S. 1847 N. 8).

also $P : p = A^3 : a^3$

Zusätze.

1. Aehnliche Pyramiden verhalten sich wie die Würfel ihrer Höhen, oder wie die Würfel gleichnamiger Seiten.

2. Gleichnamige Seiten der Grundflächen oder Seitenflächen, und eben so die Höhen ähnlicher Pyramiden verhalten sich wie die Kubikwurzeln der Zahlen, welche das Verhältniß der Pyramiden ausdrücken.

Um eine dreiseitige Pyramide, oder ein Tetraeder (vergl. S. 1827 Nr 4) 21
in eine Kugel einzuschreiben, so daß alle Eckpunkte in der Oberfläche der Kugel liegen, muß man dem Tetraeder eine solche Flächenseite geben, daß ihr Quadrat sechsmal so groß ist, als das Quadrat des dritten Theils vom Durchmesser der Kugel.

Beweis.

Es sei Fig. 62, ACBEA der Durchschnitt der Kugel durch ihren Mittelpunkt, also AB der Durchmesser derselben. Es sei ferner CoEp der Kreis, worin eines der gleichseitigen Dreiecke eingeschrieben ist, die das Tetraeder bilden, und CD der Halbmesser eines solchen Kreises.

Es sei AC die Flächenseite eines andern der vier gleichseitigen und einander gleichen Dreiecke (vergl. S. 1827 Nr. 4).

Es ist nach den Berechnungsformeln regelmäßiger Polygone (vergl. S. 722), wenn man den Centrumwinkel mit C, und die Polygonalseite mit S bezeichnet, für das in den Kreis eingeschriebene gleichseitige Dreieck:

$$C = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ; \text{ und } S = 2 \cdot \sin 60^\circ$$

Digitized by Google

Beſchreibt man mit dem Radius = DC den zweiten Kreis in Fig. 62, nämlich acmea, worin dc = DC. In dieſem ſei acm das gleichſeitige eingeſchriebene Dreieck, ſo daß ca = CA.

Zieht man die Sehne ae = cd, ſo iſt ae die Seite des eingeſchriebenen Sechsecks (vergl. S. 719 Nr. 7).

Zieht man die Radien da und de, ſo entſtehen zwei kongruente Dreiecke adn und aen (vergl. S. 723 und S. 728 Nr. 13); denn es iſt an ſich ſelbſt gleich, ae = ad, und die beiden Winkel bei n ſind rechte, weil der Radius de die Sehne am ſenkrecht halbirt (vergl. S. 703 Nr. 1). Da ferner das Dreieck ade gleichſeitig iſt, ſo ſind auch die Winkel bei d und e gleich; alſo iſt auch $\angle$ nad = $\angle$ nae; daher Δ adn $\cong$ Δ aen.

Da nun dn = ne, ſo iſt en = $\frac{1}{2}$ ed = $\frac{1}{2}$ ae; ferner an = $\frac{1}{2}$ am. Man hat demnach

$an^2 = ae^2 - ne^2$; oder da $an = \frac{1}{2} am$; $\left(\frac{1}{2} am\right)^2 = \frac{3}{4} ae^2$;

$an^2 = ae^2 - \left(\frac{1}{2} ae\right)^2$ $\frac{1}{4} am^2 = \frac{3}{4} ae^2$;

$an^2 = ae^2 - \frac{1}{4} ae^2$; $am^2 = 3\ ae^2$;

$an^2 = \frac{3}{4} ae^2$; oder da ae = cd; $am^2 = 3\ cd^2$;

daher endlich $am = \sqrt{3cd^2}$

d. h. die Seite des eingeſchriebenen gleichſeitigen Dreiecks iſt gleich der Quadratwurzel aus dem dreifachen Quadrat des Radius des umſchriebenen Kreiſes.

Da ferner $3cd^2 = 3cd \cdot cd$, ſo kann man folgende Proportion bilden:

$$3cd : am = am : cd$$

d. h. die Seite des eingeſchriebenen gleichſeitigen Dreiecks iſt gleich der mittlern Proportionallinie zwiſchen dem dreifachen und dem einfachen Radius des umſchriebenen Kreiſes.

Man hat alſo $CA = \sqrt{3 \cdot DC^2}$; oder ſetzt man CA = S und DC = ρ, ſo iſt $S = \sqrt{3\rho^2}$, oder $\frac{S}{3} = \rho^2$

Setzt man DB = α, und DA = β, ſo iſt:

$$S^2 = \beta^2 + \rho^2; \text{ oder da } S^2 = 3\rho^2$$

$$3\rho^2 = \beta^2 + \rho^2; \text{ alſo } 2\rho^2 = \beta^2, \text{ oder } \rho^2 = \frac{\beta^2}{2}$$

Es iſt ferner (vergl. S. 684 Nr. 12, und S. 707 Nr. 7, 8) ρ die mittlere Proportionallinie zwiſchen α und β; alſo

$$\rho^2 = \alpha\beta = \frac{\beta^2}{2}; \text{ alſo } \alpha = \frac{\beta}{2}, \text{ oder } \beta = 2\alpha$$

Es iſt ferner $\alpha + \beta$ = BA = 3α; oder $\alpha = \frac{BA}{3}$.

Digitized by Google

Wenn also in einem Kreise eine Sehne von einem Ende des Diameters nach einem beliebigen Punkte der Peripherie gezogen wird; und wenn man von diesem Peripheriepunkte ein Perpendikel auf den Durchmesser so fällen kann (was von der Länge der Sehne abhängt), daß das Quadrat der Sehne dreimal so groß ist, als das Quadrat des Perpendikels, so ist der kleinere Theil des Diameters der dritte Theil des ganzen Diameters.

$$\text{Da } \beta = 2\alpha, \text{ so ist } \beta^2 = 4\alpha^2; \text{ also } \frac{\beta^2}{2} = 2\alpha^2;$$

$$\text{daher } \rho^2 = 2\alpha^2 = \frac{S^2}{3}; \text{ oder endlich } S^2 = 6 \cdot \alpha^2,$$

d. h. das Quadrat der Flächenseite des Tetraeders ist sechsmal so groß, als das Quadrat des dritten Theils des Kugeldurchmessers.

Um also in eine Kugel ein regelmäßiges Tetraeder einzuschreiben, theilt 22
man den Kugeldurchmesser in drei gleiche Theile, errichtet in dem Theilungspunkte des ersten Drittels ein Perpendikel, und zieht vom Peripherieende dieses Perpendikels eine Sehne nach dem andern Ende des Diameters, so daß sie die Hypotenuse zum Perpendikel und den beiden andern Dritteln des Durchmessers bildet; alsdann ist diese Sehne die Flächenseite des Tetraeders.

Um auf der Oberfläche der Kugel den Kreis zu zeichnen, in welche eine Fläche des Tetraeders eingezeichnet werden kann, nimmt man die Entfernung BC, Fig. 62, als Zirkelspannung, und beschreibt aus irgend einem Punkte B mit dem Radius BC den Kreis CoEp. Auf der Peripherie dieses Kreises theilt man die Zirkelspannung AC dreimal ab, und hat die drei Spitzen des gleichseitigen Dreiecks.

Die verschiedenen Dimensionen des Tetraeders (vergl. S. 1834 Nr. 10) 23
sind folgende:

Anzahl der Flächen 4 Dreiecke.	Die Flächenseite = 1,6330.
„ „ Flächens. 6.	Halbmess. d. umschrieb. Kreises = 0,9428.
„ „ ebenen Winkel 12.	Entfernung vom Pol = 1,1547.
„ „ körperl. Winkel 4.	Ganze Oberfläche = 4,6188.
Neigung der Flächen 70° 32′.	
Halbmesser der Kugel 1.	Körperlicher Inhalt = 0,51320.

Ist der Halbmesser der Kugel nicht 1, sondern etwa = a, so muß man die obige Zahl der Flächenseite, des Halbmessers des umschriebenen Kreises, und der Entfernung vom Pole mit a, die Zahl der Oberfläche mit a^2, und die Zahl des körperlichen Inhalts mit a^3 multipliziren.

§ 267. Von den fünf regelmäßigen Körpern im Allgemeinen, und dem Oktaeder, Dodekaeder und Ikosaeder im Besondern.

Die ebenen Winkel, welche zusammen einen körperlichen bilden sollen, 1
müssen zusammen weniger als 4 Rechte ausmachen (vergl. S. 1373 Nr. 4).

Im gleichseitigen Dreieck ist jeder Winkel = 60°; drei zusammen machen 2
erst 180°, und können daher, wie im Tetraeder, zu einem körperlichen Winkel zusammengesetzt werden.

Digitized by Google

3 Vier ſolcher Winkel machen 240°, und können daher wie im Oktaeder, einen körperlichen Winkel bilden.

4 Fünf ſolcher Winkel machen 300°, und können alſo auch noch, wie im Ikoſaeder, einen körperlichen Winkel bilden.

5 Sechs ſolcher Winkel würden aber ſchon 360°, und mehr als ſechs eine noch größere Summe ergeben. Alſo aus gleichſeitigen Dreiecken läßt ſich keine Oberfläche eines regelmäßigen Körpers mehr zuſammenſetzen, ſondern nur die der drei genannten.

6 Ein Winkel des Quadrats iſt = 90°; drei ſolcher Winkel machen 270°, wie bei dem körperlichen Winkel des Würfels; vier ſolcher würden 360°, ihrer mehrere eine noch größere Summe ausmachen; daher läßt ſich aus Quadraten nur die Oberfläche des Würfels bilden.

7 Im Fünfeck beträgt jeder Winkel (vergl. S. 722) $180° - 72° = 108°$; demnach machen drei ſolcher Winkel ſchon 324° aus, wie bei dem körperlichen Winkel des Dodekaeders; mehr ſolcher Winkel würden eine zu große Summe geben.

8 Zu einem körperlichen Winkel ſind wenigſtens drei ebene Winkel nöthig (vergl. S. 1819 Nr. 1); beträgt nun ein Winkel 120°, wie im regelmäßigen Sechseck (vergl. S. 723 Nr. 3), ſo machen drei ſolcher ſchon 360° aus; es läßt ſich alſo aus regelmäßigen Sechsecken keine Oberfläche eines Körpers bilden; noch weniger aus regelmäßigen Siebenecken, Achtecken u. ſ. w.; denn je mehr Seiten ein Polygon hat, um deſto kleiner wird ſein Centrumwinkel (vergl. S. 722), und um ſo größer ſein Polygonalwinkel.

Es kann alſo keine regelmäßigen Körper mehr geben, als die fünf genannten, deren körperliche Winkel entweder von 3, oder 4, oder 5 Dreiecken, oder von 3 Quadraten, oder von 3 Fünfecken gebildet werden.

9 **Aufgabe.**

Wenn der Durchmeſſer der Kugel gegeben iſt, ſollen die Flächenſeiten der fünf eingeſchriebenen regelmäßigen Körper dargeſtellt werden.

Auflöſung (Fig. 63).

Man beſchreibt über dem Kugeldurchmeſſer AB einen Halbkreis.

1) Man macht $BD = \frac{1}{3}\,BA$; zieht DC ſenkrecht auf AB; und zieht AC; alsdann iſt AC die Flächenſeite des Tetraeders; DC iſt der Halbmeſſer des Kreiſes, in welchem das gleichſeitige Dreieck des Tetraeders eingeſchrieben iſt; BC iſt die Entfernung dieſer Kreisperipherie vom Pole, oder die Zirkelſpannung, um dieſen Kreis auf der Kugeloberfläche zu zeichnen (vergl. S. 1855 Nr. 22).

2) Die Linie BC iſt die Flächenſeite des Hexaeders oder Würfels (vergl. S. 1833 Nr. 6 und 7); AC iſt der Durchmeſſer des Kreiſes, in welchen das Quadrat des Tetraeders eingeſchrieben iſt.

3) Man errichtet in dem Mittelpunkte E das Perpendikel EF über AB, und zieht FA; alsdann iſt FA die Flächenſeite des Oktaeders.

Digitized by Google

4) Man nimmt die Flächenseite BC des Hexaeders, und sucht dazu die Mediane (vergl. S. 738 Nr. 23); diese sei DM; alsdann ist DM die Flächenseite des Dodekaeders.

5) Man nimmt $BG = \frac{1}{5}$ BA, und errichtet in G senkrecht auf BA das Perpendikel GH, und zieht BH; darauf nimmt man $BI = \frac{1}{2}$ BH, und macht $EK = BI = \frac{1}{2}$ BH, und stellt KL in K senkrecht auf BA und zieht LA; alsdann ist LA die Flächenseite des Ikosaeders.

Aufgabe. 10

Die Zahl der Flächenseiten jedes regelmäßigen Körpers zu finden.

Auflösung.

Man multiplizirt die Zahl der Flächen mit der Zahl der Seiten jeder Fläche, und halbirt das Produkt.

Denn es sei die Zahl der Flächen = f, und jede Fläche werde von s Seiten begrenzt; läge nun jede Fläche für sich allein, abgesondert von den übrigen; so wäre die Anzahl der Seiten = $f \cdot s$; da aber die Flächen sämmtlich zusammenhängen, so gehen von ihren Seiten immer zwei und zwei in einander über, man hat also die wirkliche Seitenzahl = $\frac{fs}{2}$; daher hat man

1) Im Tetraeder: $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ Flächenseiten.

2) Im Hexaeder: $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12$ „

3) Im Oktaeder: $\frac{8 \cdot 3}{2} = 12$ „

4) Im Dodekaeder: $\frac{12 \cdot 5}{2} = 30$ „

5) Im Ikosaeder: $\frac{20 \cdot 3}{2} = 30$ „

Aufgabe. 11

Die Anzahl der körperlichen Winkel in jedem regelmäßigen Körper zu finden.

Auflösung.

Man multiplizirt die Zahl der Flächen mit der Zahl ihrer ebenen Winkel, und dividirt das Produkt durch die Zahl der ebenen Winkel, die zu einem körperlichen Winkel gehören.

Es sei die Zahl der Flächen = f, die Zahl der ebenen Winkel in jeder Fläche = w, so hat man $f \cdot w$; es gehören ferner n ebene Winkel zu einem körperlichen, so hat man die Zahl n der körperlichen Winkel oder $x = \frac{f \cdot w}{n}$.

Digitized by Google

Sieht man Tafel XXXV, D, Fig. 23 – 27 auf die Abbildung der fünf regelmäßigen Körper, so findet man leicht, wie viele ebene Winkel zu jedem körperlichen gehören.

1) Im Tetraeder ist $f = 4$; $w = 3$; $n = 3$; also $z = \frac{4 \cdot 3}{3} = 4$

2) Im Hexaeder ist $f = 6$; $w = 4$; $n = 3$; also $z = \frac{6 \cdot 4}{3} = 8$

3) Im Oktaeder ist $f = 8$; $w = 3$; $n = 4$; also $z = \frac{8 \cdot 3}{4} = 6$

4) Im Dodekaeder ist $f = 12$; $w = 5$; $n = 3$; also $z = \frac{12 \cdot 5}{3} = 20$

5) Im Ikosaeder ist $f = 20$; $w = 3$; $n = 5$; also $z = \frac{20 \cdot 3}{5} = 12$

Zusatz.

Will man nur die Zahl der ebenen Winkel auf der ganzen Oberfläche haben, so braucht man nur die Anzahl der Flächen mit der Anzahl der ebenen Winkel in jeder Fläche zu multipliziren; z. B. im Dodekaeder $5 \cdot 12 = 60$ ebene Winkel.

21

Aufgabe.

Die Neigung der Flächen in den fünf regelmäßigen Körpern zu bestimmen.

Auflösung (Fig. 64).

Man beschreibt den Kreis FGIHF als größten Kreis der Kugel; sucht S. 1856 Nr. 9 die Flächenseite des regelmäßigen Körpers GH, und zieht diese irgendwo als Sehne des größten Kreises.

Man beschreibt einen zweiten Kreis GKHG als den umschriebenen Kreis einer Fläche, so daß E sein Mittelpunkt, und EH sein Radius ist, und zieht die Verbindungslinie beider Mittelpunkte EB, welche senkrecht auf GH ist, und dieselbe in A halbirt.

Ueber AB als Durchmesser beschreibt man den dritten Kreis ACBDA; in diesem zieht man die beiden Sehnen AC und AD; beide gleich AE; alsdann ist der Winkel, den diese beiden Sehnen bilden, oder der Winkel CAD der gesuchte Neigungswinkel der Flächen.

Beweis.

Man halbire in Gedanken die gemeinschaftliche Seite zweier aneinander liegender Flächen, und ziehe aus dem Halbirungspunkte gerade Linien nach den Mittelpunkten der beiden Flächen oder ihrer umschriebenen Kreise; diese beide Linien stehen senkrecht auf der gemeinschaftlichen Seite, und bestimmen deshalb die Neigung der beiden Flächen.

Ferner ziehe man aus dem Halbirungspunkte der gemeinschaftlichen Seite, und aus den beiden Mittelpunkten der umschriebenen Kreise gerade Linien nach dem Mittelpunkte der Kugel, so entstehen zwei rechtwinklige und kongruente

Digitized by Google

Dreiecke, deren rechte Winkel an den beiden Mittelpunkten der umschriebenen Kreise liegen. Ihre gemeinschaftliche Hypotenuse geht vom Halbirungspunkte der gemeinschaftlichen Seite nach dem Mittelpunkte der Kugel.

Beschreibt man über dieser Hypotenuse als Durchmesser einen Kreis, so fallen die rechten Winkel der beiden Dreiecke, als Peripheriewinkel des Halbkreises, in den Umkreis.

Es werden alsdann die beiden geraden Linien, welche vom Halbirungspunkte der gemeinschaftlichen Seite nach den Mittelpunkten der umschriebenen Kreise gehen, zu zwei gleichen Sehnen des letzten Kreises, und bilden einen Winkel, welcher der Neigungswinkel der beiden Flächen ist.

Um diesen Winkel zu bestimmen, muß man, wie in Fig. 64, aus dem Mittelpunkte der Kugel B auf die gemeinschaftliche Flächenseite GH (welche jedenfalls eine Sehne im größten Kreise der Kugel bildet) die senkrechte Linie BA ziehen, welche zugleich GH in A halbirt.

Ueber dieser Linie BA als Durchmesser muß der Kreis ACBDA beschrieben werden, dessen Fläche eigentlich auf GH senkrecht sein sollte, was aber nicht wesentlich ist. Die Mittelpunkte beider Flächen liegen im Umfang dieses Kreises.

Man muß die senkrechte Linie AE kennen, welche vom Mittelpunkte jeder Fläche auf die gemeinschaftliche Seite GH fällt, und die Sehnen AC und AD derselben gleich machen; dadurch ist die senkrechte Stellung des Kreises ACBDA auf GH ersetzt; C und D sind die beiden Mittelpunkte der umschriebenen Kreise.

Zieht man nun die beiden Linien CB und DB, so sind ACB und ADB die beiden vorher erwähnten rechtwinkligen und kongruenten Dreiecke, und der Winkel CAD ist der gesuchte Neigungswinkel.

Aufgabe. 13

Die Entfernung der Peripherie des umschriebenen Kreises vom Pole, d. h. die Zirkelspannung zu finden, mit welcher man den um eine Fläche des regelmäßigen Körpers umschriebenen Kreis auf der Kugeloberfläche beschreiben kann.

Auflösung (Fig. 65).

Man beschreibt einen größten Kreis der Kugel ACBDA, zieht darin den Durchmesser eines umschriebenen Kreises AB als Sehne, halbirt dieselbe in E, und errichtet in E das Perpendikel EC senkrecht auf AB und zieht eine neue Sehne AC; diese ist die gesuchte Entfernung vom Pole C.

Der Beweis ergiebt sich unmittelbar aus der Figur, und aus S. 1834 Nr. 9 und S. 1835 Nr. 9.

Soll die Entfernung vom Pole in Theilen des Kugelhalbmessers ausgedrückt werden, so berechnet man erst die Flächenseite, aus dieser den Halbmesser des umschriebenen Kreises. Zieht man in Fig. 65 aus dem Mittelpunkte der Kugel M das Perpendikel ME, so ist ME + EC = MC, d. h. gleich dem Radius der Kugel. Zieht man ferner den Kugelradius MA, so hat man in dem rechtwinkligen Dreiecke MEA bekannt die Hypotenuse MA, und die Kathete AE; daher: 14

$$ME^2 = MA^2 - AE^2; \text{ oder } ME = \sqrt{(MA^2 - AE^2)}$$

Digitized by Google

Zieht man das berechnete ME von MC ab, so bleibt EC; man hat alsdann in dem rechtwinkligen Dreiecke AEC bekannt die beiden Katheten, und daher die Hypotenuse:

$$AC^2 = AE^2 + EC^2; \text{ oder } AC = \sqrt{(AE^2 + EC^2)}$$

Diese Hypotenuse AC ist alsdann die gesuchte Entfernung vom Pole. Wie die Flächenseite in Theilen des Kugelhalbmessers auszudrücken sei, ist in Nr. 17 und den folgenden dieser Paragraphen gezeigt.

15 **Aufgabe.**

Die ganze Oberfläche eines regelmäßigen Körpers zu berechnen.

Auflösung.

Aus der bekannten Flächenseite berechnet man nach der Formel auf S. 722 die Fläche; diesen Flächeninhalt multiplizirt man mit der Anzahl der Flächen; alsdann giebt das Produkt die gesuchte ganze Oberfläche in Quadratmaaß.

Aufgabe.

16 Den körperlichen Inhalt eines regelmäßigen Körpers zu finden.

Auflösung (Fig. 65).

Es sei AB der Durchmesser eines um eine Fläche beschriebenen Kreises; MA und MB Radien der Kugel ME ein Perpendikel auf den Mittelpunkt des umschriebenen Kreises oder der Fläche.

Alsdann ist ME die Höhe einer Pyramide, deren Spitze im Mittelpunkt der Kugel liegt, und deren Grundfläche eine Fläche des Körpers ist.

Da nun der Körper so viele solcher Pyramiden enthält, als die Zahl seiner Flächen beträgt, so muß man zuerst die Oberfläche der Körpers berechnen, und diese alsdann mit dem dritten Theile der Höhe ME multipliziren; das Produkt ist der körperliche Inhalt aller Pyramiden, oder des ganzen Körpers (S. 1874 Nr. 7).

17 **Aufgabe.**

Wenn der Halbmesser der Kugel gegeben ist, die Flächenseite des Tetraeders in Theilen des Kugelhalbmessers auszudrücken.

Auflösung.

Es sei der Halbmesser der Kugel = R und die Flächenseite des Tetraeders = S; der Diameter der Kugel = D; alsdann ist (vergl. S. 1853 Nr. 21)

$$S^2 = 6 \cdot \left(\frac{D}{3}\right)^2 = \frac{6}{9} \cdot D^2 = \frac{2}{3} \cdot D^2$$

$$\text{oder } S = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot D^2} = D \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = 2 \cdot R \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Digitized by Google

Setzt man R = 1, so hat man, da $\sqrt{\frac{2}{3}} = 0{,}81649$, S = 1,63298.

Will man aus der Flächenseite S den Halbmesser des umschriebenen Kreises für das Tetraeder finden, so beschreibt man Fig. 66 den Kreis MNOM um das gleichseitige Dreieck MNO, dessen Seiten jede = 1,633 ist, und zieht die beiden Radien PN und PO. 18

In dem Dreieck PNO ist bekannt NO = 1,633; der Centrumwinkel NPO = 120° (S. 722); jeder Winkel an der Grundlinie des gleichschenkligen Dreiecks = 30°; man hat also, um einen Radius wie NP zu finden:

$$\sin 20° : \sin 30° = 1{,}633 : NP; \text{ daher } NP = 0{,}9428.$$

Man hätte auch den Radius als die mittlere Proportionallinie zwischen der ganzen Seite und ihrem Drittel finden können (vergl. S. 1854).

Um die Entfernung vom Pole für das Tetraeder zu finden, hat man zuerst in Fig. 65 AE = NP = 0,9428, also $AE^2 = 0{,}8885$; und da der Kugelhalbmesser MA = 1, so ist $MA^2 = 1$. 19

Um erst den Theil ME des Kugelradius MC zu finden, hat man im Dreieck MAE:

$$ME = \sqrt{1 - 0{,}8885} = \sqrt{0{,}1115} = 0{,}33393.$$

Man erhält also EC = MC − ME = 1 − 0,33393 = 0,66607; daher $EC^2 = 0{,}44364$.

Um nun die Entfernung vom Pole AC zu finden, hat man in dem Dreiecke ACE:

$$AC = \sqrt{(0{,}8885 + 0{,}44364)} = \sqrt{1{,}33213} = 1{,}154.$$

Um die ganze Oberfläche des Tetraeders zu berechnen, hat man erst den Flächeninhalt eines einzelnen Dreiecks zu finden. Man zieht in Fig. 66 MQ senkrecht auf NO, so ist MQ die Höhe; da nun NM = 1,633, und NQ = 0,816, so ist $NM^2 = 2{,}6667$, und $NQ^2 = 0{,}66586$; daher $NM^2 - NQ^2 = 2{,}00084$; man hat also: 20

$$MQ = \sqrt{2{,}00084} = 1{,}4145.$$

Um nun den Flächeninhalt f zu finden, hat man (S. 699 Nr. 24):

$$f = \frac{MQ \cdot NQ}{2} = 1{,}4145 \times 0{,}816 = 1{,}1547.$$

Die ganze Oberfläche F ist also (S. 1860 Nr. 15) in Quadratmaaß der Kugelradiuseinheit:

$$F = 4 \cdot f = 4{,}6188.$$

Um den körperlichen Inhalt des Tetraeders zu finden, hat man F mit dem dritten Theile von ME in Fig. 65, d. h. mit 0,11131 zu multipliziren, da ME die Höhe einer kleinern Pyramide ist (vergl. S. 1860 Nr. 16). Bezeichnet man den körperlichen Inhalt mit T, so hat man im Kubikmaaße der Kugelradius-Einheit: 21

$$T = 4{,}6188 \times 0{,}11131 = 0{,}5132.$$

Digitized by Google

Um die Richtigkeit dieses körperlichen Inhalts zu prüfen, kann man auch das ganze Tetraeder wie eine dreiseitige Pyramide aus der Grundfläche und dem Drittel der ganzen Höhe berechnen (S. 1847 Nr. 7).

Die Grundfläche ist $f = 1{,}1547$; die Höhe des Tetraeders ist $= \frac{2}{3}$ des Diameters der Kugel, oder gleich DA in Fig. 62; da nun der Kugeldiameter $= 2$, so ist die Höhe $= \frac{4}{3}$ hievon ist das Drittel $= \frac{4}{9} = 0{,}4444$; also

$$T = 0{,}4444 \times 1{,}1547 = 0{,}513.$$

22 **Aufgabe.**

Die Flächenseite des Würfels oder Hexaeders in Theilen des Kugelhalbmessers auszudrücken.

Auflösung.

Es ist, wenn S die Flächenseite, D den Durchmesser, R den Radius der Kugel bezeichnet, nach S. 1833 Nr. 6.

$$3S^2 = D^2; \text{ oder } S^2 = \frac{D^2}{3} = \frac{4R^2}{3};$$

daher wenn $R = 1$; $S = \sqrt{\frac{4}{3}} = \sqrt{1{,}333} = 1{,}1547$.

23 Will man aus der Flächenseite des Hexaeders den Halbmesser des umschriebenen Kreises finden, so zeigt sich in Fig. 67, daß der Durchmesser des umschriebenen Kreises EB gleich der Diagonale des Quadrats ist; es ist aber die Diagonale gleich der Quadratwurzel aus dem doppelten Quadrate einer Seite; daher wenn d den Durchmesser des umschriebenen Kreises, und r den Radius bezeichnet, so hat man, da das Quadrat einer Seite $= 1{,}333$:

$$d = \sqrt{2{,}666} = 1{,}6328; \text{ also } r = 0{,}8164.$$

Aus diesem Halbmesser läßt sich dann auf die vorhin gezeigte Weise die Entfernung vom Pole $= 0{,}9192$ finden.

Die ganze Oberfläche des Würfels findet man leicht, indem man nur das Quadrat der Flächenseite $= 1{,}333$ mit 6 zu multipliziren braucht, welches 7,9999, oder 8 ergiebt, und zwar im Quadratmaaß des Kugelradius.

Der körperliche Inhalt des Würfels ist $= (1{,}1547)^3 = 1{,}5396$.

24 Das Quadrat der Flächenseite eines Oktaeders ist doppelt so groß, als das Quadrat des Halbmessers der umschriebenen Kugel.

Beweis (Fig. 67).

Es sei AEDBA ein Durchschnitt der Kugel durch ihren Mittelpunkt, und AEDB die Quadratfläche, welche mitten durch das Oktaeder geht, und gleichsam die gemeinschaftliche Grundfläche für die beiden vierseitigen Pyramiden bildet,

Digitized by Google

aus denen das Oktaeder beſteht; der Buchſtabe C bezeichnet nicht ſowohl den Mittelpunkt der Kugel, als vielmehr die über der Fläche erhobene Spitze der einen vierſeitigen Pyramide, oder den oberen Endpunkt des Kugelradius, welcher ſenkrecht auf der Fläche AEDB ſteht.

Der Umkreis iſt durch die vier Punkte in vier gleiche Theile getheilt. Zieht man die Sehnen AB, BD, DE, EA, ſo iſt jede die Sehne von 90°. Von dem Punkte C ziehe man nach den vier Punkten die Linien CA, CB, CD, CE, ſo erſcheinen ſie in der Zeichnung wie Radien des Kreiſes; ſie ſind aber, da C ſenkrecht über der Fläche ſteht, ebenfalls Sehnen von 90°, und ſind daher den vorher genannten vier Sehnen gleich; daher ſind ſämmtliche Dreiecke ABC, BDC, DEC und EAC gleichſeitig und einander kongruent.

Denkt man ſich auf der andern Seite der Kreisfläche eben ſolch einen ſenkrechtſtehenden Radius, und vier nach ſeiner Spitze hingeneigte gleichſeitige Dreiecke, ſo hat man das Oktaeder.

Denkt man ſich für einen Augenblick, C ſei der Mittelpunkt des Kreiſes, und AC und CB ſeien Radien, ſo zeigt ſich ſogleich, daß $AB^2 = 2BC^2$ iſt, d. h. das Quadrat der Flächenſeite iſt doppelt ſo groß, als das Quadrat des Kugelradius; alſo wenn $AB = S$, ſo hat man $S = \sqrt{2} = 1{,}4142$.

Aufgabe. 25

Ein Oktaeder in eine Kugel einzuſchreiben.

Auflöſung (Fig. 67).

Man errichtet in dem Halbkreiſe eines größten Kugeldurchſchnittes ſenkrecht über dem Diameter AB einen Radius CD, und zieht die Sehne DB, dieſe iſt alsdann die geſuchte Flächenſeite; darauf verfährt man wie im vorigen Satze gezeigt.

Um den Halbmeſſer des umſchriebenen Kreiſes bei dem Oktaeder 26
zu finden, nimmt man die mittlere Verhältnißlinie zwiſchen der ganzen Seite und ihrem dritten Theile (vergl. S. 1833 Nr. 7). Da $S = 1{,}4142$, und $\frac{S}{3} = 0{,}4714$, ſo hat der Halbmeſſer des umſchriebenen Kreiſes oder r folgenden Werth:

$$r = \sqrt{(1{,}4142 \times 0{,}4714)} = \sqrt{0{,}6666} = 0{,}8164.$$

Man kann auch den Halbmeſſer durch folgende Proportion finden (S. 806 Nr. 3):

$$\sin 120° : \sin 30° = 1{,}4142 : r; \text{ alſo } r = 0{,}81649.$$

Da bei dem Tetraeder, Oktaeder und Ikoſaeder gleichſeitige Dreiecke die Flächen bilden, für welche die Halbmeſſer der umſchriebenen Radien geſucht werden müſſen, ſo kann man ſich die logarithmiſche Berechnung der letzteren Proportion durch den konſtanten Logarithmus des Quotienten $\frac{\sin 30°}{\sin 120°}$ erleichtern; zu dieſem halbnegativen Logarithmus darf dann nur der Logarithmus der betreffenden Flächenſeite addirt werden, um den Halbmeſſer des umſchriebenen Kreiſes zu erhalten.

Digitized by Google

Es ist $\text{Log. sin } 30^\circ = 9{,}6989700$

$\text{Log. sin } 120^\circ = \text{Log. sin } 60^\circ = 9{,}9375306$ (vergl. S. 656 Nr. 8);

also der konst. Logarithmus von $\frac{\sin 30^\circ}{\sin 120^\circ} = \overline{1}{,}7614394$

Addirt man z. B. Log. 1,4142 $= 0{,}1505108$

so hat man Log. r $= \overline{1}{,}9119502$; also $r = 0{,}81649$.

Macht man wieder, wie in Fig. 65, AB = 2r, d. h. den Durchmesser des umschriebenen Kreises zur Sehne des größten Kreises der Kugel, so findet man, wie auf S. 1861 Nr. 18 die Entfernung vom Pole.

27 Wenn man in einem regelmäßigen Fünfecke eine Diagonale von einer Ecke nach der zweitnächsten zieht, so ist die Mediane derselben gleich der Seite des Fünfecks (vergl. S. 738 Nr. 23).

Beweis (Fig. 68).

Es sei ADEFG ein regelmäßiges Fünfeck mit seinem umschriebenen Kreise, und AB der Durchmesser, C der Mittelpunkt desselben; AE ist eine Diagonale im Fünfeck. Der Radius CB halbirt die Seite EF (vergl. S. 728 Nr. 13), also ist BE die Seite des Zehnecks.

Verlängert man BE nach H, so daß BH = BC; zieht man ferner CH, und den Radius CE, so hat man die beiden gleichschenkligen Dreiecke BCE und BCH.

Da BE eine Zehnecksseite ist, so ist $\angle$ BCE $= \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ = \frac{4\,\text{R.}}{10}$

$= \frac{2}{5}\,\text{R.}$

Die beiden andern Winkel des Dreiecks BCE sind also zusammen $= 2 - \frac{2}{5}\,\text{R.} = \frac{8}{5}\,\text{R.}$; also, da das Dreieck gleichschenklig ist, jeder d. h. $\angle$ CBE = $\angle$ CEB $= \frac{4}{5}\,\text{R.}$

Weil BC = BH, so ist auch in dem gleichschenkligen Dreiecke BCH der Winkel BCH = BHC; ferner sind die beiden innern Winkel BCH + BHC = CBE als dem äußeren Winkel des Dreiecks, daher jeder von ihnen $= \frac{2}{5}\,\text{R.}$, weil CBE $= \frac{4}{5}\,\text{R.}$

Es ist also $\angle$ ECB + $\angle$ BCH $= \frac{4}{5}\,\text{R.}$; da aber auch $\angle$ CEB $= \frac{4}{5}\,\text{R.}$, so ist Δ ECH gleichschenklig; also auch HC = HE.

Es sind ferner die beiden Dreiecke ECH und BCE ähnlich, weil das erstere an der Grundlinie EC, das zweite an der Grundlinie BE gleiche Winkel mit dem andern hat; es sind also auch die dritten Winkel gleich, nämlich $\angle$ BCE = $\angle$ CHE. Aus der Aehnlichkeit folgt:

$$\text{HC} : \text{CE} = \text{CE} : \text{EB}$$

Digitized by Google

$$\text{oder} \quad HE : CE = CE : EB$$
$$\text{oder} \quad (EB + BH) : CE = CE : EB$$
$$\text{oder} \quad (EB + CE) : CE = CE : EB$$

$$\text{Daher } (EB + CE) \cdot EB = CE^2; \text{ oder } EB^2 + EB \cdot CE = CE^2$$

Der letzte Ausdruck zeigt eine unvollständige quadratische Gleichung (vergl. S. 614 Nr. 4); das Binomium besteht aus EB und $\frac{CE}{2}$; daher hat man auf beiden Seiten $\frac{1}{4}\,CE^2$ zu addiren; daher

$$EB^2 + EB \cdot CE + \frac{1}{4}\,CE^2 = CE^2 + \frac{1}{4}\,CE^2 = \frac{5}{4}\,CE^2$$

$$\text{Daher } EB + \frac{1}{2}\,CE = \sqrt{\frac{5}{4}\,CE^2}$$

$$\text{oder } EB = \sqrt{\frac{5}{4}\,CE^2} - \frac{1}{2}\,CE.$$

Zieht man den Nenner 4 unter dem Wurzelzeichen hervor, so hat man:

$$EB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5\,CE^2} - \frac{1}{2}\,CE$$

$$\text{daher endlich } EB = \frac{\sqrt{5\,CE^2} - CE}{2}$$

Um diese letzte Formel durch die Zeichnung darzustellen, sucht man zwischen CE, und 5 CE die mittlere Proportionallinie; diese heiße x, so hat man:

$$5\,CE : x = x : CE; \text{ also } x^2 = 5\,CE^2; \text{ und } x = \sqrt{5\,CE^2}$$

Von dieser Linie zieht man CE ab, und halbirt den Rest, so erhält man

$$\frac{x - CE}{2} = \frac{\sqrt{5\,CE^2} - CE}{2}$$

Man kann der obigen Gleichung $EB = \sqrt{\frac{5}{4}\,CE^2} - \frac{1}{2}\,CE$ noch eine bequemere Form geben, indem man CE^2 unter dem Wurzelzeichen hervornimmt; alsdann ist:

$$EB = CE \cdot \sqrt{\frac{5}{4}} - \frac{1}{2}\,CE.$$

Quadrirt man diese Gleichung, so erhält man:

$$EB^2 = \frac{5}{4}\,CE^2 - 2 \cdot CE \cdot \sqrt{\frac{5}{4}} \cdot \frac{1}{2}\,CE + \frac{1}{4}\,CE^2$$

Nimmt man das letzte Glied nach vorne, und führt man die Multiplikation des mittleren Gliedes aus, so erhält man:

$$EB^2 = \frac{6}{4}\,CE^2 - CE^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}$$

Digitized by Google

In dem rechtwinkligen Dreiecke ABE ist

$$AE^2 = AB^2 - EB^2$$

oder da $AB = 2CB$; $AE^2 = 4CB^2 - EB^2$; und da ferner $CE = CB$

$$AE^2 = 4CB^2 - \frac{6}{4} CB^2 + CB^2 \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\text{oder } AE^2 = \frac{10}{4} CB^2 + CB^2 \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\text{oder 1) } AE = \sqrt{\left(\frac{10}{4} CB^2 + CB^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}\right)}$$

Nach der oben (S. 738 Nr. 23) gegebenen Erklärung ist die Mediane einer Linie derjenige größere Theil derselben, welcher die mittlere Proportionallinie zwischen der ganzen Linie und dem kleineren Theile ist. Sucht man also die Mediane für AE, und bezeichnet sie durch m, so hat man:

$$AE : m = m : (AE - m)$$

$$\text{daher } m^2 = AE^2 - AE\,m; \text{ oder } m^2 + AE\,m = AE^2$$

Dies ist wieder eine unvollständige quadratische Gleichung; ihre Vervollständigung giebt:

$$m^2 + AE\,m + \frac{1}{4} AE^2 = AE^2 + \frac{1}{4} AE^2$$

$$\text{daher } m + \frac{1}{2} AE = \sqrt{\frac{5}{4} AE^2} = AE \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$m = AE \sqrt{\frac{5}{4}} - \frac{1}{2} AE$$

Quadrirt man diese Gleichung, so ist

$$m^2 = \frac{5}{4} AE^2 - AE^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}} + \frac{1}{4} AE^2$$

$$\text{oder } m^2 = \frac{6}{4} AE^2 - AE^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}$$

Setzt man statt AE^2 den vorher gefundenen Werth, so ist

$$m^2 = \frac{6}{4} \left(\frac{10}{4} CB^2 + CB^2 \sqrt{\frac{5}{4}}\right) - \left(\frac{10}{4} CB^2 + CB^2 \sqrt{\frac{5}{4}}\right) \sqrt{\frac{5}{4}}$$

Führt man bei diesem Ausdrucke die Multiplikationen aus, so erhält man aus dem ersten Gliede:

$$\frac{15}{4} CB^2 + \frac{6}{4} CB^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}$$

aus dem zweiten Gliede

mit einiger Umstellung: $- \frac{5}{4} CB^2 - \frac{10}{4} CB^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}$

also: $$m^2 = \frac{10}{4} CB^2 - CB^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}$$

Digitized by Google

$$\text{oder II)}\quad m = \sqrt{\left(\frac{10}{4}\,CB^2 - CB^2 \,.\, \sqrt{\frac{5}{4}}\right)}$$

Dieſer Werth der Mediane der Diagonale AE unterſcheidet ſich von demjenigen der AE ſelbſt in Gleichung I nur dadurch, daß das letzte Glied für AE poſitiv, hier für m negativ iſt.

Es iſt nun noch zu zeigen, daß dieſer Werth von m demjenigen der Seite des Fünfecks gleich ſei.

Es iſt nach dem Vorigen (S. 1865) die Seite des Zehnecks

$$EB = \frac{\sqrt{5\,CB^2} - CB}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{5\,CB^2} - \frac{1}{2}\,CB$$

Es iſt ferner $EK = \frac{1}{2}\,EF$

In dem rechtwinkligen Dreiecke CKE iſt

$$CK = \sqrt{CE^2 - EK^2}$$

oder wenn man für EK ſeinen Werth nimmt:

$$CK = \sqrt{\left(CE^2 - \frac{1}{4}\,EF^2\right)}$$

Es iſt ferner $BK = CB - CK$; auch iſt $CE = CB$; daher:

$$BK = CB - \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4}\,EF^2\right)}$$

$$\text{oder}\quad BK^2 = CB^2 - 2\,CB \,.\, \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4}\,EF^2\right)} + CB^2 - \frac{1}{4}\,EF^2$$

oder nach einigen Umſtellungen:

$$BK^2 = 2\,CB^2 - \frac{1}{4}\,EF^2 - 2CB \,.\, \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4}\,EF^2\right)}$$

Addirt man auf beiden Seiten $EK^2 = \frac{1}{4}\,EF^2$, ſo erhält man, da ſich + und − heben:

$$BK^2 + EK^2 = 2\,CB^2 - 2\,CB \,.\, \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4}\,EF^2\right)}$$

Es iſt aber $BK^2 + EK^2 = EB^2$; alſo $EB^2 = 2\,CB^2 - 2\,CB \,.\, \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4}\,EF^2\right)}$

es iſt aber auch $EB = \frac{1}{2}\sqrt{5\,CB^2} - \frac{1}{2}\,CB = \sqrt{\frac{5}{4}\,CB^2} - \frac{1}{2}\,CB$

Quadrirt man dies, ſo iſt:

$$EB^2 = \frac{5}{4}\,CB^2 - 2 \,.\, \sqrt{\frac{5}{4}\,CB^2} \,.\, \frac{1}{2}\,CB + \frac{1}{4}\,CB^2$$

Digitized by Google

Daher zusammengezogen:

$$EB^2 = \frac{6}{4} CB^2 - CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2}$$

Beide Werthe von EB^2 verglichen, ergeben:

$$2CB^2 - 2CB \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)} = \frac{6}{4} CB^2 - CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2}$$

$$\text{also } 2CB^2 - \frac{6}{4} CB^2 + CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2} = 2CB \cdot \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)}$$

$$\frac{1}{2} CB^2 + CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2} = 2CB \cdot \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)}$$

$$\frac{1}{2} CB + \sqrt{\frac{5}{4} CB^2} = 2 \cdot \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)}$$

Der letzte Werth kommt aus dem vorletzten durch Division sämmtlicher Glieder mit CB. Quadrirt man auf beiden Seiten, so erhält man:

$$\frac{1}{4} CB^2 + CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2} + \frac{5}{4} CB^2 = 4 \cdot CB^2 - EF^2$$

$$\frac{6}{4} CB^2 + CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2} = 4 \cdot CB^2 - EF^2$$

Nimmt man EF^2 allein auf die linke Seite, so hat man:

$$EF^2 = 4 \cdot CB^2 - \frac{6}{4} CB^2 - CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2}$$

$$EF^2 = \frac{10}{4} CB^2 - CB \cdot CB \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$EF^2 = \frac{10}{4} CB^2 - CB^2 \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\text{also III) } EF = \sqrt{\frac{10}{4} CB^2 - CB^2 \sqrt{\frac{5}{4}}}$$

Dieser Werth stimmt vollkommen mit dem in der Gleichung II für m gefundenen überein. Es ist aber EF die Seite des gleichseitigen Fünfecks, und ist daher der Mediane der Diagonale AE gleich.

28 Die Mediane der Flächenseite des eingeschriebenen Würfels ist gleich der Flächenseite des eingeschriebenen Dodekaeders.

Beweis (Fig. 69).

In den vier Fünfecken, welche einen Theil der Oberfläche des Dodekaeders darstellen, ziehe man die Diagonalen AB, BC, CD, DA; diese sind wegen der Gleichheit der Fünfecke sämmtlich gleich.

Denkt man sich die Kugel, in welcher das Dodekaeder eingeschrieben ist, längs der Fläche ABCDA geschnitten, so ist der Durchschnitt ein Kreis, und jede der Linien ist eine Chorde von 90°; demnach ist ADCBA ein Quadrat.

Digitized by Google

Theilt man, wie in Fig. 69, jedes Fünfeck in drei Dreiecke, so besteht die ganze Oberfläche aus 36 Dreiecken. Von denen befinden sich 6 über dem Quadrate ABCDA; also lassen sich im ganzen Dodekaeder 6 solche Quadrate beschreiben, und diese bilden einen Würfel. Weil aber dieser Würfel mit seinen Spitzen die Oberfläche der Kugel berührt, so ist er das eingeschriebene Hexaeder.

Es ist demnach die Diagonale eines Fünfecks, wie AB oder BC u. s. w., die Flächenseite des eingeschriebenen Würfels. Sucht man nun die Mediane einer solchen Diagonale, so erhält man nach dem vorigen Satze die Flächenseite des Dodekaeders.

Aufgabe. 29

In eine gegebene Kugel ein Dodekaeder einzuschreiben.

Auflösung (Fig. 46).

Es sei ACB ein größter Halbkreis der Kugel; man theilt den Durchmesser AB derselben in 3 gleiche Theile, so daß $DB = \frac{1}{3}$ AB; darauf zieht man DC senkrecht auf AB, und zieht CB; alsdann ist CB die Flächenseite des eingeschriebenen Würfels (vergl. S. 1833 Nr. 7).

Darauf verlängert man AC bis auf G, so daß $CG = \frac{1}{2}$ CB; ferner macht man GH = GC, und Bd = BH; alsdann ist Bd die Mediane der Linie CB (vergl. S. 738 Nr. 23), und daher (nach S. 1868 Nr. 27) die gesuchte Flächenseite des Dodekaeders.

Aufgabe. 30

Die Flächenseite S des Dodekaeders in Theilen des Kugelhalbmessers $R = \frac{1}{2}$ D auszudrücken.

Auflösung.

Nach S. 1868 Nr. 28 ist die Flächenseite des Dodekaeders die Mediane x der Flächenseite des in die Kugel eingeschriebenen Würfels; diese letztere ist (vergl. S. 1833 Nr. 7) gleich $D \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$; man hat also:

$$D \cdot \sqrt{\tfrac{1}{3}} : x = x : \left(D \cdot \sqrt{\tfrac{1}{3}} - x\right)$$

$$x^2 = D\sqrt{\tfrac{1}{3}} \cdot \left(D \cdot \sqrt{\tfrac{1}{3}} - x\right)$$

$$x^2 = \tfrac{1}{3} \cdot D^2 - xD \cdot \sqrt{\tfrac{1}{3}}$$

$$x^2 + xD \cdot \sqrt{\tfrac{1}{3}} = \tfrac{1}{3} D^2$$

Digitized by Google

Vervollständigt man dieſe quadratiſche Gleichung, ſo hat man:

$$x^2 + x \cdot D \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{12} D^2 = \frac{5}{12} D^2;$$

es iſt nämlich $\left(\frac{1}{2} D \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot D^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} D^2$

Demnach $x + \frac{1}{2} D \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = D \cdot \sqrt{\frac{5}{12}}$

$$x = D \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{12}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}\right) = D \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{12}} - \sqrt{\frac{1}{12}}\right)$$

Zerlegt man den Nenner 12 in $3 \cdot 4$, und zieht 4 unter dem Wurzelzeichen hervor, ſo hat man:

$$x = \frac{1}{2} D \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right)$$

Da $\sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ und $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (vergl. S. 502 Nr. 14)

$$\text{ſo iſt } S = x = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{3}}\right) = R \cdot \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{3}}$$

Setzt man nun $R = 1$, ſo hat man $R = 0{,}71364$.

Hieraus laſſen ſich dann die übrigen Beſtimmungen des Dodekaeders finden (vergl. S. 1857 bis 1860).

31 Aufgabe.

Die Hauptbeſtimmungen des Dodekaeders mit Hülfe der ſphäriſchen Trigonometrie zu finden.

Auflöſung.

Bezeichnet man die Größe der Flächenſeite eines regelmäßigen Körpers durch x, und die Zahl ſolcher Seiten in jeder Grenzfläche durch n: ſo iſt der Umfang einer ſolchen $f = nx$.

Bezeichnet man ferner den Halbmeſſer des um eine ſolche Grundfläche beſchriebenen Kreiſes mit y: ſo iſt das Perpendikel p aus dem Mittelpunkte dieſes Kreiſes auf jede der Flächenſeiten die Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, deſſen Hypotenuſe y, und deſſen andere Kathete die halbe Flächenſeite oder $\frac{1}{2} x$ iſt; man hat alſo $p = \sqrt{\left(y^2 - \left(\frac{1}{2} x\right)^2\right)} = \sqrt{\left(y^2 - \frac{1}{4} x^2\right)}$.

Bezeichnet man den Halbmeſſer der umſchriebenen Kugel mit R: ſo iſt das Perpendikel p', welches vom Kugelmittelpunkte auf eine Grundfläche herabgelaſſen wird, die Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, deſſen Hypotenuſe R und deſſen andre Kathete y iſt; man hat alſo $p' = \sqrt{(R^2 - y^2)}$.

Multiplizirt man die Anzahl der Grundflächen, N, mit dem Flächeninhalte

Digitized by Google

einer jeden derselben, oder mit f: so hat man die ganze Oberfläche des Polyeders, oder $F = Nf$; und multiplizirt man diese ganze Oberfläche mit einem Drittel des Perpendikels p': so hat man den kubischen Inhalt des ganzen Polyeders, oder $K = \frac{1}{3} p' \cdot F = \frac{1}{3} NF \cdot \sqrt{(R^2 - y^2)}$, wie schon oben (S. 1868 Nr. 18).

Denkt man sich durch den Mittelpunkt der Kugel, und durch die Seiten der das Polyeder begrenzenden Flächen Bogen größter Kreise gelegt: so entsteht für jedes Polygon auf der Oberfläche des Polyeders ein sphärisches Polygon von gleich vielen Seiten auf der Oberfläche der Kugel. Man erhält auf diese Art auch ein Netz (vergl. S. 1828 Nr. 4) für die ganze Kugeloberfläche, welches aus eben so viel sphärischen Vielecken besteht, als das Netz oder die Oberfläche des Polyeders Grenzflächen enthält. Bezeichnet man die ganze Kugeloberfläche mit S, und die Anzahl der Grenzflächen, wie vorher, mit N: so ist der Flächeninhalt eines jeden einzelnen sphärischen Polygons, oder $\Sigma = \frac{S}{N}$.

Um jeden Winkelpunkt eines solchen sphärischen Netzes, d. h. um einen solchen Punkt des Netzes, in welchem die Spitze eines körperlichen Winkels vorgezeichnet ist, beträgt die Summe aller sphärischen Winkel 360°. Wird nun ein körperlicher Winkel des Polyeders von 3 ebenen Winkeln eingeschlossen, wie beim Tetraeder, Hexaeder und Dodekaeder (vergl. die Figuren und Netze der fünf regelmäßigen Körper Tafel XXXV, D, Fig. 23 – 32), so ist jeder sphärische Winkel $= \frac{360}{3} = 120°$; bilden 5 ebene den körperlichen Winkel, wie beim Ikosaeder, so ist jeder sphärische $= \frac{360}{5} = 72°$

Wird der regelmäßige Körper, wie das Dodekaeder von fünfeckigen Grenzflächen, und jeder körperliche Winkel desselben von drei ebenen eingeschlossen, so ist jeder Winkelpunkt des Netzes von 3 sphärischen Winkeln umgeben, von denen also jeder = 120°. Das sphärische Fünfeck, welches auf der Oberfläche der Kugel dem ebenen Fünfecke entspricht, enthält fünf solcher sphärischer Winkel; also ihre Summe ist = 600°.

Will man nun den Flächeninhalt eines sphärischen Polygons finden, so hat man sich zuerst an die Formel (S. 1394, oben) zu erinnern, nach welcher der Flächeninhalt eines sphärischen Dreiecks berechnet wird; sie heißt, wenn A, B, C die drei sphärischen Winkel bezeichnen:

$$\Delta ABC = \frac{A + B + C - 180°}{720°} \cdot 4r^2\pi$$

Es ist aber $4r^2\pi$ (vergl. S. 1220, oben) die ganze Kugeloberfläche, oder nach der jetzigen Bezeichnung S, daher:

$$\Delta ABC = \frac{A + B + C - 180°}{720°} \cdot S$$

Löst man diese Gleichung in eine Proportion auf, so hat man:

$$\Delta ABC : S = (A + B + C - 180°) : 720°$$

Digitized by Google

d. h. der Flächeninhalt eines sphärischen Dreiecks verhält sich zur ganzen Kugeloberfläche, wie der Ueberschuß der Summe seiner drei sphärischen Winkel über 180° zu acht Rechten.

Ist nun ein anderes Polygon, als ein Dreieck gegeben, so kann man aus einem Winkelscheitel desselben Bogen größter Kreise nach den übrigen Winkelscheiteln ziehen; diese theilen dann als sphärische Diagonalen das Polygon in mehrere sphärische Dreiecke, von denen jedes einzelne nach obiger Formel berechnet werden kann.

Z. B. das sphärische Fünfeck A, B, C, D, E, Tafel XXXV, D, Fig. 70, ist durch die beiden Bogen AC und AD in drei sphärische Dreiecke getheilt.

Man sieht sogleich ein, daß jedes Polygon in so viele Dreiecke getheilt werden kann, als es Seiten hat, weniger zwei; also ein n - Eck in n − 2 Dreiecke; indem zwei Seiten des Polygons zu Seiten der beiden äußersten Dreiecke werden. Die Summe der Diagonalen ist offenbar um 1 geringer als die Zahl der Dreiecke, d. h. = n − 3.

Setzt man die Summe aller sphärischen Winkel im ganzen Polygon = s, und die Winkelsumme im Dreieck ABC = s', in ACD = s'', in ADE''', so ist:

$$\Delta\,ABC = \frac{s' - 180^\circ}{720^\circ} \cdot S;\quad \Delta\,ACD = \frac{s'' - 180^\circ}{720^\circ}\,S;\quad \Delta\,ADE = \frac{s''' - 180^\circ}{720^\circ}\,S;$$

Da nun $s = s' + s'' + s'''$, so ist:

$$\text{Fünfeck ABCDE} = \frac{s - (n-2)\cdot 180^\circ}{720^\circ} \cdot S$$

Da aber im Fünfeck $s = 600^\circ$, $n = 5$; also $(n-2) = 3$ ist, so hat man:

$$\text{Fünfeck ABCDE} = \frac{600 - 540}{720} \cdot S = \frac{S}{12}$$

Da aber nach dem Vorigen der Flächeninhalt des Polygons $= \frac{S}{N}$, so zeigt sich (was oben S. 1856 Nr. 8 auf andere Weise gefunden), daß ein regelmäßiges Polyeder mit fünfeckigen Grenzflächen deren nur 12 haben kann, da N = 12 ist.

Es ist nun, wenn der Halbmesser der Kugel = 1 ist, $S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi =$ 12,5663706, also das sphärische Fünfeck = 1,04719475.

Es sei die Seitenanzahl eines regelmäßigen sphärischen Polygons = n; alsdann machen alle Winkel um den Pol desselben herum zusammen 4 rechte Winkel, oder 360°, also jeder derselben ist $= \frac{360^\circ}{n}$; solch ein Polwinkel werde mit α bezeichnet.

Man bezeichne ferner die Seite des sphärischen Polygons mit η, und jeden sphärischen Polygonalwinkel mit ϑ; endlich einen vom Pole nach den Ecken gezogenen Bogen mit φ; jeder solcher Bogen halbirt in einem regelmäßigen Vielecke den Polygonalwinkel. In Fig. 70 sei P der Pol; alsdann sind die Winkel bei P wie APB, BPC u. s. w. jeder $= \alpha = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

Digitized by Google

Die Seiten oder Bogen AB, BC u. ſ. w. jeder $= \eta$; jeder Polygonalwinkel wie ABC, BCD u. ſ. w, $\vartheta = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$; jeder Bogen, wie PA, PB u. ſ. w. $= \varphi$, und durch ihn jeder Winkel wie PAB, PBC u. ſ. w. $= \frac{1}{2}\,\vartheta = 60^\circ$

Halbirt man einen Winkel α, z. B. APB durch einen Bogen PQ ſo wird, weil das Dreieck APB gleichſchenklig iſt, auch die Seite AB halbirt, und der Bogen PQ ſteht ſenkrecht auf dem Bogen AB; es iſt alſo Winkel $APQ = \frac{1}{2}\alpha = 36^\circ$, und die Seite $AQ = \frac{1}{2}\,\eta$.

In jedem ſphäriſchen Dreiecke (vergl. S. 1384 Nr. 3, Gleichung I) verhalten ſich die Sinus der Winkel wie die Sinus der ihnen gegenüberliegenden Seiten. Man hat alſo in dem Dreieck APB

$$\sin\varphi : \sin\eta = \sin\tfrac{1}{2}\vartheta : \sin\alpha$$

$$\text{alſo}\quad \sin\varphi = \frac{\sin\eta \cdot \sin \tfrac{1}{2}\vartheta}{\sin\alpha}$$

und in dem rechtwinkligen Dreiecke APQ, da $\sin 90^\circ = 1$:

$$\sin\varphi : \sin\tfrac{1}{2}\eta = 1 : \sin\tfrac{1}{2}\alpha$$

$$\text{I)}\quad \sin\varphi = \frac{\sin\frac{1}{2}\eta}{\sin\frac{1}{2}\alpha}$$

Man hat aus beiden Gleichungen:

$$\frac{\sin\eta \cdot \sin\frac{1}{2}\vartheta}{\sin\alpha} = \frac{\sin\frac{1}{2}\eta}{\sin\frac{1}{2}\alpha}$$

Es iſt aber (vergl. S. 744 Nr. 4), wenn $r = 1$,

$$\sin\eta = 2\cdot\left(\sin\tfrac{1}{2}\eta\cdot\cos\tfrac{1}{2}\eta\right)$$

$$\text{und}\quad \sin\alpha = 2\cdot\left(\sin\tfrac{1}{2}\alpha\cdot\cos\tfrac{1}{2}\alpha\right)$$

Daher:

$$\frac{2\cdot\sin\frac{1}{2}\eta.\cos\frac{1}{2}\eta.\sin\frac{1}{2}\vartheta}{2.\sin\frac{1}{2}\alpha\cdot\cos\frac{1}{2}\alpha} = \frac{\sin\frac{1}{2}\eta}{\sin\frac{1}{2}\alpha}$$

Digitized by Google

Multiplizirt man gegenseitig mit den Nennern, und läßt die gleichen Faktoren fort, so ist:

$$\cos\frac{1}{2}\eta \cdot \sin\frac{1}{2}\vartheta = \cos\frac{1}{2}\alpha = \cos\frac{180^\circ}{n}$$

Durch diese Gleichung läßt sich ϑ bestimmen, wenn η gegeben ist, und umgekehrt: man hat nämlich:

$$\text{II)}\ \sin\frac{1}{2}\vartheta = \frac{\cos\frac{180^\circ}{n}}{\cos\frac{1}{2}\eta}\ ;\ \text{und III)}\ \cos\frac{1}{2}\eta = \frac{\cos\frac{180^\circ}{n}}{\sin\frac{1}{2}\vartheta}$$

Ist die Seite des Vierecks gegeben, so braucht man nur in die Gleichung I) für $\sin\varphi$, statt η seinen Werth setzen. Ist der Polygonalwinkel ϑ gegeben, so berechnet man zuerst die Seite η, und dann weiter wie vorher.

Wendet man obige Formeln auf das Dodekaeder an, so hat man, da $\alpha = 72^\circ$, und $\vartheta = 120^\circ$, und $n = 5$:

$$\cos\frac{1}{2}\eta = \frac{\cos 36^\circ}{\sin 60^\circ}$$

In einem regelmäßigen ebenen Fünfecke ist jede Seite $= 2 \cdot \sin\frac{1}{2}\ 36^\circ$ (vergl. S. 722), weil der Centrumwinkel $= 72^\circ$

Der Sinus von 36° ist also die Hälfte der Seite eines solchen regelmäßigen ebenen Fünfecks, welches in einen Kreis eingeschrieben, dessen Radius $= 1$ ist.

Es ist (vergl. S. 1868, Gleichung III) die Seite des Fünfecks:

$$x = \sqrt{\left(\frac{10}{4} - \sqrt{\frac{5}{4}}\right)}$$

Es ist aber (vergl. S. 502 Nr. 14): $\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{2\cdot\sqrt{5}}{4}$;

demnach:

$$x = \sqrt{\left(\frac{10 - 2\sqrt{5}}{4}\right)} = \frac{\sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}{2}$$

Daher $\sin 36^\circ = \frac{1}{2}\,x = \frac{\sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}{4}$; also $\sin^2 36^\circ = \frac{10 - 2\sqrt{5}}{16}$

Da nun $\cos^2 36^\circ = R^2 - \sin^2 36^\circ$ (vergl. S. 744 Nr. 4), so hat man, wenn $R = 1 = \frac{4}{4}$; also $R^2 = \frac{16}{16}$:

$$\cos^2 36^\circ = \frac{16 - (10 - 2\sqrt{5})}{16} = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{16};$$

$$\text{M)}\ \cos 36^\circ = \frac{\sqrt{(6 + 2\sqrt{5})}}{4};$$

Digitized by Google

da nun der Radius = 1 die Seite eines regelmäßigen Sechsecks, also = $2 \cdot \sin 30°$ ist (vergl. S. 653 Nr. 8), so ist $\sin 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$; und $\cos^2 60° = \frac{1}{4}$; es ist ferner $R = 1 = \frac{2}{2}$; also $R^2 = \frac{4}{4}$; man hat also:

$$\sin^2 60° = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4};$$

also $\sin 60° = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; oder:

$$\text{N)} \quad \sin 60° = \frac{1}{2}\sqrt{3}.$$

Man kann der obigen Gleichung M für $\cos 36°$ noch eine bequemere Form geben. Es ist $\cos 36° = \sin 54°$; bezeichnet man einen Bogen von 90°, oder den Quadranten des Kreises, durch q, so ist $\frac{1}{5}\,q = 18°$; daher $\sin 54° = \sin \frac{3}{5}\,q$. Setzt man ferner $\sin 18° = \sin \frac{1}{5}\,q = \gamma$, so ist 2γ die Sehne von $\frac{2}{5}\,q$ (vergl. S. 652 Nr. 7); da nun $\frac{2}{5}\,q = 36°$, und 36° der Centrumwinkel des regelmäßigen Zehnecks ist, so muß 2γ die Seite eines eingeschriebenen regelmäßigen Zehnecks sein.

Man hat nach S. 1865 oben, und Fig. 68 für die Zehnecksseite EB folgende Gleichung:

$$EB^2 + (CB \cdot EB) = CB^2; \text{ oder } EB^2 = CB^2 - (CB \cdot EB).$$

Setzt man hierin statt EB die Größe 2γ, und statt CB den Radius 1, so erhält man:

$$4\gamma^2 = 1 - 2\gamma = 1 \,.\, (1 - 2\gamma).$$

Löst man diese Gleichung in eine Proportion auf, so ist:

$$1 : 2\gamma = 2\gamma : (1 - 2\gamma),$$

d. h. die Seite des Zehnecks ist (vergl. S. 738 Nr. 23) die Mediane zwischen dem ganzen Radius und seinem durch Abziehung der Zehnecksseite entstandenen Reste.

Da $4\gamma^2 = 1 - 2\gamma$, so ist $4\gamma^2 + 2\gamma = 1$; oder wenn man beiderseits durch 4 dividirt

$$\gamma^2 + \frac{1}{2}\,\gamma = \frac{1}{4};$$

oder nach Vervollständigung der quadratischen Gleichung;

$$\gamma^2 + \frac{1}{2}\,\gamma + \frac{1}{16} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16}; \text{ also } \left(\gamma + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{5}{16}; \text{ daher}$$

$$\gamma + \frac{1}{4} = \sqrt{\frac{5}{16}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}\,\sqrt{5}$$

Digitized by Google

Daher ferner:

$$\gamma = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{5} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot (\sqrt{5} - 1) = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

Dies ſtimmt mit dem oben S. 1865 gefundenen Werthe überein, indem dort für die Zehnecksſeite EB, oder 2γ gefunden worden:

$$2\gamma = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

Da nun $\gamma = \sin \frac{1}{5} q$, ſo hat man: $\sin \frac{1}{5} q = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$; quadrirt man, ſo iſt:

$$\sin^2 \frac{1}{5} q = \frac{5 - 2\sqrt{5} + 1}{16} = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{16}$$

Hieraus erhält man:

$$1 - \sin^2 \frac{1}{5} q = \cos^2 \frac{1}{5} q = \frac{10 + 2\sqrt{5}}{16}$$

Es iſt (vergl. S. 744 Nr. 4) $\cos \frac{2}{5} q = \cos^2 \frac{1}{5} q - \sin^2 \frac{1}{5} q$; daher:

$$\frac{10 + 2\sqrt{5} - 6 + 2\sqrt{5}}{16} = \cos \frac{2}{5} q = \frac{4 + 4\sqrt{5}}{16} = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}.$$

Man hat alſo, da $\frac{1}{5} q = 18^\circ$:

$$\text{P)} \quad \cos 36^\circ = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$$

Nimmt man nun den Werth aus dieſer Gleichung zum Zähler, und denjenigen aus der Gleichung N zum Nenner, ſo hat man (vergl. S. 1874):

$$\cos \frac{1}{2} \eta = \frac{1 + \sqrt{5}}{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$$

Es iſt hiernach $\cos^2 \frac{1}{2} \eta = \frac{1 + 2\sqrt{5} + 5}{4 \cdot 3} = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{12} = \frac{3 + \sqrt{5}}{6}$

daher $1 - \cos^2 \frac{1}{2} \eta = \sin^2 \frac{1}{2} \eta = \left(\frac{6}{6} - \frac{3 + \sqrt{5}}{6}\right) = \frac{3 - \sqrt{5}}{6}$;

daher $$\sin \frac{1}{2} \eta = \frac{\sqrt{(3 - \sqrt{5})}}{\sqrt{6}}$$

Es iſt nach obigen Bezeichnungen (S. 1872) η die Seite des regelmäßigen ſphäriſchen Fünfecks; und (vergl. S. 1874) x die Seite des regelmäßigen geradlinigen Fünfecks, und zugleich die Sehne der Seite des ſphäriſchen Fünfecks,

Digitized by Google

d. h. die Sehne des Bogens η; alſo (vergl. S. 652 Nr. 7) : $x = 2R \sin \frac{1}{2}\eta$.

Nimmt man nun

$$\sin^2 \frac{1}{2}\eta = \frac{3 - \sqrt{5}}{6} = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{12} = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{4 \cdot 3}$$

ſo iſt $\sin \frac{1}{2}\eta = \frac{\sqrt{(6 - 2\sqrt{5})}}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{(6 - 2\sqrt{5})}}{2 \cdot \sqrt{3}}$

Daher Q) $x = 2 \cdot R \sin \frac{1}{2}\eta = \frac{R \cdot \sqrt{(6 - 2\sqrt{5})}}{\sqrt{3}}$

Sieht man $6 - 2\sqrt{5}$ als ein vollſtändiges Quadrat eines Binomiums an, ſo muß man zuerſt 6 in $5 + 1$ zerlegen; alsdann findet man:

$$\sqrt{(6 - 2\sqrt{5})} = \sqrt{(5 - 2\sqrt{5} + 1)} = \sqrt{5} - 1$$

Daher Q') $x = 2 \cdot R \sin \frac{1}{2}\eta = \frac{R \cdot (\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{3}}$

Man kann auf ähnliche Art finden, daß $\sqrt{(6 + 2\sqrt{5})} = \sqrt{5} + 1$; daher läßt ſich auch die obige Gleichung M ohne geometriſche Deduktion unmittelbar in die Gleichung P verwandeln.

Die Gleichung Q giebt alſo den Werth der Flächenſeite oder Kante des Dodekaeders, wenn R den Halbmeſſer der Kugel bezeichnet; dieſer mit Hülfe der ſphäriſchen Trigonometrie gefundene Werth ſtimmt mit dem oben (S. 1870 Nr. 30) erhaltenen völlig überein.

In dem rechtwinkligen ſphäriſchen Dreiecke APQ, Fig. 70 iſt bekannt $\sphericalangle Q = 90°$, die Seite $QA = \frac{1}{2}\eta$, und $\sphericalangle QPA$, oder $\frac{1}{2}\alpha = 36°$, als halber Polwinkel (S. 1872). Um nun die Hypotenuſe $PA = \varphi$, d. h. die Entfernung eines Eckpunktes vom Pole des umſchriebenen Kreiſes zu finden, hat man (vergl. S. 1380, Nr. 5, Gleichung I):

$$\sin \frac{1}{2}\alpha : \sin \frac{1}{2}\eta = r : \sin \varphi; \text{ alſo } \sin \varphi = \frac{\sin \frac{1}{2}\eta}{\sin \frac{1}{2}\alpha}.$$

Es iſt nun $\sin \frac{1}{2}\eta = \frac{\sqrt{(3 - \sqrt{5})}}{\sqrt{6}}$ und $\sin \frac{1}{2}\alpha = \sin 36° = \frac{\sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}{4}$;

nämlich gleich der halben Seite eines ebenen Fünfecks; daher:

S) $$\sin \varphi = \frac{4 \cdot \sqrt{(3 - \sqrt{5})}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}$$

Digitized by Google

Dieſen Ausdruck kann man noch bequemer zur Rechnung machen, und zwar nach folgender allgemeinen Regel: wenn ein Bruch Wurzelgrößen unter dem Wurzelzeichen eines Binomiums enthält, wie hier $-2\sqrt{5}$, ſo multiplizirt man Zähler und Nenner mit einer Wurzelgröße, welche dieſelben binomiſchen Elemente, aber ein entgegengeſetztes Zeichen hat. Da nämlich (vergl. S. 446 Nr. 8) $(a+b).(a-b)=a^2-b^2$, alſo kein Produkt $2ab$ darin erſcheint, ſo wird auch, im Fall $b=\sqrt{x}$, dieſe Wurzelgröße verſchwinden müſſen. Multiplizirt man demnach den obigen Werth von $\sin\varphi$ im Zähler und Nenner mit $\sqrt{(10+2\sqrt{5})}$, ſo erhält man:

$$\sin\varphi=\frac{4.\sqrt{(3-\sqrt{5})}.\sqrt{(10+2\sqrt{5})}}{\sqrt{6}.\sqrt{(10-2\sqrt{5})}.\sqrt{(10+2\sqrt{5})}}=\frac{4.\sqrt{(30-4\sqrt{5}-10)}}{\sqrt{6}.\sqrt{(100-20)}}$$

$$=\frac{4.\sqrt{(20-4\sqrt{5})}}{\sqrt{6}.\sqrt{80}}=\frac{4.\sqrt{2}.\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{\sqrt{(480)}}$$

Zerlegt man den Nenner 480 in die drei Faktoren $16.2.15$, ſo iſt $\sqrt{16}.\sqrt{2}.\sqrt{15}=4.\sqrt{2}.\sqrt{15}$; daher:

$$\sin\varphi=\frac{4.\sqrt{2}.\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{4.\sqrt{2}.\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{(10-2\sqrt{5}}}{\sqrt{15}}$$

Bezeichnet man nun (vergl. S. 1870) mit y den Halbmeſſer des um das Fünfeck beſchriebenen Kreiſes, ſo hat man:

$$\text{T)}\quad y=R.\sin\varphi=\frac{R.\sqrt{(10-2\sqrt{5}}}{\sqrt{15}}$$

Es iſt ferner das Perpendikel von dem Mittelpunkte dieſes umſchriebenen Kreiſes auf jede Flächenſeite, oder $p=\sqrt{\left(y^2-\frac{1}{4}x^2\right)}$.

Quadrirt man die eben gefundenen Werthe für y und x in den Gleichungen Q und T, und dividirt x durch 4, ſo erhält man:

$$y^2-\frac{1}{4}x^2=\frac{R^2.(10-2\sqrt{5})}{15}-\frac{R^2.(6-2\sqrt{5})}{4.3}$$

Sondert man den gemeinſchaftlichen Faktor R^2 ab, und bringt die beiden Brüche auf einen gemeinſchaftlichen Nenner, ſo iſt:

$$\text{U)}\quad y^2-\frac{1}{4}x^2=R^2.\left(\frac{120-24\sqrt{5}-90+30\sqrt{5}}{15.4.3}\right)=R^2.\left(\frac{30+6\sqrt{5}}{3.4.15}\right)$$

$$\sqrt{\left(y^2-\frac{1}{4}x^2\right)}=\frac{\sqrt{R^2.3.(10+2\sqrt{5})}}{3.4.15}=\frac{R.\sqrt{(10+2\sqrt{5})}}{2\sqrt{15}}=p$$

Bezeichnet man mit p' das Perpendikel vom Mittelpunkte der Kugel auf

Digitized by Google

den Mittelpunkt einer Fläche oder eines umschriebenen Kreises, so hat man $p' = \sqrt{(R^2 - y^2)}$; also nach obigem Werthe von y:

$$(p')^2 = R^2 - \frac{R^2 . (10 - 2\sqrt{5})}{15} = R^2 . \frac{(15 - 10 + 2\sqrt{5})}{15} = \frac{R^2(5 + 2\sqrt{5})}{15}$$

$$V) \quad p' = \frac{R . \sqrt{(5 + 2\sqrt{5})}}{\sqrt{15}}$$

Es ist nun der Flächeninhalt eines solchen Fünfecks $f = \frac{1}{2} p . x . n$ (vergl. S. 722), worin n die Seitenzahl der Fläche, also hier 5 bezeichnet; nimmt man die Werthe $\frac{1}{2} p$ und x aus der obigen Gleichung, so hat man:

$$W) \quad f = \frac{R . \sqrt{(10 + 2\sqrt{5})}}{2 . 2 . \sqrt{15}} . \frac{R . \sqrt{(6 - 2\sqrt{5})}}{\sqrt{3}} . 5 = \frac{R^2 . 5 . \sqrt{(40 - 8\sqrt{5})}}{2 . 2 . \sqrt{3} . \sqrt{5} . \sqrt{3}}$$

$$= \frac{R^2 . 5 . \sqrt{4} . \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}{\sqrt{5} . 2 . 2 . 3} = \frac{R^2 . \sqrt{5} . \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}{6}$$

Es hebt sich nämlich $\sqrt{4}$ oben und 2 unten, eben so giebt 5 dividirt durch $\sqrt{5}$ einen Zähler $\sqrt{5}$.

Multiplizirt man diesen Flächeninhalt einer Grenzfläche mit der Zahl der Flächen N, hier bei dem Dodekaeder = 12, so erhält man die ganze Oberfläche F; daher, indem 12 dividirt durch 6 gleich 2:

$$X) \quad F = 12 f = 2 . R^2 . \sqrt{5} . \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}.$$

Diese Oberfläche mit $\frac{1}{3}$ des Perpendikels p' vom Mittelpunkt der Kugel aus multiplizirt, giebt den kubischen Inhalt D des Dodekaeders; daher nach den Werthen in der Gleichung V und X:

$$D = 2 . R^2 . \sqrt{5} . \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})} . \frac{R . \sqrt{(5 + 2\sqrt{5})}}{3 . \sqrt{15}}$$

$$= \frac{2 R^3 . \sqrt{5} . \sqrt{(30 + 10\sqrt{5})}}{\sqrt{5} . 3 . \sqrt{3}}$$

Quadrirt man das Binomium $5 + \sqrt{5}$, so erhält man $25 + 10\sqrt{5} + 5$, es ist also $\sqrt{(30 + 10\sqrt{5})} = 5 + \sqrt{5}$; man hat daher:

$$Y) \quad D = p . \frac{2 R^3 . (5 + \sqrt{5})}{3 . \sqrt{3}}$$

Man hat nun aus den obigen Formeln:

1) Flächenseite oder Kante des Dodekaeders, $x = 0{,}713644 . R$.
2) Inhalt einer einzelnen Grenzfläche, $f = 0{,}876218 . R^2$

Digitized by Google

3) Halbmesser des umschriebenen Kreises, $\nu = 0{,}607062 \cdot R$.
4) Ganze Oberfläche des Dodekaeders, $F = 10{,}514616 \cdot R^2$
5) Kubischer Inhalt des Dodekaeders, $D = 2{,}785164 \cdot R^3$

Aufgabe.

32 Die Bestimmungen des Ikosaeders mit Hülfe der sphärischen Trigonometrie zu finden.

Auflösung.

Im Ikosaeder ist die Seitenzahl der Fläche $n = 3$, da seine Oberfläche aus 20 gleichseitigen Dreiecken besteht (vergl. S. 1828), jeder Winkel um den Pol oder $\alpha = \frac{360}{3} = 120°$, jeder sphärische Winkel, welcher an den Eckpunkten der körperlichen Winkel des Ikosaeders liegt, oder $\vartheta = \frac{360}{5} = 72°$; denn wie Tafel XXXV, D, Fig. 27 zu sehen ist, stoßen fünf ebene Winkel zu jedem körperlichen zusammen. Da also auch fünf sphärische Seiten daselbst zusammenstoßen, indem jede ein größter Bogen für die darunterliegende gerade Flächenseite oder Kante als Sehne ist: so kann jeder der von den sphärischen Seiten gebildete Winkel nur ein Fünftel von 360° enthalten.

Ein jedes sphärische Dreieck, welches über einer ebenen Dreiecksfläche liegt, hat eine Seite $= \eta$; der Werth derselben ergiebt sich (vergl. S. 1874) aus der Gleichung:

$$\text{A)}\quad \cos\frac{1}{2}\eta = \frac{\cos\frac{1}{2}\alpha}{\sin\frac{1}{2}\vartheta} = \frac{\cos 60°}{\sin 36°}$$

Es ist $\cos 60° = \sin 30° = \frac{1}{2}$; da $2 \cdot \sin 30° = 1$, d. h. als Seite des regelmäßigen eingeschriebenen Sechsecks gleich dem Radius ist (vergl. S. 653 Nr. 8). Ferner ist $\sin 36° = \frac{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{4}$, d. h. gleich der halben Fünfecksseite (vergl. S. 1877); man hat also;

$$\text{B)}\quad \cos\frac{1}{2}\eta = \frac{2}{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}$$

Multiplizirt man Zähler und Nenner mit $\sqrt{(10+2\sqrt{5})}$, so hat man (S. 1878):

$$\frac{2\cdot\sqrt{(10+2\sqrt{5})}}{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}\cdot\sqrt{(10+2\sqrt{5})}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{(5+\sqrt{5})}}{\sqrt{(100-20)}}$$

$$\frac{2\cdot\sqrt{2}\sqrt{(5+\sqrt{5})}}{\sqrt{80}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{(5+\sqrt{5})}}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{10}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{(5+\sqrt{5})}}{\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}}$$

$$\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{(5+\sqrt{5})}}{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}}$$

Digitized by Google

Daher:

$$\text{C)}\quad \cos\frac{1}{2}\eta = \frac{\sqrt{(5+\sqrt{5})}}{\sqrt{10}}$$

$$\sin\frac{1}{2}\eta = \sqrt{\left(1-\cos^2\frac{1}{2}\eta\right)} = \sqrt{\left(1-\frac{(5+\sqrt{5})}{10}\right)} = \frac{\sqrt{(10-5-\sqrt{5})}}{10}$$

$$\text{D)}\quad \sin\frac{1}{2}\eta = \frac{\sqrt{(5-\sqrt{5})}}{\sqrt{10}}$$

Hieraus hat man für die Flächenseite oder Kante des Ikosaeders:

$$x = 2R\,.\,\frac{\sqrt{(5-\sqrt{5})}}{\sqrt{10}}$$

Nimmt man 2 unter das Wurzelzeichen, so hat man:

$$x = R\,.\,\frac{\sqrt{(20-4\sqrt{5})}}{\sqrt{2}\,.\,\sqrt{5}} = \frac{R\,.\,\sqrt{2}\,.\,\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{\sqrt{2}\,.\,\sqrt{5}}$$

$$\text{E)}\quad x = \frac{R\,.\,\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{\sqrt{5}}$$

Es ist (vergl. S. 1873) $\sin\varphi = \dfrac{\sin\frac{1}{2}\eta}{\sin\frac{1}{2}\alpha}$

Da $\sin\frac{1}{2}\alpha = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, so hat man:

$$\sin\varphi = \frac{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{2\,.\,\sqrt{5}}\,.\,\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{F)}\quad \sin\varphi = \frac{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{\sqrt{15}}$$

Daher der Halbmesser des um jedes Dreieck umschriebenen Kreises (S. 1878):

$$\text{G)}\quad y = R\,.\,\sin\varphi = \frac{R\,.\,\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{\sqrt{15}}$$

Das Perpendikel aus dem Mittelpunkte des umschriebenen Kreises auf die Mitte der Seite, oder $p = \sqrt{(y^2-\frac{1}{4}x^2)}$; daher aus den beiden Gleichungen E und G:

$$p^2 = \frac{R^2\,.\,(10-2\sqrt{5})}{15} - \frac{R^2\,.\,(10-\sqrt{5})}{4\,.\,5} = \frac{R^2.(200-40\sqrt{5}-150+30\sqrt{5})}{3\,.\,5\,.\,4\,.\,5}$$

Digitized by Google

$$p^2 = \frac{R^2(50-10\sqrt{5})}{3\,.\,5\,.\,4\,.\,5} = \frac{R^2\,.\,10\,(5-\sqrt{5})}{10\cdot 30}$$

$$\text{H)}\quad p = \frac{R\,.\,\sqrt{(5-\sqrt{5})}}{\sqrt{30}}$$

Das Perpendikel aus dem Mittelpunkte der Kugel auf den Mittelpunkt der Dreiecksfläche, oder des umschriebenen Kreises ist:

$$p' = \sqrt{(R^2-y^2)}$$

$$(p')^2 = R^2 - \frac{R^2\,.\,10-2\sqrt{5}}{15} = \frac{R^2\,(15-10+2\sqrt{5})}{15}$$

$$\text{K)}\quad p' = \frac{\sqrt{(5+2\sqrt{5})}}{\sqrt{15}}$$

Der Flächeninhalt eines jeden Dreiecks ist $f = \frac{1}{2}\,n\,x\,p$; demnach, wenn man die Werthe für x und p aus E und H nimmt, und einige Umwandlungen vornimmt, so hat man, da $n = 3$:

$$f = \frac{3\,.\,R\,.\,\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{2\,.\,\sqrt{5}}\,.\,\frac{R\,.\,\sqrt{(5-\sqrt{5})}}{\sqrt{30}} = \frac{3\,.\,R^2\,.\,\sqrt{(60-20\sqrt{5})}}{\sqrt{10}\,.\,\sqrt{3}\,.\,\sqrt{5}\,.\,2.}$$

$$= \frac{3\,.\,R^2\,.\,\sqrt{10}\,.\,\sqrt{(6-2\sqrt{5})}}{\sqrt{10}\,.\,2\,.\,\sqrt{15}} = \frac{3\,.\,R^2\,.\,\sqrt{(6-2\sqrt{5})}}{2\,.\,\sqrt{15}}$$

Da nun (vergl. S. 1877) $\sqrt{(6-2\sqrt{5})} = \sqrt{5}-1$, so hat man:

$$f = \frac{3\,.\,R^2\,.\,(\sqrt{5}-1)}{2\,.\,\sqrt{3}\,.\,\sqrt{5}}$$

Multiplizirt man ferner Zähler und Nenner mit $\sqrt{5}$, so hat man:

$$\text{L)}\quad f = \frac{3\,.\,R^2\,.\,\sqrt{5}\,.\,(\sqrt{5}-1)}{2\,.\,\sqrt{5}\,.\,\sqrt{5}\,.\,\sqrt{3}} = \frac{3\,.\,R^2\,\,(5-\sqrt{5})}{10\,\sqrt{3}}$$

Die ganze Oberfläche des Ikosaeders $F = Nf$; da nun $N = 20 = 2\,.\,10$, so hebt sich die 10 oben und unten, und oben entsteht der Faktor $2\,.\,3 = 6$; daher:

$$\text{M)}\quad F = \frac{6\,.\,R^2\,.\,(5-\sqrt{5})}{\sqrt{3}}$$

Diese ganze Oberfläche multiplizirt mit $\frac{1}{3}\,p'$ giebt den kubischen Inhalt des Ikosaeders $Z = \frac{1}{3}\,p'\,F$; nimmt man nun die Werthe aus den Gleichungen K und L, so hat man:

Digitized by Google

$$Z = \frac{1}{3}\, p' \,.\, Nf, = R \,.\, \frac{\sqrt{(5 + 2\sqrt{5})}}{3\,.\,\sqrt{15}} \,.\, \frac{20\,.\,3\,.\,R^2\,.\,\sqrt{(6 - 2\sqrt{5})}}{2\,.\,\sqrt{15}}$$

$$N)\quad Z = \frac{R^3\,.\,10\,.\,\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})}}{\sqrt{3}\,.\,\sqrt{5}\,.\,\sqrt{3}\,.\,\sqrt{5}} = \frac{2\,.\,R^3\,.\,\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})}}{3}$$

Wendet man die gefundenen Formeln zur Rechnung an, ſo erhält man für das Ikoſaeder folgende Größen:

1) Die Flächenſeite oder Kante des Ikoſaeders, $x = 1{,}051462\,.\,R.$
2) Der Flächeninhalt jedes einzelnen Dreiecks, $f = 0{,}478727\,.\,R^2$
3) Der Halbmeſſer des umſchriebenen Kreiſes, $y = 0{,}607062\,.\,R.$
4) Ganze Oberfläche des Ikoſaeders, $F = 9{,}574542\,.\,R^2$
5) Der kubiſche Inhalt des Ikoſaeders, $Z = 2{,}536150\,.\,R^3$

§. 268. Von der Ausmeſſung der Kegel.

1 Die vorzüglichſten Beſtimmungen und Berechnungen des Kegels, namentlich vermittelſt der Differential- und Integralrechnung, ſind ſchon oben, S. 1196 bis 1202, und S. 1221 bis 1224 gezeigt worden. Hier folgen noch einige geometriſche Betrachtungen, namentlich über das Verhältniß des Kegels zur Pyramide und zur Kugel.

2 Der Halbmeſſer der Grundfläche eines Kegels verhält ſich zum Halbmeſſer des parallelen Durchſchnitts, wie die Höhe des Kegels zum Abſtande des Durchſchnitts von der Spitze.

Beweis.

Es ſei Tafel XXXV, D, Fig. 71 der ſchiefe Kegel SAB in CD parallel mit der Grundfläche durchſchnitten; aus der Spitze S laſſe man ein Perpendikel SE auf die Grundfläche fallen; durch SE, und durch den Mittelpunkt M der Grundfläche lege man eine Ebene, welche die Grundfläche in AB, und den parallelen Durchſchnitt in CD durchſchneidet; ferner ziehe man die Achſe SM; man hat alsdann:

$$SM : MA = Sm : mC$$
$$SM : SE = Sm : Se$$

$$MA : SE = mC : Se;\ \text{oder}\ MA : mC = SE : Se.$$

3 Es verhalten ſich überhaupt die Halbmeſſer der mit der Grundfläche parallelen Durchſchnitte, wie die Abſtände der Durchſchnitte von der Spitze. Dieſes folgt unmittelbar aus dem vorhergehenden Satze; denn man darf ſich nur den Kegel nach unterhalb der Grundfläche verlängert denken; alsdann wird dieſe Grundfläche zu einem parallelen Durchſchnitte ohne daß der vorige Satz geändert wird.

4 Die Durchſchnitte ſelbſt ſind Kreiſe, und verhalten ſich daher wie die Quadrate ihrer Radien (vergl. S. 728 Nr. 12).

5 Ein Kegel iſt einer Pyramide gleich, welche mit ihm gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.

Digitized by Google

Beweis.

Es ſei die gleiche Grundfläche eines Kegels und einer Pyramide gleich G; die gleiche Höhe beider gleich H; der gleiche Abſtand eines mit der Grundfläche parallelen Durchſchnittes in beiden von der Spitze gleich h; ferner der Durchſchnitt der Pyramide gleich D, und derjenige des Kegels vorläufig gleich D'. Man hat alsdann:

In der Pyramide (S. 1845 Nr. 4) $G : D = H^2 : h^2$
In dem Kegel (S. 1883 Nr. 4) $G : D' = H^2 : h^2$

$G : D = G : D'$; alſo da $G = G$, auch $D = D'$

Da nun beide die gleich hohen Durchſchnitte gleich haben, ſo ſind ſie gleich (vergl. S. 1838 Nr. 7).

Es machen daher auch Pyramide und Kegel eine Klaſſe von Körpern aus, ſo wie Prisma und Cylinder zu einer und derſelben Klaſſe gehören (vergl. S. 1842 Nr. 4).

6 Der Kegel iſt der dritte Theil eines Cylinders, welcher mit ihm Grundfläche und Höhe gleich hat.

Beweis.

Ein Prisma und ein Cylinder von gleichen Grundflächen und gleichen Höhen ſind einander gleich (vergl. S. 1842 Nr. 4). Da nun die Pyramide der dritte Theil eines dreiſeitigen Prismas iſt, welches gleiche Grundfläche und gleiche Höhe mit ihm hat (vergl. S. 1846 Nr. 6): ſo iſt auch der Kegel der dritte Theil eines Cylinders, welcher mit ihm gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat. Es iſt alſo, wenn G die Grundfläche, H die Höhe des Kegels bezeichnet, der körperliche Inhalt $K = \frac{1}{3} . G . H$.

7 Kegel von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe ſind einander gleich.

8 Kegel von gleichen Grundflächen verhalten ſich wie ihre Höhen, und Kegel von gleicher Höhe verhalten ſich wie ihre Grundflächen.

Es ſei bei dem Kegel K die Grundfläche = G, die Höhe = H; bei dem Kegel k, die Grundfläche = G, die Höhe = h; man hat alsdann:

$$K = \frac{1}{3} G . H;$$
$$k = \frac{1}{3} G . h;$$
$$K : k = H : h$$

Es ſei ferner bei dem Kegel K die Grundfläche = G, die Höhe = H; bei dem Kegel k die Grundfläche = g, die Höhe gleich H; es iſt alsdann:

$$K = \frac{1}{3} G . H$$
$$k = \frac{1}{3} g . H$$
$$K : k = G : g$$

Digitized by Google

Kegel von ungleichen Grundflächen und ungleichen Höhen ſtehen im zuſam- 9
mengeſetzten Verhältniß ihrer Grundflächen und Höhen.

Es ſei beim Kegel K die Grundfläche = G, die Höhe = H; beim Kegel k die Grundfläche = g, die Höhe = h; man hat alsdann:

$$K = \frac{1}{3} G . H.$$

$$k = \frac{1}{3} . g . h.$$

$$K : k = GH : gh.$$

Kegel von ungleichen Grundflächen und ungleichen Höhen ſind einander 10
gleich, wenn die Produkte ihrer Grundflächen und Höhen gleich ſind.

Aufgabe. 11

Den körperlichen Inhalt eines abgeſtumpften Kegels, wie ABCD, in Tafel XXXV, D, Fig. 71, zu finden, wenn der Halbmeſſer der Grundfläche = R, der Halbmeſſer der obern Fläche = r, und der Abſtand beider Flächen Ee = c gegeben iſt.

Auflöſung.

Man denke ſich den Kegel SAB vollendet, und es ſei SE das Perpendikel von der Spitze auf die Grundfläche; es ſei ferner Se = x, alſo SE = c + x es iſt alsdann:

$$\text{Der Kegel SAB} = \frac{1}{3} R^2 \pi (c + x)$$

$$\text{Der Kegel SCD} = \frac{1}{3} r^2 \pi x$$

$$\text{Der abgeſtumpfte Kegel ABCD} = \frac{1}{3} R^2 . \pi . (c + x) - \frac{1}{3} r^2 \pi x.$$

Es iſt nämlich die Grundfläche (vergl. S. 733 Nr. 16) als Kreisfläche = $R^2 \pi$, und der parallele Durchſchnitt (vergl. S. 1201 Nr. 9) ebenfalls als Kreisfläche = $r^2 \pi$; für den ganzen Kegel iſt die Höhe = SE = c + x, und für den abgeſtumpften Ee = c; beide Produkte müſſen (nach S. 1884 Nr. 6) mit 3 dividirt werden. Es läßt ſich die gefundene Gleichung für den abgeſtumpften Kegel noch vereinfachen, indem man den gemeinſchaftlichen Faktor $\frac{1}{3} \pi$ abſondert, und die Subtraktion ausführt; demnach

$$\text{der abgeſtumpfte Kegel ABCD} = \frac{1}{3} \pi . \left(R^2 . c + (R^2 - r^2) . c \right)$$

Um den Werth von x zu berechnen, hat man (nach S. 1883 Nr. 3):

$$R : r = (c + x) : x; \text{ alſo } x = \frac{rc + rx}{R}$$

Digitized by Google

$$Rx - rx = rc; \text{ oder } x(R - r) = rc; \text{ oder}$$

$$x = r \cdot \frac{c}{R - r}$$

Man hat alſo für den abgeſtumpften Kegel:

$$ABCD = \frac{1}{3}\pi\left(R^2 c + (R^2 - r^2)\, c \cdot \frac{r}{R - r}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\pi . c.\left(R^2 + (R + r) \cdot (R - r) \cdot \frac{r}{R - r}\right)$$

Es iſt nämlich $(R + r) \cdot (R - r) = R^2 - r^2$; da ſich nun $R - r$ im Zähler und Nenner heben, ſo hat man:

$$\text{I)}\quad ABCD = \frac{1}{3}\pi \cdot c\,(R^2 + Rr + r^2)$$

Es iſt alſo der abgeſtumpfte Kegel ſo groß, wie die drei Kegel zuſammengenommen, welche ſämmtlich gleiche Höhe mit dem abgeſtumpften Kegel haben, und von denen der erſte den Halbmeſſer der Grundfläche $= R$, der zweite den Halbmeſſer der Grundfläche $= r$, und der dritte den Halbmeſſer der Grundfläche $= \sqrt{(Rr)}$, d. h. die mittlere Proportionallinie zwiſchen R und r hat.

Verwandelt man die obige Gleichung in folgende:

$$\text{II)}\quad ABCD = \frac{1}{3} \cdot c\,(R^2\pi + Rr\pi + r^2\pi),$$

ſo zeigt ſich, da die Größen in der Klammer die Grundflächen der drei Kegel ſind, daß dieſer Werth des abgeſtumpften Kegels mit derjenigen einer abgeſtumpften Pyramide völlig übereinſtimmt (vergl. S. 1852 Nr. 18).

Setzt man in der Gleichung II $r = o$, ſo fallen die beiden letzten Glieder fort, und man hat $\frac{1}{3} c R^2\pi$, d. h. den körperlichen Inhalt des ganzen Kegels, wie natürlich, da $r = o$ die Spitze des Kegels anzeigt.

12 Aehnliche Kegel ſind ſolche, deren Achſen gegen die Grundflächen einerlei Neigung haben, und deren Höhen ſich wie die Halbmeſſer oder Durchmeſſer ihrer Grundflächen verhalten.

Wenn daher ein Kegel parallel mit der Grundfläche durchſchnitten wird, ſo iſt der über dem Durchſchnitte liegende Kegel dem ganzen ähnlich.

13 Aehnliche Kegel verhalten ſich wie die Würfel der Halbmeſſer oder Durchmeſſer ihrer Grundflächen.

Beweis.

Es ſei der eine Kegel K, ſeine Höhe H, der Halbmeſſer ſeiner Grundfläche R; es ſei der andere Kegel k, ſeine Höhe h, der Halbmeſſer ſeiner Grundfläche r; alsdann hat man (vergl. S. 1885 Nr. 9):

$$K : k = \frac{1}{3} R^2 \pi H : \frac{1}{3} r^2 \pi h = R^2 H : r^2 h.$$

Digitized by Google

Da nun $H : h = R : r$ (nach dem vorigen Satze 12),
ſo iſt auch $K : k = R^3 : r^3$

Zuſätze.

1. Aehnliche Kegel verhalten ſich wie die Würfel ihrer Höhen, oder wie die Würfel ihrer Achſen.

2. Die Höhen, die Achſen und die Halbmeſſer oder Durchmeſſer der Grundflächen ähnlicher Kegel verhalten ſich wie die Kubikwurzeln derjenigen Zahlen, welche das Verhältniß der Kegel ausdrücken.

Aufgabe. 14

Die krumme Oberfläche eines geraden Kegels zu finden.

Auflöſung.

Es ſei Tafel XXXV, D, Fig. 72, SAB ein gerader Kegel; in demſelben ſtehen alle Punkte der Grundflächenperipherie gleich weit von der Spitze S ab; denn in den Dreiecken SMA, SMB, SMC iſt die gemeinſchaftliche Seite SM ſich ſelbſt gleich; die Seiten MA = MB = MC, als Radien desſelben Kreiſes; der eingeſchloſſene Winkel in allen Dreiecken iſt ein rechter; daher (vergl. S. 673 Nr. 7) die Dreiecke kongruent, und die Hypotenuſen ſämmtlich gleich ſind, was den gleichen Abſtand aller Peripheriepunkte der Grundfläche von der Spitze S ergiebt.

Denkt man ſich nun die krumme Oberfläche, oder den ſogenannten Mantel des Kegels längs einer Seite des Kegels aufgeſchnitten, und in einer Ebene ausgebreitet, ſo ergiebt ſie einen Kreisausſchnitt, oder Sektor, deſſen Radius = SA, und deſſen Bogen der Peripherie der Grundfläche gleich iſt.

Es iſt daher der Flächeninhalt der krummen Oberfläche in Quadratmaaß gleich der Peripherie der Grundfläche multiplizirt mit der halben Seite des Kegels (vergl. S. 734 Nr. 18).

Es ſei der Halbmeſſer der Grundfläche = R, und die Höhe des Kegels = H; alsdann iſt die Seite des Kegels, wie in Fig. 72, $SA = \sqrt{(R^2 + H^2)}$; daher die krumme Oberfläche durch M bezeichnet:

$$M = 2 . R . \pi . \frac{\sqrt{(R^2 + H^2)}}{2} = R \pi . \sqrt{(R^2 + H^2)}$$

Zuſätze.

1) Es ſei ρ die mittlere Proportionallinie zwiſchen dem Halbmeſſer der Grundfläche R, und der Seite des Kegels $\sqrt{(R^2 + H^2)}$; oder

$$R : \rho = \rho : \sqrt{(R^2 + H^2)}; \text{ alſo } \rho^2 = R . \sqrt{(R^2 + H^2)}$$

daher: $$M = \pi \rho^2$$

Es iſt alſo die krumme Oberfläche gleich der Fläche eines ſolchen Kreiſes,

Digitized by Google

deſſen Halbmeſſer die mittlere Proportionallinie zwiſchen dem Halbmeſſer der Grundfläche und der Seite des Kegels iſt.

2) Es iſt die Grundfläche des Kegels $= R^2 \pi = R \cdot \pi \cdot R$

die krumme Oberfläche desſelben $= R \cdot \pi \sqrt{(R^2 + H^2)}$.

Es verhält ſich alſo die Grundfläche zur krummen Oberfläche wie $R : \sqrt{(R^2 + H^2)}$.

3) Die krumme Oberfläche eines ſchiefen Kegels hat ſelbſt für die höhere Analyſis große Schwierigkeiten.

Die krumme Oberfläche des abgeſtumpften Kegels ABCD, Tafel XXXV, D, Fig. 72, iſt einem Rektangel gleich, deſſen Grundlinie gleich der Peripherie des in der Mitte zwiſchen beiden Flächen liegenden Kreiſes EF, und deſſen Höhe gleich der Seitenlinie AC des abgeſtumpften Kegels iſt.

Beweis.

Vollendet man den Kegel bis S, ſo iſt die Oberfläche des abgeſtumpften Kegels gleich der Oberfläche des ganzen Kegel ABS weniger der Oberfläche des kleinen Kegels SCD.

Es ſei der Halbmeſſer der Grundfläche, oder AM = R, und die Seite SA = L; ferner der Halbmeſſer der obern Fläche, oder Cm = r, und die Seite SC = l; alsdann hat man, wenn F die Oberfläche des abgeſtumpften Kegels bezeichnet:

$$F = \frac{2R\pi \cdot L}{2} - \frac{2r\pi l}{2} = \pi \cdot (RL - rl).$$

Es iſt aber (vergl. S. 680 Nr. 3) $L : l = R : r$; alſo auch (vergl. S. 539 Nr. 13):

$$(L - l) : (R - r) = L : R$$
$$\text{daher } R(L - l) = R \cdot L - rL$$
$$\text{folglich } RL = R \cdot (L - l) + rL$$

Setzt man dieſen Werth von RL in die obige Gleichung für F, ſo iſt:

$$F = \pi \left(R \cdot (L - l) + rL - rl\right)$$

$$F = \pi \left(R \cdot (L - l) + r(L - l)\right)$$

$$F = \pi \cdot (R + r) \cdot (L - l) = 2 \cdot \pi \cdot \frac{R + r}{2} (L - l)$$

Wenn der Kreis EF gerade in der Mitte zwiſchen den beiden Flächen AB und CD liegt, ſo ſind die beiden Perpendikel CG und EH einander gleich, und ebenfalls CE = EA; daher auch EG = AH.

Es ſei μ der Mittelpunkt des Kreiſes EF; man hat alsdann:

$$AH = MA - MH = R - \mu E$$
$$EG = \mu E - \mu G = \mu E - r$$
$$\text{alſo } R - \mu E = \mu E - r$$

Digitized by Google

Daher (S. 534 Nr. 6) $2\mu E = R + r$, oder $\mu E = \frac{R + r}{2}$; die Peripherie des Kreises, dessen Radius $= \mu E$ ist also $= 2\pi . \mu E = 2 . \pi . \frac{R + r}{2}$. Multiplizirt man diesen Werth mit $(L - l) = AC$, so erhält man den Flächeninhalt eines Rektangels, dessen Höhe $= AC$, und dessen Grundlinie $= 2 . \pi . \frac{R + r}{2}$ ist; der Werth ist aber derselbe, wie oben für F, d. h. für die krumme Oberfläche des abgestumpften Kegels gefunden worden.

Setzt man in obiger Gleichung für F den Halbmesser r und die Seite $l = o$, d. h. nimmt man statt eines Durchschnitts die Spitze des ganzen Kegels: so giebt die Gleichung $F = R\pi . L$; und da $L = \sqrt{(R^2 + H^2)}$, wo H die Höhe des ganzen Kegels bezeichnet, so erhält man die krumme Oberfläche des ganzen Kegels (vergl. S, 1887 Nr. 14).

Zusatz.

Es sei ρ der Halbmesser eines Kreises, und dabei $(L - l) : \rho = \rho : (R + r)$; also: $(R + r) . (L - l) = \rho^2$; hieraus folgt:

$$F = \pi . (R + r) . (L - l) = \rho^2 \pi.$$

Es ist also die krumme Oberfläche eines abgestumpften Kegels gleich der Fläche eines Kreises, dessen Halbmesser die mittlere Proportionallinie zwischen der Summe der Halbmesser der obern und untern Fläche, nämlich $R + r$, und der Seite $(L - l)$ des abgestumpften Kegels ist.

Eine Halbkugel ist so groß als ein Cylinder, welcher gleiche Grundfläche 16 und gleiche Höhe mit ihr hat.

Beweis.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 73, ADBC die Halbkugel, $\alpha\beta\zeta\vartheta$ der Cylinder, und $AB = \alpha\beta$, $CD = \gamma\delta$.

Denkt man sich aus dem Cylinder den geraden Kegel $\zeta\gamma\vartheta$ herausgeschnitten, so ist der übrigbleibende ausgehöhlte Theil des Cylinders gleich zwei Drittel seines ganzen körperlichen Inhalts (vergl. S. 1884 Nr. 6).

Zeigt sich nun, daß dieser ausgehöhlte Rest überall in gleichen Höhen gleiche Durchschnitte mit der Halbkugel hat, so ist er ihr auch gleich (vergl. S. 1838 Nr. 7). Man durchschneide die Halbkugel in beliebiger Höhe $= CK = h$ parallel mit der Grundfläche; alsdann ist der Durchschnitt $EF = EK^2\pi$. Es ist aber $EK^2 = CE^2 - CK^2$, $= R^2 - h^2$, wenn R den Radius der Kugel und h die Höhe des Durchschnitts bedeutet; es ist also:

$$EF = (R^2 - h^2) . \pi.$$

Durchschneidet man den ausgehöhlten Rest des Cylinders in der Höhe $\gamma\varkappa = h$, so kommt ein ringförmiger Durchschnitt zum Vorschein; von den beiden Kreisen, welche diesen Ring einschließen, hat der eine den Radius $= \varkappa\varepsilon$, der

Digitized by Google

andere den Radius $= \varkappa\lambda$; daher iſt der Flächeninhalt des Ringes (vergl. S. 736 Nr. 21), $= (\varkappa\varepsilon^2 - \varkappa\lambda^2) \cdot \pi$.

Es iſt aber $\varkappa\varepsilon = \gamma\alpha = R$, und $\varkappa\lambda = h$; denn man hat:

$$\gamma\varkappa : \varkappa\lambda = \gamma\delta : \delta\xi.$$

Da aber $\gamma\delta = \delta\xi = R$, ſo iſt auch $\gamma\varkappa = \varkappa\lambda = h$; daher iſt die Fläche des Ringes:

$$\varepsilon\lambda\mu\varphi = (R^2 - h^2) \cdot \pi = EF.$$

Da nun die Durchſchnitte in gleicher Höhe bei beiden Körpern gleich ſind, ſo ſind auch die Körper ſelbſt einander gleich (vergl. S. 1838 Nr. 7); d. h. die Halbkugel iſt gleich dem hohlen Reſte des Cylinders, d. h. gleich $\frac{2}{3}$ des ganzen Cylinders.

Bezeichnet man den Cylinder mit C, die Kugel mit K, ſo hat man:

$C = R^2 \cdot \pi \cdot R = R^3 \cdot \pi$ (vergl. S. 1842 Nr. 5); daher:

$$\frac{K}{2} = \frac{2}{3} R^3 \cdot \pi; \text{ oder } K = \frac{4}{3} R^3 \pi.$$

Dieſer Werth der ganzen Kugel iſt nun derſelbe, welcher S. 1223 vermittelſt der Differential- und Integralrechnung gefunden worden.

Weil die Halbkugel $= \frac{2}{3}$ eines Cylinders von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe, ſo iſt, wie die letzte Gleichung zeigt, die ganze Kugel gleich einem Cylinder von gleicher Grundfläche, deſſen Höhe aber $= 2R$, oder gleich dem Diameter iſt.

17 Es zeigt ſich nun (aus S. 1842 Nr. 5, S. 1884 Nr. 6 und S. 1889 Nr. 16), daß wenn der Radius der Grundfläche $= R$, und die Höhe $= 2R$ iſt, und k den Kegel, K die Kugel und C den Cylinder bezeichnet, der kubiſche Inhalt der drei Körper iſt:

$$k = \frac{2}{3} R^3 \cdot \pi; \; K = \frac{4}{3} R^3 \cdot \pi; \; C = 2 \cdot R^3 \cdot \pi = \frac{6}{3} R^3 \pi.$$

Daß ſie ſich alſo wie die drei Zahlen 1, 2, 3 zu einander verhalten (vergl. S. 1223)

18 Für die Ausmeſſung der Kugel ſind ſchon oben (S. 1216 bis 1224) die hauptſächlichſten Lehren gegeben worden; für die Sphäroiden und Konoiden folgen die Hauptbeſtimmungen tiefer unten. Die wichtigſten Formeln für die Ausmeſſung der Kugel ſind:

1) Körperlicher Inhalt der ganzen Kugel $= \frac{4}{3} R^3 \cdot \pi$ (vergl. S. 1223 und S. 1890).

2) Kugelausſchnitt $= \frac{2}{3} R^2 \pi x$ (vergl. S. 1224), wo x die Höhe des zum Kugelausſchnitte gehörigen Kugelabſchnitts bezeichnet.

Digitized by Google

3) Kugelabschnitt $= \frac{2}{3} R^2 \pi x - \frac{1}{3} \rho^2 \pi (R - x)$ (vergl. S. 1221),

wo x den vorigen Werth hat, R den Kugelradius, wie vorher, ρ aber den Radius der Kreisfläche bedeutet, welche den Kugelabschnitt vom ganzen Kugelausschnitte trennt, welche also auch die Grundfläche des Kegels ist, dessen Spitze im Mittelpunkte der Kugel liegt, und welcher von dem Kugelausschnitte abgezogen werden muß, damit der Rest den gesuchten Kugelabschnitt giebt. Es kann die obige Gleichung auch in folgende verwandelt werden:

$$\text{Kugelabschnitt} = \pi x^2 \left(R - \frac{1}{3} x\right).$$

4) Die Oberfläche einer Kugel $= 4 R^2 \pi$ (vergl. S. 1220), also gleich der Fläche eines solchen Kreises, welcher den Durchmesser der Kugel zum Radius hat.

5) Ein Kugelstreif ist derjenige Theil der Kugeloberfläche, welcher zwischen zwei größten Halbkreisen derselben enthalten ist. Derselbe verhält sich zur ganzen Kugeloberfläche wie der sphärische Winkel, den die beiden Halbkreise mit einander machen, zu 4 Rechten. Ist also dieser sphärische Winkel $= n^\circ$, so hat man für den Kugelstreif oder Σ folgende Proportion, wenn S die ganze Kugeloberfläche bedeutet:

$\Sigma : S = n^\circ : 360^\circ$; oder, da $S = 4 R^2 \pi$:

$\Sigma : 4 R^2 \pi = n^\circ : 360^\circ$; also $\Sigma = \frac{n \cdot 4}{360} R^2 \pi = \frac{n}{90} R^2 \pi$.

6) Die Kugelzone, d. h. der zwischen zwei Parallelkreisen eingeschlossene Theil der Kugeloberfläche, Z, hat (vergl. S. 1220), folgenden Werth, worin h die Höhe der Kugelzone bezeichnet:

$$Z = 2 R \pi h.$$

7) Die Kugelmütze ist derjenige Theil der Kugeloberfläche, welcher die krumme Außenfläche eines Kugelabschnitts bildet; bezeichnet M die Kugelmütze und h' die Höhe des zu ihr gehörigen Kugelabschnitts, so hat man (vergl. S. 1220 Nr. 4):

$$M = 2 R \pi h'$$

Macht man den Pol eines Kugelabschnitts zum Ursprunge der Abszissen, den Diameter zur Abszissenare, um welche sich ein Bogen eines größten Kreises der Kugel dreht, so ergeben sich die oben (S. 1219 bis 1224) gefundenen Formeln.

gitized by Google

Zweites Kapitel.

Statik.

§. 269. Allgemeine Erklärungen und Sätze.

1 Die Mechanik lehrt die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung, und hat vier Haupttheile: die Statik behandelt das Gleichgewicht fester Körper; die Dynamik die Bewegung fester Körper; die Hydrostatik das Gleichgewicht flüßiger Körper; die Hydrodynamik die Bewegung flüßiger Körper.

2 Kraft heißt eine jede Ursache, welche einem Körper oder einem materiellen Punkte eine wirkliche Bewegung, oder ein Streben zur Bewegung giebt; die Mittheilung dieser Zustände heißt die Wirkung der Kraft. Heben sich die Wirkungen entgegengesetzter Kräfte gerade auf, so erhält der Körper eine erzwungene Ruhe, und diese heißt das Gleichgewicht.

3 Wenn eine wirkliche Bewegung vor sich geht, d. h. wenn entweder ein ganzer Körper seinen Ort ändert, oder wenn einzelne Theile desselben, wie bei einer an der nämlichen Stelle sich drehenden Kugel, ihre Oerter ändern, so kommen dabei vorzüglich vier Gegenstände zur Betrachtung: die Kraft; der bewegliche Körper; der Weg oder die Bahn des bewegten Körpers; die Zeit, während welcher die Bewegung dauert.

4 #### Die Kraft.

Die Kraft gehört jedesmal irgend einer Substanz als deren Eigenschaft; je nach Verschiedenheit solcher Substanzen sind auch die Kräfte verschieden; z. B. die Schwerkraft der Gewichte; die Tragkraft des Wassers; die Kraft des Dampfes; die Kraft elastischer Stahlfedern; die geistige Kraft des Willens u. s. w. Für mechanische Berechnungen kommt indessen die eben erwähnte qualitative Verschiedenheit der Kräfte wenig in Betracht; dagegen sind folgende Punkte um so wichtiger: die Intensität, oder Stärke der Kraft; ihr Angriffspunkt; ihre Direktionslinie und ihre Wirkungsrichtung.

1. Die Intensität einer Kraft ist die Größe ihres Vermögens, Bewegung hervorzubringen. Diese Größe läßt sich nicht anders messen, als daß man die Intensität irgend einer Kraft zur Einheit annimmt, und die Intensität einer andern Kraft, welche gemessen werden soll, mit jener Einheit vergleicht.

2. Alle wirklichen Körper bestehen aus materiellen Theilchen, die man sich so klein denken kann, als man will. Stellt man sie sich so klein vor, daß sie nicht weiter getheilt werden können, so heißen sie Atome; läßt man alle sonstigen Beschaffenheiten dieser Atome außer Acht, und sieht man nur allein darauf, daß ein solches Atom einen untheilbar kleinen Theil des Raumes, d. h. einen Punkt einnimmt, so kann man es einen materiellen Punkt nennen. Ein jeder wirkliche (nicht blos geometrisch gedachte) Körper besteht alsdann

Digitized by Google

nach dieser Ansicht aus materiellen Punkten. Da nun aber alle wirklichen Körper aus bestimmten Substanzen bestehen, z. B. Eisen, oder Wasser, oder Luft sind, so sind auch ihre Atome oder materiellen Punkte auf die verschiedenartigste Weise unter einander verbunden; so sind z. B. die Atome des Eisens in gewöhnlicher Temperatur durch festen Zusammenhang verbunden, während die Theilchen des Wassers leicht verschiebbar sind. Derjenige materielle Punkt eines Körpers, auf welchen die Wirkung einer Kraft zuerst trifft, heißt der Angriffspunkt der Kraft.

Die Lage des Angriffspunktes im Raume läßt sich, wie die Lage der Punkte einer Kurve, oder einer Oberfläche, durch drei Koordinaten bestimmen, welche den Durchschnitten dreier willkürlich gewählten, rechtwinklig auf einander stehenden Ebenen parallel gehen, und an denen man die positive und negative Seite kennt (vergl. S. 1712 bis 1718).

3. Ein materieller Punkt, auf welchen blos eine einzige Kraft wirkt, kann sich nur in einer geraden Linie bewegen; da kein Grund für ihn vorhanden ist, nach einer oder der andern Seite auszuweichen; diese gerade Linie heißt die Direktions-Linie der Kraft.

4. In dieser Direktionslinie kann aber die Kraft auf eine zweifache Art wirken: entweder zieht sie den materiellen Punkt an sich, oder sie stößt ihn nach der entgegengesetzten Seite ab; dies ist die Wirkungsrichtung der Kraft. Gewöhnlich nimmt man die Wirkungsrichtung im Sinne der Anziehung; es müßten denn ausdrücklich Gründe für die Abstoßung vorhanden sein.

5. Zwei Kräfte sind einander gleich, wenn sie in entgegengesetzter Richtung an einem und demselben Angriffspunkte, oder an den Endpunkten einer unbiegsamen und nicht ausdehnbaren Linie angebracht sind, und sich alsdann das Gleichgewicht halten.

6. Bringt man zwei gleiche Kräfte an einem und demselben Angriffspunkte auf die Art an, daß sie in derselben Direktionslinie und in derselben Richtung wirken, so hat man eine doppelte Kraft; eine dreifache, wenn man drei gleiche auf die angegebene Art verbindet; ebenso erhält man eine vierfache, fünffache u. s. w. Aus diesem Grunde kann man die Größen verglichener Kräfte durch gerade Linien darstellen, welche in dem durch das Gleichgewicht erkannten Verhältniß stehen, oder durch bloße Zahlen ausdrücken, welche das gleiche Verhältniß haben. Man sieht auch hiedurch leicht ein, daß es für die Bestimmungen des Gleichgewichts nicht nothwendig ist, die absoluten, oder ohne alle Vergleichung vorhandenen Größen der Kräfte zu kennen, sondern daß es hinreichend ist, ihre Verhältnisse zu einander zu wissen.

7. Wirken mehrere Kräfte auf einen und denselben Angriffspunkt, und in derselben Direktionslinie, aber einige in der einen, andere in der entgegengesetzten Richtung, so muß man aus denen in der einen Richtung wirkenden die eine Summe, und aus denen in der andern Richtung wirkenden die andere Summe bilden, und die kleinere von der größeren abziehen; alsdann giebt der Rest die Richtung der wirklichen Bewegung an; bleibt gar kein Rest, so halten sich die auf beiden Seiten summirten Kräfte das Gleichgewicht.

Digitized by Google

8. Kräfte, welche eine wirkliche Bewegung hervorbringen, werden lebendige genannt; dagegen todte heißen solche, die durch entgegengesetzte Kräfte im Gleichgewichte gehalten werden.

9. Die Wirkungsweise der lebendigen Kräfte kann verschiedenartig sein, wie z. B. ziehen, stoßen, treiben, tragen, drücken. Einige Kräfte wirken nur während eines unmerklich kleinen Zeittheilchens, und überlassen dann den Körper sich selbst, so daß er die erhaltene Bewegung fortsetzt; diese Wirkungsweise ist der Stoß im eigentlichen Sinne. Andere Kräfte setzen ihre Wirkung eine längere Zeit hindurch fort; diese Wirkungsweise ist der Trieb im eigentlichen Sinne.

Die beweglichen Körper.

Bei den beweglichen Körpern, welche durch eine Kraft entweder wirklich bewegt, oder doch zur Bewegung angereizt werden, kommen folgende Hauptpunkte in Betracht: Schwere, Masse, Dichtigkeit, Gewicht, Festigkeit oder Flüßigkeit, Elastizität.

1. Jeder einzelne materielle Punkt, welcher zu einem Körper gehört, wird von dem Mittelpunkte der Erde angezogen, und strebt deshalb demselben zu; dieses Streben ist seine Schwere; wird dieselbe nicht gehindert, so heißt die geradlinige wirkliche Bewegung Fall; wird sie gehindert, so heißt sie Druck, welchen der schwere Körper auf die ihn hindernden Körper ausübt.

Die Direktionslinie der Schwere steht senkrecht auf der Horizontalebene, welche die Erdoberfläche am Einfallspunkte oder Fußpunkte jener Direktionslinie berührt; die Direktionslinie der Schwere heißt deshalb auch gewöhnlich die Vertikallinie, oder lothrechte Linie (vergl. S. 66).

2. Sämmtliche materielle Punkte eines Körpers heißen zusammen seine Masse; je größer diese ist, desto größer ist die Schwere des ganzen Körpers, da jedes einzelne Atom von der Erde angezogen wird. Die Masse eines Körpers hängt aber nicht von seinem Volumen ab, d. h. nicht von der Größe des Raumes, den seine Grenzflächen einschließen.

Es haben nämlich die verschiedenen Arten der Materien eine verschiedene Ausfüllung des körperlichen Raumes. Manche Materien, wie z. B. ein Schwamm, haben zwischen ihren zusammenhängenden Atomen viele, und verhältnißmäßig große leere Zwischenräume, welche die Poren genannt werden; manche Materien haben weniger, und verhältnißmäßig kleine Poren, so daß sie kaum mit dem bloßen Auge erkannt werden können. Selten sind die Poren wirklich leer; sondern, wie bei dem Schwamm mit Luft oder Wasser, so mit irgend einer andern Materie gefüllt, welche aber dann nicht als zu dem Körper gehörig angesehen wird.

3. Die Dichtigkeit eines Körpers heißt das Verhältniß seiner Atomenzahl zu seinem Volumen oder geometrischen Raume; so enthält z. B. Eisen in einem Kubikfuße mehr Atome, und ist deshalb dichter als Schwamm. Da sich die unendlich kleinen Atome nicht zählen lassen, so kann man die Dichtigkeit zweier Materien nicht unmittelbar vergleichen, sondern nur mittelbar durch

Digitized by Google

ihre Schwere; zeigt sich nämlich ein Kubikfuß der einen Materie doppelt so schwer als ein Kubikfuß einern andern Materie, so schließt man, daß die erstere doppelt so dicht sei, als die zweite. Es ist also die Dichtigkeit eigentlich nur so viel als die spezifische Schwere, nur mit dem Unterschiede, daß bei der Dichtigkeit nur die Anzahl der Atome, bei der verglichenen Schwere aber der Druck beachtet wird, den sie ausüben.

Ein Körper heißt homogen oder gleichförmig dicht, wenn in allen gleichen Theilen seiner Größe gleich viel Materie enthalten ist; ein Körper heißt heterogen oder ungleichförmig dicht, wenn in gleichen Theilen seines Volumens ungleich viel Materie enthalten ist.

4. Das Gewicht eines Körpers ist die Intensität seiner Schwere, oder die Größe des Drucks, den er vermöge seiner Materie ausüben kann. Man wägt oder wiegt vermittelst der Waage die Materien und Körper, um ihr Gewicht zu finden.

Zum Maaße beim Wiegen hat man den Druck oder die Schwere eines Körpers von bekannter Größe und Materie genommen, und hat diesen Druck Zentner, Pfund, Loth u. s. w. genannt; die zum Maaße eingerichteten Körper von Blei, Eisen und dergleichen heißen gewöhnlich Gewichte.

Wenn nun ein Körper, dessen Gewicht man bestimmen will, eben so viel niederwärts zieht oder drückt, als zwei oder drei Pfund u. s. w., wenn er also der Intensität von so viel Pfunden das Gleichgewicht hält, so sagt man: er sei zwei Pfund, drei Pfund u. s. w. schwer.

Diese Schwere eines Körpers, ohne Rücksicht auf seine Materie oder auf seine Größe, und ohne Vergleichung mit andern Materien heißt seine absolute Schwere, oder sein absolutes-Gewicht; z. B. wenn man eine ihrer Größe nach unbestimmte Wassermasse 70 Pariser Pfund schwer findet. Bestimmt man aber die Schwere einer Materie mit Rücksicht auf das Volumen, so nennt man dies die spezifische Schwere; z. B. ein Kubikfuß Regenwasser = 70 Pariser Pfund; dies ist zugleich die Dichtigkeit.

Vergleicht man aber die spezifische Schwere der einen Materie mit der spezifischen Schwere der andern, so heißt sie die relativ-spezifische Schwere; z. B. ein Kubikfuß Platina wiegt 1610 Pariser Pfund; es ist aber $1610 = 23 \times 70$; nimmt man nun die spezifische Schwere des Regenwassers zur Einheit an, so ist die relativ-spezifische Schwere der Platina = 23.

5. Bei Körpern von gleichförmiger Dichtigkeit findet man die Masse, wenn man die spezifische Schwere mit der Größe multiplizirt. Z. B. es sei gegeben ein eiserner Körper von 6 Kubikfuß; da 1 Kubikfuß Eisen ungefähr 546 Pariser Pfund wiegt, so beträgt die Masse des gegebenen eisernen Körpers 3276 Pariser Pfund. Bezeichnet man also die Masse mit M, die Größe mit V und die Dichtigkeit oder das spezifische Gewicht mit D, so hat man folgende allgemeine Formel:

$$1) \quad M = VD.$$

Es versteht sich von selbst, daß alsdann die Masse in demselben Gewichte ausgedrückt wird, wie die spezifische Schwere. Auch pflegt man bei diesen

Digitized by Google

Rechnungen gewöhnlich für D das Gewicht eines ganzen Kubikfußes zu nehmen, obgleich freilich auch jedes andere Kubikmaaß zur Einheit angenommen werden kann.

Aus der Gleichung I folgt II) $D = \frac{M}{V}$

Man findet also die Dichtigkeit, wenn man die Masse oder die Schwere des ganzen Körpers durch die Größe oder Anzahl der Kubikfuße dividirt.

Ein harter Körper läßt sich nicht immer in eine regelmäßige kubische Form bringen. Man wiegt alsdann die ganze Masse; darauf sucht man die Größe in Kubikfuß entweder unmittelbar durch geometrische Rechnungen, oder mittelbar durch Eintauchen des Körpers in ein regelmäßiges mit Sand oder Wasser gefülltes Gefäß. Hat man z. B. ein cylinderförmiges Gefäß, in welchem der zu messende Körper nicht allein hinreichenden, sondern auch überflüßigen Raum findet, so legt man ihn hinein, gießt so viel Wasser dazu, bis der Körper ganz davon bedeckt ist, und bezeichnet genau, wie hoch die Oberfläche des Wassers steht. Darauf nimmt man den Körper hinaus, und sieht wieder, wie hoch jetzt die Wasserfläche steht. Darauf berechnet man den cylindrischen leeren Raum zwischen dem ersten höheren und dem zweiten niedrigeren Stande; da derselbe durch die Wegnahme des zu messenden Körpers entstanden ist, so muß sein Inhalt dem kubischen Inhalte oder Volumen des letztern gleich sein. Statt des Wassers kann man auch jede andere wenig zusammenhängende Materie, wie z. B. Sand nehmen. Dividirt man alsdann das absolute Gewicht des Körpers durch die gefundene Größe, so erhält man die gesuchte Dichtigkeit oder spezifische Schwere.

Aus der Gleichung I folgt auch III) $V = \frac{M}{D}$

Man findet also die Größe oder das Volumen eines Körpers, wenn man die Masse oder das absolute Gewicht des ganzen Körpers durch das spezifische Gewicht dividirt.

Kennt man also das absolute spezifische Gewicht eines Körpers, so läßt sich sein Volumen leicht finden. Diese Bestimmungsweise ist namentlich bei sehr unregelmäßigen Körpern anwendbar.

Die drei angeführten Formeln gelten eigentlich nur für homogene oder gleichförmig dichte Materien und Körper; man kann sie aber auch auf heterogene anwenden, sobald man unter Dichtigkeit D die mittlere versteht.

Diese letztere wird durch die Formel $D = \frac{M}{V}$ gefunden, wenn man das Gewicht aller gegebenen Kubikfuße zusammennimmt, und durch die Anzahl derselben dividirt.

Es bestehe z. B. ein Körper aus 1 Kubikfuß Gold, 2 Kubikfuß Silber und 3 Kubikfuß Kupfer.

1 Kubikfuß	Gold	= 1375 ℔
2 „	Silb.	= 1540 „
3 „	Kupfr.	= 1845 „
6 Kubikfuß		= 4760 ℔;

$\frac{4760}{6} = 793\frac{1}{3}$

also die mittlere Dichtigkeit der zusammengeschmolzenen Masse, oder D = 793, 333.

Digitized by Google

Ganz genau erhält man freilich die mittlere Dichtigkeit auf diese Art nicht, denn aus der Erfahrung weiß man, daß sich bei dem Zusammenschmelzen verschiedener Metalle die mittlere Dichtigkeit etwas ändert.

Wenn ein Körper auf einer schiefen Ebene herabgleitet (vergl. S. 854), oder wenn ein Körper schwimmt, oder sich überhaupt im Wasser befindet, so wird ein Theil seiner absoluten Schwere durch den Widerstand der Ebene oder des Wassers unwirksam gemacht; der übrige wirksam bleibende Theil heißt die relative Schwere oder das relative Gewicht. Dieses darf dann nicht mit dem relativ-spezifischen (S. 1895) verwechselt werden.

6. Wenn eine Gleichung zwischen veränderlichen Größen gegeben ist, so lassen sich die verschiedenen Verhältnisse der veränderlichen Größen aus derselben erkennen; z. B. es sei gegeben:

$$A)\quad x = yz.$$

Zuerst sieht man, daß das Produkt x um so viel mal größer oder kleiner wird, als einer der Faktoren größer oder kleiner wird.

Es sei z. B. $y' = 3y$; alsdann wird $x' = y'z = 3x$.

Es sei $z' = 5z$; alsdann wird $x'' = yz' = 5x$; und wenn sich beide Faktoren zugleich ändern, wird $x''' = y'z' = 15x$.

Also mit Worten ausgedrückt: Die Werthe von x stehen im zusammengesetzten Verhältnisse der Werthe von y und z. Ist z unveränderlich, so verhalten sich die Werthe von x nur wie die Werthe von y; ist y unveränderlich, so verhalten sich die Werthe von x nur wie die Werthe von z.

Hat man die Gleichung

$$B)\quad x = \frac{y}{z}$$

so nimmt x so viel mal zu oder ab, als der Zähler y zu oder abnimmt; dagegen nimmt x so viel mal zu als der Nenner z ab nimmt; und nimmt x so viel mal ab, als der Nenner z zu nimmt.

Es verhalten sich also die Werthe eines Quotienten oder Bruches x gerade wie die Werthe des Zählers y, und umgekehrt wie die Werthe des Nenners z. Bleibt z unverändert, so verhalten sich die Werthe von x nur gerade wie die Werthe von y; ist y unverändert, so verhalten sich die Werthe von x nur umgekehrt wie die Werthe von z.

Es sei z. B. $y' = 3y$; alsdann wird $x' = \frac{y'}{z} = 3x$.

Es sei $z' = 2z$; alsdann wird $x'' = \frac{y}{z'} = \frac{1}{2}x$;

und wenn sich Zähler u. Nenner zugleich ändern $x''' = \frac{y'}{z'} = \frac{3}{2}x$.

In ähnlicher Weise kann man die Verhältnisse zwischen Masse, Dichtigkeit und Größe oder Volumen bestimmen, wenn man annimmt, es verwandle

Digitized by Google

ſich ein Körper in den andern, ſo daß ſich ſeine Maſſe, Dichtigkeit und Größe ändert. Aus der Gleichung I (S. 1895) $M = DV$ ſchließt man:

Die Maſſen verſchiedener Körper ſtehen im zuſammengeſetzten Verhältniſſe der Dichtigkeit und Größe. Sind die Größen gleich, oder bleibt V unverändert, ſo verhalten ſich die Maſſen wie die Dichtigkeiten; ſind die Dichtigkeiten gleich, oder bleibt D unverändert, ſo verhalten ſich die Maſſen wie die Größen.

Aus der Gleichung II (S. 1896) $D = \frac{M}{V}$ ſchließt man:

Die Dichtigkeiten verſchiedener Körper verhalten ſich gerade wie die Maſſen, und umgekehrt wie die Größen. Sind die Größen gleich, bleibt alſo V unverändert, ſo verhalten ſich die Dichtigkeiten gerade wie die Maſſen; ſind die Maſſen gleich, bleibt alſo M unverändert, ſo verhalten ſich die Dichtigkeiten umgekehrt wie die Größen.

Aus der Gleichung III (S. 1896) $V = \frac{M}{D}$ ſchließt man:

Die Größen verſchiedener Körper verhalten ſich gerade wie die Maſſen, und umgekehrt wie die Dichtigkeiten. Sind die Dichtigkeiten gleich, bleibt alſo D unverändert, ſo verhalten ſich die Größen nur gerade wie die Maſſen, ſind die Maſſen gleich, bleibt alſo M unverändert, ſo verhalten ſich die Größen nur umgekehrt wie die Dichtigkeiten.

Alle dieſe Verhältniſſe finden jedoch nur bei homogenen Körpern ſtatt, oder nur dann bei heterogenen, wenn unter der Dichtigkeit die mittlere verſtanden wird (vergl. S. 1896).

7. Wenn ein Körper aus zweierlei Materien beſteht, und man will wiſſen, wie viel von der einen darin iſt, ſo berechnet man zuerſt, was er wiegen würde, wenn er blos aus der andern Materie beſtünde; darauf ſucht man den poſitiven Unterſchied zwiſchen dieſem und dem wirklichen Gewichte, und dividirt dieſen Unterſchied durch den Unterſchied der ſpezifiſchen Schweren; der Quotient iſt die geſuchte Anzahl von Kubikfußen der einen Materie.

Angenommen, ein Körper von k Kubikfuß wiegt p Pfund, und beſteht aus zwei Materien; von der ſchwerern wiegt ein Kubikfuß s Pfund, von der leichteren ein Kubikfuß l Pfund; wie viel enthält der Körper von jeder Materie?

Von der ſchwereren enthalte er x Kubikfuß; alſo von der leichteren $(k - x)$ Kubikfuß.

$$\begin{aligned} x \text{ Kubikfuß zu } s \text{ ℔} &= sx \text{ ℔} \\ (k - x) \text{ Kubikfuß zu } l \text{ ℔} &= lk - lx \text{ ℔} \\ \hline \text{Summe} &= lk + (s - l)x \text{ ℔} \end{aligned}$$

Da nun das abſolute Gewicht des ganzen Körpers $= p$ ℔, ſo hat man:

$lk + (s - l)x = p$; oder $(s - l)x = p - lk$;

Digitized by Google

Daher:

$$x = \frac{p - lk}{s - l}$$

Bestünde der Körper blos aus der leichteren Materie, so würde sein totales Gewicht = lk ℔ sein; der Unterschied dieses und des wirklichen Gewichts p, oder p — lk wird dividirt durch den Unterschied s — l, d. h. durch den Unterschied der beiden spezifischen Gewichte.

Beispiel.

Ein Körper aus Blei und Zinn zusammengeschmolzen, wiegt 2917 3/5 ℔; seine Größe beträgt 5 Kubikfuß; man verlangt die darin enthaltene Quantität des Bleis und diejenige des Zinns gesondert.

Ein Pariser Kubikfuß Blei wiegt 795 1/6 Pariser Pfund; ein Pariser Kubikfuß Zinn wiegt 442 2/5 Pariser Pfund.

Es seien im Körper enthalten x Kubikfuß Blei; also vom Zinn (5 — x) Kubikfuß.

x Kubikfuß Blei =	. . . . .		795 1/6 . x
(5 — x) Kubikfuß Zinn =	(5 — x) . 442 2/5 =	2212 —	442 2/5 . x
	Summe =	2212 +	352 23/30 . x;

daher: $2212 + 352\ 23/30 \cdot x = 2917\ 18/30$;

also: $x = \frac{2917{,}6 - 2212}{352{,}77} = \frac{705{,}6}{352{,}77} = 2$; und $(5 - x) = 3$.

Es sind also im gegebenen Körper enthalten 2 Kubikf. Blei = 1590,33 ℔
und (5 — 2) = 3 „ Zinn = 1327,20 „

Daher das ganze Gewicht = 2917,53 ℔

8. Die Atome der Körper werden nicht allein von dem Mittelpunkte der Erde, sondern gegenseitig von einander angezogen, und bilden durch diese gegenseitige Anziehung den inneren Zusammenhang, durch welchen die einzelnen Körper abgesondert von einander bestehen. Ist dieser innere Zusammenhang so stark, daß eine große Kraft erfordert wird, um die einzelnen Theile von einander zu trennen, so heißt der Körper ein *fester* oder *harter*; ist dagegen der Zusammenhang oder die *Kohäsion* so schwach, daß die geringste Kraft hinreicht, um die Theilchen des Körpers zu trennen oder zu verschieben, so heißt der Körper ein *flüßiger*.

Weiche Körper stehen in der Mitte zwischen den festen und flüßigen. Einen *vollkommen festen* Körper giebt es indessen nicht, denn ein solcher müßte sich durch keine endliche Kraft trennen lassen. Alle bekannten festen Körper haben deshalb einen größeren oder kleineren Grad von Weichheit, da sie sich sämmtlich trennen lassen. *Vollkommen flüßige* Körper müßten sich durch eine unendlich kleine Kraft trennen lassen; alle bekannten flüßigen Körper erfordern indessen eine endliche Kraft zu ihrer Trennung und Theilverschie-

Digitized by Google

bung. Es liegen demnach alle wirklichen Körper der uns bekannten Natur zwischen den vollkommen festen und vollkommen flüßigen.

9. Viele, sowohl feste als flüßige Körper haben die Eigenschaft, daß sie, wenn sie zusammengedrückt oder gebogen, oder aus einander gezogen werden, wieder von selbst ihre vorige Größe oder Gestalt annehmen; diese Eigenschaft heißt ihre Elastizität oder Federkraft.

Ein vollkommen elastischer Körper wäre ein solcher, der eine eben so große Kraft anwendete, um sich in seine vorige Gestalt und Größe zurückzubegeben, als angewendet worden, um ihn aus dieser Größe und Gestalt herauszubringen.

Vollkommen unelastische Körper wären solche, die gar keine Kraft äußerten, um sich in ihre ursprüngliche Größe und Gestalt zurückzubegeben. Die wirklichen Körper liegen wieder in der Mitte.

Bei den mathematischen Berechnungen nimmt man oft an, daß die Körper entweder vollkommen elastisch oder vollkommen unelastisch seien. Nur ein vollkommen harter Körper könnte auch ein vollkommen unelastischer sein, denn ein solcher würde sich überhaupt durch keine endliche Kraft zusammendrücken, oder ausdehnen, oder biegen lassen.

Flüßige Materien, welche zugleich elastisch sind, wirken mit den intensivsten Kräften, wie z. B. Luft und Dampf.

10. Bei vielen Gelegenheiten bringen die auf einen Körper wirkenden Kräfte keine ihrer Intensität entsprechende oder proportionale Bewegung hervor.

Es sind alsdann Hindernisse vorhanden, welche ihre Wirkung mehr oder weniger hemmen.

Ein großer Theil solcher Hindernisse entsteht aus der Beschaffenheit oder dem Zustande desjenigen Raumes, in-welchem sich der Körper und die Bahn desselben befindet. Dieser umgebende Raum heißt gewöhnlich das Medium, oder der Mittelraum; enthält dieser Nichts außer dem bewegten oder beweglichen Körper, so nennt man ihn leer; enthält er aber noch eine andere Materie, so heißt er voll.

Bei den Elementarbetrachtungen der Statik und Dynamik sieht man den Mittelraum als leer an; dagegen muß man späterhin auf den vollen Rücksicht nehmen, insofern er die Bewegung vermindern kann. Denn im vollen Mittelraume hat die Kraft nicht allein den beweglichen Körper, sondern auch die den Mittelraum anfüllenden Materientheile in Bewegung zu setzen; so wird z. B. der Widerstand, den die Luft einem bewegten Körper entgegensetzt, sehr merklich.

Ein anderes häufig vorkommendes Hinderniß ist die Reibung der Körper gegen einander. Da nämlich kein Körper vollkommen glatt ist, sondern an seiner Oberfläche mehr oder minder merkliche Erhöhungen und Vertiefungen hat, so dringen bei naher Berührung die Erhöhungen des einen Körpers in die Vertiefungen des andern, und hindern die Bewegung in merklichem Grade. In den Elementarbetrachtungen kann man anfänglich auch die Reibung unberücksichtigt lassen.

Digitized by Google

11. Die Erfahrung zeigt, daß in jedem Körper ein Punkt vorhanden ist, in welchem sich die ganze Schwere desselben gleichsam vereinigt, so daß es nur nöthig ist, diesen Punkt zu unterstützen oder zu befestigen, um den ganzen Körper am Fallen oder an der Umdrehung zu verhindern, mag er dabei eine Lage haben, welche er will; z. B. wenn man an einer Stange die Mitte ihrer Länge aufsucht, und an dieser Stelle durch die Mitte der Dicke ein Loch bohrt, so ist in der Mitte dieses Lochs ein Punkt, welcher nur allein unterstützt zu werden braucht, um zu verhüten, daß die Stange fällt oder sich umdreht, mag sie dabei eine Lage gegen die Erde haben, welche sie will. Dieser Punkt, der sich in jedem Körper findet, heißt der Schwerpunkt desselben. Es wird sich tiefer der Grund zeigen, warum in jedem Körper ein solcher vorhanden sein muß. Die Auffindung des Schwerpunkts ist eine häufig vorkommende Aufgabe in der Mechanik.

12. Man kann aber nicht blos an einzelnen Körpern, sondern auch an einer ganzen Anzahl zusammengehöriger Körper, oder an einem sogenannten Systeme von Körpern einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt auffinden; z. B. den Schwerpunkt eines ganzen Schiffes mit seiner verschiedenartigen Ladung.

Der Weg oder die Bahn. 6

Der Weg oder die Bahn eines bewegten Körpers ist mathematisch betrachtet die Linie, welche der Schwerpunkt des Körpers durchläuft. Die Länge dieser Linie wird durch das gewöhnliche Längenmaaß bestimmt. Ist sie eine gerade Linie, so heißt die Bewegung geradlinig, ist sie krumm, so heißt die Bewegung krummlinig.

Die geradlinige Bewegung hat auf der geraden Linie eine bestimmte Richtung, welche sie beibehält, um irgend einen entfernten Punkt zu erreichen. Nicht allein die durch den Schwerpunkt gehende, sondern auch alle in ihrer Nähe mit ihr parallel gehenden geraden Linien bestimmen die Richtung der Bahn.

Ist die Bahn krummlinig, so kann man sich vorstellen, daß die Bewegung in jedem Augenblicke eine andere Richtung bekommt; solche augenblickliche Richtung wird durch die Tangente angegeben, welche die krummlinige Bahn an der Stelle berührt, wo sich der bewegte Schwerpunkt eben befindet. Die ganze krummlinige Bahn kann alsdann wie ein Polygon von unendlich vielen und unendlich kleinen Seiten angesehen werden, und die Richtung der Bewegung ist in jedem Augenblicke dieselbe wie die Polygonseite, welche der bewegte Schwerpunkt durchläuft, und welche mit der an dieser Stelle gezogenen Tangente zusammenfällt.

Die Geschwindigkeit. 7

Wenn man den Weg oder die Bahn eines bewegten Körpers mit der dazu verbrauchten Zeit zusammen betrachtet, so erhält man den Begriff der Geschwindigkeit; diese ist nämlich in mechanischem Sinne der Weg, den der Körper in der Einheit der Zeit durchläuft.

Digitized by Google

Die Bewegung, oder eigentlich Geschwindigkeit heißt einförmig, wenn der Körper in gleichen Zeiten gleiche Räume durchläuft; sie heißt ungleichförmig, wenn in gleichen Zeiten ungleiche Räume durchlaufen werden. Wird die Geschwindigkeit größer, so heißt diese Zunahme derselben Beschleunigung, und die Bewegung selbst ein beschleunigte; wird die Geschwindigkeit kleiner, so heißt diese Abnahme derselben Verzögerung, und die Bewegung selbst eine verzögerte.

8 Die Zeit und Dauer der Bewegung.

Jede Bewegung ist Veränderung des Orts; der bewegte Körper oder Punkt kann also nur einen Ort nach dem andern einnehmen; dieses Nacheinander enthält aber den Begriff der Zeit; es kann also keine Bewegung geben, welche ihre Ortsveränderung ohne allen Zeitverbrauch hervorbrächte, so daß der bewegte Punkt in einem und demselben Zeitpunkte zwei verschiedene Oerter einnähme. Eine solche unendlich große Geschwindigkeit findet sich auch nicht einmal beim Licht, obgleich es (vergl. S. 30 und S. 1355) in jeder Sekunde 40000 deutsche Meilen zurücklegt. Ebensowenig giebt es eine unendlich kleine Geschwindigkeit, welche in irgend einer verflossenen Zeit gar keine Ortsveränderung vollendete, denn dies käme der Ruhe gleich. Wohl aber kann die Geschwindigkeit, obgleich sie noch endlich bleibt, dennoch so groß oder so klein werden, daß entweder die verbrauchte Zeit, oder der durchlaufene Raum keine wirkliche Messung mehr zulassen z. B. die Zeitgröße, während welcher das Licht einen Fuß durchläuft, ist für die Messung ebenso unerreichbar klein, wie der Raum, den der Stundenzeiger einer kleinen Taschenuhr während einer Terzie zurücklegt. So lange indessen Zeiten und Räume in ihrer Größe oder Kleinheit nach endlich bleiben, kann man geometrische Ausdrücke für ihre Werthe finden, wie z. B. für das Verhältniß der Geschwindigkeit g der Erde auf ihrer Bahn zur Geschwindigkeit G des Lichts (vergl. S. 1355) hat man den Ausdruck: g : G = lang 20″, 5 : 1.

Werden aber die Raumtheilchen, oder die Zeittheilchen unendlich klein gedacht, alsdann hört alle Möglichkeit der Vergleichung, und daher die Berechnung zugleich mit der Messung auf. Versucht man dennoch bei diesen unvergleichbaren Größen eine Vergleichung, so kommen die mancherlei Widersprüche hervor, welche schon im Alterthume gegen die Bewegung erhoben worden sind.

Es ist ein allgemein anerkanntes und von der Erfahrung bestätigtes Gesetz, daß die Materie, aus welcher die Körper bestehen, den Zustand, in dem sie sich irgend befindet, niemals durch sich selbst ändert, sondern in ihm so lange beharrt, bis irgend ein außenher kommender und hinreichender Grund einen neuen Zustand einführt; dieses Beharrungsvermögen der Materie äußert sich aber auch als ein Widerstand gegen jede neue Kraft, welche eine Zustandsänderung hervorbringen will; daher nennt man es auch die Kraft der Trägheit, Vis inertiae. Das aus derselben hervorgehende Naturgesetz ist folgendes:

Jeder Körper bleibt in seiner Ruhe, oder in seiner einför-

Digitized by Google

migen geradlinigen Bewegung, so lange kein Grund zur Aenderung des Zustandes hinzutritt.

Die Dauer der Bewegung hängt theils von der Natur der bewegenden Kraft, theils von der Beschaffenheit des Mittelraums und der unvermeidlichen Reibung, und von sonstigen Hindernissen ab.

Die hiebei in Betracht kommende Natur der Kräfte bestimmt man durch folgende zwei Eintheilungen: erstlich nach der Dauer ihrer Wirksamkeit nennt man sie entweder kontinuirliche, fortwirkende, welche während einer merklich langen Zeit ununterbrochen den Zustand eines Körpers ändern; oder Momentankräfte, augenblicklich wirkende, wenn ihre Wirkungen in einer unmeßbar kleinen Zeit geschehen, und der Körper, sich selbst überlassen, seine fernere Bewegung nur durch sein Beharrungsvermögen erhält; zweitens nach der Beziehung auf den Zustand des zu bewegenden Körpers nennt man die Kräfte entweder absolute oder Totalkräfte, wenn sie ganz unabhängig auf einen bewegten Körper ebenso wirken wie auf einen ruhenden, und auf den ersteren ebenso bei großer wie bei kleiner Geschwindigkeit; oder sie heißen relative Kräfte, wenn sie anders auf den ruhenden Körper wirken, als auf den bewegten, und auf diesen anders, wenn er diese oder jene Geschwindigkeit, oder diese und jene Richtung hat.

Eine der wichtigsten absoluten oder Totalkräfte ist die allgemeine Gravitation, d. h. die an der Materie vorkommende Eigenschaft, daß sich alle ihre Theile, mögen sie nahe oder beliebig ferne sein, einander gegenseitig anziehen.

Ihr jedesmaliger Werth steht in geradem Verhältnisse mit der Masse und im umgekehrten mit dem Quadrat der Entfernung des anziehenden Körpers (vergl. S. 66).

Die Neigung jedes irdischen Körpers, sich in senkrechter Linie zum Mittelpunkt der Erde hinzubewegen, oder die Schwerkraft ist nichts Anderes, als die Wirkung der Anziehungen, welche alle Theile der Erde zugleich gegen einen solchen Körper ausüben, und welche Anziehungen sich in eine einzige Kraft zusammensetzen, deren Richtung nach dem Mittelpunkt der Erde geht.

Die Wirkung einer kontinuirlichen Kraft in einer endlichen Zeit kann man sich als durch unendlich viele Momentankräfte hervorgebracht vorstellen, welche so schnell nach einander wirken, daß die Zwischenzeit zwischen je zwei auf einander folgenden Wirkungen unendlich klein ist. Demgemäß kann man auch einen bewegten Punkt so ansehen, als wenn er jeden Augenblick zur Ruhe kommt, aber in demselben Augenblicke durch eine Momentankraft von Neuem in Bewegung gesetzt wird.

Bezeichnet man mit s den durchlaufenen Raum, mit c die Geschwindigkeit 9
und mit t die verflossene Zeit, so hat man bei der gleichförmigen Bewegung folgende Gleichungen:

$$\text{I)}\ s = ct;\quad \text{II)}\ c = \frac{s}{t};\quad \text{III)}\ t = \frac{s}{c}.$$

Digitized by Google

Man kann die erste Gleichung auch auf eine ungleichförmige Bewegung anwenden, wenn man die verschiedenen Geschwindigkeiten addirt, und aus der Summe durch Division mit der Anzahl der Zeiteinheiten die mittlere Geschwindigkeit zieht, und diese mit c bezeichnet.

10 Aus der Gleichung I sieht man (vergl. S. 1898), daß bei verschiedenen einförmig bewegten Körpern sich die zurückgelegten Wege zusammengesetzt verhalten, wie die Geschwindigkeiten und Zeiten; sind aber die Zeiten gleich, so verhalten sich die Wege nur wie die Geschwindigkeiten; sind die Geschwindigkeiten gleich, so verhalten sich die Wege nur wie die Zeiten.

11 Aus der Gleichung II sieht, man, daß bei einförmigen Bewegungen sich die Geschwindigkeiten verhalten gerade wie die Wege, und umgekehrt wie die Zeiten; sind die Zeiten gleich, so verhalten sich die Geschwindigkeiten gerade wie die Wege; sind die Wege gleich, so verhalten sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Zeiten.

12 Aus der Gleichung III sieht man, daß bei einförmigen Bewegungen die verflossenen Zeiten sich verhalten, gerade wie die durchlaufenen Wege, und umgekehrt wie die Geschwindigkeiten; sind die Geschwindigkeiten gleich, so verhalten sich die Zeiten gerade wie die Wege; sind die Wege gleich, so verhalten sich die Zeiten umgekehrt wie die Geschwindigkeiten.

13 Ein Produkt behält seinen Werth unverändert, wenn beide Faktoren sich nach einem umgekehrten Verhältnisse verändern, d. h. wenn der eine so vielmal größer als der andere kleiner wird.

Also in der Gleichung $s = ct$ bleibt s unverändert, wenn c um so vielmal größer als t kleiner, oder c um so vielmal kleiner als t größer wird.

Bei zwei verschiedenen aber sich einförmig bewegenden Körpern sind also die zurückgelegten Wege gleich, wenn sich ihre Geschwindigkeiten umgekehrt wie ihre Zeiten verhalten.

14 Ein Bruch behält den gleichen Werth, wenn zugleich Zähler und Nenner gleichvielmal zunehmen oder abnehmen, wenn sich also der alte Zähler zum neuen Zähler, wie der alte Nenner zum neuen Nenner verhält.

Aus der Gleichung $c = \frac{s}{t}$ folgt also, daß bei zwei Bewegungen die Geschwindigkeiten gleich sind, wenn die durchlaufenen Wege sich eben so verhalten wie die Zeiten.

Aus der Gleichung $t = \frac{s}{c}$ folgt, daß bei zwei Bewegungen die verflossenen Zeiten gleich sind, wenn sich die Wege so verhalten wie die Geschwindigkeiten.

15 Es sei 1 Grad der Kraft nöthig, um 1 Pfund Masse in 1 Sekunde 1 Fuß weit zu bewegen; alsdann werden 4 Grade Kraft erforderlich sein, um 4 Pfund Masse in 1 Sekunde 1 Fuß weit zu bringen. Wenn also bei gleicher Geschwindigkeit die Masse M Einheiten enthält, so muß auch die Kraft M Grade haben.

Soll aber auch die Geschwindigkeit einige Male größer werden, so muß auch die Kraft wieder um eben so viele Male größer werden. Soll also die

Digitized by Google

Geschwindigkeit in der Zeiteinheit, z. B. in 1 Sekunde c Fuß betragen, so muß die Kraft c mal vergrößert werden. Man hat also, wenn K den erforderlichen Grad der Kraft bezeichnet (vergl. S. 857):

$$\text{I)} \quad K = Mc.$$

Die Bewegung, welche irgendwo vor sich geht, ist die Wirkung der 16
Kraft, und ist dieser ihrer Ursache an Größe gleich. Nimmt man z. B. diejenige Bewegung, welche 1 Pfund Masse mit einer Geschwindigkeit von 1 Fuß hat, zur Einheit der Bewegung an: so ist offenbar M mal so viel Bewegung vorhanden, wenn die Masse M Pfund enthält; ebenso ist c mal so viel Bewegung vorhanden, wenn die Masse sich mit einer Geschwindigkeit gleich c bewegt. Bezeichnet man also die Größe der Bewegung durch B, so hat man:

$$\text{II)} \quad B = Mc.$$

Es zeigt sich also, daß B = K.

Aus der Gleichung I erhält man die beiden folgenden: 17

$$\text{III)} \quad c = \frac{K}{M} \quad \text{und IV)} \quad M = \frac{K}{c}$$

Aus den drei Gleichungen I, III und IV erhält man nach obiger Schlußweise (vergl. S. 1897) folgende Sätze:

1. Die Kräfte verhalten sich zusammengesetzt wie die Massen und Geschwindigkeiten; wenn die Massen sich umgekehrt verhalten wie die Geschwindigkeiten, so sind die Kräfte gleich.
2. Die Geschwindigkeiten verhalten sich gerade wie die Kräfte und umgekehrt wie die Massen; bei gleichen Massen verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die Kräfte; bei gleichen Kräften verhalten sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Massen. Die Geschwindigkeiten sind gleich, wenn die Kräfte sich verhalten wie die Massen.
3. Die Massen verhalten sich gerade wie die Kräfte und umgekehrt wie die Geschwindigkeiten; bei gleichen Geschwindigkeiten verhalten sich die Massen wie die Kräfte; bei gleichen Kräften verhalten sich die Massen umgekehrt wie die Geschwindigkeiten; die Massen sind gleich wenn sich die Kräfte verhalten wie die Geschwindigkeiten.

Die drei Hauptgleichungen aus dem bisherigen sind also (S. 1895 Nr. 5, 18
S. 1903 Nr. 9 und S. 1915 Nr. 15).

$$M = DV; \quad s = ct; \quad K = Mc.$$

Aus diesen läßt sich eine Anzahl neuer Gleichungen bilden, z. B.:

$$K = DV \cdot c; \quad K = \frac{Ms}{t}; \quad V = \frac{K}{Dc}; \quad t = \frac{Ms}{K};$$

diese Gleichungen lassen wieder neue Folgerungen zu.

Wenn eine Kraft durch einen unüberwindlichen Widerstand aufgehalten 19
wird, so nennt man sie zuweilen (vergl. S. 1894) eine todte Kraft. Der

Digitized by Google

Ausdruck paßt aber nicht ganz; denn sie wird nicht wirklich getödtet, oder vernichtet, sondern äußert ihr fortdauerndes Dasein durch einen Stoß oder Druck, wie z. B. die aufgehaltene Schwere oder Fallkraft.

Eine solche gehemmte Kraft muß wie jede andere nach der Masse und Geschwindigkeit beurtheilt werden. Da aber alsdann keine wirkliche Geschwindigkeit stattfindet, so muß man allein diejenige in Betracht ziehen, welche der bewegliche Körper von der Kraft erhalten würde, wenn sie ungehemmt wäre. Diese Geschwindigkeit, welche also nicht wahrgenommen, sondern nur gedacht werden kann, heißt die virtuelle Geschwindigkeit; multiplizirt man diese mit der Masse, so erhält man die gehemmte Kraft, die man auch virtuelle Kraft nennen kann. Bezeichnet man diese mit $\varkappa$, und die virtuelle Geschwindigkeit mit γ, so hat man:

$$\varkappa = M\gamma.$$

Bei dieser virtuellen Geschwindigkeit muß man sich jedoch merken, daß sie nur so gedacht werden muß, wie sie im ersten Augenblicke nach dem Stoße oder Drucke sein würde; und nicht in den folgenden Zeitpunkten, wo sie durch mancherlei Gründe sich bald ändern kann.

Man kann dem Vorigen gemäß auch von virtuellen Bewegungen sprechen; bezeichnet man diese mit β, so hat man:

$$\beta = M\gamma.$$

20 Wegen des Standpunktes, den ein Beobachter einnimmt, kann man die Bewegung in eine wirkliche und scheinbare eintheilen; z. B. die wirkliche Bewegung der Erde um ihre Achse, und die scheinbare der Gestirne vom östlichen nach dem westlichen Horizonte.

21 Hinsichtlich der Quantität des Raumes, den man in Betracht zieht, ist die Bewegung entweder eine absolute, oder eine relative.

Ein Körper kann nämlich in Beziehung auf verschiedene ihn umgebende, nähere oder entferntere, Körper gegen einige in relativer Ruhe, gegen andere in relativer Bewegung sein. Segelt z. B. ein Schiff längs einem Ufer hin, und sitzt ein Mensch ruhig auf dem Deck: so hat er gegen die Theile des Schiffs eine relative Ruhe, gegen die Gegenstände am Ufer eine relative Bewegung. Geht er aber vom Vorderdeck nach dem Hinterdeck mit einer solchen Geschwindigkeit, mit welcher sich das Schiff fortbewegt: so bleibt er während dieses Ganges denselben Ufertheilen gegenüber, hat also gegen diese relative Ruhe, gegen die Theile des Decks aber relative Bewegung. Dasselbe kann man von jedem auf der Erde ruhenden Menschen sagen; gegen die Erde ist er in relativer Ruhe, gegen die Himmelskörper aber, wegen der Axendrehung und wegen der Bewegung der Erde auf ihrer Bahn, in relativer Bewegung.

Sobald also nur ein Theil des ganzen Raumes in Betracht gezogen wird, und in diesem bestimmte Punkte oder Körper ausgezeichnet werden, gegen welche der bewegte Körper seine Raumverhältnisse theils ändert, theils beibehält: entstehen die relative Bewegung und die relative Ruhe, und aus beiden geht der relative Ort des in Betracht stehenden Körpers hervor.

Digitized by Google

Nimmt man aber den ganzen unendlichen Raum, in welchem das ganze Weltall ausgebreitet ist, oder den absoluten Raum, ohne Beschränkung und Bedingung einzelner bestimmter Körper; so hat jeder Körper in jedem bestimmten Augenblicke einen absoluten Ort; bleibt dieser absolute Ort derselbe, so ist die absolute Ruhe; ändert sich derselbe, so ist die absolute Bewegung da.

Wenn man sich eine geordnete Anzahl von materiellen Punkten, oder ein 22
System von Punkten, so mit einander verbunden denkt, daß sich die gegenseitige Entfernung der Punkte nicht ändern kann, wie z. B. in einem festen Körper; so ergeben sich mancherlei allgemeine Bewegungsgesetze daraus.

Befinden sich sämmtliche Punkte in einer geraden Linie, so ist durch die gegebenen Orte von zwei Punkten in dieser Linie der Ort jedes andern Punktes derselben bestimmt. Wenn also zwei Punkte der Linie ihre Orte nicht ändern, so bleiben alle in Ruhe. Wenn also ein Punkt der geraden Linie in Bewegung ist, so kann es höchstens nur noch einen andern Punkt in derselben geben, welcher in Ruhe bleibt; z. B. wenn eine gerade Linie um einen ihrer Endpunkte, welcher fest ist, eine drehende Bewegung hat.

Wenn die materiellen Punkte ein anderes System als eine gerade Linie bilden, so ist durch die gegebene Lage von drei Punkten, die nicht in einer geraden Linie liegen, der Ort jedes andern Punktes im Systeme bestimmt. Aendern also jene drei Punkte ihre Oerter nicht, so bleiben alle Punkte des Systems in Ruhe. Wenn sich dagegen ein Punkt desselben bewegt, so müssen alle Punkte, welche in Ruhe bleiben, in einer geraden Linie liegen; denn sonst wären drei Punkte, welche nicht in einer solchen liegen, in Ruhe, es würde sich also keiner von den übrigen bewegen.

Dieses Gesetz gilt für alle Systeme, deren Punkte ihre gegenseitigen Entfernungen nicht ändern können; es gilt daher auch für gebrochene und krumme Linien, Flächen und Körper.

Wenn sich alle Punkte eines Systems in gleichen und parallelen Linien 23
mit gleicher Geschwindigkeit fortbewegen, so sagt man: das System habe eine fortschreitende Bewegung. Wenn aber jeder Punkt des Systems sich um einen ruhenden Punkt in einer Kugelfläche bewegt, deren Halbmesser die Entfernung zwischen dem ruhenden und bewegten Punkte ist, so sagt man: das System habe eine rotirende, oder rotatorische, drehende Bewegung um einen ruhenden Punkt, welcher Mittelpunkt der Drehung, oder auch nur Drehungspunkt oder Ruhepunkt heißt. Wenn jeder Punkt des Systems um eine ruhende gerade Linie einen Kreis beschreibt, dessen Radius die Entfernung des bewegten Punktes von der Linie, und dessen Mittelpunkt ein Punkt derselben ist, und dessen Ebene senkrecht auf der Linie steht: so nennt man die Bewegung des Körpers eine Axendrehung, und die gerade Linie eine Axe.

Jede andere Bewegung eines festen Systems kann als zusammenge- 24
setzt aus einer fortschreitenden und einer drehenden Bewegung gedacht werden.

Digitized by Google

25 Winkelgeschwindigkeit heißt die Geschwindigkeit eines Punktes in einem sich um seine Axe drehenden Systeme, wenn die Axe ruht, und wenn die Entfernung des Punktes von der Axe gleich 1 ist.

Wenn die Axe nicht ruht, so bezeichnet die Winkelgeschwindigkeit die relative Bewegung des Punktes in Beziehung auf die Axe.

26 Man gebraucht den Namen Winkelgeschwindigkeit auch bei einer freien krummlinigen Bewegung eines Punktes. Man denkt sich alsdann der Krümmungshalbmesser (S. 1721) mache die Bewegung mit, und zwar um den Mittelpunkt des Krümmungskreises, und so daß sein Endpunkt immer mit dem bewegten Punkte zusammenfällt; die Winkelgeschwindigkeit in diesem Sinne ist alsdann die Geschwindigkeit desjenigen Punktes des Krümmungshalbmessers, dessen Entfernung vom Mittelpunkte des Krümmungskreises gleich 1 ist.

27 Wenn ein Körper einem andern eine Bewegung mittheilt, oder mitzutheilen strebt, so ist die Einwirkung gegenseitig: die Wirkung ist der Gegenwirkung gleich und entgegengesetzt.

Wenn z. B. ein Körper A einen Körper B stößt oder drückt, so übt B einen gleichen Stoß oder Druck gegen A aus. Zieht der Körper A den Körper B aus einer gewissen Entfernung an, so zieht auch B mit gleicher Stärke, aber natürlich entgegengesetzter Richtung, A zu sich hin.

Will man die wirkenden Kräfte allein betrachten, z. B. die allgemeine Gravitation oder Anziehungskraft: so wirkt diese auf beide angezogene Körper in solcher Weise, daß jeder von ihnen einen gleichen Zug aber in entgegengesetzter Richtung wie der andere erleidet.

§. 270. Von den Gesetzen des Gleichgewichts.

1 Wenn eine Kraft auf einen Körper wirkt, dessen Punkte sämmtlich untereinander verbunden sind, und einen bestimmten Angriffspunkt hat: so ist ihre Wirkung derjenigen ganz gleich, welche stattfinden würde, wenn sie auch einen andern Angriffspunkt hätte: nur muß dieser zweite Angriffspunkt irgendwo in der Direktionslinie der Kraft liegen. Bringt man daher auf der Direktionslinie einer Kraft ein unüberwindliches Hinderniß an, so kann die Kraft keine Wirkung hervorbringen.

2 Zwei gleiche Kräfte P und Q Tafel XXXV, D, Fig. 74 u. 75, welche an den Punkten A und B einer geraden Linie AB angebracht sind, und in deren Richtung, aber in entgegengesetztem Sinne wirken, bringen ein Gleichgewicht hervor; denn wenn z. B. P als anziehende Kraft A nach a hinzubringen sucht, so wird der Punkt B, welcher durch die Zwischenpunkte mit A verbunden ist auch $Bb = Aa$ durchlaufen müssen; in derselben Zeit strebt aber auch die Kraft Q den Punkt B nach b' fortzubewegen, d. h. also in entgegengesetzter Richtung um die Größe $Bb' = Aa$; der Punkt B wird also, da er keiner von beiden Kräften mehr nachgeben kann als der andern, unbeweglich, in einer erzwungenen Ruhe bleiben, und diese Ruhe wird sich in dem ganzen Systeme vorfinden. Dasselbe Resultat wird stattfinden, wenn die beiden Kräfte P und Q abstoßende sind.

Digitized by Google

Denkt man ſich die Linie AB immer kleiner, und endlich auf den einen 3
Punkt M zuſammengeſchwunden, an welchem die beiden entgegengeſetzten Kräfte wirken: ſo wird bei Gleichheit der Kräfte ebenfalls ein Gleichgewicht eintreten; bei ihrer Ungleichheit aber wird der Punkt M der Wirkung der ſtärkern Kraft folgen.

Wenn zwei Kräfte auf einen beweglichen Körper wirken und unter ſich 4
einen Winkel bilden, deſſen Spitze der Angriffspunkt dieſer Kräfte iſt: ſo kann kein Gleichgewicht ſtattfinden.

Man nehme einmal, Tafel XXXV, D, Fig. 76, an, es wären die beiden Kräfte P und Q wirklich im Gleichgewichte; man könnte alsdann in dieſem Syſteme eine Kraft P' anbringen, welche P gleich und gerade entgegengeſetzt wäre. Da nun durch das Gleichgewicht von P und Q das Syſtem in Ruhe wäre, ſo müßte die Kraft P' mit ihrer ganzen Stärke auf dasſelbe wirken können, und den Punkt M von M nach P' ziehen; da ſich aber nach dem Vorigen P und P' als gleich und entgegengeſetzt aufheben, ſo müßte auch die Kraft Q ſo wirken, als wenn ſie allein da wäre, und daher den Punkt M in der Richtung von M nach Q ziehen; dieſer eine Punkt müßte ſich alſo zur ſelben Zeit auf zwei verſchiedenen Wegen fortbewegen, was unmöglich iſt; dieſer Unmöglichkeit wegen zeigt ſich alſo auch die Annahme des Gleichgewichts von P und Q als unzuläſſig.

Da nun kein Gleichgewicht zwiſchen zwei Kräften ſtattfinden kann, welche 5
nicht in gerader Linie liegen: ſo wird ſich der Punkt M nach einer Richtung MR fortbewegen, als wenn eine einzige Kraft R auf ihn wirken würde. Dieſe angenommene einzige Kraft heißt die Reſultante der beiden andern, und dieſe beiden andern ihre Kompoſanten oder Zuſammenſetzenden, (vergl. S. 850 Nr. 10).

Es ſeien, wie in Fig. 77, drei gleiche Kräfte an einem und demſelben 6
Orte angebracht; alsdann müſſen ſie, um ſich ins Gleichgewicht zu ſetzen, die Peripherie eines Kreiſes, deſſen Mittelpunkt der Angriffspunkt M iſt, mit ihren Direktionslinien in drei gleiche Theile theilen. Alle Gründe, die man alsdann verſuchsweiſe angeben wollte, daß dieſer Punkt ſich in der Richtung der einen Kraft bewegen müßte, würden eben ſo ſehr für die beiden andern geltend gemacht werden können; es muß alſo der Punkt M unbeweglich bleiben.

Jeder der drei Winkel PMQ, PMR, RMQ beträgt $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$. Wird eine 7
der Linien, z. B. RM über M hinaus verlängert, ſo halbirt ſie den von den beiden andern Linien gebildeten Winkel PMQ; denn es iſt PMR + PMS = 180°; alſo PMS = 60°; ebenſo RMQ + QMS = 180°, alſo QMS = 60°; alſo jeder der beiden Winkel PMS und QMS = $\frac{\text{PMQ}}{2}$

Es mögen ferner zwei gleiche Kräfte P und Q, Tafel XXXV, D, Fig. 78, 8
ſenkrecht an den Endpunkten einer geraden Linien AB wirken; alsdann geht die Reſultante dieſer beiden Kräfte durch die Mitte O der Linie AB, und ihre Intenſität iſt gleich der Summe der beiden P und Q.

Digitized by Google

Man zieht durch die beiden Punkte A und B die vier geraden Linien AC, AD, BC, BD, und zwar ſo, daß jede von ihnen mit der Linie AB einen Winkel von 30° macht. Die Dreiecke ACB und ADB werden alſo gleichſchenklig ſein, und gleiche Seiten AC, CB, AD, DB haben.

Hieraus iſt nun leicht zu beweiſen, daß die Winkel um O rechte ſind, daß ſich alſo die beiden Linien AB und CD ſenkrecht ſchneiden; ferner daß ACBD ein Rhombus iſt; die Seiten dieſes Rhombus und ihre Verlängerungen bilden bei ihrem Zuſammentreffen vier ſtumpfe Winkel ACB, ADB, P'AC, Q'BC, von denen jeder $= \frac{4}{3}$ eines Rechten, oder $= 120°$ iſt; denn es enthält z. B. der Winkel CAD durch die Konſtruktion $\frac{2}{3}$ Rechte, oder 60°; daher muß ſein Supplementswinkel P'AC $= 120°$ ſein. Da ferner die gegenüberliegenden Seiten des Rhombus parallel ſind, ſo iſt der Winkel ACB $=$ CAP' $= 120°$. Ebenſo iſt es mit den Winkeln CBQ' und ADB.

Da nun die Direktion von CD den Winkel ACB $= \frac{4}{3}$ Rechte in zwei gleiche Theile theilt, ſo folgt (nach dem vorigen Satze), daß die drei Winkel ACB, ACS und BCS gleich ſind. Auf gleiche Weiſe läßt ſich zeigen, daß auch an den Punkten A, B, und D drei gleiche Winkel vorkommen.

9 Sieht man nun die vier Punkte A, B, C, D als unter ſich verbunden an, ſo laſſen ſich an ihnen zwölf gleiche Kräfte anbringen, nämlich:

an dem Punkte A die drei gleichen Kräfte P, P', P'';
an dem Punkte B die drei gleichen Kräfte Q, Q', Q'';
an dem Punkte C die drei gleichen Kräfte S, S', S'';
an dem Punkte D die drei gleichen Kräfte V, V', V'';

dieſe bilden ſämmtlich Winkel von 120°, und ſtehen unter ſich im Gleichgewichte.

Es ſind aber unter dieſen gleichen Kräften mehrere paarweiſe entgegengeſetzt, nämlich P' und V'', Q' und V', P'' und S', Q'' und S''.

Damit alſo das Gleichgewicht in dem Syſteme beſteht, müſſen ſich die vier Kräfte P, Q, S und V das Gleichgewicht halten. Die beiden letztern ſind einander gleich und wirken in derſelben Direktion; daher können ſie addirt und in dem Punkte O ihrer Direktion angebracht werden; alsdann findet das Gleichgewicht zwiſchen P, Q und einer Kraft R ſtatt, welche ihrer Summe gleich iſt, und durch die Mitte O der Linie AB gehen muß.

Nimmt man P und Q fort, und will dennoch ein Gleichgewicht gegen R haben: ſo muß man in dem Punkt O eine Kraft R' anbringen, welche der Kraft R gleich aber entgegengeſetzt iſt; dieſe Kraft R' hat alsdann die von P und Q zuſammengenommene Wirkung, und iſt daher ihre Reſultante. Hieraus ergiebt ſich nun folgender wichtige Satz:

Die Reſultante zweier gleichen parallelen Kräfte P und Q iſt der Summe derſelben gleich, läuft mit ihnen parallel, und halbirt diejenige Linie AB, welche auf der gemeinſchaftlichen Direktionslinie der beiden Kräfte P und Q ſenkrecht ſteht.

Digitized by Google

Es ſeien zwei ungleiche parallele Kräfte P und Q, Tafel XXXV, D, 10 Fig. 79, an den Endpunkten einer geraden Linie AB angebracht. Es ſei p die Einheit der Kraft; es ſei alsdann $P = mp$, und $Q = np$; es iſt alsdann $P : Q = m : n$; darauf theilt man die Linie AB in dem Punkte D in zwei ungleiche Theile, welche das Verhältniß von $m : n$ zu einander haben; alsdann iſt:

$$I) \quad P : Q = AD : DB.$$

Trägt man alsdann AD von A nach A', und DB von B nach B', ſo hat man, weil $A'D = 2 \cdot AD$, und $DB' = 2 \cdot DB$, folgende Proportion:

$$P : Q = A'D : DB' = m : n.$$

Theilt man alſo A'D in m gleiche Theile ein, ſo wird DB' in n ſolcher gleichen Theile getheilt werden, und A'B' enthält ſo viele gleiche Theile, als P + Q zuſammen Einheiten der Kraft, oder p enthalten; da ferner zwei Theilungspunkte, wie a', a'', u. ſ. w. drei gleiche Theile, und drei ſolcher Punkte vier gleiche Theile abtheilen, ſo enthält A'B' einen Theilungspunkt weniger als Theile. Bringt man an jedem Theilungspunkte eine Kraft p an, ſo wird noch eine von der Summe P + Q übrig bleiben; dieſe eine kann man ſo vertheilen, daß die eine Hälfte bei A' und die andere bei B' angebracht wird; auf dieſe Art werden alle einzelnen Kräfte auf A'B' vertheilt ſein.

Durch die Konſtruktion liegt A in der Mitte zwiſchen A' und D; die in A' angebrachte Kraft $\frac{1}{2}$ p hält mit der Hälfte des in D angebrachten p das Gleichgewicht auf die Art, daß die Reſultante dieſer beiden halben p durch A geht. Auf gleiche Weiſe wird es ſich mit den Kräften p verhalten, welche in a' und $a_{,,}$, a'' und $a_{,,}$ u. ſ. f. angebracht ſind, d. h. ihre Reſultanten gehen durch A; ſo wird die Reſultante aller einzelnen auf A'D vertheilten Kräfte durch den Punkt A gehen, und ihrer Summe P gleich ſein.

In gleicher Weiſe kann man zeigen, daß es ſich mit DB' in Beziehung auf Q ebenſo verhält. Es kann alſo das ganze Syſtem aller einzelnen auf A'B' vertheilten Kräfte durch zwei Kräfte P und Q erſetzt werden, welche in A und B angebracht ſind.

Dieſe parallelen Kräfte laſſen ſich noch auf eine andere Weiſe verbinden; nimmt man ſie nämlich in gleicher Entfernung von dem Mittelpunkte der A'B', d. h. von dem Punkte O: ſo kann man leicht beweiſen, daß dieſe Reſultante von allen durch dieſen Punkt O geht, und ihre Summe = P + Q iſt.

Es iſt A'O, als Hälfte von A'B' gleich AB; ferner ergiebt ſich aus Fig. 79;

$$AO = A'O - A'A$$

daher: $$AO = AB - A'A = AB - AD = DB.$$

Ebenſo zeigt ſich unmittelbar, daß OB = AD; ſetzt man dieſe Werthe von DB und AD in die obige Proportion I ſo hat man:

$$II) \quad Q : P = AO : OB.$$

Digitized by Google

Es kann vorkommen, daß P und Q inkommenſurabel ſind; alsdann iſt dieſe Proportion, welche aus der Theilung von A'B' in m + n gleiche Theile hervorgeht, nicht mehr genau bewieſen; ſie würde es aber wieder, wenn man die Punkte der geraden Linie A'B' zu Theilungspunkten nimmt; denn alsdann werden die Theile A'a', a'a'' unendlich klein, und ihre Reihe A'B' wird zu einer ſtetigen Linie.

11 Es ſeien an den beiden Endpunkten C und D einer ſchiefliegenden geraden Linie CD die beiden parallelen Kräfte P und Q angebracht (Tafel XXXV, D, Fig. 80); man ziehe AB ſenkrecht auf die Direktionen der beiden Kräfte P und Q, und mache die Punkte A und B zu Angriffspunkten; alsdann hat man nach der vorigen Gleichung II:

$$Q : P = AO : OB = OC : OD.$$

Die beiden letzten Glieder erhält man aus der Aehnlichkeit der Dreiecke AOC und BOD. Man erhält daraus folgenden Satz:

Wenn zwei parallele und ungleiche Kräfte P und Q an den Endpunkten C und D einer geraden Linie CD angebracht werden: ſo theilt ihre Reſultante dieſe gerade Linie in zwei Theile, welche im umgekehrten Verhältniſſe der Intenſitäten dieſer Kräfte ſtehen.

12 Es ſeien Tafel XXXV, D, Fig. 81, zwei Kräfte P und Q, welche an einem und demſelben Punkte A wirken, durch die Theile AB und AC dargeſtellt, welche auf ihren Direktionen genommen und ihren Intenſitäten proportional ſind; die Reſultante dieſer beiden Kräfte wird alsdann hinſichtlich ihrer Richtung und ihrer Stärke durch die Diagonale desjenigen Parallelogramms dargeſtellt, welches AB und AC zu anliegenden Seiten hat.

Beweis.

Zuerſt iſt es von ſelbſt klar, daß die Reſultante der beiden zuſammenwirkenden Kräfte durch ihren gemeinſchaftlichen Angriffspunkt gehen muß.

Es beſtimmen aber auch die beiden Kräfte P und Q die Ebene, in welcher die Reſultante liegen muß. Läge nämlich die Reſultante über dieſer Ebene, ſo könnten alle Gründe für dieſe Lage auch zu dem Beweiſe dienen, daß ſie unter derſelben ſymmetriſch liegen müſſe; ſie kann daher keiner dieſer beiden angenommenen Direktionen folgen, und muß alſo in derſelben Ebene mit den Direktionslinien von P und Q liegen.

Es kommt ferner auf die Theilung des von den beiden Direktionen der Linien P und Q gebildeten Winkels PAQ an.

Es ſeien beide Kräfte gleich, wie in Fig. 82; alsdann theilt die Reſultante AD den Winkel in zwei gleiche Theile; denn, welche Gründe man angeben wollte, um der Reſultante eine andere Direktion m oder m' oder m'' beizulegen: ganz dieſelben könnten geltend gemacht werden, um ihr die ſymmetriſche Direktion n oder n' oder n'' zuzuſchreiben; da aber doppelte Reſul-

Digitized by Google

tanten unmöglich ſind: ſo muß die eine wahre die Direktion AD haben, welche den Winkel PAQ halbirt.

Nimmt man dagegen, Tafel XXXV, D, Fig. 83, zweiungleiche Kräfte P und Q an, welche in A zuſammenwirken, und bildet das Parallelogramm ABDC, ſo daß ſeine Seiten AB und AC den Intenſitäten der Kräfte proportional ſind, und in deren Direktionslinien liegen: ſo iſt nun zu beweiſen, daß die Reſultante AD, welche nach dem vorigen durch den Punkt A geht, auch durch den Punkt D, alſo in derſelben Richtung wie die Diagonale, gehen müſſe.

Man macht DE = AB, d. h. gleich der Intenſität von P, und zieht EF parallel mit AB, und bringt in E und F zwei Kräfte Q' nnd Q'' an, welche Q gleich, aber einander ſelbſt in der Richtung entgegengeſetzt ſind; dieſe beiden Kräfte werden ſich gegenſeitig in ihren Wirkungen aufheben.

Man darf alſo für die beiden Kräfte P und Q allein die vier Kräfte P, Q, Q' und Q'' ſubſtituiren. Sieht man nun auf die beiden Kräfte P und Q', welche an den Punkten B und E der unbiegſamen Linie BE angebracht ſind, ſo hat man:

$$P : Q = DE : BD.$$

Es muß alſo nach dem vorigen Satze bei 11 die Reſultante R durch den Theilungspunkt D gehen.

Verſetzt man (nach S. 1908 Nr. 1) die Kraft Q an den Punkt F ihrer Direktion: ſo haben die gleichen Kräfte Q und Q'' eine Reſultante in S, welche den Winkel Q''FQ in zwei gleiche Theile theilt, und demnach durch die Winkelſpitze D des Rhombus CDEF gehen muß. Es ergeben ſich alſo zwei Reſultanten R und S, welche in dem Punkte D zuſammentreffen. Es haben aber P und Q dieſelbe Reſultante, wie die beiden R und S.

Es iſt jetzt noch zu zeigen, daß, wenn die beiden Kompoſanten P und Q hinſichtlich ihrer Intenſitäten durch die geraden Linien AB und AC dargeſtellt werden, die Intenſität der Reſultante von P und Q durch AD darzuſtellen ſei.

In dem Parallelogramm ABDC, Fig. 84, ſei P = AB, Q = AC; in der Direktion der Diagonale AD bringe man in dem Punkte D eine unbekannte Kraft X an, welche der Reſultante von P und Q an Intenſität gleich, aber gerade entgegengeſetzt iſt. Alsdann wird das Gleichgewicht zwiſchen dieſen drei Kräften ſtattfinden. Man kann dabei Q ſelbſt als der Reſultante von X und P entgegengeſetzt anſehen. Zieht man darauf durch den Endpunkt B der Kraft P die Linie BE parallel mit X, welche in E die Direktion der Diagonale Q trifft, ſo iſt BE die der Seite X gegenüber liegende und gleiche Seite des Parallelogramms BAFE.

BE iſt zugleich die Seite des Parallelogramms EBDA, und als ſolche gleich der Seite AD; dieſe aber iſt die Diagonale des Parallelogramms der Kräfte P und Q; alſo X = AD; hierdurch iſt bewieſen, daß die Intenſität der Reſultante durch die Länge der Diagonale gemeſſen oder dargeſtellt wird. Dieſen Beweis über das Parallelogramm der Kräfte muß man

Digitized by Google

ſorgfältig mit dem oben (S. 850 Nro. 10) gegebenen vergleichen und zuſammenfaſſen.

13 Aus dem Parallelogramm der Kräfte erhält man leicht die trigonometriſchen Verhältniſſe zwiſchen den beiden in dem Punkte A zuſammenwirkenden Kräften P und Q, und ihrer Reſultante R.

Man nimmt auf den Richtungen der Kräfte (Fig. 85) P und Q Theile AB und AC, welche den Intenſitäten proportional ſind, und konſtruirt das Parallelogramm ABDC; alsdann erhält man, indem man die Proportionen zuſammenfaßt:

$$P : Q : R = AB : AC : AD;$$ oder, weil $AC = BD$, auch $P : Q : R = AB : BD : AD$

Wegen der letzteren Form braucht man nur das Dreieck ABD in Betracht zu ziehen. In dieſem iſt aber nach der ſchiefwinkligen ebenen Trigonometrie (vergl. S. 805 Nr. 2):

$$AB : BD : AD = \sin BDA : \sin BAD : \sin ABD = P : Q : R.$$

Dieſen Beweis hat man mit dem oben (S. 850 Nr. 10) gegebenen zu vergleichen.

14 Wären die beiden Kompoſanten $P = AB$ und $Q = AC$, und auch der von ihnen gebildete Winkel BAC gegeben, und man ſollte die Reſultante R finden, ſo hätte man zuerſt den Winkel $ABD = 180^\circ - \angle BAC$ (vergl. S. 678 Nr. 21); darauf könnte man R durch folgende Formel finden, worin B den R gegenüberliegenden Winkel ABD bezeichnet:

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos B.$$

Dieſe wichtige Formel läßt ſich auf folgende Weiſe finden:

In dem ſchiefwinkligen Dreiecke ABD, Fig. 86, fällt man aus dem Scheitel des Winkels A ein Perpendikel AE auf die gegenüberliegende Seite BD; alsdann hat man in dem rechtwinkligen Dreiecke AED

$$AD^2 = DE^2 + EA^2 = (BD - BE)^2 + EA^2$$
$$AD^2 = BD^2 - 2BD \cdot BE + BE^2 + EA^2$$

Sieht man in dem rechtwinkligen Dreiecke ABE die Hypotenuſe AB als Radius, und die Spitze B als Mittelpunkt an, ſo hat man:

$$AB : BE = 1 : \cos B;\ \text{alſo}\ BE = AB \cdot \cos B;$$

Eben daher auch:

$$AB : AE = 1 : \sin B;\ \text{alſo}\ EA = AB \cdot \sin B.$$

Setzt man dieſe Werthe von BE und von EA in die obige Gleichung für AD^2, ſo erhält man:

$$AD^2 = BD^2 - 2BD \cdot AB \cdot \cos B + AB^2 \cos^2 B + AB^2 \sin^2 B$$

Es iſt $AB^2 (\cos^2 B + \sin^2 B) = AB^2$, weil $\cos^2 B + \sin^2 B = r = 1$; daher

$$AD^2 = BD^2 + AB^2 - 2 \cdot BD \cdot AB \cdot \cos B$$

Digitized by Google

Setzt man nun AD = R; AB = P; BD = Q, so hat man wie oben:

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2 \cdot P \cdot Q \cdot \cos B.$$

Will man in diese Formel statt des Winkels B den Winkel A setzen, welchen die beiden Kräfte mit einander bilden, so hat man, da beide Winkel für einander Supplementswinkel sind, nach dem Werthe der trigonometrischen Linien im zweiten Quadranten (vergl. S. 656) cos B = — cos A; also — cos B = + cos A; daher 15

$$\text{III)} \quad R^2 = P^2 + Q^2 + 2\,P \cdot Q \cdot \cos A.$$

Wirken mehrere Kräfte, obgleich nicht in einer und derselben Ebene liegend, dennoch in einem Punkte A zusammen: so kann man die Resultante derselben dadurch finden, daß man die Kräfte paarweise zusammensetzt, und ihnen ihre Resultanten substituirt, und auf solche Art nach und nach die Anzahl der Kräfte des Systems vermindert, und sie endlich auf eine einzige reduzirt. 16

Die geometrische Konstruktion einer solchen Reduktion ist folgende:

Es seien, Fig. 87, P, P′, P″, P‴ u. s. w. mehrere Kräfte, welche in einem Punkte A zusammenlaufen; die Theile Ap, Ap′, Ap″, Ap‴ ihrer Direktionslinie bezeichnen ihre Intensitäten. Man zieht mit Ap′ die Parallele pr = Ap′, und bildet das Parallelogramm Aprp′, und die Diagonale Ar; diese ist die Resultante R von P und P′; zieht man darauf rr′ parallel und gleich mit Ap″, und bildet das Parallelogramm Arr′p″, so ist die Diagonale Ar′ die Resultante von R und von P″, oder der Kräfte P, P′, P″. Man sieht, daß sich durch diese Konstruktion ein Polygon Aprr′r″ u. s. w. bildet, dessen Seiten mit den Direktionslinien der Kräfte P, P′, P″, P‴ parallel laufen, und durch ihre Längen die Intensitäten derselben Kräfte darstellen.

Die Entfernungen von dem gemeinschaftlichen Wirkungspunkte A nach den Winkeln des Polygons sind:

Ar, die Resultante von P und P′;
Ar′, die Resultante von P, P′ und P″;
Ar″, die Resultante von P, P′, P″ und P‴.

Setzt man diese Reihe fort, so sieht man sogleich ein, daß die Entfernung von A nach $r^{(n)}$ der letzten Seite des Polygons Arr′r″ . . . . . $r^{(n)}$ als der Resultante aller Kräfte gleich sein muß.

§. 271. Von den Kräften, welche auf einen und denselben Punkt wirken, und in einer und derselben Ebene liegen.

Wenn mehrere Kräfte P, P′, P″, P‴ u. s. w., Tafel XXXV, D, Fig. 88, in einer und derselben Ebene liegen, und auf einen und denselben Punkt A wirken, so kann man durch diesen Punkt die beiden rechtwinkligen Koordinatenaxen Ax und Ay ziehen, nnd die durch AP, AP′, AP″ u. s w. der Direktion und Intensität nach bezeichneten Kräfte jede in zwei andere zerlegen, welche ihre Direktionen auf den Axen Ax und Ay haben. 1

Digitized by Google

Es seien α, α', α'' u. ſ. w. die Winkel, welche die Kräfte P, P', P'' u. ſ. w. mit der Axe der x, und β, β', β'' die Winkel, welche dieſe Kräfte mit der Axe der y machen. In jedem rechtwinkligen Dreiecke kann man die Hypotenuſe zum Radius machen; alsdann iſt, wie im Dreieck ABD, Fig. 86, die eine Kathete $BE = AB \cdot \cos B$, und die andere, dem Winkel B gegenüberliegende Kathete $AE = AB \cdot \sin B$; beides folgt aus den beiden Proportionen:

$$AB : BE = 1 : \cos B; \text{ und } AB : AE = 1 : \sin B.$$

Auf dieſe Art kann man leicht die Kompoſanten der Kräfte P, P', P'' u. ſ. w. in Fig. 88 nach den Koordinatenaxen beſtimmen, indem die Axe der x die Koſinus der Winkel α, α' u. ſ. w., und die Axe der y die Koſinus der Winkel β, β', β'' u. ſ. w. für die Radien P, P' P'' u. ſ. w. enthält. Man hat alſo in der Linie der x folgende Kompoſanten-Reihe:

$$P \cdot \cos \alpha;\ P' \cdot \cos \alpha';\ P'' \cos \alpha'';\ P''' \cdot \cos \alpha''' \text{ u. ſ. w.}$$

In der Richtung der y folgende Kompoſanten-Reihe:

$$P \cdot \cos \beta;\ P' \cdot \cos \beta';\ P'' \cdot \cos \beta'';\ P''' \cdot \cos \beta''' \text{ u. ſ. w.}$$

Addirt man alle Kompoſanten auf der Axe der x, und ſetzt dieſe Summe = X; und addirt man alle Kompoſanten auf der Axe der y, und ſetzt dieſe Summe = Y, ſo hat man:

$$\text{IV)}\quad P \cdot \cos \alpha + P' \cdot \cos \alpha' + P'' \cdot \cos \alpha'' + \ldots = X;$$

$$\text{V)}\quad P \cdot \cos \beta + P' \cdot \cos \beta' + P'' \cdot \cos \beta'' + \ldots = Y;$$

Auf ſolche Art ſind alle Kräfte auf die beiden Kompoſanten reduzirt, von denen X nach der Axe der x, und Y nach der Axe der y wirkt. Bezeichnet man ferner die Reſultante von X und Y mit R, ſo hat man nach dem pythagoräiſchen Satze:

$$R^2 = X^2 + Y^2$$

2 In den vorhergehenden Additionsreihen ſind ſämmtliche Koſinus poſitiv genommen; in wirklichen Fällen werden aber die paſſenden Zeichen genau zu beachten ſein, indem oft ſtumpfe Winkel vorkommen können.

Es können ſelbſt überſtumpfe Winkel gebildet werden, indem die Direktionslinie einer Kraft alle möglichen Lagen erhalten kann. Sieht man nun den gemeinſchaftlichen Angriffspunkt als den Mittelpunkt eines Kreiſes an, läßt man von den beiden Koordinatenaxen der x und y den erſten Quadranten als rein poſitiv bilden, und verlängert man beide Axen auf der andern Seite des Durchſchnittspunktes bis zur Peripherie: ſo bilden die Hälften der Axen, welche den erſten Quadranten einſchließen, die poſitiven, diejenigen welche den dritten Quadranten einſchließen, die negativen Seiten der Axen.

Sieht man alſo, Tafel XVIII, Fig. 30, C als den gemeinſchaftlichen Angriffspunkt, CA als die poſitive Axe der x, CB als die poſitive Axe der y an: ſo iſt CI die negative Axe der x und CN die negative Axe der y; ſieht man

Digitized by Google

ferner CD, CD', CD'', CD''' als die Direktionslinien der verschiedenen Kräfte an: so hat man CD = P, CD' = P' CD'' = P'', CD''' = P'''; ferner DCA = α, D'CA = α', D''CA = α'', D'''CA = α'''; ferner DCB = β, D'CB = β', D''CB = β'', D'''CB = β'''.

Nimmt man nun die Tafel XII, Bd. II, S. 114, von den Vorzeichen der trigonometrischen Linien innerhalb der vier Quadranten hinsichtlich der Kosinus zu Hülfe, so findet man für die Komposanten folgende Werthe:

Von CD = P . . . . + P . cos α + P . cos β
Von CD' = P' . . . . — P' . cos α' + P' . cos β'
Von CD'' = P'' . . . . — P'' . cos α'' — P'' . cos β''
Von CD''' = P''' . . . + P''' . cos α''' — P''' . cos β'''

Addirt man nun die Komposanten welche nach einer Richtung wirken, und zieht davon die Summe derjenigen ab, welche nach der entgegengesetzten Richtung wirken, so erhält man:

P . cos α + P''' . cos α''' — P' . cos α' — P'' . cos α'' = X.
P . cos β + P' . cos β' — P'' . cos β'' — P''' . cos β''' = Y.

Hinsichtlich der Angabe der Winkel hat man nach der angeführten Taf. XII, für die vier Quadranten, wenn x die angegebene Winkelgröße bezeichnet: I) + cos x; II) — cos (180° — x); III) — cos (x — 180°); IV) + cos (360° — x).

Die Resultante ist nach dem Vorigen die Diagonale eines Par- 3
allelogramms, dessen rechtwinklige Seiten X und Y sind, deshalb hat man für R, oder die Resultante:

$$\text{VI)} \quad R = \pm \sqrt{X^2 + Y^2}$$

Um die Lage der Resultante zu bestimmen, hat man zuerst die Winkel zu beachten, welche die Resultante mit den beiden Koordinatenaxen macht; es heiße der zwischen R und der Axe der x liegende Winkel a, und der zwischen R und der Axe der y liegende b; alsdann hat man wie vorher (S. 1916 Nr. 1)

$$X = R \cdot \cos a; \text{ und } Y = R \cdot \cos b.$$

$$\text{also} \quad \text{VII)} \quad \cos a = \frac{X}{R}; \text{ und } \cos b = \frac{Y}{R}.$$

Die Werthe von X und Y ergeben sich aus den Gleichungen IV und V (S. 1916); diese Werthe in die Gleichung VI gesetzt ergeben den Werth von R, und dadurch erhält man zuletzt die Werthe für cos a und cos b nach der Formel in VII, woraus sich die Lage der Resultante ergiebt.

Die Direktionslinie der Resultante geht durch den Ursprung der 4
Koordinaten (vergl. S. 1728 Nr. 32); man kann sie also durch die Gleichung einer solchen geraden Linie bestimmen, welche durch den Ursprungspunkt der Koordinaten geht, und mit der Axe der x den Winkel a, mit der Axe der y den Winkel b bildet; wenn man die Abszisse x zum Radius, und den Scheitel

Digitized by Google

des Winkels a zum Mittelpunkte macht: so wird die Ordinate y zur Tangente; daher:

$$y : x = \text{tang } a : 1; \text{ daher } y = x \,.\, \text{tang } a$$

oder, da $1 : \text{tang } a = \cos a : \sin a$, so hat man:

$$y = x \,.\, \frac{\sin a}{\cos a}$$

Da aber die Winkel a und b Komplemente für einander sind, so ist $\sin a = \cos b$, und man hat:

$$y = x \,.\, \frac{\cos b}{\cos a}$$

Setzt man in diese Gleichung die Werthe von cos b und cos a aus den Gleichungen bei VII, so hebt sich R oben und unten, und es wird:

$$y = x \,.\, \frac{Y}{X}$$

5 Für den Fall des Gleichgewichts ist die Intensität der Resultante R gleich Null, es wird also die Gleichung VI zu folgender:

$$\sqrt{X^2 + Y^2} = 0; \text{ oder } X^2 + Y^2 = 0$$

Da jedes Quadrat positiv ist, und die Summe positiver Größen nur dann Null sein kann, wenn jede dieser Größen für sich genommen Null ist, so hat man:

$$X = 0, \text{ und } Y = 0$$

Diese beiden sind die Gleichungen des Gleichgewichts mehrerer Kräfte, welche in einer und derselben Ebene liegen, und an einem und demselben Punkte unmittelbar angebracht sind.

6 Findet sich, daß die Abszisse x allein Null ist, so erhält man aus den Gleichungen VI und VII:

$$R = \pm Y; \cos a = 0; \cos b = \pm 1.$$

Die Resultante hat alsdann ihre Direktion nach der Axe der y, und macht mit der Axe der x einen rechten Winkel.

Findet sich, daß die Ordinate y allein Null ist, so erhält man aus den Gleichungen VI und VII:

$$R = \pm X; \cos a = \pm 1; \cos b = 0$$

Die Resultante hat alsdann ihre Direktion nach der Axe der x, und macht mit der Axe der y einen rechten Winkel.

§. 272. Von den Kräften, welche auf einen und denselben Punkt wirken, und (nicht in einer Ebene) im Raume liegen.

1 Wenn drei Kräfte auf irgend eine Weise im Raume (nicht in einer Ebene) liegen, und auf einen Punkt zusammenwirken: so ergeben sie den Lehrsatz vom Parallelepipedum der Kräfte, welcher mancherlei Aehnlichkeit mit demjenigen vom Parallelogramm der Kräfte (S. 850 u. S. 1913) hat.

Es seien, Tafel XXXV, D, Fig. 89, die drei Kräfte AP, AP', AP'' sämmt-

Digitized by Google

lich an dem Punkte A angebracht. Mit den drei, den Intensitäten der Kräfte proportionalen Seiten AB, AC und AD bildet man das Parallelepipedum DE. Die Diagonale AE der Grundfläche ist alsdann die Resultante der beiden Kräfte AB und AC; setzt man also an dieser beiden Stelle die resultirende AE, so ist nur noch die Resultante von AE und AD zu suchen. Legt man nun durch ADE eine Ebene, bildet in dieser das Parallelogramm DAEF, und zieht die Diagonale FA: so ist diese alsdann zugleich die Diagonale des Parallelepipedums DE und die gesuchte Resultante der drei Kräfte.

Sind die drei Kräfte rechtwinklig aufeinander, so hat man, da alsdann 2
die beiden Winkel ABE und AEF rechte sind:

$$AE^2 = AB^2 + BE^2; \text{ und } AF^2 = AE^2 + EF^2$$

$$\text{daher: } AF^2 = AB^2 + BE^2 + EF^2$$

Da nun aber BE = AC, und EF = AD, so hat man

$$AF = \sqrt{AB^2 + AC^2 + AD^2}; \text{ oder } R = \sqrt{P^2 + P'^2 + P''^2}$$

Man kann diese Formel in eine solche verwandeln, welche die Entfernung der beiden Punkte A und F durch Koordinaten ausdrückt.

Es seien, Fig. 90, x', y', z' die Koordinaten des Punktes A, und x, y, z die Koordinaten des Punktes F; demnach OI = x', OL = x; LQ = y', LH = y; AD = z', HF = z:

$$AB = PQ = IL = OL - OI = x - x';$$
$$AC = BE = QH = HL - QL = HL - PI = y - y';$$
$$AD = EF = HF - HE = HF - AP = z - z'.$$

Setzt man diese Werthe in die obige Gleichung für AF, so erhält man:

$$AF = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}.$$

Man sieht, wie in dieser Figur der Angriffspunkt A in einige Entfernung von dem Ursprungspunkte O der drei rechtwinkligen Koordinaten gesetzt worden ist, und die Direktionslinien der drei Kräfte AB, AC, AD parallel mit den drei Koordinatenaxen gehen.

Es seien, Fig. 91, in dem Punkte O die drei rechtwinkligen Koordinaten- 3
axen errichtet; mit diesen parallel in dem Angriffspunkt A der Kraft P = AD die drei rechtwinkligen Axen Ax, Ay und Az; der Winkel, welchen AD mit Ax macht, sei α, den AD mit Ay bildet, heiße β, und der zwischen AD und z sei γ. Diese Winkel dienen dazu, die Komposanten der Kraft P = AD nach den Axen Ax, Ay und Az, und damit die Lage der Direktionslinien zu bestimmen. Man fällt aus D ein Perpendikel DC auf die durch Ax und Ay gehende Ebene, welches Perpendikel parallel mit Az ist, und zieht AC. Da nun der Winkel DAz derjenige ist, welchen die Kraft AD mit der Axe Az bildet, oder γ, und der Winkel ADC = DAz als Wechselwinkel: so ist in dem rechtwinkligen Dreiecke ADC der Winkel D = γ; daher (vergl. S. 1916 Nr. 1)

VIII) $DC = AD \cdot \cos \gamma$.

Digitized by Google

Hiemit iſt eine Komposante von AD bestimmt.

Legt man ferner eine Ebene durch Ax und AD, und zieht in derſelben DB ſenkrecht auf Ax, ſo iſt der Winkel $DAB = \alpha$, d. h. derjenige, den AD mit der Axe Ax macht. Man hat alſo:

IX) $AB = AD \cdot \cos \alpha$; und ferner $BC = AD \cdot \cos \beta$.

Zieht man nämlich die Linie BC, ſo hat man die gleiche und parallele Linie für Am, als den proportionalen Theil von Ay; legt man nun eine Ebene durch D, A und m, und zieht in derſelben ſenkrecht auf Am das Perpendikel mD: ſo hat man den Winkel $DAm = \beta$, als den Winkel, welchen AD mit der Axe Ay macht; daher $Am = AD \cdot \cos \beta$, und da $Am = BC$, ſo hat man: $BC = AD \cdot \cos \beta$.

Setzt man ſtatt AD die Kraft, P, ſo ſind ihre drei Komposanten:

$$P \cdot \cos \alpha; \quad P \cdot \cos \beta; \quad P \cdot \cos \gamma.$$

4 Wenn bei rechtwinkligen Koordinatenaxen zwei von den drei Winkeln α, β, γ gegeben ſind, ſo iſt auch der dritte dadurch beſtimmt.

Beweis.

Es iſt (vergl. S. 1714 und S. 1919 Nr. 2):

$$AB^2 + BC^2 + DC^2 = AD^2$$

Nimmt man ſtatt den drei Seiten des Parallelepipedums ihre Werthe aus den Gleichungen VIII und IX, und ſetzt den gemeinſchaftlichen Faktor AD voran und quadrirt, ſo erhält man:

$$AD^2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) = AD^2$$

Dividirt man beiderſeits mit AD^2 ſo hat man:

X) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

Wählt man nun einen der drei Winkel, z. B. γ, ſo erhält man:

XI) $\cos \gamma = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}$;

es iſt alſo der dritte Winkel durch die beiden andern beſtimmt.

5 Der Werth von $\cos \gamma$ kann poſitiv und negativ ſein, je nachdem γ ſelbſt ſpitzig oder ſtumpf iſt. Liegt die Kraft P über der Ebene ABC, ſo iſt natürlich γ ſpitzig, und ſein Koſinus poſitiv; liegt P unter der Ebene, ſo iſt γ ſtumpf, und ſein Koſinus negativ (vergl. S. 656 Nr. 8).

Daſſelbe gilt auch von den Winkeln α und β in Beziehung auf die Axen der x und y. Im Allgemeinen ſind die Zeichen der Koſinus die nämlichen wie die der Koordinaten x, y, z vom Punkte A aus gezählt (vergl. S. 1916 Nr. 2).

6 Wenn man in Fig. 91 jede der drei Koordinaten Ax, Ay und Az von A aus nach der entgegengeſetzten Seite, alſo nach x', y', z' verlängert: ſo iſt die Komposante poſitiv, wenn ſie von A nach x, oder y, oder z wirkt; ſie iſt ne-

Digitized by Google

gativ, wenn sie von A nach x', oder y', oder z' wirkt. Im erstern, positiven Falle entfernt sie den Punkt A von dem Ursprunge O der Koordinaten; im zweiten, negativen Falle nähert sie denselben dem Ursprungspunkte; demnach hat man zur Zeichenbestimmung der Komposanten folgende Regel: Eine Komposante ist positiv, wenn sie die Koordinate des Angriffspunktes zu vergrößern strebt; sie ist negativ, wenn sie die Koordinate des Angriffspunktes zu verkleinern strebt.

Es seien P, P', P'' u. s. w. verschiedene Kräfte, welche auf einen Punkt 7
A wirken; man ziehe durch den Punkt A die drei koordinirten Axen Ax, Ay, Az; es seien α, β, γ die Winkel, welche P mit den Axen macht;

α', β', γ' die Winkel, welche P' mit den Axen macht;

α'', β'', γ'' die Winkel, welche P'' mit den Axen macht.

Zerlegt man diese Kräfte nach den drei Axen, so erhält man nach den Gleichungen (S. 1916 Nr. 1):

$P \cdot \cos\alpha$; $P \cdot \cos\beta$; $P \cdot \cos\gamma$ für die Komposanten von P;
$P' \cdot \cos\alpha'$; $P' \cdot \cos\beta'$; $P' \cdot \cos\gamma'$ für die Komposanten von P';
$P'' \cdot \cos\alpha''$; $P'' \cdot \cos\beta''$; $P'' \cdot \cos\gamma''$ für die Komposanten von P''.
u. s. w. u. s. w.

Wenn man nun, ohne weitere Rücksicht auf die in wirklichen Fällen etwa vorkommenden, und dann näher zu bestimmenden, negativen Kosinus, mit X, Y und Z die Komposanten der gesuchten Resultante R nach den drei Axen bezeichnet, so hat man:

XII) $P \cdot \cos\alpha + P' \cdot \cos\alpha' + P'' \cdot \cos\alpha'' + \ldots = X$;
XIII) $P \cdot \cos\beta + P' \cdot \cos\beta' + P'' \cdot \cos\beta'' + \ldots = Y$;
XIV) $P \cdot \cos\gamma + P' \cdot \cos\gamma' + P'' \cdot \cos\gamma'' + \ldots = Z$;

Man hat demgemäß (vergl. S. 1916 Nr. 1):

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = R^2;$$

$$\text{oder XV)} \quad R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

Dies ist also die Intensität der Resultante.

Nennt man die Winkel, welche die Resultante mit den koordinirten Axen macht, a, b, c, so sind die Komposanten von R nach den drei Axen:

$$R \cdot \cos a;\ R \cdot \cos b;\ R \cdot \cos c;$$

man hat demnach (vergl. S. 1917 Nr. 3):

$$X = R \cdot \cos a;\ Y = R \cdot \cos b;\ Z = R \cdot \cos c;$$

daher:

$$\text{XVI)} \quad \cos a = \frac{X}{R};\ \cos b = \frac{Y}{R};\ \cos c = \frac{Z}{R}$$

Sind also die Kräfte P, P' P'' u. s. w., und die Winkel α, β, γ, α', β', γ' gegeben, so findet man durch die Formeln XII, XIII und XIV die Komposan-

Digitized by Google

ten X, Y, Z; durch die Formel XV, wenn man die Werthe der drei Komposanten hineinbringt, R, und durch die Formel XVI die Winkel a, b und c; woraus sich endlich die Lage der Resultante bestimmen läßt.

8 Im Falle des Gleichgewichts ist die Resultante Null, man also nach XV:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = 0$$

Dies kann (vergl. S. 1918 Nr. 5) nur stattfinden, wenn jede einzelne Größe gleich Null ist; also hat man:

$$X = 0;\ Y = 0;\ Z = 0$$

Hiedurch werden die Gleichungen XII, XIII und XIV zu folgenden:

XVII)
$$\begin{cases} P \,.\, \cos\alpha + P' \,.\, \cos\alpha' + P'' \,.\, \cos\alpha'' + \text{etc.} \;.\;.\;.\; = 0 \\ P \,.\, \cos\beta + P' \,.\, \cos\beta' + P'' \,.\, \cos\beta'' + \text{etc.} \;.\;.\;.\; = 0 \\ P \,.\, \cos\gamma + P' \,.\, \cos\gamma' + P'' \,.\, \cos\gamma'' + \text{etc.} \;.\;.\;.\; = 0 \end{cases}$$

Dies sind die Bedingungen des Gleichgewichts für ein System von Kräften, welche auf irgend eine Weise im Raume liegen, und auf einen und denselben Punkt wirken.

9 Sind diese beiden Bedingungen erfüllt, so läßt sich sogleich beweisen, daß eine von den Kräften der Resultante allen übrigen gleich und entgegengesetzt ist.

Es sei diese eine Kraft P, also ihre Komposanten $P \,.\, \cos\alpha$, $P \,.\, \cos\beta$, $P \,.\, \cos\gamma$; die Resultante aller übrigen sei R, und ihre Komposanten X', Y', Z', und die Winkel, die sie mit den Axen macht, a', b' und c'; man hat alsdann:

$$X' = P' \,.\, \cos\alpha' + P'' \,.\, \cos\alpha'' + P''' \,.\, \cos\alpha''' + \;.\;.\;.$$
$$Y' = P' \,.\, \cos\beta' + P'' \,.\, \cos\beta'' + P''' \,.\, \cos\beta''' + \;.\;.\;.$$
$$Z' = P' \,.\, \cos\gamma' + P'' \,.\, \cos\gamma'' + P''' \,.\, \cos\gamma''' + \;.\;.\;.$$

Durch diese Werthe erhält man nach der Formel XVII:

$$P \,.\, \cos\alpha + X' = 0;$$
$$P \,.\, \cos\beta + Y' = 0;$$
$$P \,.\, \cos\gamma + Z' = 0.$$

Man kann X', Y', Z' eliminiren, indem man setzt $X' = R' \,.\, \cos a'$; $Y' = R' \,.\, \cos b'$; $Z' = R' \,.\, \cos c'$, demnach:

XVIII)
$$\begin{cases} P \,.\, \cos\alpha = -\,R' \,.\, \cos a' \\ P \,.\, \cos\beta = -\,R' \,.\, \cos b' \\ P \,.\, \cos\gamma = -\,R' \,.\, \cos c'. \end{cases}$$

Quadrirt man diese Gleichungen und addirt sie, so erhält man:

$$P^2 \,.\, (\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma) = R'^2\,(\cos^2 a' + \cos^2 b' + \cos^2 c');$$

Da nun (S. 1920 Nr. 4) die Summe der Quadrate der Kosinus derje-

Digitized by Google

nigen Winkel, welche eine Kraft mit den drei Axen macht, der Einheit gleich ist, so wird die letzte Gleichung:

$$P^2 = P'^2; \text{ und diese gibt } P = R'.$$

Das Zeichen von P kann in jedem bestimmten Falle gefunden werden (vergl. S. 1916 Nr. 2).

Wenn man in die Gleichungen XVIII statt P seinen Werth R' setzt, so erhält man:

$$\text{XIX)} \quad \cos\alpha = -\cos a'$$
$$\text{XX)} \quad \cos\beta = -\cos b'$$
$$\text{XXI)} \quad \cos\gamma = -\cos c'$$

Setzt man $\cos a' = m$, so wird aus XIX:

$$\cos\alpha = -m$$

Hieraus sieht man, daß Winkel a' und α Supplemente für einander sind. Wenn also Tafel XVIII, Fig. 30, Winkel ACD = a', so ist CE = cos a'; ist nun CK = − CE, (vergl. S. 655 Nr. 5), so ist auch CK = cos ACD' = cos α; also Winkel ACD' = α, und daher $\alpha + a' = 2$ Rechte.

Eben so läßt sich aus XX und XXI finden, daß β und b', γ und c' Supplemente für einander sind. Es sind also R' und P einander gleich und gerade entgegengesetzt. Liegt also z. B. R' über der Ebene der x, y, in der Gegend der positiven x und y, so liegt P unterhalb dieser Ebene in der Gegend der negativen x und y.

Hat man also alle Kräfte auf drei rechtwinklige Kräfte X, Y, Z reduzirt so wird die Resultante R die Diagonale eines Parallelepipedums, deren Gleichung dieselbe ist, als wenn für eine gerade Linie AF (in Fig. 89, Taf. XXXV, D), welche durch den Ursprungspunkt der Koordinaten A und durch den Punkt F geht, die Koordinaten X, Y, Z bestimmt werden. 10

§. 273. Von den parallelen Kräften und den Momenten.

Wenn mehrere Kräfte an verschiedenen Punkten eines Körpers oder Systems angebracht sind, so werden diese Punkte in bestimmten Entfernungen von den andern Punkten des Körpers oder Systems erhalten; man kann nun von den Zwischenpunkten absehen, und die Angriffspunkte so denken, als seien sie durch unbiegsame gerade Linien verbunden. 1

Wenn zwei parallele Kräfte P und Q, Fig. 80, Tafel XXXV, D, an den beiden Endpunkten einer geraden Linie AB angebracht sind, welche ihre Direktionslinie senkrecht durchschneidet: so ist (vergl. S. 1912 Nr. 11) ihre Resultante ihrer Summe gleich, und ihr Angriffspunkt O theilt die Linie AB in zwei Theile, welche den Intensitäten von P und Q umgekehrt proportional sind. Man hat also: 2

$$\text{I)} \quad OB : OA = P : Q$$

Digitized by Google

Man erhält diese Proportion auch aus dem S. 852 Nr. 12 angegebenen Satze: wenn sich drei Kräfte im Gleichgewicht halten, so verhalten sich je zwei davon umgekehrt zu einander, wie die Perpendikel, welche aus einem und demselben Punkte in der Richtung der dritten Kraft auf die Richtung einer jeden von beiden gezogen werden.

Die dritte Kraft, welche P und Q das Gleichgewicht halten soll, muß AB senkrecht durchschneiden, um ihrer Resultante entgegenzuwirken, und von ihrem Punkte O aus gehen die beiden Perpendikel OB und OA auf die Richtungen von Q und P.

3 Aus dieser Proportion I erhält man (vergl. S. 539 Nr. 13):

$$(OB + OA) : OA = (P + Q) : Q$$

Es ist aber P + Q gleich der Resultante R; daher:

$$II) \quad AB : OA = R : Q.$$

Aus den beiden Gleichungen I und II erhält man:

$$Q : P : R = OA : OB : AB$$

Also die Theile OA, OB, AB, von denen jeder zwischen zwei von den Kräften P, Q und R liegt, sind der dritten proportional. So ist z. B. das AB entsprechende Glied R, weil AB zwischen den beiden andern Kräften P und Q liegt.

4 Wenn nur eine Kraft, R, welche durch den Punkt O der Linie AB geht, gegeben ist, und man will sie in zwei Kräfte P und Q zerlegen, welche durch die Punkte A und B gehen, so hätte man sie durch folgende beiden Proportionen zu bestimmen:

$$AB : BO = R : P; \text{ und } AB : OA = R : Q$$

$$\text{daher } P = \frac{R \cdot BO}{AB}; \text{ und } Q = \frac{R \cdot OA}{AB}$$

5 Wenn die Kräfte P und Q nicht senkrecht auf die betreffende gerade Linie gehen, sondern schräg, wie auf die Linie CD in Fig. 80: so zieht man AB durch den Angriffspunkt senkrecht auf die Direktionslinien der beiden Kräfte P und Q. Eine Kraft wirkt in allen Punkten ihrer Direktionslinie mit gleicher Stärke; daher wirkt P in A ebenso wie in C, und Q in B ebenso wie in D; man hat also:

$$P : Q = OB : OA.$$

Es sind aber die Dreiecke AOC und DOB ähnlich, daher hat man:

$$OB : OD = OA : OC$$

$$\text{daher } P : Q = OD : OC.$$

6 Wenn zwei Kräfte in entgegengesetzten Richtungen, wie P und Q, in Fig. 92, Tafel XXXV, D, so ist die Resultante gleich der Differenz der beiden Kräfte.

Digitized by Google

Es sei S die Resultante von zwei Kräften P und R, welche in derselben Richtung wirken; man hat also:

$$\text{III)} \quad S = P + R.$$

Ersetzt man S durch eine Kraft Q, welche S gleich ist, aber in entgegengesetzter Richtung wirkt, so wird das Gleichgewicht zwischen den drei Kräften P, R, Q bestehen; man kann daher R als die Resultante von Q und P ansehen, und die Gleichung III gibt, um die Intensität von R zu bestimmen:

$$R = S - P;$$

da nun Q und S die gleiche Intensität haben, so kann man statt S die Kraft Q substituiren, und man hat:

$$R = Q - P$$

Es läßt sich nach dem Vorigen der Angriffspunkt O der Kraft R durch folgende Proportion bestimmen:

$$AB : BO = R : Q$$

$$\text{daher} \quad BO = \frac{Q \cdot AB}{R} = \frac{Q \cdot AB}{Q - P}$$

Die letzte Gleichung zeigt, daß, je kleiner der Unterschied P — Q ist, desto entfernter O von B ist, indem alsdann der Werth von BO desto größer ist. Wenn aber Q = P, also Q — P = 0 ist, wird BO unendlich, und R = 0. Hieraus folgt, daß mit zwei parallelen, gleichen, aber einander nicht geradezu entgegengesetzten Kräften ein Gleichgewicht nur dann erreicht werden kann, wenn eine unendlich kleine Kraft in eine unendliche Entfernung versetzt wird; die Unendlichkeit ist aber eine unerfüllbare Bedingung, und deshalb können P = Q im angegebenen Falle keine einzige Resultante haben, und sie werden keine andere Wirkung hervorbringen, als die Linie AB um ihre Mitte zu drehen.

Es seien P, P′, P″, P‴, P^{IV} u. s. w., Fig. 93, eine beliebige Anzahl par- 7
alleler Kräfte, welche in verschiedenen, durch gerade unbiegsame Linien verbundenen, Punkten A, B, C, D, E angebracht sind. Soll alsdann die Resultante dieser Kräfte und ihr Angriffspunkt aufgefunden werden: so sucht man zuerst den Angriffspunkt M der Kräfte P und P′ durch die Proportion:

$$AB : AM = (P + P') : P';$$

$$\text{also} \quad AM = \frac{AB \cdot P'}{P + P'}$$

Darauf zieht man die gerade Linie MC, und sucht auf ihr den Angriffspunkt N für die Resultante der in M angebrachten Kraft P + P′ und der in C angebrachten Kraft P″ durch die Proportion:

$$MC : MN = (P + P' + P'') : P''$$

$$\text{also} \quad MN = \frac{MC \cdot P''}{P + P' + P''}$$

Digitized by Google

Darauf zieht man ND, und ſucht auf dieſer geraden Linie den Angriffspunkt O für die Reſultante von $P + P' + P''$ und von P''' durch die Proportion:

$$ND : NO = (P + P' + P'' + P''') : P'''$$

$$\text{alſo} \quad NO = \frac{ND \cdot P'''}{P + P' + P'' + P'''}$$

Darauf zieht man OE, und ſucht auf dieſer geraden Linie den Angriffspunkt K für die Reſultante von $P + P' + P'' + P'''$ und von P^{IV} durch die Proportion:

$$OE : OK = (P + P' + P'' + P''' + P^{IV}) : P^{IV}$$

$$\text{alſo} \quad OK = \frac{OE \cdot P^{IV}}{P + P' + P'' + P''' + P^{IV}}$$

8 Haben einige von den Kräften entgegengeſetzte Richtungen, ſo ſucht man, wenn P, P', P'' u. ſ. w. die Kräfte nach einer Richtung, und Q, Q', Q'' u. ſ. w. die Kräfte nach der andern Richtung bezeichnen, nach dem eben gezeigten Verfahren erſt den Angriffspunkt K (Fig. 94) der Reſultante ſämmtlicher Kräfte P, P' u. ſ. w.; alsdann den Angriffspunkt L der Reſultante ſämmtlicher Kräfte Q, Q' u. ſ. w.; dadurch iſt das ganze Syſtem von Kräften auf zwei parallele in den beiden Angriffspunkten K und L wirkende Kräfte reduzirt, für welche man (nach Nr. 6 S. 1924) die Reſultante und ihren Angriffspunkt ſucht.

9 Zwei gleiche und parallele Kräfte, welche nicht auf einen und denſelben Punkt wirken, heißen ein *Kräftepaar*.

10 Wenn die Kräfte P, P', P'' u. ſ. w. (Fig. 95) zwar immer parallel bleiben, aber die Lagen AQ, BQ', CQ'' u. ſ. w. annehmen: ſo ändert die Reſultante derſelben weder ihren Angriffspunkt, noch ihre Intenſität, ſondern ſie wird nur parallel mit der neuen Direktion der Kräfte; denn der Angriffspunkt der Reſultante hängt nur von den Intenſitäten der Kräfte und von den gegenſeitigen Entfernungen der verſchiedenen Angriffspunkte ab; es wird alſo, wenn die gemeinſchaftliche Direktion der Kräfte ſich ändert, Nichts an dem ganzen Verfahren geändert.

11 Wenn z. B. die Kräfte P und P' die parallelen Direktionen AQ und BQ' annehmen, hat man zur Beſtimmung des Angriffspunktes M für ihre Reſultante die drei Stücke, P, P' und AB, alſo dieſelben als hätten die Kräfte die Direktionen AP und BP'.

Der Punkt, durch welchen die Reſultante aller parallelen Kräfte geht, mag übrigens ihre gemeinſchaftliche Neigung ſein, wie ſie will, heißt *der Mittelpunkt der parallen Kräfte*.

12 **Aufgabe.**

Es ſollen die Koordinaten des Mittelpunkts der parallelen Kräfte geſucht werden.

Digitized by Google

Auflösung.

Es seien M, M', M'' u. s. f. die Angriffspunkte der Kräfte P, P', P'' u. s. w.

x, y, z die Koordinaten des Punktes M;
x', y', z' die Koordinaten des Punktes M';
x'', y'', z'' die Koordinaten des Punktes M''
. . . . . .
x_1, y_1, z_1, die Koordinaten des Mittelpunkts der parallelen Kräfte.

Es sei, Fig. 96, N der Angriffspunkt der Resultante der parallelen Kräfte P und P', alsdann erhält man (vergl. S. 1925 Nr. 7):

$$MM' : M'N = (P + P') : P.$$

Die beiden ähnlichen Dreiecke ML'M' und NLM' geben die Proportion:

$$MM' : M'N = ML' : NL.$$

Daher aus beiden Proportionen:

$$ML' : NL = (P + P') : P;$$
$$\text{und hieraus } (P + P') \,.\, NL = ML' \,.\, P$$

Addirt man auf beiden Seiten (P + P') . LK so hat man:

$$(P + P') \,.\, NL + (P + P') \,.\, LK = P \,.\, ML' + (P + P') \,.\, LK;$$

oder wenn man die gemeinschaftlichen Faktoren absondert:

$$(P + P') \,.\, (NL + LK) = P \,.\, (ML' + LK) + P' \,.\, LK$$

Es ist aber NL + LK = NK; ferner ML' + LK = MH; und LK = M'H' Man hat daher:

$$(P + P') \,.\, NK = P \,.\, MH + P' \,.\, M'H'.$$

Bezeichnet man (Fig. 97) mit Q die Resultante der Kräfte P und P' und durch Z die Ordinate ihres Angriffspunktes, so hat man:

$$Q \,.\, Z = P \,.\, z + P' \,.\, z'$$

Bezeichnet man ferner mit Q' die Resultante der parallelen Kräfte Q und P'', nnd mit Z' die Ordinate des Angriffspunktes von Q', so hat man:

$$Q' \,.\, Z' = Q \,.\, Z + P'' \,.\, z''.$$

Substituirt man für Q . Z seinen obigen Werth, so hat man:

$$Q' \,.\, Z' = P \,.\, z + P' \,.\, z' + P'' \,.\, z''$$

Fährt man auf diese Art fort, und bezeichnet zuletzt die Resultante aller parallelen Kräfte mit R, und mit z_1 die Ordinate ihres Angriffspunktes in Richtung der z; so hat man:

$$\text{IV)} \quad Rz_1 = P \,.\, + P' \,.\, z' + P'' \,.\, z'' + \text{u. s. w.}$$

Das Moment einer Kraft in Beziehung auf eine Ebene ist das Pro- 3
dukt der Intensität dieser Kraft multiplizirt mit der Entfernung ihres Angriffspunktes von dieser Ebene. Nach der Gleichung IV ist also das Moment der Resultante der Kräfte P, P', P'' u. s. w. in Beziehung auf die Ebene der x und y gleich der Summe der Momente dieser Kräfte in Beziehung auf dieselbe Ebene.

Digitized by Google

Nimmt man die Momente in Beziehung auf zwei andere koordinirte Ebenen, so hat man:

$$V) \quad P \cdot y_1 = P \cdot y + P' \cdot y' + P'' \cdot y'' + P''' \cdot y''' + \text{u. s. w.}$$

$$VI) \quad P \cdot x_1 = P \cdot x + P' \cdot x' + P'' \cdot x'' + P''' \cdot x''' + \text{u. s. w.}$$

Es läßt sich also aus den Koordinaten x, y, z, x', y', z' u. s. w., und aus den Intensitäten P, P', P'' u. s. w. die Resultante R, und die Werthe von x_1, y_1, z_1, d. h. von den Koordinaten des Mittelpunkts der parallelen Kräfte finden.

14 Erhalten die Kräfte nach der einen Richtung das positive Zeichen, so erhalten diejenigen nach der entgegengesetzten das negative; ebenso erhalten die Koordinaten auf den entgegesetzten Seiten des Ursprungspunktes entgegengesetzte Zeichen; da nun die Momente Produkte aus Kräften und Koordinaten sind, so erhalten diejenigen Momente, bei denen Kräfte und Koordinaten das gleiche Zeichen haben, das positive Vorzeichen; und diejenigen, bei denen Kräfte und Koordinaten das ungleiche Zeichen haben, das negative Vorzeichen (vergl. S. 441 Nr. 8).

15 Liegen die Angriffspunkte M, M', M'' u. s. w. in einer und derselben Ebene MM', so kann man die koordinirten Ebenen so anbringen, daß die Ebene der x, y mit jener Ebene parallel ist; alsdann liegen alle Koordinaten z, z', z'' u. s. w. zwischen der Ebene MM'' und der Ebene der x und y; und man hat:

$$z = z' = z'' = z''' \text{ u. s. w.}$$

Es ist auch alsdann die Ordinate z_1 des Mittelpunkts der parallelen Kräfte gleich der Ordinate z; denn der Endpunkt dieser Mittelpunktsordinate kann nirgends anders, als ebenfalls in der Ebene MM'' liegen. Da auf solche Art z zum gemeinschaftlichen Faktor wird, so hat man statt der Gleichung IV folgende:

$$R = P + P' + P'' + P''' + \text{u. s. w.}$$

16 Liegen die Angriffspunkte auf einer und derselben geraden Linie AB (Fig. 98), so kann man dieselbe parallel mit einer der Axen, z. B. mit derjenigen der x nehmen, alsdann hat man:

$z = z' = z'' = z''' = \text{u. s. w.}$; und auch $y = y' = y'' = y''' = \text{u. s. w.}$

Hieraus folgt daß die beiden Gleichungen IV und V zu dieser einen werden:

$$VII) \quad R = P + P' + P'' + P''' + \text{u. s. w.}$$

Es bliebe also nur übrig:

$$VIII) \quad Rx_1 = P \cdot x + P' \cdot x' + P'' \cdot x'' + P''' \cdot x''' + \text{u. s. w.}$$

In solchem Falle ist es nicht nothig drei Koordinatenaxen zu nehmen, sondern man dürfte nur die x auf die Linie AB zählen.

17 Bei Anwendung der koordinirten Ebenen bringt man dieselben immer auf die für das betreffende Problem vortheilhafteste Weise an. Es sei demgemäß die Axe der z parallel mit der Direktion der Kräfte. Es seien, Fig. 99, alle

Digitized by Google

Kräfte, welche nach einer Richtung wirken, auf die Resultante R_I, und alle, welche nach der entgegengesetzten wirken, auf die Resultante R_{II} reduzirt. Sind diese beiden entgegengesetzten Resultanten einander in der Intensität gleich, so wird das Gleichgewicht stattfinden; mögen sie auch selbst verschiedene Zeichen haben.

Bezeichnet man mit C' und C'' die beiden Mittelpunkte der parallelen Kräfte, so muß zuerst die Entfernung C' C'' gleich Null sein, d. h. es müssen die Koordinaten des Mittelpunkts C' dieselben sein mit denen des Mittelpunkts C''; also:

$$x_I = x_{II}; \quad y_I = y_{II}$$

Alsdann ist die Resultante R_I der Resultante R_{II} auf derselben Direktionslinie entgegengesetzt. Damit sie beide gleiche Intensität haben, muß sein:

$$\text{IX)} \quad R_I = -R_{II}$$

Multiplizirt man diese Gleichung mit den beiden ersten, so hat man:

$$\text{X)} \quad R_I \cdot x_I = -R_{II} \cdot x_{II}; \text{ und XI)} \quad R_I \cdot y_I = -R_{II} \cdot y_{II}$$

Es seien ferner P, P', P'' u. s. w. die Komposanten von R_I und P''', P^{IV}, P^V u. s. w. die Komposanten von R_{II}, alsdann ist:

$$R_I \cdot x_{II} = P \cdot x + P' \cdot x' + P'' \cdot x'' + \text{u. s. w.};$$
$$\text{und } R_{II} \cdot x_{II} = P''' \cdot x''' + P^{IV} \cdot x^{IV} + P^V \cdot x^V \text{ u. s. w.}$$

Substituirt man diese Werthe in der Gleichung X, so hat man:

$$\text{XII)} \quad P \cdot x + P' \cdot x' + P'' \cdot x'' + P''' \cdot x''' + P^{IV} \cdot x^{IV} + \text{u. s. w.} = 0$$

Ebenso gibt die Gleichung XI:

$$\text{XIII)} \quad P \cdot y + P' \cdot y' + P'' \cdot y'' + P''' \cdot y''' + \text{u. s. w.} = 0$$

Endlich giebt die Gleichung IX, wenn man die Werthe von R_I und R_{II} substituirt:

$$\text{XIV)} \quad P + P' + P'' + P''' + P^{IV} + P^V + \text{u. s. w.} = 0$$

Wenn also den Gleichungen XII, XIII und XIV Genüge geleistet worden, 18
so stehen die parallelen Kräfte im Gleichgewichte. Man kann die Bedingungen der Gleichungen folgendermaßen ausdrücken

In dem System von parallelen Kräften findet das Gleichgewicht statt, wenn die Summe der Momente der Kräfte in Beziehung auf die zwei rechtwinkligen und mit der gemeinschaftlichen Richtung parallelen Ebenen genommen, gleich Null ist, und wenn zu gleicher Zeit die Summe der Kräfte ebenfalls Null ist.

Es fände übrigens auch ein Gleichgewicht statt, wenn die Resultante der parallelen Kräfte durch einen festen Punkt ginge; sie würde alsdann durch den Widerstand dieses Punktes aufgehoben.

Digitized by Google

§. 274. Von den Kräften, welche in einer Ebene liegen, und an verschiedenen, unter einander fest verbundenen Punkten wirken.

1 Es seien, Fig. 100, Tafel XXXV, D, P, P′, P″, P‴ u. s. w. mehrere Kräfte, welche in einer Ebene, und zwar in derjenigen der x und y wirken; und an den Punkten A, B, C, D angebracht sind, welche in dieser Ebene unveränderlich unter einander verbunden sind.

Um die Resultante dieser Kräfte, im Falle sie sich auf eine einzige reduziren lassen, zu erhalten, hat man folgende Konstruktion:

Man nimmt die den Intensitäten dieser Kräfte proportionalen Theile Aa, Bb, Cc, Dd, und verlängert zuerst Aa und Bb bis G, d. h. bis zu ihrem Vereinigungspunkte, und nach dem man in diesen Punkt die Kräfte Aa und Bb versetzt hat, konstruirt man das Parallelogramm GG′; alsdann stellt die Diagonale GG′ die Resultante der beiden Kräfte Aa und Bb hinsichtlich ihrer Intensität dar.

Darauf verlängert man GG′ und Cc bis zu ihrem Vereinigungspunkte H′ verlegt die Kräfte GG′ und Cc nach diesem Punkte H, und konstruirt das Parallelogramm HH′; die Diagonale HH′ desselben ist alsdann die Resultante der Kräfte GG′ und Cc, und stellt demnach die Kräfte Aa, Bb und Cc dar.

Darauf verlängert man HH′ bis zum Zusammentreffen mit der Direktion Dd in I: hier konstruirt man das Parallelogramm II′, dessen Diagonale II′ die Resultante des ganzen Systems ist.

2 Sollten bei diesem Verfahren parallele Kräfte vorkommen, so verbindet man sie paarweise, und findet ihre Resultante (nach S. 1923, 1924 und 1925), entweder ihrer Summe oder ihrer Differenz gleich.

3 Wenn drei Kräfte P, P′, P″ immer an verschiedenen festen Punkten eines Systems angebracht sind: so besteht eine Hauptbedingung ihres Gleichgewichts darin, daß sie in einem Punkte zusammenlaufen. Denn sollen z. B. P und P′ von einer dritten P″ ins Gleichgewicht gebracht werden, so muß diese in der Direktionslinie der Resultante von P und P′ liegen, um dieselbe vernichten zu können; laufen also jene beiden P und P′ in einem Punkte D zusammen, welcher eine Ecke des Parallelogramms macht, und durch welchen also auch die Diagonale desselben läuft: so muß die der letztern entgegengesetzte Kraft ebenfalls durch den Punkt D gehen.

4 Könnte aber, wie in Tafel XXXV, D, Fig. 101, die dritte Kraft nicht in dem Punkte D, in welchem sich P und P′ vereinigen, angebracht werden, so würde diese Kraft P″ die Direktion der Resultante DR von P und P′ in einem Punkte E schneiden; es würden also P″ und DR den Winkel P″ER bilden und hätten daher eine eigene Resultante; sie könnten demnach nicht im Gleichgewicht sein.

5 Es seien, Fig. 102, P, P′, R drei Kräfte, welche in A zusammenlaufen. Aus einem willkürlichen Punkte C zieht man die gerade Linie CA, und ferner aus dem Punkte C die senkrechten Linien CI auf PA, CI′ auf P′A und CI″ auf RA.

Digitized by Google

Es haben alsdann die drei rechtwinkligen Dreiecke CAI, CAI' und CAI'' die gemeinschaftliche Hypotenuse CA.

Durch den Punkt A zieht man die Linie AB senkrecht auf die gerade CA; ferner von den Endpunkten der geraden Linien PA, P'A, RA, deren Längen die Intensitäten der Kräfte darstellen, zieht man die Linien PD, P'D', RD'' senkrecht auf AB.

Die beiden rechtwinkligen Dreiecke ACI und APD sind ähnlich, weil die von AP mit CA und PD gebildeten Winkel CAI und APD als Wechselwinkel gleich sind; man hat also:

$$AC : CI = AP : AD$$

oder, wenn $AC = c$, und $CI = p$, so hat man:

$$c : p = P : AD; \text{ also } AD = \frac{P \cdot p}{c}$$

Setzt man ferner die Perpendikel $CI' = p'$, und $CI'' = r$, so hat man:

$$AD' = \frac{P' \cdot p'}{c}; \quad AD'' = \frac{R \cdot r}{c}$$

Konstruirt man in Fig. 102 das Parallelogramm APRP', und zieht P'E parallel mit AB, so sind die beiden Dreiecke ADP und P'ER kongruent, daher:

$$AD = P'E = D'D''.$$

Da nun $AD'' = AD' + D'D''$, so hat man:

$$AD'' = AD' + AD.$$

Ist nun R die Resultante von P und P', so wird die Komposante von R nach der geraden AB gleich der Summe der Komposanten von PA und P'A nach derselben geraden AB. Setzt man daher in die letzte Gleichung die vorher gefundenen Werthe, so wird sie zu folgender:

$$\frac{R \cdot r}{c} = \frac{P \cdot p}{c} + \frac{P' \cdot p'}{c}$$

$$\text{oder } I) \quad Rr = Pp + P' \cdot p'$$

Liegt der Punkt C in dem Winkel der Kräfte P und P', wie Fig. 103, 6 so sind die Dreiecke PAD und EP'R gleich, und man hat:

$$AD = P'E = D'D''$$

Da nun $AD'' = AD' - D''D'$, so ist auch $AD'' = AD' - AD$, d. h. das Moment der Resultante R ist gleich der Differenz der Momente der Komposanten; demnach:

$$II) \quad Rr = Pp - P' \cdot p'$$

Das Moment einer Kraft in Beziehung auf einen Punkt ist 7 das Perpendikel, welches von diesem Punkte auf die Direktion der Kraft gefällt wird. Die Gleichung I und II in diesem Paragraphen zeigen daher, daß das Moment der Resultante zweier Kräfte entweder gleich der Summe oder

Digitized by Google

gleich der Differenz der Momente der Kompoſanten iſt, je nachdem der Punkt C, welcher der Mittelpunkt der Momente heißt, außerhalb der Scheitelwinkel PAP′ und LAL′ (Fig. 103), welche von den Direktionen der Kompoſanten gebildet werden, oder innerhalb einer dieſer Scheitelwinkel liegt.

8 Nimmt man Summe, im algebraiſchen Sinne, wo auf die Vorzeichen keine Rückſicht genommen wird, ſo kann man im Allgemeinen ſagen: das Moment der Reſultante zweier Kräfte iſt der Summe der Momente ihrer Kompoſanten gleich.

9 Wenn zwei gleiche Kräfte P und P′, Fig. 101, von einer dritten Kraft P″ im Gleichgewichte erhalten werden: ſo muß dieſe P″ der Reſultante R der beiden andern gleich und entgegengeſetzt ſein.

Zieht man ein Perpendikel p″ auf die Direktion von P″, welche auch die von R iſt, ſo hat man nach dem Prinzip der Momente:

$$R \cdot p'' = Pp + P' \cdot p'$$

Erſetzt man R durch $-P''$, ſo wird dieſe Gleichung zu folgender:

$$Pp + P' \cdot p' + P'' \cdot p'' = 0$$

Die Gleichgewichtsgleichungen von drei Kräften, die in einer Ebene liegen, und an drei verſchiedenen Punkten A, B, D angebracht worden, ſind alſo:

$$\text{III)} \quad P \cdot \cos\alpha + P' \cdot \cos\alpha' + P'' \cdot \cos\alpha'' = 0$$
$$\text{IV)} \quad P \cdot \cos\beta + P' \cdot \cos\beta' + P'' \cdot \cos\beta'' = 0$$
$$\text{V)} \quad P \cdot p + P' \cdot p' + P'' \cdot p'' = 0$$

10 Es ſei P die Reſultante zweier Kräfte P‴ und P^{IV}; alsdann iſt:

$$Pp = P''' \cdot p''' + P^{IV} \cdot p^{IV}$$

Setzt man dieſen Werth in die Gleichung V, ſo iſt:

$$P' \cdot p' + P'' \cdot p'' + P''' \cdot p''' + P^{IV} \cdot p^{IV} = 0$$

Es werden alſo auch die Gleichungen III und IV zu folgenden:

$$P' \cdot \cos\alpha' + P'' \cdot \cos\alpha'' + P''' \cdot \cos\alpha''' + P^{IV} \cdot \cos\alpha^{IV} = 0$$
$$P' \cdot \cos\beta' + P'' \cdot \cos\beta'' + P''' \cdot \cos\beta''' + P^{IV} \cdot \cos\beta^{IV} = 0$$

Da hierbei P als die Reſultante von P‴ und P^{IV} angeſehen worden, ſo ſind die letztern die Gleichgewichtsgleichungen für vier Kräfte.

11 Es läßt ſich aber daſſelbe Verfahren auf eine beliebig größere Anzahl von Kräften ausdehnen; man hat alſo überhaupt für Kräfte, welche in einer Ebene liegen und an verſchiedenen Punkten angebracht ſind, folgende allgemeine Gleichungen des Gleichgewichts:

$$\text{VI)} \quad P \cdot \cos\alpha + P' \cdot \cos\alpha' + P'' \cdot \cos\alpha'' + \text{ꝛc.} = 0$$
$$\text{VII)} \quad P \cdot \cos\beta + P' \cdot \cos\beta' + P'' \cdot \cos\beta'' + \text{ꝛc.} = 0$$
$$\text{VIII)} \quad P \cdot p + P' \cdot p' + P'' \cdot p'' + \text{ꝛc.} = 0$$

Um dieſe Gleichungen bequemer ſchreiben zu können, braucht man zuweilen das Zeichen Σ, welches eine Summe von Größen von der Form an-

Digitized by Google

zeigt, die sich in den Klammern befindet; z. B. die letzten Gleichungen schreibt man:

$$\Sigma (P \cdot \cos \alpha) = 0; \; \Sigma (P \cdot \cos \beta) = 0; \; \Sigma (P \cdot p) = 0.$$

Diejenigen Kräfte, welche Momente mit gleichen Zeichen haben; streben 12
dahin, das System in einer Richtung zu drehen; die Kräfte, welche Momente mit entgegengesetzten Zeichen haben, streben es in entgegengesetzter Richtung zu drehen.

Wenn die Kräfte nicht im Gleichgewichte sind, ist das Moment der Re- 13
sultante gleich einer Differenz, deren Minuendus die Summe der Momente derjenigen Kräfte ist, welche das System in derselben Richtung wie die Resultante zu drehen streben; und deren Subtrahendus die Summe derjenigen Momente ist, welche das System in der entgegengesetzten Richtung zu drehen streben.

Aus der Gleichung $\Sigma (P \cdot p) = 0$ erkennt man, daß die Summe der 14
Momente der Kräfte, welche das System nach der einen Richtung zu drehen suchen, der Summe der Momente derjenigen Kräfte gleich ist, welche es nach der entgegengesetzten Seite zu drehen streben.

Wenn aus einem im Gleichgewichte befindlichen Systeme eine Kraft, z. B. 15
P, weggelassen wird: so erhalten die andern Kräfte eine Resultante, welche natürlich in einer dem P entgegengesetzten Richtung wirken muß, da dieses P vorher das System im Gleichgewicht erhielt. Es werden alsdann die Gleichungen VI, VII und VIII zu folgenden:

$$R \cdot \cos \alpha = P' \cdot \cos \alpha' + P'' \cdot \cos \alpha'' + P''' \cdot \cos \alpha''' + \text{ꝛc.}$$
$$R \cdot \cos b = P' \cdot \cos \beta' + P'' \cdot \cos \beta'' + P''' \cdot \cos \beta''' + \text{ꝛc.}$$
$$Rr = P' \cdot p' + P'' \cdot p'' + P''' \cdot p''' + \text{ꝛc.}$$

oder:

$$R \cdot \cos a = \Sigma (P \cdot \cos \alpha) = X$$
$$R \cdot \cos b = \Sigma (P \cdot \cos \beta) = Y$$
$$Rr = \Sigma (P \cdot p).$$

Um die Intensität der Resultante zu bestimmen, hat man also:

$$R^2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta) = X^2 + Y^2,$$

und weil die Summe der Quadrate der Kosinus gleich der Einheit ist (vergl. S. 1920 Nr. 4) so hat man:

$$R^2 = X^2 + Y^2$$

Aus denselben Gleichungen kann man auch die Neigung der Resultante in Beziehung auf die Axen bestimmen: denn man hat:

$$\cos a = \frac{X}{R}; \; \cos b = \frac{Y}{R}$$

Wenn man annimmt, daß der feste Mittelpunkt der Momente C außer- 16
halb des Winkels der äußersten Kräfte, und auch außerhalb des Scheitelwinkels desselben liegt, wie Fig. 104, und daß die Kräfte P, P', P'' u. s. w.

Digitized by Google

stoßweise wirken, und unveränderlich mit den Perpendikeln p, p', p'' u. s. w. verbunden sind: so werden diese Kräfte p, p', p'' u. s. w. in derselben Richtung um C drehen. Liegt aber der Mittelpunkt der Momente C in dem Winkel der äußersten Kräfte, oder in dem Scheitelwinkel desselben: so werden die Kräfte P, P', P'' u. s. w., welche auf derselben Seite von C liegen, p, p', p'' u. s. w. in derselben Richtung um den Punkt C bewegen; dagegen werden die Kräfte P''', P^{IV} u. s. w. in entgegengesetzter Richtung um demselben Punkt drehen. Es haben nun auch AD, AD', AD'' verschiedene Zeichen von AD''', AD^{IV}. Es drehen also die Kräfte, deren Moment das gleiche Zeichen haben, das System nach derselben Richtung.

17 **Um in einem Systeme die Resultante anzubringen, bestimmt man zuerst die Lage einer geraden AB, welche sowohl durch den Ursprung der Koordinaten, als auch parallel mit der Resultante geht.**

Das Zeichen des cos b giebt sogleich zu erkennen, ob AB über oder unter der Axe der x liegt. Ist z. B. cos b positiv, so ist der Winkel b, den die AB mit der Axe der y macht, spitzig, und AB kann nur, wie in Fig. 106, entweder auf die linke oder rechte Seite von Ay, immer aber oberhalb Ax fallen.

Ist aber cos b negativ, so ist b ein stumpfer Winkel, und AB fällt, wie in Fig. 107, entweder auf die rechte oder linke Seite von Ay, immer aber unterhalb Ax.

Wie aber auch das Zeichen cos b sein mag, so kann AB gegen Ax zwei Lagen annehmen, in deren einer sie mit Ax einen spitzen, und in deren anderer sie mit Ax einen stumpfen Winkel a bildet. Das Zeichen des cos a wird alsdann die zur jedesmaligen Aufgabe passende Lage bestimmen; denn ist cos a positiv, so ist der Winkel a spitz; ist cos a negativ, so ist Winkel a stumpf.

Hat man die Lage von AB bestimmt, so zieht man auf sie durch den Ursprung A eine senkrechte Linie, Fig. 108, welche

$$r = \frac{\Sigma Pp}{R}$$

und je nach dem Zeichen von r entweder AO, oder AO', ist; darauf ist OR oder O'R' die Direktion der Resultante.

18 **In den mehrsten Fällen schneidet die Resultante die Axe der y in irgend einem Punkte B, Fig. 109, d. h. sie geht nicht durch den Ursprung A der Koordinaten, sondern in der Direktion DM.**

Der Winkel D ist derjenige, welchen die Resultante mit der Axe der x bildet. Macht man nun die Abszisse x zum Radius, so wird ein Theil der Ordinate y zur Tangente des Winkels D. Nimmt man z. B. den Punkt M, so ist ME = y, und AE = x. Zieht man BL parallel mit AE, so ist (vergl. S. 678 Nr. 21), als Parallellinie zwischen Parallellinien AE = BL; es ist ferner ML ein Theil der Ordinate. In dem rechtwinkligen Dreiecke MBL hat man:

$$BL : LM = r : \text{tang } MBL$$

Digitized by Google

Da nun Winkel MBL = Winkel D, als korreſpondirende Winkel, BL = x, und r = 1, ſo iſt:

$$x : LM = 1 : \text{tang } D;$$

$$\text{daher } LM = x \,.\, \text{tang } D$$

Es iſt nun y = LM + LE, und ferner LE = AB, ebenfalls als Parallellinien zwiſchen Parallelinien; daher:

$$\text{IX)} \quad y = x \,.\, \text{tang } D + AB;$$

d. h. die Ordinate einer ſolchen Reſultante, welche nicht durch den Urſprung der Koordinaten geht, ſondern die Are der y in irgend einem Punkte ſchneidet, iſt gleich einer Summe, deren einer Addendus das Produkt aus der Abſziſſe und der Tangente des Winkels iſt, den die Direktion der Reſultante mit der der Are der x macht; deren anderer Addendus die ſenkrechte Entfernung des Schnittpunktes B der Reſultante und der Are der y von der Are der x iſt.

Es iſt aber der Winkel D = dem ∠ a, nach der obigen Bezeichnung (S. 1934 Nr. 17); da nun nach der ebenen Trigonometrie cos : sin = r : tang, alſo $\text{tang} = \frac{\sin}{\cos}$, ſo iſt:

$$\text{tang } D = \frac{\sin a}{\cos a}$$

Da ferner die Reſultante in einer Ebene mit der Are der x und der y liegt, ſo iſt sin a = cos b; alſo

$$\text{tang } D = \frac{\cos b}{\cos a}$$

und endlich, nach den Gleichungen auf S. 1933 Nr. 15

$$\text{tang } D = \frac{R \,.\, \cos b}{R \,.\, \cos a} = \frac{Y}{X}$$

In dem rechtwinkligen Dreiecke OAB hat man:

$$AB : OA = r : \cos OAB, \text{ alſo } OA = AB \,.\, \cos OAB$$

Weil OAD + OAB = 1 R = OAD + D, ſo iſt ∠ OAB = ∠ D = ∠ a; weil ferner die Linie OA die ſenkrechte Linie vom Mittelpunkte der Momente auf die Direktion der Reſultante, oder nach obiger Bezeichnung (S. 1934) r iſt, ſo hat man:

$$r = AB \,.\, \cos a$$

$$\text{daher } AB = \frac{r}{\cos a}$$

Setzt man dieſen Werth von AB, und den eben gefundenen Werth von tang D in die Gleichung IX, ſo hat man:

$$y = \frac{Y}{X} \,.\, x + \frac{r}{\cos a} = \frac{Y}{X} \,.\, x + \frac{Rr}{R \,.\, \cos a} = \frac{Y}{X} \,.\, x + \frac{Rr}{X}$$

Digitized by Google

Multiplizirt man mit dem gemeinschaftlichen Divisor X, und nimmt das Glied Yx auf die andere Seite, so hat man:

$$yX - xY = Rr$$

Oder da $Rr = \Sigma . Pp$

$$yX - xY = \Sigma . Pp.$$

Im Falle des Gleichgewichts sind X und Y Null, und die Gleichung wird:

$$\Sigma Pp = 0;$$

welches Resultat mit dem obigen (S. 1933) übereinstimmt.

19 Um die Richtung der Resultante zu bestimmen, hat man dreierlei nöthig: 1) die Intensitäten der Kräfte; 2) die Winkel, von denen ihre Richtungen abhängen; 3) die Koordinaten ihrer Angriffspunkte.

Es ist deshalb am Vortheilhaftesten, wenn man in der Gleichung VIII statt p, p', p'' u. s. w. die Koordinaten der Angriffspunkte nimmt.

Es sei, Fig. 110, A der Ursprung der Koordinaten; und x und y die Koordinaten eines Angriffspunktes M einer Kraft, deren Intensität durch die gerade Linie MP vorgestellt wird. Die Komposanten von M werden parallel mit den Axen Ax und Ay sein; daher:

$$MN = P . \cos \alpha; \text{ und } MQ = P . \cos \beta.$$

Zieht man aus dem Ursprungspunkte A die senkrechten AO, AF und AE auf die verlängerten Richtungen von MP und ihren Komposanten NM und QM, so hat man:

$$OA . MP = \text{Moment der Resultante } P;$$
$$AF . MN = \text{Moment der Komposante } P . \cos \alpha$$
$$AE . MQ = \text{Moment der Komposante } P . \cos \beta.$$

Betrachtet man die Kräfte so, als wirken sie durch einen Stoß, so streben die Resultante R und die Komposante $P . \cos \alpha$ dahin, die unbiegsamen Linien AO und AF um den Punkt A in derselben Richtung zu drehen. Man giebt also das positive Zeichen den Momenten dieser beiden Kräfte; und dagegen das negative Zeichen dem Momente der Komposante $P . \cos \beta$, welches die unbiegsame Linie AE in entgegengesetzter Richtung um den Punkt A zu drehen strebt.

Man hat also die Gleichungen:

$$Pp = yP \cos \alpha - xP \cos \beta$$
$$P'p' = y'P' \cos \alpha' - x'P' \cos \beta'$$
$$P''p'' = y''P'' \cos \alpha'' - x''P'' \cos \beta'' \text{ u. s. w. u. s. w.}$$

Substituirt man diese Werthe von Pp, P''p'' u. s. w. in die Gleichung VIII, so wird sie zu folgender:

$$X) \quad P (y \cos \alpha - x \cos \beta) + P' (y' \cos \alpha' - x' \cos \beta') + P'' (y'' \cos \alpha'' - x'' \cos \beta'') + \text{u. s. w.} = 0$$

Zur Bestimmung der Zeichen der Momente ist es hinreichend, die Regel

Digitized by Google

von den Zeichen auf S. 1920 Nr. 6 anzuwenden, und außerdem darauf zu achten, daß auch die Zeichen der Koordinaten verändert werden müſſen, wenn ſie aus poſitiven negative geworden ſind.

Es ſei z. B., Fig. 111, P eine Kraft, welche die dargeſtellte Lage in Beziehung auf die Axen Ax und Ay hat. Das Moment dieſer Kraft iſt im Allgemeinen $P . (y . \cos \alpha - x . \cos \beta)$. Sollen nun die Zeichen in der angegebenen Lage berückſichtigt werden, ſo hat man: x negativ, y poſitiv, $\cos \alpha$ negativ, $\cos \beta$ auch negativ; daher iſt das Moment

$$P (- y . \cos \alpha - x . \cos \beta).$$

Man nimmt bei der Beſtimmung der Zeichen beinahe allgemein an, daß 20
eine Kraft, deren Richtung die Axe der y ſchneidet, wie die Kraft CD in Fig. 110, immer ein poſitives Moment Pp hat.

Die Gleichungen für das Gleichgewicht, III, IV, V, S. 1932, drücken auch 21
die Bedingung aus, daß ſich alle Kräfte des Syſtems auf zwei gleiche und einander entgegengeſetzte Kräfte reduziren laſſen. Wenn man $P . \cos \alpha$, $P' . \cos \alpha'$ u. ſ. w., die mit der Axe der x parallelen Komposanten nennt, welche in einer Richtung wirken, und $P'' . \cos \alpha''$, $P''' . \cos \alpha'''$ u. ſ. w. diejenigen, welche in der entgegengeſetzten Richtung wirken, ſo wird die Gleichung III zu folgender:

$$P . \cos \alpha + P' . \cos \alpha' + \text{u. ſ. w.} = P'' . \cos \alpha'' + P''' . \cos \alpha''' + \text{u. ſ. w.}$$

Da die Kräfte $P . \cos \alpha$, $P' . \cos \alpha'$ u. ſ. w. parallel ſind, ſo können ſie durch die Zuſammenſetzung auf eine einzige X' reduzirt werden, welche ihrer Summe gleich, und mit ihrer Richtung parallel iſt. Ebenſo können $P'' . \cos \alpha''$, $P''' . \cos \alpha'''$ auf eine Reſultante X'' reduzirt werden. Es wird alſo das ganze Syſtem, der mit der Axe der x parallelen Kräfte auf die beiden gleichen aber entgegengeſetzten Kräfte X' und X'' reduzirt.

Ganz ähnlich laſſen ſich alle mit der Axe der y parallelen Kräfte auf Y' und Y'', welche ſich gleich und entgegengeſetzt ſind, reduziren.

Man kann die Kräfte X' und Y', Fig. 112, in ihren Vereinigungspunkt M, und die Kräfte X'' und Y'' in ihren Vereinigungspunkt N verſetzen, und die Parallelogramme MA und NB konſtruiren, deren Seiten MC, MD, NE und NF die Kräfte X', Y', X'' und Y'' vorſtellen. Da ferner die homologen Seiten dieſes Rektangels gleich ſind, ſo müſſen es auch ihre Diagonalen MA und NB ſein; und außerdem ſind dieſe Diagonalen wegen der Gleichheit der Dreiecke AMD und BNE parallel.

Aus den beiden Gleichungen $X = 0$ und $Y = 0$ ſieht man alſo, daß ſich die in einer Ebene liegenden Kräfte auf zwei MA und NB reduziren laſſen, welche gleich und parallel ſind, und nach entgegengeſetzten Richtungen wirken. Aber es iſt aus dieſen ſelben Gleichungen noch nicht zu erkennen, ob die beiden Kräfte MA und NB auch in derſelben Direktionslinie wirken. Soll dieſes ſtattfinden, ſo muß man $\Sigma Pp = 0$ haben.

Man bezeichne MA durch R', und NB durch R'', und ferner die aus dem

Digitized by Google

Punkte O außerhalb der verlängerten Direktionen der MA und NB senkrecht auf diese Direktionen gezogenen Linien OP durch r' und OQ durch r''. Weil R' und R'' entgegengesetzt wirken, so haben die Momente dieser beiden Kräfte entgegengesetzte Zeichen, und man erhält statt $\Sigma Pp = 0$ die Gleichung:

$$R' \,.\, r' - R'' \,.\, r'' = 0.$$

Da ferner R' und R'' gleiche Intensitäten haben, und demnach gleiche Faktoren sind, so erhält man:

$$r' - r'' = 0$$

Da also die Differenz $r' - r'' = OP - OQ = 0$, so müssen die Punkte P und Q auf einander fallen, und die Kräfte MA und NB haben in diesem Falle ihre Wirkungen auf einer und derselben geraden Linie.

Geschieht also in einem gegebenen Falle nur den Gleichungen $X = 0$ und $Y = 0$ Genüge, nicht aber zugleich der Gleichung $\Sigma Pp = 0$: so ergiebt sich daraus, daß das System sich nur auf zwei solche Kräfte MA und NB reduziren läßt, wie sie oben (S. 1925 Nr. 6) gezeigt worden.

22 Wenn dagegen nur der Gleichung $\Sigma Pp = 0$ allein Genüge geschieht: so findet kein Gleichgewicht in dem Systeme statt. Weil nämlich alsdann X und Y nicht Null, so ist es auch nicht R, denn man hat (vergl. S. 1917 Nr. 3)

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

In solchem Falle kann man der Gleichung $\Sigma Pp = 0$ nur dadurch Genüge leisten, daß man $r = 0$ setzt, woraus sich $R \,.\, r = 0$ ergiebt. Da nun r ein Perpendikel von dem Mittelpunkt der Momente auf die Resultante ist, so muß bei $r = 0$ dieser Mittelpunkt auf der Resultante liegen.

Wenn also von den drei Gleichungen $\Sigma P \,.\, \cos\alpha = 0$, $\Sigma P \,.\, \cos\beta = 0$, $\Sigma Pp = 0$ nur der dritten Genüge geschehen ist, und dennoch in dem Systeme ein Gleichgewicht stattfinden soll: so muß auf der Resultante ein fester Punkt sein, z. B. ein unüberwindliches Hinderniß, welches die Wirkung der Resultante aufhebt. Sind z. B., wovon tiefer unten, die Kräfte P, P', P'' u. s. w. an verschiedenen Punkten eines Hebels angebracht, und wird in einem Punkte C, durch welchen die Resultante geht, ein unüberwindliches Hinderniß angebracht, welches die Wirkung der Resultante aufhebt: so reicht die Bedingung $\Sigma Pp = 0$ hin, um das Gleichgewicht in dem Systeme hervorzubringen. Die Intensität der Resultante zeigt sich alsdann in dem auf den Punkt C ausgeübten Druck.

§. 275. Von Kräften welche im Raume (nicht in einer Ebene) wirken.

1 Es seien P', P'', P''' u. s. w. verschiedene im Raume liegende Kräfte; ferner x', y', z' die Koordinaten des Angriffspunktes von P';

x'', y'', z'' die Koordinaten des Angriffspunktes von P'';

Digitized by Google

x''', y''', z''' die Koordinaten des Angriffspunktes von P''';
α', β', γ' die Winkel, welche P' mit den Koordinatenaxen bildet;
α'', β'', γ'' „ „ „ P'' „ „ „ ;
α''', β''', γ''' „ „ „ P''' „ „ „ .

Um die Gleichgewichtsbedingungen dieser Kräfte zu finden, zerlegt man sie in zwei Gruppen, von denen die einen parallel sind, und die andern in einer Ebene liegen. Da man jedesmal die koordinirten Axen auf die der Aufgabe passendste Weise legen kann: so läßt sich ein Theil der Kräfte in der Ebene der x, y zerlegen, und alle Komposanten, welche nicht in dieser Ebene liegen, lassen sich mit der Axe der z parallel legen.

Es sei (Fig. 113, Tafel XXXV, D) P' eine Kraft, die an dem Punkte 2
M' angebracht ist; man verlängert ihre Direktionslinie, bis sie in dem Punkte C' mit der Ebene der x, y zusammentrifft. Nach diesem Punkte C' verlegt man den Angriffspunkt von P', und zerlegt die Kraft dort in zwei, von denen die eine $C'L$ parallel mit der Axe der z, die andere $C'N$ in der Ebene der x, y liegt.

Ist die Kraft P' parallel mit der Ebene der x, y, so läßt sich eine solche 3
Zerlegung nicht machen.

Man zieht daher, Fig. 114, durch den Punkt M' eine Linie parallel mit der Axe der z, und nimmt auf dieser Parallellinie zwei gleiche Theile $M'O$ und $M'O'$; diese können zwei gleiche und einander entgegengesetzte Kräfte $+ g'$ und $- g'$ vorstellen. Da diese beiden einander aufheben, also das Gleichgewicht nicht stören, so kann man statt der Kraft P' die drei Kräfte P', g' und $- g'$ nehmen. Man kann P' mit $- g'$ zusammensetzen, ihre Resultante sei R'; alsdann wird die Kraft P' durch das System der beiden in M angebrachten Kräfte R' und g' ersetzt. Die durch $M'O$ dargestellte Kraft g' bleibt parallel mit der Axe der z, und die Kraft R' kann in allen Fällen mit der Ebene der x, y zusammentreffen, weil die Komposante $- g'$, die man willkürlich nehmen kann, mit der Axe der z parallel ist.

Man hat jetzt nur noch den Angriffspunkt der Kraft R' in den Punkt C' zu versetzen, wo sie durch die Ebene der x, y geht; hierauf kann man sie, wie vorher in Nr. 2, in zwei Kräfte zerlegen, von denen eine in der Ebene x, y liegt, die andere parallel mit der Axe der z geht.

Auf solche Art hat man statt der Kraft P' drei Kräfte: die erste in C' angebrachte in der Ebene x, y; die zweite auch in C' angebrachte parallel mit der Axe der z; die dritte in M angebrachte, ebenfalls parallel mit der Axe der z.

Um die Koordinaten des Punktes C' zu bestimmen, hat man zuerst die 4
Gleichungen der Resultante R', welche durch die Punkte x', y', z' geht:

$$1) \quad \begin{cases} z - z' = \frac{Z}{X}(x - x') \\ z - z' = \frac{Z}{Y}(y - y') \end{cases}$$

Digitized by Google

In dieſen Gleichungen ſind X, Y, Z die Projektionen der geraden Linie R' auf den koordinirten Axen. Dieſe Projektionen ſind den Komposanten von R' parallel mit den Axen gleich. R' iſt die Reſultante von P' und von $-g'$; P' kann man in die drei Komposanten $P' \cdot \cos\alpha'$; $P' \cdot \cos\beta'$; $P' \cdot \cos\gamma'$ zerlegen; daher iſt R' die Reſultante folgender vier Kräfte:

$$P' \cdot \cos\alpha',\ P' \cdot \cos\beta',\ P' \cdot \cos\gamma',\ -g'.$$

Dieſe Kräfte wirken parallel mit den koordinirten Axen, alſo hat man:

$$X = P' \cdot \cos\alpha',\ Y = P' \cdot \cos\beta',\ Z = P' \cdot \cos\gamma' - g'$$

Setzt man dieſe Werthe in die obige Gleichung I ſo hat man:

$$\text{II)} \quad \begin{cases} z - z' = \dfrac{P' \cdot \cos\gamma' - g'}{P' \cdot \cos\alpha'}\,(x - x'); \\ z - z' = \dfrac{P' \cdot \cos\gamma' - g'}{P' \cdot \cos\beta'}\,(y - y'). \end{cases}$$

In dem Punkte C' (Fig. 114), wo R' durch die Ebene der x, y geht, iſt $z = 0$, und wenn a_1 und b_1 die beiden andern Koordinaten bedeuten, ſo hat man:

$$x = a_1;\ y = b_1;\ z = 0.$$

Daher für die Gleichungen bei II:

$$-z' = \frac{P' \cdot \cos\gamma' - g'}{P' \cdot \cos\alpha'} \cdot (a_1 - x');$$

$$-z' = \frac{P' \cdot \cos\gamma' - g'}{P' \cdot \cos\beta'} \cdot (b_1 - y');$$

Hieraus folgt:

$$a_1 = x' - \frac{z' \cdot P' \cdot \cos\alpha'}{P' \cdot \cos\gamma' - g'}$$

$$b_1 = y' - \frac{z' \cdot P' \cdot \cos\beta'}{P' \cdot \cos\gamma' - g'}$$

Dies ſind alſo die Koordinaten a_1 und b_1 des Punktes C', wo die Reſultante R' die Ebene x, y ſchneidet.

Wenn die Kraft R' durch den Theil M'R' ihrer Direktionslinie dargeſtellt wird, ſo kann man ſie in den Punkt C' verſetzen, Fig. 115, indem man $C'D' = M'R'$ nimmt. Zerlegt man darauf C'D' in drei rechtwinklige in C' angebrachte Kräfte: ſo ſind dieſe Kräfte gleich den Komposanten von M'R'; es läßt ſich alſo der Punkt C' ſo anſehen, als wirkten drei Kräfte $P' \cdot \cos\alpha'$, $P' \cdot \cos\beta'$ und $P' \cdot \cos\gamma' - g'$ auf ihn. Die beiden erſten liegen in der Ebene x, y, die dritte wirkt parallel mit der Axe der z; man hat alſo ſtatt der in M' angebrachten Kraft P':

in M' die Kraft g' parallel mit der Axe der z;
in C' die Kraft $P' \cdot \cos\gamma' - g'$ parallel mit der Axe der z;

Digitized by Google

in C' die Kraft P' . cos α' in der Ebene der x, y;
in C' die Kraft P' . cos β' in der Ebene der x, y.

Hat man also ein ganzes System von Kräften, so verfährt man mit P'', 6
P''', P'''' u. s. w. auf dieselbe Weise, indem man Kräfte g'' — g'', g''' — g''', g'''' — g'''' u. s. w. zu Hülfe nimmt, und sie an den Angriffspunkten M'', M''', M'''' u. s. w. anbringt; auf solche Art wird das ganze System in zwei Gruppen von Kräften zerlegt, von denen die einen parallel mit der Axe der z wirken, und von denen die andern in der Ebene x, y liegen.

Die mit der Axe der z parallelen Kräfte sind:

g', g'', g''', g'''' u. s. w. angebracht in M', M'', M''', M u. s. w.

P' . cos γ' — g', P'' . cos γ'' — g'', P''' . cos γ''' — g''', P'''' . cos γ'''' — g''''
angebracht in C', C'', C''', C'''' u. s. w.

Die in der Ebene x, y liegenden Kräfte sind:

P' . cos α', P'' . cos α'', P''' . cos α''', P'''' . cos α'''' u. s. w. angebracht in
C', C'', C''', C'''' u. s. w.

P' . cos β', P'' . cos β'', P''' . cos β''', P'''' . cos β'''' u. s. w. angebracht in
C', C'', C''' C'''' u. s. w.

Damit in dem ganzen Systeme ein Gleichgewicht stattfindet, müssen zwei 7
Bedingungen erfüllt sein: erstens müssen alle in der Ebene x, y liegenden Kräfte sich das Gleichgewicht halten: zweitens müssen auch die mit der Axe der z parallelen Kräfte im Gleichgewicht sein.

Wenn die Angriffspunkte C', C'', C''', C'''' u. s. w. fest unter einander verbunden sind, so kann man durch zwei dieser Punkte, wie C' und C'', eine gerade Linie gezogen denken, die auf jeder Seite beliebig verlängert wird. Findet das allgemeine Gleichgewicht in dem Systeme statt, so ist die gerade Linie unbeweglich, und keiner ihrer Punkte kann sich bewegen.

Jede Kraft in der Ebene x, y wird entweder mit der geraden Linie die durch C'C'' geht zusammentreffen, oder mit ihr parallel gehen. Im ersten Falle sei (Fig. 116) AB die Kraft, welche in O mit der durch C'C'' gehenden geraden Linie zusammentrifft. Sobald eine Kraft einen festen Punkt in ihrer Direktion antrifft, ist ihre Wirkung aufgehoben. Es macht also der Punkt O die Kraft AB zu Null. Wäre im andern Falle die Kraft DE parallel mit C'C'', so könnte sie keine Bewegung hervorbringen, ohne C'C'' in derselben Richtung fortzuziehen, was unmöglich bleibt, weil C'C'' fest ist; es bleibt also auch DE ohne Wirkung.

Da also die Kräfte in der Ebene x, y im Gleichgewicht sind, müssen es auch die vertikalen Kräfte sein; weil sonst das allgemeine Gleichgewicht des Systems nicht stattfände.

Man hat also die Gleichgewichtsbedingungen aufzusuchen: 1) für die mit der Axe der z parallelen Kräfte; 2) für die in der Ebene x, y liegenden Kräfte.

Digitized by Google

8 Gleichgewichtsbedingungen der mit der Axe der z parallelen Kräfte.

Die Bedingungen sind dieselben wie S. 1929 Nr. 18:

1) die Summe der mit der Axe der z parallelen Kräfte muß = 0 sein;
2) die Summe der Momente in Beziehung auf die Ebene der y, z muß = 0 sein;
3) die Summe der Momente in Beziehung auf die Ebene der x, y muß = 0 sein;

Die erste Bedingung giebt:

$$P' \cdot \cos\gamma' - g' + g' + P'' \cdot \cos\gamma'' - g'' + g'' + P''' \cdot \cos\gamma''' - g''' + g''' + P'''' \cdot \cos\gamma'''' - g'''' + g'''' \text{ u. s. w.} = 0$$

oder, da sich die Kräfte $-g' + g'$ u. s. w. heben:

$$\text{III)} \quad P' \cdot \cos\gamma' + P'' \cdot \cos\gamma'' + P''' \cdot \cos\gamma''' + \text{ꝛc.} = 0$$

Um die zweite Bedingung zu erfüllen, hat man zwei Arten von Momenten:

1) die der Kräfte g', g'' u. s. w., welche an den Punkten M', M'' u. s. w. angebracht sind;

2) die der Kräfte $P' \cdot \gamma' - g''$, $P'' \cdot \cos\gamma'' - g''$ u. s. w., welche an den Punkten C', C'' u. s. w. angebracht sind.

Es sei, Fig. 117, die erste Kraft g', welche an dem Punkte M' wirkt; das Moment dieser Kraft in Beziehung auf die Ebene der y, z ist g' . M'N'; es ist aber M'N' = B'D' = AG' = x'; das gesuchte Moment ist also g' . x'.

Das Moment der Kraft $P' \cdot \cos\gamma' - g'$, angebracht in C', ist, Fig. 118, in Beziehung auf die Ebene y, z gleich $(P' \cdot \cos\gamma' - g') \times E'C'$, oder $(P' \cdot \cos\gamma' - g') \cdot a_1$; die Summe der Momente der Kräfte $P' \cdot \cos\gamma' - g'$ und g' ist also in Beziehung auf die Ebenen y, z:

$$g'x' + (P' \cdot \cos\gamma' - g') \cdot a_1.$$

Nimmt man den oben (S. 1940 Nr. 4) gefundenen Werth von a_1, so hat man:

$$g'x' + (P' \cdot \cos\gamma' - g') \cdot \left(x' - \frac{z' \cdot P' \cdot \cos\alpha'}{P' \cdot \cos\gamma' - g'}\right)$$

Wird die Multiplikation ausgeführt, so heben sich $g'x' - g'x'$, und ebenso heben sich $P' \cdot \cos\gamma' - g'$ in Zähler und Nenner, und man erhält:

$$x' \cdot P' \cos\gamma' - z' \cdot P' \cdot \cos\alpha' = P' \cdot (x' \cdot \cos\gamma' - z' \cdot \cos\alpha').$$

Wendet man dieses Verfahren auf die übrigen Momente der Kräfte an, welche an den Punkten M'', M''' u. s. w., C'', C''' u. s. w. angebracht sind, so wird ihre Summe:

$$\text{IV)} \quad P' \cdot (x' \cdot \cos\gamma' - z' \cdot \cos\alpha') + P'' \cdot (x'' \cdot \cos\gamma'' - z'' \cdot \cos\alpha'') + \text{ꝛc.} = 0$$

Digitized by Google

Um die dritte Gleichgewichtsbedingung zu erfüllen, hat man das Moment der Kraft g', welche in M' angebracht ist, in Beziehung auf die Ebene der x, z gleich $g' . M'L' = g' . B'G' = g'y'$; das Moment der Kraft $P' . \cos \gamma' - g'$, welche in C' angebracht ist, hat den Werth $(P' . \cos \gamma' - g') b_1$; es ist also die Summe beider Momente:

$$g'y' + (P' . \cos \gamma' - g') . b_1;$$

Setzt man für b_1 den oben, S. 1940 Nr. 4, gefundenen Werth, so hat man:

$$y' P' . \cos \gamma' - z' P' . \cos \beta'$$

Bestimmt man nun auf gleiche Weise die Momente der übrigen Kräfte in Beziehung auf die Ebene der x, z, so hat man als dritte Bedingungsgleichung:

V) $P' . (y' . \cos \gamma' - z' . \cos \beta') + P'' . (y'' . \cos \gamma'' - z'' . \cos \beta'') + \text{ꝛc.} = 0$

Gleichgewichtsbedingungen der Kräfte, welche in der Ebene x, y liegen.

Diese Bedingungen sind dieselben, wie diejenigen solcher Kräfte, welche in einer Ebene liegen (vergl. S. 1932 Nr. 10):

1) Die Summe der mit der Axe der x parallelen Kräfte muß = 0 sein;

2) Die Summe der mit der Axe der y parallelen Kräfte muß = 0 sein;

3) Die Summe der Momente der Kräfte in Beziehung auf den Ursprung muß = 0 sein.

Die beiden ersten Bedingungen geben:

VI) $P' . \cos \alpha' + P'' . \cos \alpha'' + P''' . \cos \alpha''' + \text{u. s. w.} = 0$

VII) $P' . \cos \beta' + P'' . \cos \beta'' + P''' . \cos \beta''' + \text{u. s. w.} = 0$

Um die dritte Bedingung zu erfüllen, hat man an dem Punkte C', Fig. 118, die beiden Kräfte $P' . \cos \alpha'$ und $P' . \cos \beta'$ angebracht. Nimmt man die Momente dieser Kräfte in Beziehung auf den Ursprung A, so ist das Moment der Kraft $P' . \cos \alpha'$

$$P' . \cos \alpha' \times AE' = P' . \cos \alpha' \times C'F' = P' . \cos \alpha' \times b_1;$$

ferner das Moment der Kraft $P' . \cos \beta'$ in Bezug auf den Ursprung A

$$P' . \cos \beta' \times C'E' = P' . \cos \beta' \times AF' = P' . \cos \beta' \times a_1;$$

Diese Momente müssen entgegengesetzte Zeichen haben, weil die Kräfte $P' . \cos \alpha'$ und $P' . \cos \beta'$ dahin streben, das System in entgegengesetzter Richtung um den Ursprung A zu drehen. Nimmt man demnach das Moment der Kraft $P' . \cos \alpha'$, welche die Axe der y fortzustoßen strebt, als positiv, so hat man:

$$P' . \cos \alpha' \times b_1 - P' . \cos \beta' \times a_1;$$

setzt man hier statt a_1 und b_1 die obigen Werthe (S. 1940 Nr. 4), so erhält man:

Digitized by Google

$$P' \cdot \cos\alpha' \left(y' - \frac{z' \cdot P' \cdot \cos\beta'}{P' \cdot \cos\gamma' - g'}\right) - P' \cdot \cos\beta' \left(x' - \frac{z' \cdot P' \cdot \cos\alpha'}{P' \cdot \cos\gamma' - g'}\right)$$

führt man die Multiplikation aus, und reduzirt, so findet man:

$$y' \cdot P' \cdot \cos\alpha' - x' \cdot P' \cdot \cos\beta'$$

Verfährt man auf gleiche Weise mit den übrigen an C'', C''' u. s. w. angebrachten Kräften, so findet man die letzte Gleichgewichtsgleichung:

VIII) $P' \cdot (y' \cdot \cos\alpha' - x' \cdot \cos\beta') + P'' \cdot (y'' \cdot \cos\alpha'' - x'' \cdot \cos\beta'') +$ u. s. w. $= 0$

Man kann nun die Gleichungen III, IV, V, VI, VII, VIII mit der oben (S. 1932 Nr. 11) eingeführten Abkürzung folgendermaaßen schreiben:

IX) $\Sigma P \cdot \cos\alpha = 0;\ \Sigma P \cdot \cos\beta = 0;\ \Sigma P \cdot \cos\gamma = 0.$

X) $\Sigma P \cdot (y \cdot \cos\alpha - x \cdot \cos\beta) = 0;\ \Sigma P \cdot (x \cdot \cos\gamma - z \cdot \cos\alpha) = 0;$
$\Sigma P\ (y \cdot \cos\gamma - z \cdot \cos\beta) = 0.$

10 Ist in dem Systeme ein fester Punkt vorhanden, so sind alle diese Gleichungen nicht nothwendig. Verlegt man den Ursprung in diesen Punkt, so zeigt sich sogleich, daß die in der Ebene x, y liegenden Kräfte im Gleichgewicht sein müssen, wenn sich das System dieser Kräfte nicht um den festen Punkt drehen kann; die Bedingung hierzu ist erfüllt, wenn man hat:

$$\Sigma P \cdot (y \cdot \cos\alpha - x \cdot \cos\beta) = 0.$$

Um die Gleichgewichtsbedingungen der mit der Axe der z parallelen Kräfte zu finden, seien x, y und o die Koordinaten des Punktes, wo die Resultante der parallelen Kräfte die Ebene der x, y trifft; das Moment dieser Resultante ist jedesmal in Beziehung auf die eine der Ebenen der x, z und der y, z der Summe der Momente der parallelen Kräfte in Beziehung auf diese Ebene gleich; daher:

$$Ra_1 = \Sigma P\ (x \cdot \cos\gamma - z \cdot \cos\alpha)$$
$$Rb_1 = \Sigma P\ (y \cdot \cos\gamma - z \cdot \cos\beta)$$

Damit ein Gleichgewicht zwischen den parallelen Kräften stattfinde, muß ihre Resultante durch den festen Punkt gehen, der am Ursprunge ist, dazu muß $a_1 = 0$ und $b_1 = 0$ sein. Diese Annahme macht aus den vorhergehenden Gleichungen folgende:

$$\Sigma P \cdot (x \cdot \cos\gamma - z \cdot \cos\alpha) = 0$$
$$\Sigma P \cdot (y \cdot \cos\gamma - z \cdot \cos\beta) = 0$$

Ist also den Gleichungen bei X Genüge geschehen, so findet unter allen Kräften ein Gleichgewicht statt.

11 Wenn zwei feste Punkte vorkommen, und man verlegt eine der koordinirten Axen in die Richtung dieser Punkte, so wird die Axe fest, und das System kann sich nur um dieselbe drehen.

Digitized by Google

Nimmt man in solchem Falle die Axe der z für diese feste Axe, so werden sich alle mit ihr parallel liegenden Kräfte aufheben, und nur noch diejenigen Kräfte übrig bleiben, deren Direktionen in der Ebene x, y liegen. Damit diese Kräfte im Gleichgewicht seien, muß ihre Resultante durch den Punkt A gehen, welcher zur Axe Az gehört und deshalb fest ist. Damit die Resultante durch diesen Punkt gehe, muß man haben:

$$\Sigma P . (y . \cos\alpha - x . \cos\beta) = 0$$

Diese Bedingung reicht hin zum Gleichgewichte des ganzen Systems, wenn die Axe der z fest ist.

Wäre die Axe der y oder die Axe der x fest, so würde zum Gleichgewichte 12
des ganzen Systems hinreichen:

Wenn die Axe der y fest ist: $\Sigma P . (x . \cos\gamma - z . \cos\alpha) = 0$;
wenn die Axe der x fest ist: $\Sigma P . (y . \cos\gamma - z . \cos\beta) = 0$.

Kann der Körper auf der festen Axe gleiten, so muß man noch weiter 13
haben:

$$\Sigma P . \cos\gamma = 0.$$

Es findet also um einen festen Punkt ein Gleichgewicht statt, wenn nach 14
der Reihe jede Axe als fest betrachtet wird, und in jedem einzelnen dieser Fälle das Gleichgewicht eintritt.

Von Kräften, welche auf eine feste Ebene wirken, werden offenbar diejenigen, 15
welche senkrecht auf ihr stehen, durch den Widerstand dieser Ebene vernichtet; die Gleichgewichtsbedingungen reduziren sich alsdann auf diejenigen für Kräfte, die in einer Ebene liegen; daher hat man:

$$\Sigma P . \cos\alpha = 0;\ \Sigma P . \cos\beta = 0;\ \Sigma P . (y . \cos\alpha - x . \cos\beta) = 0.$$

Wenn ein Körper auf einer Ebene ruht, und umgestürzt werden kann, so 16
muß man zu diesen drei Bedingungen noch diese hinzufügen: daß die Resultante der auf der Ebene senkrechten Kräfte durch einen dieser Ebene und dem Körper gemeinschaftlichen Punkt geht, oder das durch die Berührungspunkte gebildete Polygon trifft.

17

Aufgabe.

Es soll die Bedingungsgleichung gefunden werden, welche stattfinden muß, damit mehrere in dem Raume liegende Kräfte eine einzige Resultante haben.

Auflösung.

Eine einzige Resultante wird vorhanden sein, wenn die Resultante der mit der Axe der z parallelen Kräfte durch die Ebene der x, y in einem solchen Punkte hindurchgeht, welcher sich auf der Resultante der in der Ebene x, y liegenden Kräfte befindet. Wenn das Gleichgewicht stattfindet, ist es auch unter den mit der Axe der z parallelen Kräfte da. Die Gleichgewichtsbedingungen sind (vergl. S. 1942 Nr. 8):

Digitized by Google

$$P \cdot \cos\gamma + P' \cdot \cos\gamma' + P'' \cdot \cos\gamma'' + \text{ꝛc.} = 0.$$
$$P \cdot (x \cdot \cos\gamma - z \cdot \cos\alpha) + P' \cdot (x' \cdot \cos\gamma' - z' \cdot \cos\alpha') + \text{ꝛc.} = 0.$$
$$P \cdot (y \cdot \cos\gamma - z \cdot \cos\beta) + P' \cdot (y' \cdot \cos\gamma' - z' \cdot \cos\beta') + \text{ꝛc.} = 0.$$

Betrachtet man die erſte dieſer Kräfte als gleich und geradezu entgegengeſetzt der Reſultante $P \cdot \cos\gamma$ aller andern, ſo hat man zur Beſtimmung der Reſultante der parallelen Kräfte:

$$P \cdot \cos\gamma = P' \cdot \cos\gamma' + P'' \cdot \cos\gamma'' + \text{ꝛc.}$$
$$P \cdot (x \cdot \cos\gamma - z \cdot \cos\alpha) = P' \cdot (x' \cdot \cos\gamma' - z' \cdot \cos\alpha') + \text{ꝛc.}$$
$$P \cdot (y \cdot \cos\gamma - z \cdot \cos\beta) = P' \cdot (y' \cdot \cos\gamma' - z' \cdot \cos\beta') + \text{ꝛc.}$$

Liegt der Angriffspunkt dieſer Reſultante auf der Ebene der x, y, ſo ſeien die Koordinaten dieſes Punktes x_1, y_1 und o. Setzt man dieſe Werthe ſtatt x, y, und z in die erſten Glieder der vorhergehenden Gleichungen, ſo hat man:

$$P \cdot \cos\gamma = P' \cdot \cos\gamma' + P'' \cdot \cos\gamma'' + \text{ꝛc.}$$
$$P \cdot \cos\gamma \cdot x_1 = P' \cdot (x' \cdot \cos\gamma' - z' \cdot \cos\alpha') + \text{ꝛc.}$$
$$P \cdot \cos\gamma \cdot y_1 = P' \cdot (y' \cdot \cos\gamma' - z' \cdot \cos\beta') + \text{ꝛc.}$$

Bezeichnet Z den Faktor $P \cdot \cos\gamma$; und M und N die zweiten Glieder der beiden letzten Gleichungen, ſo hat man:

$$Z = P' \cdot \cos\gamma' + \text{ꝛc.}; \quad Z x_1 = M; \quad Z y_1 = N; \text{ daher auch:}$$

$$x_1 = \frac{M}{Z}; \quad y_1 = \frac{N}{Z}$$

Dies ſind alſo die Koordinaten des Punktes, wo die Reſultante der parallelen Kräfte die Ebene der x, y trifft. Es ſoll ſich nun ferner dieſer ſelbe Punkt auf der Reſultante der in der Ebene x, y liegenden Kräfte befinden; die Gleichung dieſer Reſultante iſt (vergl. S. 1936 Nr. 18):

$$Xy - xY = \Sigma P \cdot (y \cdot \cos\alpha - x \cdot \cos\beta).$$

Setzt man ferner $\Sigma P \cdot (y \cdot \cos\alpha - x \cdot \cos\beta) = L$, ſo wird:

$$Xy - xY = L.$$

Setzt man ſtatt x und y die obigen Werthe von x_1 und y_1, ſo hat man:

$$\frac{XN}{Z} - \frac{YM}{Z} = L$$

Durch Multiplikation mit Z und Umſetzung:

$$\text{XI)} \quad XN = LZ + MY.$$

Iſt alſo dieſer Gleichung Genüge geſchehen, ſo laſſen ſich die Kräfte auf eine einzige Reſultante reduziren, nur den Fall ausgenommen, wo

$$X = 0; \quad Y = 0; \quad Z = 0.$$

In dem Falle, wo alle Kräfte in einer und derſelben Ebene wirken, und

Digitized by Google

dieſe Ebene um einen feſten Punkt beweglich iſt, wird der Gleichung XI Genüge geleiſtet; denn es ſind alsdann K und M, welche die Summe der Momente in Beziehung auf die Ebenen der xz und der y, z darſtellen, und ebenfalls auch Z, welches die Kompoſanten $P \cdot \cos\gamma$, $P' \cdot \cos\gamma'$ u. ſ. w. vorſtellt, gleich Null; es iſt alſo der Gleichung XI Genüge geſchehen.

Nach dem oben (S. 1937) Geſagten drücken die Gleichungen $X = 0$ und 18
$Y = 0$ die Bedingungen aus, daß die in der Ebene der x, y liegenden Kräfte auf zwei Kompoſanten R' und R'', welche einander gleich und entgegengeſetzt ſind, reduzirt werden könne. Auf ähnliche Art kann man auch die mit der Axe der z parallelen Kräfte auf zwei Kräfte Z' und Z'' reduziren, welche gleich und entgegengeſetzt ſind. In dem Falle alſo, wo $X = 0$, $Y = 0$ und $Z = 0$ iſt, hat man das ganze Syſtem in den vier Kräften R', R'', Z' und Z'', welche auf zwei gleiche und entgegengeſetzte Kräfte reduzirt werden können.

§. 276. Vom Schwerpunkte. 1

Die Richtungen aller materiellen Punkte vermöge der Schwere gehen nach dem Mittelpunkte der Erde. Da aber die Oberfläche der Erde um einen ſo bedeutenden Raum wie der Halbmeſſer der Erde von ihrem Mittelpunkte entfernt iſt, ſo kann man für kleinere Höhen oder Tiefen jene Konvergenz der Schwere-Richtungen unberückſichtigt laſſen, und dieſelben für parallel anſehen.

Alle materiellen Punkte eines ſchweren Körpers werden demnach von parallelen Kräften getrieben. Da ſie nun außerdem feſt verbunden ſind, ſo kann man, wenn x, y, z; x', y', z' u. ſ. w. ihre Ordinaten; und P, P', P'' u. ſ. w. die an den einzelnen Punkten wirkende Schwere, oder jene parallelen Kräfte bezeichnet, nach obigen Angaben (S. 1927 Nr. 12) die Koordinaten x_1, y_1, z_1, des Mittelpunkts der parallelen Kräfte beſtimmen:

$$1)\quad \left\{\begin{aligned} x_1 &= \frac{Px + P'x' + P''x'' + \text{u. ſ. w.}}{P + P' + P'' + \text{u. ſ. w.}} \\ y_1 &= \frac{Py + P'y' + P''y'' + \text{u. ſ. w.}}{P + P' + P'' + \text{u. ſ. w.}} \\ z_1 &= \frac{Pz + P'z' + P''z'' + \text{u. ſ. w.}}{P + P' + P'' + \text{u. ſ. w.}} \end{aligned}\right.$$

Wenn nun die parallelen Kräfte die Aeußerungen der Schwere ſind, ſo erhält der Mittelpunkt der parallelen Kräfte den Namen Schwerpunkt.

Wenn man auch dem Körper nach und nach verſchiedene Lagen hinſichtlich der Richtung dieſer Kräfte giebt: ſo wird doch die Mittelkraft oder Reſultante der parallelen Kräfte ſtets durch den Schwerpunkt gehen (vergl. S. 1926 Nr. 10). Es beſteht deshalb die charakteriſtiſche Eigenſchaft des Schwerpunktes darin (vergl. S. 1901 Nr. 5), daß, wenn er befeſtigt iſt, der feſte Körper, zu dem

Digitized by Google

er gehört, bei allen nur möglichen Lagen um diesen Punkt im Gleichgewichte bleibt.

2 Die Schwere ist nicht an allen Orten gleich; entfernt man sich vom Mittelpunkt der Erde, so nimmt die Schwere im umgekehrten Verhältnisse mit dem Quadrate der Entfernung ab;

für die Entfernungen	1	.	2	.	3	.	4	u. s. w.
ist die Schwere	1	.	$\frac{1}{4}$	.	$\frac{1}{9}$	.	$\frac{1}{16}$	u. s. w.

Fände diese Verschiedenheit nicht statt, so könnte das Gewicht eines Körpers auch zugleich die Masse desselben vorstellen, oder wenn man die Schwere mit P und die Masse mit M bezeichnet, so hätte man:

$$\text{II)} \quad P = M = VD \quad \text{(vergl. S. 1895).}$$

Bringt man aber die Masse M in eine andere Entfernung vom Mittelpunkte so ändert sich, nach dem oben angegebenen Gesetze, die Intensität der Schwere. Man muß also die Masse mit einem gewissen Koeffizienten multipliziren, der mit g bezeichnet sein mag; man hat also:

$$\text{III)} \quad P = Mg = VDg \quad \text{(vergl. S. 1057 Nr. 26).}$$

Die Gleichung II giebt also die Schwere an einem solchen Orte, an welchem der Koeffizient g gleich der Einheit ist. An allen übrigen Orten bestimmt sich aber der Werth des Koeffizienten g nach der Entfernung vom Mittelpunkt der Erde, während M konstant bleibt. Der Koeffizient g kann demnach als das Maaß der Schwere angesehen werden, indem er das Verhältniß der Schwere an einem bestimmten Orte zu derjenigen ausdrückt, welche als Einheit angenommen wird.

Es seien M, M', M'' u. s. w. die Massen, welche den Gewichten P, P', P'' u. s. w. entsprechen; alsdann bekommt man:

$$P = Mg;\ P' = M'g;\ P'' = M''g.$$

Substituirt man diese Werthe in den Gleichungen bei 1, und dividirt Zähler und Renner durch g, so erhält man für die Koordinaten des Schwerpunkts:

$$\text{IV)} \quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{M \cdot x + M' \cdot x' + M'' \cdot x'' + \text{u. s. w.}}{M + M' + M'' + \text{u. s. w.}} \\ y_1 = \dfrac{M \cdot y + M' \cdot y' + M'' \cdot y'' + \text{u. s. w.}}{M + M' + M'' + \text{u. s. w.}} \\ z_1 = \dfrac{M \cdot z + M' \cdot z' + M'' \cdot z'' + \text{u. s. w.}}{M + M' + M'' + \text{u. s. w.}} \end{cases}$$

Diese Gleichungen zeigen, daß die Lage des Schwerpunkts von der Schwere selbst unabhängig sind.

3 Nach der Gleichung bei II hat man $M = VD$; $M' = V'D$; $M'' = V''D$ u. s. w. Verfährt man wie vorher, so erhält man für die Koordinaten des Schwerpunktes, indem man oben und unten durch D dividirt:

Digitized by Google

$$x_1 = \frac{V \cdot x + V' \cdot x' + V'' \cdot x'' + \text{u. ſ. w.}}{V + V' + V'' + \text{u. ſ. w.}}$$

$$y_1 = \frac{V \cdot y + V' \cdot y' + V'' \cdot y'' + \text{u. ſ. w.}}{V + V' + V'' + \text{u. ſ. w.}}$$

$$z_1 = \frac{V \cdot z + V' \cdot z' + V'' \cdot z'' + \text{u. ſ. w.}}{V + V' + V'' + \text{u. ſ. w.}}$$

Bezeichnet man das Volumen des ganzen Syſtems mit W, ſo hat man ſtatt der vorhergehenden Gleichungen:

$$\text{V)} \quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{V \cdot x + V' \cdot x' + V'' \cdot x'' + \text{u. ſ. w.}}{W} \\ y_1 = \dfrac{V \cdot y + V' \cdot y' + V'' \cdot y'' + \text{u. ſ. w.}}{W} \\ z_1 = \dfrac{V \cdot z + V' \cdot z' + V'' \cdot z'' \text{ u. ſ. w.}}{W} \end{cases}$$

Will man den Schwerpunkt eines Körpers durch Verſuche beſtimmen, ſo 4
hängt man ihn an einen Faden CA (Fig. 119, Tafel XXXV, D) auf, und die Verlängerung deſſelben geht durch den Schwerpunkt. Will man ferner wiſſen, an welcher Stelle der Linie AB der Schwerpunkt liegt, ſo hängt man den Körper an einem andern ſeiner Punkte, E, auf; da alsdann die Verlängerung von DE, d. h. EF den Schwerpunkt enthalten muß; ſo kann er nirgends anders, als in dem Durchſchnittspunkte G beider Linien enthalten ſein.

Das Gewicht des Körpers iſt nämlich eine an ſeinem Schwerpunkte angebrachte ſenkrecht wirkende Kraft, als Reſultante aller parallelen Kräfte (S. 1947). Der feſte Punkt C oder D wirkt vermittelſt des Fadens der ſenkrechten Reſultante entgegen, ſo daß er als eine nach oben wirkende Kraft betrachtet werden kann, deren Direktionslinie ebenfalls ſenkrecht iſt; der Faden muß alſo ebenfalls eine vertikale Richtung haben.

Der Schwerpunkt einer geraden Linie AB, Fig. 120, liegt in 5
ihrer Mitte C; denn denkt man ſie ſich aus ſchweren materiellen Punkten, oder Atomen, oder Molekülen beſtehend, ſo entſpricht jedes Molekül m auf der einen Seite des Punktes C einem Molekül m' auf der andern Seite desſelben in gleicher Entfernung von ihm; es ſind alſo die Momente $m \cdot Cm$ und $m' \cdot Cm'$ einander gleich; ſtatt dieſer beiden Molekülen kann man nun jedes andere Paar in der Linie AB nehmen; demnach iſt die algebraiſche Summe der Momente aller Molekülе in Beziehung auf den Punkt C gleich Null; das Moment der Reſultante iſt alſo auch gleich Null, welches anzeigt, daß die Reſultante durch den Mittelpunkt C der geraden Linie AB geht.

Der Schwerpunkt eines Parallelogramms AD, Fig. 121, liegt 6
in dem Mittelpunkte G desſelben, d. h. in dem Durchſchnittspunkte der beiden geraden Linien EF und HK, welche die parallelen Seiten halbiren. Denn denkt man ſich die Molekülen der Fläche des Parallelogramms ſämmtlich ſo geordnet, daß ſie auf Linien liegen, die mit AB parallel gehen, ſo müſſen nach dem

Digitized by Google

vorigen Satze die Schwerpunkte aller dieser Parallellinien auf der geraden Linie EF sein, welche ebenso wohl wie die beiden parallelen Seiten so auch alle mittleren Parallellinien halbirt. Da ferner HK auch EF halbirt: so muß nach dem Satze bei 4, der Schwerpunkt in dem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte G liegen.

7 Der Schwerpunkt eines Dreiecks ABC, Fig. 122, wird gefunden, wenn man eine Linie CD auf die Mitte der Basis AB zieht, und den Theil DG nimmt, welcher dem Drittel von CD gleich ist; der Schwerpunkt liegt alsdann in dem Punkte G.

Die Linie CD geht durch die Mitte aller mit AB parallelen Linien (vergl. S. 680 Nr. 3), enthält also die Schwerpunkte derselben. Zieht man nun AE, welche die Seite CB halbirt, so halbirt sie auch alle mit CB parallelen Linien, also auch die Linie ef, es muß also in dem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte G der Schwerpunkt der Dreiecksfläche liegen.

Es ist nun noch zu beweisen, daß dieser Durchschnittspunkt G auf dem Drittel der Linie CD liegt, d. h. daß DG ein Drittel von CD ist. Zieht man die Linie DE, so sind die Dreiecke ACB und DEB ähnlich (vergl. S. 683 Nr. 9); denn DB und EB sind die Hälften der Seiten AB und CB, und der Winkel B ist beiden gemein, daher ist aber auch DE parallel mit AC. Da aus diesem Parallelismus folgt, daß Winkel $\angle$ DEG $=\angle$ GAC, und $\angle$ ACG $=\angle$ GDE als Wechselwinkel, so sind auch die beiden Dreiecke ACG und DEG ähnlich, man hat daher:

$$CG : GD = CA : DE = AB : BD = 2 : 1; \text{ daher } CG = 2GD;$$

$$\text{und da } CG + GD = 3\,GD = CD, \text{ so ist } GD = \frac{1}{3}\,CD.$$

8 Der Schwerpunkt eines Polygons ABCDEF, Fig 123, wird folgendermaßen gefunden: man zerlegt das Polygon durch die Diagonalen AC, AD, AE in Dreiecke; die Flächenräume derselben ABC, ACD u. s. w. bezeichnet man durch a, a', a'' u. s. w.

Man sucht darauf für jedes Dreieck nach dem vorigen Satze den Schwerpunkt; es seien diese Schwerpunkte G, G', G'' u. s. w.; die Flächenräume a, a' u. s. w. kann man aus materiellen Punkten bestehend, und demnach als Gewichte an diesen Schwerpunkten angebracht denken. Um nun den gemeinschaftlichen Schwerpunkt der beiden Flächenräume a und a', oder des Flächenraumes ABCDA zu finden, verbindet man die beiden Schwerpunkte G und G' durch eine gerade Linie, und sucht den Schwerpunkt auf derselben für die beiden an ihren Endpunkten angebrachten parallelen Kräfte a und a' (nach S. 1925 Nr. 7):

$$(a + a') : a' = G'G : GO$$

Man sucht ferner den Schwerpunkt K des Flächenraumes ABCDEA, indem man die Resultante von a + a', welche in O wirkt, und von a'' welche in G'' wirkt, bestimmt. Man verbindet also O und G'' und hat die Proportion:

$$(a + a' + a'') : a'' = OG'' : OK$$

Digitized by Google

Auf solche Weise kann man endlich den Schwerpunkt der ganzen Polygonalfläche finden.

Man kann auch den Schwerpunkt der ganzen Polygonalfläche 9
vermittelst der Koordinaten finden (Fig. 124.) Man hat (vergl. S. 1928 Nr. 16), wenn x und y die Koordinaten des Schwerpunkts der Polygonalfläche sind:

$$R = P + P' + P'' + P'''$$
$$Rx_1 = P \,.\, x + P' \,.\, x' + P'' \,.\, x'' + P''' \,.\, x'''$$
$$Ry_1 = P \,.\, y + P' \,.\, y' + P'' \,.\, y'' + P''' \,.\, y'''$$

Bezeichnet man die Dreiecksflächen ABC, ACD, ADE u. s. w. durch a, a', a'' u. s. w., so hat man:

$$P = a;\ P' = a';\ P'' = a'';\ P''' = a''';$$

es werden also obige Gleichungen (vergl. S. 1947 Nr. 1):

$$R = a + a' + a'' + a''';$$
$$x_1 = \frac{a \,.\, x + a' \,.\, x' + a'' \,.\, x'' + a''' \,.\, x'''}{a + a' + a'' + a'''}$$
$$y_1 = \frac{a \,.\, y + a' \,.\, y' + a'' \,.\, y'' + a''' \,.\, y'''}{a + a' + a'' + a'''}$$

Nimmt man also $OP = x_1$ und $PG = y_1$ und zwar parallel mit der Axe der y, so ist der Punkt G der Schwerpunkt.

Der Schwerpunkt von dem Umfange eines Polygons wird auf 10
ähnliche Weise gefunden; dabei ist zu bemerken, daß, weil der Schwerpunkt einer jeden Polygonalseite in ihrer Mitte liegt, man diese Mitten so ansehen kann, als seien sie mit Gewichten beschwert, welche ihren Seiten proportional sind.

Der Schwerpunkt eines Bogens einer ebenen krummen Linie 11
(Fig. 125) wird auf folgende Art gefunden. Das Element m m' eines Bogens einer ebenen krummen Linie, oder einer Linie einfacher Krümmung (vergl. S. 1732 Nr. 39 u. S. 1738 oben), ist gleich $\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$; da es unendlich klein genommen wird, so kann der Schwerpunkt desselben in o gesetzt werden, und die Koordinaten x und y des Punktes m kann man an die Stelle derer des Punktes o setzen. Es ist also das Moment von m m' in Beziehung auf die Axe der x:

$$op \,.\, m\,m' = y \cdot \sqrt{(dx^2 + dy^2)},$$

und in Beziehung auf die Axe der y:

$$oq \,.\, m\,m' = x \cdot \sqrt{(dx^2 + dy^2)}.$$

Es seien also x und y die Koordinaten des Schwerpunktes, und s die Länge des Bogens MM'; alsdann sind die Momente dieses Bogens auf die beiden Axen, gegenseitig sx_1 und sy_1; diese Momente des ganzen Bogens sind natürlich gleich der Summe der Momente der einzelnen Elemente, also:

$$sy_1 = \int y \cdot \sqrt{(dx^2 + dy^2)};\ \text{und}\ sx_1 = \int x \cdot \sqrt{(dx^2 + dy^2)};$$

Digitized by Google

die Länge des Bogens MM' oder s ist:

$$s = \int \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$$

12 Der Schwerpunkt eines Kreisbogens BO, Fig. 126, wird in folgender Weise gefunden. Man bringt die koordinirten Axen so an, daß die Abszissenlinie den Bogen halbirt; alsdann liegt der Schwerpunkt des Bogens auf der Abszissenlinie, und man hat $y_1 = 0$. Weil nämlich die Schwerpunkte g und g' der beiden gleichen Bogen BD und DO symmetrisch auf beiden Seiten der Axe der x liegen, so muß der Schwerpunkt G des ganzen Bogens BO in der Mitte G von gg' liegen. Es ist also nur noch die Abszisse $AG = x$ des Schwerpunktes des Bogens BD zu bestimmen: sie ist dieselbe wie diejenige des Bogens BO, da beide Schwerpunkte in der geraden Linie gg' liegen. Es ist aber x_1 gegeben durch die vorherige Gleichung:

$$sx_1 = \int x \cdot \sqrt{(dx^2 \quad dy^2)}$$

Damit man den zweiten Theil der Gleichung integriren kann, muß man ihn auf eine einzige Veränderliche reduziren; dies geschieht vermittelst der Gleichung des Kreises (vergl. S. 1195 Nr. 7):

$$y^2 = a^2 - x^2$$

Differenzirt man diese Gleichung (vergl. S. 1115 Nr. 8), so erhält man:

$$2ydy = -2xdx; \text{ oder } y \cdot dy = x \cdot dx.$$

Quadrirt man auf beiden Seiten, und nimmt dx^2 auf eine Seite, so hat man:

$$dx^2 = \frac{y^2 dy^2}{x^2}$$

Daher:

$$\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = \sqrt{\left(\frac{y^2 dy^2}{x^2} + dy^2\right)}$$

oder wenn man die Größe unter dem Wurzelzeichen in einen einzigen Bruch verwandelt:

$$\sqrt{\left(\frac{y^2 dy^2 + x^2 dy^2}{x^2}\right)} = \sqrt{\left(\left(\frac{x^2 + y^2}{x^2}\right) \cdot dy^2\right)}$$

Da $y^2 = a^2 - x^2$, wo a den Radius des Kreises bezeichnet, so ist $a^2 = y^2 + x^2$; daher:

$$\sqrt{\left(\left(\frac{x^2 + y^2}{x^2}\right) \cdot dy^2\right)} = dy^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{a^2}{x^2}\right)} = \frac{ady}{x} = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$$

$$\text{ferner: K)} \quad sx_1 = \int x \cdot \frac{ady}{x} = \int ady = ay + B;$$

wo B eine willkürliche Konstante bezeichnet (vergl. S. 1159 Nr. 2).

Wenn man die Chorde BO mit c bezeichnet, und den Bogen bestimmen will, welcher zu dieser Sehne gehört, so muß man (vergl. S. 1748 Nr. 52)

Digitized by Google

das Integral zwischen den beiden Grenzen $y = \frac{1}{2} c$ und $y = -\frac{1}{2} c$ nehmen. Da der Bogen von O bis B reicht, so muß dieses Integral im Punkte O, dessen Ordinate $y = -\frac{1}{2} c$, zu Null werden. Man hat daher aus der Gleichung K:

$$o = -\tfrac{1}{2} ac + B, \text{ oder } B = \tfrac{1}{2} ac;$$

daher erhält man:

$$\int x \cdot \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = ay + \tfrac{1}{2} ac.$$

Macht man ferner $y = \frac{1}{2} c$, um das bestimmte Integral von dem Punkte O bis zum Punkte B zu nehmen, so hat man:

$$sx_1 = \int x \cdot \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = \tfrac{1}{2} ac + \tfrac{1}{2} ac = ac$$

$$\text{daher endlich L)} \quad x_1 = \frac{ac}{s};$$

Diese letzte Gleichung zeigt also: daß die Abszisse des Schwerpunkts eines Kreisbogens die vierte Proportionallinie zum Bogen, zum Radius und zur Sehne ist; nämlich: $s : a = c : x_1$.

Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide ABCD, Fig. 127, 13 wird auf folgende Art gefunden: man sucht den Schwerpunkt G der Grundfläche, und zieht aus der Spitze die gerade Linie AG; darauf nimmt man $GO = \frac{1}{4} AG$; alsdann ist der Punkt O der gesuchte Schwerpunkt der Pyramide.

Beweis.

Die gerade Linie AG geht durch die Schwerpunkte sämmtlicher mit der Grundfläche BCD parallelen Durchschnitte. Zieht man aus der Spitze D die gerade Linie DG' nach dem Schwerpunkte G' der gegenüberliegenden Fläche ABC, so wird diese die Linie AG in einem Punkte O treffen, welcher dann der gesuchte Schwerpunkt der Pyramide sein muß.

Daß sich beide geraden Linien in irgend einem Punkte treffen müssen, ergiebt sich aus Folgendem. Man zieht in der Fläche ABC die gerade Linie AE durch den Schwerpunkt G' derselben Fläche, und die gerade Linie DE in der Fläche BCD durch den Schwerpunkt G derselben. Darauf legt man eine Ebene durch die drei Punkte AED. In dieser Ebene liegen die Endpunkte der beiden geraden Linien AG und DG', deshalb müssen sie sich irgendwo in derselben Ebene schneiden.

Um diesen Punkt zu bestimmen, zieht man G'G. Alsdann sind die Dreiecke G'EG und AED ähnlich; es ist nämlich (vergl. S. 1950 Nr. 7) $EG = \frac{1}{3} ED$ und $EG' = \frac{1}{3} EA$; zwischen diesen proportionalen Seiten ist derselbe Winkel AEG oder G'EG eingeschlossen. Aus der Aehnlichkeit beider Dreiecke folgt weiter, G'G parallel mit AD ist. Aus diesem Parallelismus folgt weiter die Aehnlichkeit der beiden Dreiecke OGG' und OAD; daraus:

$$GG' : AD = GO : OA,$$

Digitized by Google

Aus der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke EGG' und EAD hat man ferner:

$$GG' : AD = EG : ED.$$

Aus beiden Proportionen hat man:

$$GO : OA = EG : ED = 1 : 3; \text{ also } 3GO = OA$$

daher also $GO = \frac{1}{4} AG$.

14 Bei einer vielseitigen Pyramide verfährt man wie bei einer dreiseitigen: man sucht den Schwerpunkt der Grundfläche, zieht aus der Spitze eine gerade Linie nach dem Schwerpunkte, und nimmt vom letztern aus ein Viertel dieser geraden Linie; der Theilungspunkt des Viertels ist der Schwerpunkt der ganzen Pyramide. Wenn man nämlich von dem Schwerpunkte der Grundfläche nach allen Eckpunkten derselben gerade Linien zieht, so entstehen eben so viele Dreiecke, als die Grundfläche Seiten hat; alle diese Dreiecke können als Grundflächen dreiseitiger Pyramiden angesehen werden, deren gemeinschaftliche Spitze in der Spitze der ganzen vielseitigen Pyramide liegt.

Sucht man die Schwerpunkte aller dieser dreiseitigen Grundflächen, und zieht nach ihnen gerade Linien von der Spitze: so braucht man nur eine mit der Grundfläche parallele Ebene durch alle diese geraden Linien so zu legen, daß sie ein Viertel dieser Linien, von der Grundfläche an gerechnet, abschneidet; diese Ebene geht dann durch alle Schwerpunkte der kleineren dreiseitigen Pyramiden, und muß also auch ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt, d. h. denjenigen der ganzen Pyramide enthalten, und zwar da, wo sie ein Viertel der Linie abschneidet, welche von der Spitze nach dem Schwerpunkte der ganzen vielseitigen Grundfläche gezogen ist.

15 Der Schwerpunkt eines Bogens einer doppelt gekrümmten Kurve (vergl. S. 1732 Nr. 39), oder überhaupt einer im Raume (nicht in einer Ebene) liegenden Linie wird folgendermaßen gefunden.

Das Element einer Kurve mit doppelter Krümmung, oder ds, hat (vergl. S. 1734, Nr. 39, Gleichung G) folgenden Werth:

$$M) \quad ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

Es seien x, y, z die Koordinaten oder Entfernungen dieses Elements von der Ebene der y, z, der x, z, und der x, y; alsdann sind seine Momente:

$$x \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}; \quad y \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}; \quad z \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

Bezeichnet man die Koordinaten des Schwerpunktes durch x_1, y_1, und z_1, und den Bogen selbst durch s, so hat man:

$$N) \quad \begin{cases} s = \int \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}; & sx_1 = \int x \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}; \\ sy_1 = \int y \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}; & sz_1 = \int z \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \end{cases}$$

Der Beweis für den obigen Werth von ds findet sich auf S. 1732 Nr. 39 und S. 1733, hergeleitet aus der Differentialrechnung der Sehne.

16 Der Schwerpunkt einer geraden Linie im Raume MA, Fig. 128,

Digitized by Google

wird folgendermaaßen gefunden. Man legt den Urſprung der Koordinaten in den Anfangspunkt der Linie; alsdann ſind ihre Gleichungen (vergl. S. 1731 Nr. 36):

$$P) \quad x = \alpha z; \; y = \beta z; \text{ hieraus } dx = \alpha dz; \; dy = \beta dz.$$

Daher:

$$\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = dz \cdot \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 1};$$

und bezeichnet man die letztere Wurzelgröße durch A, ſo hat man:

$$\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = A dz$$

Man erhält demnach aus den Gleichungen bei N folgende:

$$Q) \quad s = \int A dz; \; sx_1 = \int A\alpha z dz; \; sy_1 = \int A\beta z dz; \; sz_1 = \int A z dz.$$

Bezeichnet man die Ordinate z des Punktes M durch h, und ſoll der Schwerpunkt der geraden Linie AM beſtimmt werden: ſo muß die Integration zwiſchen den Grenzen $z = 0$ und $z = h$ gemacht werden (vergl. S. 1748 Nr. 52 und S. 1954 Nr. 15); man findet alsdann:

$$s = Ah; \; sx_1 = \tfrac{1}{2} A\alpha h^2; \; sy_1 = \tfrac{1}{2} A\beta h^2; \; sz_1 = Ah^2.$$

Durch Elimination von $s = Ah$ erhält man:

$$x_1 = \tfrac{1}{2}\alpha h; \; y_1 = \tfrac{1}{2}\beta h; \; z_1 = \tfrac{1}{2} h.$$

Dieſe Werthe ſind genau die Koordinaten des Punktes O, welcher in der Mitte der geraden Linie AM liegt; daher $OQ = \frac{1}{2} MP = \frac{1}{2} h$; dies giebt nach der Gleichung bei P:

$$x = \tfrac{1}{2}\alpha h; \; y = \tfrac{1}{2}\beta h.$$

17 Der Flächenraum einer ebenen Fläche, welche zwiſchen dem Bogen einer krummen Linie und der Axe der Abſziſſen liegt wird folgendermaaßen gefunden. Es ſeien, Fig. 129, x und y die Koordinaten des Schwerpunktes; AN, GN die Koordinaten eines Elementes MPM'P' der Fläche; der Flächenraum dieſes Elements iſt ydx; das Moment dieſes Flächenraumes iſt in Beziehung auf die Axe der x gleich GN . ydx; und ſein Moment in Beziehung auf die Axe der y gleich AN . ydx. Im Falle der Grenzen (vergl. S. 1125 Nr. 1 und S. 1733 unten) kann man für GN den Quotienten $\frac{PM}{2}$, und für AN die Linie AP ſubſtituiren.

Es werden alsdann die Momente des Flächenelementes in Beziehung auf die Axe der x und y ſein:

$$\frac{y^2}{2} \cdot dx; \text{ und } xy \cdot dx.$$

Bezeichnet man mit λ den Flächenraum DBMP, ſo hat man für die Koordinaten des Schwerpunkts:

$$R) \quad \lambda = \int y dx; \; \lambda x_1 = \int xy \cdot dx; \; \lambda y_1 = \int \frac{y^2}{2} \cdot dx.$$

Digitized by Google

18 Der Schwerpunkt eines Kreissegmentes CDE, Fig. 130, wird folgendermaaßen gefunden:

Man nimmt zum Ursprunge der Koordinaten den Kreismittelpunkt A, und zur Abszissenlinie den Radius AD, welcher das Segment in zwei gleiche Theile theilt. Da deshalb der Schwerpunkt auf diesem Radius liegt, so hat man nur die Abszisse AG = x zu bestimmen.

Es sei g der Schwerpunkt des halben Segments, oder der Fläche CBD, und g' der Schwerpunkt der andern Hälfte, oder der Fläche DEB. Da beide Hälften symmetrisch sind, so wird die Linie gg' von AD halbirt, und in dem Halbirungspunkte G liegt der gesuchte Schwerpunkt des ganzen Segments. Es ist also nur die Abszisse AG des Schwerpunkts der Fläche CBD zu suchen.

Differenzirt man die Gleichung des Kreises $y^2 = r^2 - x^2$ (vergl. S. 1195 Nr. 7), so hat man:

$$2ydy = -2xdx; \text{ oder } ydy = -xdx.$$

Nimmt man hieraus den Werth von $xdx = -ydy$, und setzt ihn in die Gleichung bei R, so hat man:

$$8) \quad \lambda x_1 = \int -y^2dy.$$

Wenn man integrirt und die willkürliche Konstante mit A bezeichnet, so ist (vergl. S. 1159 Nr. 2):

$$T) \quad \int -y^2dy = -\tfrac{1}{3}y^3 + A.$$

Nimmt man das Integral (vergl. S. 1748 Nr. 52) zwischen den beiden Grenzpunkten C und D: so giebt zuerst, die Sehne mit c bezeichnet, der Punkt C die Ordinate $CB = \frac{1}{2}c$; man hat also das Integral von $y = \frac{1}{2}c$ bis $y = 0$ zu nehmen (S. 1104 Nr. 8).

Ist $y = \frac{1}{2}c$, so ist $\frac{1}{3}y^3 = \frac{c^3}{24}$, und die Konstante A wird gefunden durch die Gleichung:

$$0 = -\frac{c^3}{24} + A; \text{ also } A = \frac{c^3}{24}$$

Daher aus Gleichung T:

$$\int -y^2dy = -\tfrac{1}{3}y^3 + \frac{c^3}{24}$$

Nimmt man dagegen $y = c$, damit das Integral von C bis D reicht, so hat man:

$$\int -y^2dy = \frac{c^3}{24}$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung bei S, und dividirt beiderseits mit λ, so ist:

$$x_1 = \frac{c^3}{24\lambda}$$

Digitized by Google

Es ist aber λ gleich dem Flächenraum CBD, oder gleich dem halben Flächenraum CDEB, daher:

$$x_1 = \frac{c^3}{12 \cdot CDEB}$$

Die Entfernung des Schwerpunktes eines Kreissegmentes von der durch den Kreismittelpunkt gehenden Axe der y ist also gleich dem Kubus der Sehne, dividirt durch den zwölffachen Flächenraum des ganzen Segments.

Der Schwerpunkt eines Kreis-Sektors CAE, Fig. 131, wird 19
folgendermaaßen gefunden.

Man zieht den Radius AB, so daß er den Sektor halbirt; auf diesem Radius liegt der Schwerpunkt; es ist also nur AG zu suchen. Man kann nun den ganzen Sektor aus einer unendlichen Anzahl schmaler Elementarsektoren bestehend denken, deren Bogen, als unendlich klein, wie gerade Linien angesehen werden können. Geschieht dieses Letztere, so kann jeder Elementarsektor für ein Dreieck gelten; der Schwerpunkt eines Dreiecks liegt aber (S. 1950 Nr. 7) auf einem Drittel von der Grundlinie entfernt. Nimmt man also $CH = BG = \frac{1}{3} AB$, oder $AH = \frac{2}{3} AB$, und beschreibt mit dem Radius AH den Bogen HK, so geht dieser durch sämmtliche Schwerpunkte der Elementarsektoren. Sucht man also den Schwerpunkt dieses Bogens HK, so hat man den Schwerpunkt des ganzen Sektors CAE. Es sei nun $x_1 = AG$, d. h. gleich der Abszisse des Punktes G, alsdann hat man (S. 1953 Nr. 12):

$$x_1 = \frac{AH \cdot \text{Sehne HK}}{\text{Bogen HK}}$$

Da die beiden Bogen CE und HK konzentrisch und ähnlich sind, so hat man: $AH = \frac{2}{3} AC$; Sehne $HK = \frac{2}{3}$ Sehne CE; Bogen $HK = \frac{2}{3}$ Bogen CE

Diese Werthe in die letzte Gleichung gesetzt geben:

$$x_1 = \frac{\frac{2}{3} AC \cdot \text{Sehne CE}}{\text{Bogen CE}}$$

Der Schwerpunkt einer Fläche OBO', Fig. 132, welche zwischen 20
zwei Zweigen einer Kurve liegt, wird folgendermaaßen gefunden.

Es seien $PM = y$, $PM' = y'$ zwei Koordinaten, welche zu derselben Abszisse $AP = x$ gehören. Das Element MM'N'N der Fläche hat den Werth $PN - PN' = y\,dx - y'\,dx = (y - y')\,dx$.

Bezeichnet man ferner mit λ einen Theil der Fläche, welcher zwischen den beiden Sehnen MM' und OO' liegt, so hat man:

$$\lambda = \int (y - y')\,dx.$$

Um den Schwerpunkt von diesem Theile der Fläche zu finden, muß man zuerst die Koordinaten des Flächenelements M'N suchen. Da die geraden Linien MM' und NN' einander unendlich nahe angenommen werden: so kann der Schwerpunkt des Elements als in der Mitte von MM' liegend gedacht werden; die Ordinate des Schwerpunkts dieses Elements ist demgemäß:

$$PM' + \tfrac{1}{2} MM' = y' + \tfrac{1}{2}(y - y') = \tfrac{1}{2}(y + y')$$

Digitized by Google

Man erhält also zum Momente des Elements in Beziehung auf die Axe der x:

$$\tfrac{1}{2}\,(y + y')\,.\,(y - y')\,.\,dx = \tfrac{1}{2}\,(y^2 - y'^2)\,.\,dx;$$

und zum Momente des Elements in Beziehung auf die Axe der y:

$$x\,(y - y')\,dx;$$

bezeichnet man mit x_1 und y_1 die Koordinaten des Schwerpunkts, so hat man dieselben durch die Gleichungen:

$$\lambda x_1 = \int x\,(y - y')\,.\,dx; \text{ und } \lambda y_1 = \int \tfrac{1}{2}\,(y^2 - y'^2)\,.\,dx.$$

21 Der Schwerpunkt der Fläche eines Rotationskörpers, oder Umdrehungskörpers (vergl. S. 1216 Nr. 1) wird auf folgende Weise gefunden.

Es sei, Fig. 133, eine Oberfläche durch das Umdrehen des Bogens BM entstanden; das Element dieser Oberfläche, oder die Elementarzone, welche von dem Bogenelemente Mm beschrieben worden, hat zum Werthe $2\pi y ds$ (vergl. S. 1218, wo $dF = 2\pi y \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$ und S. 1220). Bezeichnet man mit λ die ganze Oberfläche, so hat man:

$$\lambda = \int 2\pi y ds.$$

Die Koordinaten des Schwerpunktes x_1 und y_1 findet man folgendermaaßen. Da sich der Schwerpunkt auf der Axe der x befindet, so ist $y_1 = 0$; es ist also nur der Werth von x_1 zu bestimmen.

Nimmt man die Momente in Beziehung auf die Axe der y, so wird das des Schwerpunktes durch λx_1 bezeichnet; macht man es der Summe der Momente der Elemente gleich, so ist:

$$\lambda x_1 = \int x\,.\,2\pi y ds; \text{ oder } x_1 = \frac{\int x\,.\,2\pi y ds}{\lambda}$$

Es ist $\lambda = \int 2\pi y ds$ und $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$; wenn man oben und unten den gemeinschaftlichen Faktor 2π wegläßt:

$$\text{U)} \quad x_1 = \frac{\int xy \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}}{\int y \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}}$$

22 Der Schwerpunkt der Fläche einer Kugelmütze oder sphärischen Calotte wird folgendermaaßen gefunden.

Es sei die Oberfläche der Kugelmütze durch die Umdrehung des Bogens CB, Fig. 134, um die Axe der x entstanden. Eine von den Veränderlichen der Gleichung bei U muß mit Hülfe der Gleichung des Kreises eliminirt werden.

Differenzirt man die Gleichung $y^2 = r^2 - x^2$, so hat man:

$$2ydy = -2xdx; \text{ oder } ydy = -xdx.$$

Quadrirt man die letzte Gleichung und dividirt durch y^2, so hat man:

$$dy^2 = \frac{x^2 dx^2}{y^2}$$

Digitized by Google

$$\text{daher } \sqrt{dx^2 + dy^2} = \frac{dx\sqrt{x^2 + y^2}}{y} = \frac{rdx}{y}$$

Es wird daher:

$$\int xy\sqrt{dx^2 + dy^2} = \int rxdx = \tfrac{1}{2} rx^2 + C$$
$$\int y\sqrt{dx^2 + dy^2} = \int rdx = rx + C'$$

Die bestimmten Integrale müssen zwischen den Grenzen $x = AD = a$, und $x = AB = r$ genommen werden; alsdann hat man:

$$\int xy \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2} = \tfrac{1}{2} r(r^2 - a^2); \text{ und } \int y \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2} = r(r - a)$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung U, so hat man:

$$x_1 = \frac{\frac{1}{2} r(r^2 - a^2)}{r(r - a)} = \frac{\frac{1}{2}(r + a) \cdot (r - a)}{(r - a)} = \tfrac{1}{2}(r + a) = a + \tfrac{1}{2}(r - a)$$

Es befindet sich also der Schwerpunkt der Kugelmütze in der Mitte des Pfeils oder der Sagitta DB.

Der Schwerpunkt eines Umdrehungskörpers μ, welcher zwi- 23
schen zwei Ebenen liegt, die auf der x senkrecht stehen (Fig. 135) wird folgendermaaßen gefunden.

Der Schwerpunkt liegt auf der Axe der x; man hat also die Abszisse x_1 des Schwerpunkts des Volumens μ zu finden. Das Element dieses Volumens ist $\pi y^2 dx$ (vergl. S. 1222 unten $dS = \pi y^2 dx$); man hat deßhalb:

$$V) \quad \mu = \int \pi y^2 dx.$$

Nimmt man die Momente in Beziehung auf die Axe der y, so hat man:

$$W) \quad \mu x_1 = \int x\pi y^2 dx.$$

Dividirt man beide Gleichungen, und läßt die gemeinschaftlichen Faktoren μ und π fort, so hat man:

$$X) \quad x_1 = \frac{\int xy^2 dx}{\int y^2 dx}$$

Wenn man vermittelst der Gleichung der Kurve y eliminirt, so müssen die Integrale zwischen den Grenzen $x = AP$, und $x = AQ$ genommen werden.

Der Schwerpunkt eines Kegels, Fig. 136, wird folgendermaaßen 24
gefunden. Aus den beiden Integralen $\int y^2 dx$ und $\int xy^2 dx$ eliminirt man y^2 vermöge der Gleichung der Erzeugungsfläche des Kegels; diese ist $y = ax$; daher:

$$\int y^2 dx = \int a^2 x^2 \cdot dx = \frac{a^2 x^3}{3}$$

$$\int xy^2 dx = \int a^2 x^3 dx = \frac{a^2 x^4}{4}$$

Da bei dem Ursprunge A das Volumen gleich Null ist, so hat man keine willkürliche Konstante hinzuzufügen; man hat also aus Gleichung X:

Digitized by Google

$$x_1 = \frac{\frac{a^2x^4}{4}}{\frac{a^2x^3}{3}} = \frac{3}{4} \cdot x$$

Es liegt alſo der Schwerpunkt eines Kegels in drei Viertel ſeiner Axe Ax.

25 Der Schwerpunkt eines Paraboloids, oder eines Körpers, der durch Umdrehung eines Bogens der Parabel AM, Fig. 133, wird folgendermaaßen gefunden.

Die Gleichung der Parabel iſt (vergl. S. 1197 Nr. 3) $y^2 = px$, wo p den Parameter der Parabel bezeichnet; man hat demnach aus der Gleichung bei X:

$$\int y^2dx = \int pxdx = \tfrac{1}{2} px^2$$
$$\int xy^2dx = \int px^2dx = \tfrac{1}{3} px^3$$

Dieſe Werthe geben:

$$x_1 = \frac{2}{3} \cdot x.$$

Eine Konſtante hat man nicht hinzuzufügen, weil an dem Urſprunge A das Volumen gleich Null iſt.

26 Die Schwerpunkte der andern Konoiden (1830 und 1831) werden auf ähnliche Weiſe gefunden, indem man die Gleichung der Erzeugungslinie in die Formel X bringt, und die Integrale zwiſchen den jedesmal entſprechenden Grenzen nimmt. Es kommt tiefer unten noch etwas Genaueres vor.

27 Aus der Berechnung der Schwerpunkte läßt ſich leicht das Volumen und die Oberfläche eines Umdrehungskörpers finden; dieſe Berechnungsweiſe iſt die ſogenannte baryzentriſche Methode, oder nach dem Erfinder, das Guldinſche Theorem. Es heißt: Das Umdrehungsvolumen, oder die Umdrehungsoberfläche iſt gleich dem Produkte aus der Erzeugungsfläche und dem Wege, den der Schwerpunkt (das Baryzentrum) beſchreibt.

1. Das Umdrehungsvolumen zu finden.

Es ſeien, Fig. 137, x_1 und y_1 die Koordinaten einer ebenen Fläche MPP'M', deren Flächeninhalt durch λ bezeichnet iſt. Das Moment des Elements dieſer Fläche in Beziehung auf die Axe der x iſt (vergl. S. 1955 Nr. 17) gleich $\frac{1}{2} y \,.\, ydx$. Man bekommt die Summe der Momente der Elemente oder der des Schwerpunkts

$$\int \tfrac{1}{2} y^2dx = y_1\lambda$$

Multiplizirt man beide Glieder mit 2π, ſo hat man:

$$\int \pi y^2dx = 2\pi y_1 \times \lambda$$

Der Ausdruck $\int \pi y^2dx$ iſt aber der Ausdruck für das Volumen, das durch die Umdrehung von PP'M'M um die Axe der x erzeugt wird (vergl. S. 1222 unten die Gleichung $dS = \pi y^2dx$); λ iſt die Erzeugungsfläche, und $2\pi y$ iſt ein Kreis, deſſen Radius $= y$ iſt, oder der kreisförmige Weg, welchen der Schwerpunkt beſchrieben hat.

Digitized by Google

2. Die Umdrehungsoberfläche zu finden.

Es sei, Fig. 138, MN der Bogen, durch dessen Umdrehung um die Abszissenaxe die Oberfläche entstanden ist, und y sei die Ordinate des Schwerpunktes G des Erzeugungsbogens. Man hat alsdann in Beziehung auf die Axe der x die Summe der Momente der Elemente gleich dem Momente des Schwerpunktes gleich gesetzt (vergl. S. 1951 Nr. 11)

$$\int y \, . \, \sqrt{dx^2 + dy^2} = y_1 \times \text{Bogen MN}$$

Multiplizirt man beide Theile der Gleichung mit 2π, so erhält man:

$$\int 2\pi y \sqrt{dx^2 + dy^2} = 2\pi y_1 \times \text{Bogen MN}$$

Es ist aber $\int 2\pi y \sqrt{dx^2 + dy^2}$ der Ausdruck einer Umdrehungsfläche, da das Differential $2\pi y \sqrt{dx^2 + dy^2}$ das Element der Umdrehungsoberfläche bezeichnet (vergl. S. 1218 unten den Werth für dF); $2\pi y$ ist wieder der kreisförmige Weg des Schwerpunkts; statt einer Erzeugungsfläche kommt aber nur der Erzeugungsbogen als Multiplikator hinzu.

Man hat also nur zu beachten; daß bei der Umdrehungsoberfläche der Schwerpunkt des Erzeugungsbogens, bei dem Umdrehungsvolumen der Schwerpunkt der Erzeugungsfläche in Betracht kommt.

Drittes Kapitel.

Von den Maschinen.

§. 277. Allgemeine Bestimmungen.

Die Maschinen sind Körper und Werkzeuge, welche dazu eingerichtet sind, die Wirkungen der Kräfte fortzupflanzen, und dieselben in einer Richtung wirken zu lassen, welche nicht in ihrer Direktionslinie liegt. Die bewegende Kraft ist diejenige, welche an der Maschine angebracht wird; und der Widerstand oder die Last ist der Körper, den die Kraft ins Gleichgewicht oder in Bewegung setzen soll.

Eine Maschine heißt einfach, wenn sie nur aus einem einzigen Stücke besteht, oder wenn sie zwar aus mehreren Stücken besteht, von denen jedoch keines ohne die übrigen als Maschine dienen kann.

Eine Maschine heißt zusammengesetzt, wenn sie aus mehrern einfachen Maschinen zusammengesetzt ist.

Die einfachsten Maschinen sind der Zahl nach sieben: das Tau (oder Seil), der Hebel, der Block (Rolle), die Welle, die schiefe

Digitized by Google

Ebene, die Schraube, der Keil. Sie werden auch zusammen Maschinenorgane oder mechanische Potenzen genannt.

2 Derjenige Theil der Last, dessen Ueberwältigung der Hauptzweck der Maschine ist, heißt die Nutzlast oder der aktive Widerstand. Die sonstigen, wegen der materiellen Beschaffenheit der Maschine unvermeidlichen Hindernisse heißen zusammen die Nebenlast oder die passiven Widerstände; Nutzlast und Nebenlast zusammen heißen die Totallast.

Derjenige Theil der Kraft, welcher zur Ueberwindung der Nutzlast verwendet wird, heißt die Nutzkraft; der übrige, zur Ueberwindung der Nebenlast verwendete Theil heißt die Nebenkraft; Nutzkraft und Nebenkraft zusammen heißen die Totalkraft.

Einfache Maschinen werden von der Kraft und Last zugleich angegriffen; bei zusammengesetzten Maschinen ist eine der mechanischen Potenzen der Kraft ausgesetzt, die sich durch die andern Potenzen hindurch bis zu derjenigen fortpflanzt, welche die Nutzlast zu überwinden hat.

Derjenige Punkt, an welchem die Kraft unmittelbar wirkt, heißt der Kraftpunkt; derjenige, gegen welchen die Nutzlast ihren Widerstand äußert, heißt der Lastpunkt.

Das mechanische Organ, oder die mechanische Potenz, an der sich der Kraftpunkt befindet, und welche die Wirkung der Kraft unmittelbar aufnimmt, heißt das empfangende Organ, oder der Rezeptor; dasjenige Organ, an welchem sich der Lastpunkt befindet, und welches den Hauptzweck der Maschine erfüllt, heißt das arbeitende Organ, oder Werkzeug, oder Arbeitszeug.

Eine einfache Maschine, welche keinen Bestandtheil einer zusammengesetzten ausmacht, ist Rezeptor und Werkzeug zugleich. Wenn bei einer zusammengesetzten Maschine das empfangende und das arbeitende Organ sich nicht unmittelbar berühren, so heißen die Maschinentheile, welche die Bewegung bis zum Arbeitszeuge fortpflanzen, das Zwischengeschirr oder die Transmission; und besteht das Zwischengeschirr aus einem Räderwerke, so heißt es das Vorgelege.

Eine Last, welche auf den Kraftpunkt selbst wirken, und seiner Bewegung denselben Widerstand leisten würde, den die Nutzlast am Werkzeuge ausübt, heißt die reduzirte Nutzlast; die reduzirte Nebenlast ist das Gleiche in Beziehung auf die wirkliche Nebenlast; beide zusammen heißen die reduzirte Totallast.

3 Der Effekt einer Maschine, oder die durch eine Kraft an ihr verrichtete Arbeit ist das Produkt aus der Kraft in den Weg, den sie in der Zeit zurücklegt, auf welche die Arbeit bezogen wird; ohne andere Bedingungen nimmt man die Zeiteinheit für diese Zeit. Der Effekt wird durch das Produkt aus einem Gewichte in die Höhe gemessen, auf welche die Maschine es in der genannten Zeit heben kann.

Der Nutzeffekt ist der Effekt der Nutzlast, welcher, nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten (vergl. S. 1906 Nr. 19), dem Effekte der re-

Digitized by Google

duzirten Nutzlast gleich ist; der Nebeneffekt ist die Summe der Effekte der passiven Widerstände, welche dem Effekte der reduzirten Nebenlast gleich ist. Der Nutzeffekt und der Nebeneffekt zusammen machen den Totaleffekt aus.

Wenn der Beweger seine ganze Kraft auf das empfangende Organ übertrüge, so erhielte man den absoluten Effekt oder die absolute Arbeit des Bewegers; von diesem absoluten Effekt ist aber der Totaleffekt in obigem Sinne nur ein größerer oder kleinerer Theil, je nachdem die Maschine mehr oder weniger vollkommen ist, und je nachdem der Beweger seine Thätigkeit unter günstigern oder ungünstigern Umständen äußert.

Das Verhältniß des Nutzeffekts erhält man, wenn man den Nutzeffekt in Theilen des Totaleffekts ausdrückt.

Wenn man mit der Geschwindigkeit des Angriffspunktes einer Kraft in den Effekt derselben dividirt, so erhält man die Kraft; wenn man aber mit der Kraft in den Effekt dividirt, so erhält man die Geschwindigkeit. Diese Sätze ergeben sich mit Leichtigkeit aus den auf S. 1904 u. 1905 angegebenen.

§. 278. Von den Tauen (oder Seilen.)

Für die ersten mechanischen Betrachtungen ist es zweckmäßig, sich die Taue 1
mit folgenden vier Eigenschaften zu denken, welche in der Wirklichkeit nicht vorkommen; erstens, ohne alle Dicke, bloß auf ihre Axen reduzirt, oder als bloße Linien; zweitens, ohne alle Schwere; drittens, ohne alle Dehnbarkeit; viertens, mit vollkommener Biegsamkeit.

Wird ein Tau (Fig. 139, Tafel XXXV, D) von zwei einander entgegen- 2
gesetzten Kräften P und Q angegriffen, welche dasselbe spannen: so kann es weder die Richtung von P, noch diejenige von Q ändern, und darf daher auch nicht als eine Maschine angesehen werden (vergl. S. 1961 Nr. 1).

Sind die Kräfte gleich, so wird die Spannung des Taues von einer allein gemessen; weil nämlich zwischen beiden Kräften das Gleichgewicht besteht, so kann man die Mitte von PQ, nämlich A, wie einen festen Punkt betrachten; die Spannung des Theiles AP hängt also ganz allein von der Kraft P ab, welche allein auf A wirkt; dasselbe findet hinsichtlich AQ für Q statt.

Ist aber Q größer als P, so theilt sich die Wirksamkeit von Q in zwei 3
verschiedene Wirkungen; mit dem einen Theile, welcher P gleich ist, spannt Q das Tau, indem es der Richtung von P entgegenwirkt; mit dem andern Theile, um den Q größer als P ist, zieht es aber das Tau wirklich nach Q hin; die Spannung wird also nur von der kleinern Kraft P gemessen.

Wenn drei Taue, Fig. 140, welche in dem Punkte C durch einen Knoten 4
fest verbunden sind, von drei Kräften P, Q und R angegriffen werden: so sind die Gleichgewichtsbedingungen dieselben, wie für drei auf einen materiellen Punkt wirkenden Kräfte (vergl. S. 1909 Nr. 6 u. 7). Eine von diesen Kräften muß der Resultante der beiden andern gleich und gerade entgegen-

Digitized by Google

geſetzt ſein; woraus ſich zugleich ergiebt, daß ſie in einer und derſelben Ebene liegen müſſen. Bezeichnet man mit p den Winkel zwiſchen Q und R, mit q den zwiſchen P und R, mit r den zwiſchen P und Q, ſo hat man (vergl. S. 1914 Nr. 13) folgende Gleichgewichtsgleichungen:

$$P : Q : R = \sin p : \sin q : \sin r$$

5 Es ſei, Fig. 141, ein Tau PCR mit einem Taue QC ſo verbunden, daß dieſes letztere bei C ein Auge oder einen Ring hat, welcher auf PCR hin und her gleiten kann. Betrachtet man nun P und R als feſte Punkte, und zieht die Kraft Q das Tau PCR an, ſo wird der Punkt C eine Ellipſe beſchreiben, deren Ebene durch P und R geht, deren Brennpunkte in R und P liegen, und deren große Axe demnach gleich PC + CR iſt (vergl. S. 647, zweite Auflöſung). Die Ebene der Ellipſe kann ſich aber um die Axe AA' drehen und ein Ellipſoid beſchreiben. Der Punkt C wird ſich nun beim Gleiten des Ringes immer auf der Oberfläche des Ellipſoids befinden, oder auf dem Bogen einer um AA' oder PR beweglichen Ellipſe liegen.

Der Punkt C iſt ferner nur ſo lange beweglich, als die Kraft Q eine Kompoſante nach dem Elemente des elliptiſchen Bogens hat. Sobald aber die Kraft Q eine Direktion erhält, welche normal auf der Ellipſe ſteht, ſo wird die Kraft durch den Widerſtand der krummen Linie (deren Axe feſt iſt) *vernichtet*, und der Punkt C muß im Gleichgewichte ſein.

Um nun die Bedingungen aufzuſuchen, unter denen die Kraft Q normal auf die Ellipſe wirkt, zieht man an die letztere die Tangente Tt (vergl. S. 1206 Nr. 20), ſo hat man:

$$\angle TCP = \angle RCt.$$

Zieht man dieſe beiden Winkel von den rechten TCN und tCN ab, ſo iſt:

$$\angle PCN = \angle RCN.$$

Es iſt alſo der Winkel PCR durch die Direktion von Q in zwei gleiche Theile getheilt worden.

Denkt man ſich die drei Kräfte P, R, Q im Gleichgewichte, ſo hat man (vergl. S. 852 Nr. 11 und S. 1914 Nr. 13):

$$P : R = \sin NCR : \sin PCN = \sin NCR : \sin NCR;$$

woraus man ſieht, daß die Kräfte P und R im Falle des Gleichgewichts gleich ſind.

6 Eine *Taumaſchine*, oder Seilmaſchine, iſt ein Syſtem von Tauen, die ſich vermittelſt mehrerer Knoten das Gleichgewicht halten.

7 Wenn die Kräfte P, R, S, T u. ſ. w., Fig. 142, durch einen einzigen Knoten C verbunden ſind, ſo wird, wenn man ſtatt der Kräfte P und R ihre Reſultante R' ſubſtituirt, das Syſtem eine Kraft weniger enthalten. Wiederholt man ſolche Subſtitution erforderlich viele Male, ſo kann man das *ganze Syſtem immer auf drei Kräfte reduziren, die durch einen einzigen Knoten vereinigt ſind.*

Digitized by Google

Es seien mehrere Kräfte P, P′, P″, P‴, P⁗ u. s. w., Fig. 143, zu je 8
dreien, durch feste Punkte A, B, C u. s. w. verknüpft; man kann das Gleichgewicht dieser Kräfte auf dasjenige eines solchen Systems reduziren, welches um einen einzigen Punkt herum angebracht ist.

Es sei R die Resultante der Kräfte P und P′; diese muß zum Behuf des Gleichgewichts von einer dritten Kraft, welche nach AB wirkt, vernichtet werden; es kann daher die Resultante R nur auf der Verlängerung von AB sein. Da eine Kraft (vergl. 1908 Nr. 1) in jedem Punkte ihrer Direktionslinie angebracht werden kann, so läßt sich auch R in den Punkt B versetzen.

Es läßt sich ferner R in zwei gleiche und mit P und P′ parallele Kräfte zerlegen; die Wirkung wird sein, als wären die Kräfte von P und P′ parallel mit sich selbst fortbewegt und in B angebracht. Versetzt man darauf die Kräfte P, P′, P″, welche jetzt in B angebracht sind nach C, so kann man alle diese Kräfte als in diesem einzigen Punkte angebracht ansehen. Die Bedingungen ihres Gleichgewichts sind alsdann (vergl. S. 1933 oben):

$$\Sigma P \,.\, \cos\alpha = 0; \text{ und } \Sigma P \,.\, \cos\beta = 0.$$

Um das Verhältniß der äußersten Spannungen P und P⁗ zu erhalten, seien t und t′ die nach AB und BC ausgeübten Spannungen; und wenn Winkel PAP′ = a, ABP″ = a″, BCP‴ = a‴, und P‴CP⁗ = a⁗; ferner Winkel P′AB = b, P″BC = b′, P‴CP⁗ = b″, so hat man:

$$P : t = \sin b : \sin a$$
$$t : P' = \sin b' : \sin a'$$
$$P' : P'''' = \sin b'' : \sin a''$$

daher: $P : P'''' = (\sin b \,.\, \sin b' \,.\, \sin b'') : (\sin a \,.\, \sin a' \,.\, \sin a'')$

Diese Proportion erhält man nämlich durch Multiplikation der drei Proportionen mit einander (S. 538 Nr. 11), und durch Fortlassung der gemeinschaftlichen Glieder t und P′.

In ähnlicher Weise kann man auch das Verhältniß der beiden andern Kräfte finden.

Sind die Kräfte P′, P″, P‴ u. s. w. parallel, so hat man: 9

$$b + a' = 2\,\mathfrak{R}.; \quad b' + a'' = 2\,\mathfrak{R}.;$$

Da ferner die Winkel, welche Supplemente für einander sind, die gleichen Sinus haben (vergl. S. 656 Nr. 8), so hat man:

$$\sin b = \sin a'; \ \sin b' = \sin a'';$$

es wird also die obige Proportion zu folgender:

$$P : P'''' = \sin b'' : \sin a.$$

Sind P′, P″, P‴ Gewichte, Fig. 144, so befinden sich die Kräfte in einer 10
und derselben Vertikalebene; denn da die gerade Linie AP′ senkrecht ist, so ist auch die Ebene der Kräfte P, P′ und t senkrecht. Ebenso ist auch die Ebene

Digitized by Google

der Kräfte 1, P''' und 1' vertikal; es kann aber 1 nicht zu gleicher Zeit in zwei Vertikalebenen liegen, wenn diese Ebenen nicht zusammenfallen.

11 Da die äußeren Kräfte P und P'''' der Resultante aller andern Kräfte das Gleichgewicht halten müssen, so muß diese Resultante derjenigen der beiden Kräfte P und P'''' gerade entgegengesetzt sein, und daher durch den Punkt G gehen, in welchem die beiden Kräfte zusammen wirken. Hat man also diesen einen Punkt G, als zur Resultante aller Kräfte gehörig, gefunden, so darf man nur durch diesen Punkt die Vertikallinie GH ziehen, um die Richtung der Resultante zu haben; denn sie muß selber vertikal sein, da sie mit den Kräften P', P'', P'''' parallel geht.

12 Ein schweres Tau kann als ein Polygon angesehen werden, welches mit einer unendlichen Menge kleiner Gewichte belastet ist, indem jeder Theil desselben mit seiner Schwere nach unten zieht. Will man also auch auf das Gewicht eines Taues Rücksicht nehmen, so ergiebt sich aus dem Vorigen, daß man, Fig. 145, von den beiden Befestigungspunkten des Taues P und Q zwei Tangenten an die Kurve ziehen muß, welche von dem durch seine Schwere in der Mitte etwas herabgezogenen Taue gebildet wird. Die beiden Tangenten schneiden sich in G; bringt man in G ein Gewicht an, das dem des Taues gleich ist, so daß G zugleich als dieses Gewicht gelten kann, so hat man:

$$P : Q : G = \sin LGQ : \sin LGP : \sin PGQ$$

Die krumme Linie, welche eine Kette oder ein Tau bildet, das an beiden Enden an zwei (nicht in einer Vertikallinie liegenden) festen Punkten aufgehängt und seiner eigenen Schwere überlassen ist, heißt eine Kettenlinie, Catenaria. Die Bestimmung dieser Kurve ist eine bekannte Aufgabe der höhern Geometrie, zu deren Lösung das eben gefundene Verhältniß dient, welches mit Worten ausgedrückt heißt: Das ganze Gewicht G des Taus oder der Kette verhält sich zur Spannung des einen Endes P, wie der Sinus des Winkels PGQ, welchen die an die Punkte P und Q gezogenen Tangenten bilden, zum Sinus des Winkels LGQ, welche die durch den Tangentenschnittpunkt G gehende Vertikallinie LG mit der Tangente QG bildet, die durch das andere Ende des Taus geht.

§. 279. Von dem Hebel.

1 Ein wirklicher Hebel ist ein längliches Stück Metall oder Holz, das sich um einen festen Punkt dreht, den man den Unterstützungspunkt nennt. Für die anfänglichen geometrischen Betrachtungen denkt man sich den Hebel ohne alle Dicke; demnach als eine gerade oder krumme Linie.

Es sei, Fig. 146, Tafel XXXV, D, AB ein Hebel, auf welchen zwei Kräfte P und P' wirken. Ein fester Punkt C kann die beiden Kräfte nur dann vernichten, wenn er mit ihnen in derselben Ebene liegt; und zwar findet das Gleichgewicht alsdann statt, wenn die Summe der Momente in Beziehung auf C gleich Null ist.

Digitized by Google

Ist der Hebel geradlinig, wie Fig. 148, und sind die Kräfte parallel, so 2
ist nach der Theorie der parallelen Kräfte (vergl. S. 1924 Nr. 3), wenn man die Theile oder Hebelarme AC mit p, und BC mit p' bezeichnet:

$$P : P' = p' : p; \text{ also } Pp = P'p'.$$

Es müssen also die Kräfte im umgekehrten Verhältnisse zu den Hebelarmen stehen, damit das Gleichgewicht stattfinden kann.

Ist der Hebel krummlinig, wie Fig. 147, so zieht man eine gerade Linie 3
DE durch den Unterstützungspunkt C, so daß sie die Direktionen der Kräfte P und P' in den Punkten D und E schneidet; versetzt man die Kräfte an diese Punkte (vergl. S. 1908 Nr. 1), so hat man:

$$P : P' = CD : CE; \text{ also } P : CE = P' . CD$$

Es giebt drei Arten von Hebeln, welche sich durch die gegenseitige 4
Stellung der Kraft, der Last und des Unterstützungspunktes unterscheiden:

1) Der Druckhebel, Fig. 148, hat den Unterstützungspunkt C zwischen der Kraft P und der Last oder Resistenz R.
2) Der Traghebel, Fig. 149, hat den Unterstützungspunkt C an dem einen Hebelende, die Kraft P an dem andern Hebelende, und die Last R zwischen der Kraft und dem Unterstützungspunkte.
3) Der Wurfhebel, Fig. 150, hat den Unterstützungspunkt C an dem einen Ende, die Last R an dem andern, und die Kraft P zwischen der Last und dem Unterstützungspunkte.

Will man auf die Schwere des Hebels Rücksicht nehmen, so muß man sein 5
Totalgewicht als eine Kraft S, Fig. 146, ansehen, welche in dem Schwerpunkte G angebracht ist. Es seien P und P' zwei an den Endpunkten angebrachte Gewichte; man erhält alsdann nach der Gleichung der Momente:

$$\text{I)} \quad P' . CB + S . CG = P . AC$$

Diese Gleichung bestimmt alsdann P oder P'; die Last des Unterstützungspunktes ist:

$$P + P' + S.$$

Hat die Kraft P', Fig. 151, eine entgegensetzte Richtung wie die Last P, 6
so muß man auf die Richtungen Rücksicht nehmen, nach denen die Kräfte den Hebel zu drehen suchen; die Gleichung der Momente wäre alsdann:

$$\text{II)} \quad P . CA + S . CG = P' . CB$$

Die Last des Unterstützungspunktes ist:

$$P + S - P'$$

Nimmt man an, der Hebel CB in Fig. 151 sei homogen, und überall von 7
gleicher Dicke; bezeichnet man mit m das Gewicht eines solchen Theilchens des Hebels, das man als Einheit ansieht, und mit x die Länge des ganzen Hebels: so ist sein Totalgewicht oder $S = mx$, und kann als in dem Schwer-

Digitized by Google

punkte G konzentrirt angesehn werden; bezeichnet man ferner den Hebelarm AC mit a, so wird die Gleichung II zu folgender:

$$aP + \tfrac{1}{2}x \cdot mx = P'x$$

Hieraus folgt:

$$\text{III)} \quad P' = \frac{a \cdot P}{x} + \tfrac{1}{2}mx$$

Diese Gleichung giebt also den Werth von P', wenn die Länge x des Hebels bestimmt ist. Man kann aber auch diejenige Länge des Hebels bestimmen wollen, bei welcher P' den möglich kleinsten Werth hat. In diesem Falle muß man P' als Funktion von x betrachten, und nach der Methode des Maximums und Minimums (vergl. S. 1143 Nr. 8) behandeln:

Differenzirt man zuerst die Gleichung III, so erhält man (vergl. S. 1115):

$$dP' = -\frac{aPdx}{x^2} + \tfrac{1}{2}m \cdot dx$$

Setzt man ferner den Differentialquotienten gleich Null, so ist:

$$\frac{dP'}{dx} = -\frac{a \cdot P}{x^2} + \tfrac{1}{2}m = 0$$

$$\text{daher} \quad \tfrac{1}{2}m = \frac{a \cdot P}{x^2}; \text{ oder } x^2 = \frac{2a \cdot P}{m}; \text{ und } x = \sqrt{\frac{2aP}{m}}$$

Setzt man diesen Werth von x in die Gleichung III, so erhält man:

$$P' = \frac{a \cdot P}{\sqrt{\frac{2aP}{m}}} + \tfrac{1}{2}m \cdot \sqrt{\frac{2aP}{m}}$$

Bringt man den zweiten Theil auf gleiche Nenner, so wird das letzte Glied desselben zu

$$\tfrac{1}{2}m \cdot \sqrt{\frac{2aP}{m}} \cdot \sqrt{\frac{2aP}{m}} = \tfrac{1}{2}m \cdot \frac{2aP}{m} = aP$$

daher hat man:

$$P' = \frac{aP + aP}{\sqrt{\frac{2aP}{m}}} = \frac{2aP}{\sqrt{\frac{2aP}{m}}}$$

Diesen Ausdruck kann man noch vereinfachen; zuerst setzt man (vergl. S. 502 Nr. 14);

$$\sqrt{\frac{2aP}{m}} = \frac{\sqrt{2aP}}{\sqrt{m}}; \quad \text{also} \quad \frac{2aP}{\sqrt{\frac{2aP}{m}}} = \frac{2aP \cdot \sqrt{m}}{\sqrt{2aP}}$$

Digitized by Google

Es ist ferner $2aP = \sqrt{2aP} \cdot \sqrt{2aP}$ (vergl. S. 506 Nr. 4), daher:

$$\frac{2aP \cdot \sqrt{m}}{\sqrt{2aP}} = \frac{\sqrt{2aP} \cdot \sqrt{2aP} \cdot \sqrt{m}}{\sqrt{2aP}} = \sqrt{2aP} \cdot \sqrt{m}$$

weil sich nämlich $\sqrt{2aP}$ oben und unten hebt; da ferner $\sqrt{2aP} \cdot \sqrt{m} = \sqrt{2aPm}$ so hat man endlich:

$$\text{IV)} \quad P' = \sqrt{2aPm}$$

Dies ist also der möglichst kleinste Werth von P'.

§. 280. Von den Blöcken und den Takeln.

Ein Block besteht aus dem Gehäuse, der Scheibe und dem Nagel. 1

1. Das Gehäuse, Tafel XXXII, B, Fig. 1, hat nach dem verschiedenen Gebrauche der Blöcke mancherlei Gestalt. Die gewöhnlichste Form ist die einer platten Melone. Es wird von Eschen- oder Ulmenholz verfertigt. Zwischen den größten Seiten wird eine längliche Oeffnung gemacht, welche der Raum des Blocks heißt, und worin sich die Scheibe, Fig. 2, um den Nagel c als um ihre Axe dreht. Die inwendige untere Seite des Raumes heißt der Heerd. Auf der äußern Seite hat das Gehäuse an den beiden schmalen Seiten oder Enden (und zuweilen auch längs den langen Seiten) eine Vertiefung, die Keep genannt, worin ein Stropp, wie bei Fig. 28, oder ein eiserner Beschlag, wie Fig. 36, befestigt wird.

2. Die Scheibe, Fig. 2, ist ein flacher Cylinder von dem bekannten harten Pockholz, Lignum vitä, oder von Messing, oder von Eisen gemacht; namentlich werden die Metallscheiben bei schweren und mehrscheibigen Blöcken gebraucht. Die Scheibe muß jedesmal so dick sein, als das Tau, welches um dieselbe fährt; damit dasselbe bequem auf der Scheibe liegt, ist ihre Peripherie rinnenartig ausgehöhlt. Gewöhnlich beträgt der Diameter, oder die Höhe der Scheibe sechsmal so viel als die Dicke derselben. Durch ihre Mitte hat die Scheibe ein Loch, in welches der Nagel hineinkommt. Durch vielen Gebrauch erweitert sich dieses Loch, namentlich nach unten hin, und die Scheibe stößt an den Heerd; man sagt alsdann: der Block läuft auf dem Heerd. Um diesen Fehler möglichst zu verhindern, macht man entweder die Scheiben ganz von Metall, oder bei Scheiben von Pockholz füttert man das Nagelloch mit einer metallenen Röhre, genannt die Büchse, deren Rand auf der Scheibenseite umgebogen ist.

3. Der Nagel, Fig. 1, c, ist ein cylindrischer Stab von Holz oder von Eisen, welcher durch die Mitte der Scheibe geht, bis zu beiden Außenseiten des Gehäuses hinausreicht, und daselbst befestigt ist, so daß sich die Scheibe um ihn, wie ein Rad um seine Axe drehen kann.

Wegen der um die Axe sich drehenden Scheibe werden die Blöcke auf dem Lande gewöhnlich Rollen genannt; und wegen des Gehäuses, welches an den

Digitized by Google

schweren Blöcken bei Landbauten gewöhnlich von Eisen ist, heißen sie auch wohl Kloben.

2 Nach der Gestalt des Gehäuses führen die Blöcke am Bord mancherlei verschiedene Namen, wie Grenadierblöcke, Schildpat, Jungfern, Doodshoofden (Todtenköpfe), Spinnkopfhölzer, Sprietholzer u. s. w., von denen tiefer unten das Genauere vorkommt.

3 Nach der Zahl der Scheiben heißen die Blöcke einscheibige, Fig. 3, zweischeibige, Fig. 4, dreischeibige, Fig. 5. Statt zweier Scheiben neben einander haben einige Blöcke zwei Scheiben unter einander, wie Fig. 7, 8, 10. Ein solcher Block, wie Fig. 7, heißt ein Violinblock. Ein Block, wie Fig. 8, bei welchem die Ebenen der Scheiben sich senkrecht durchschneiden, heißt ein Schuhblock, oder Schenkel- und Fallblock. Ein Block, wie Fig. 10, bei welchem statt der untern Scheibe nur ein rundes Loch ist, heißt ein Schwesterblock; in der Mitte ist eine Keep, um die Befestigung anzubringen.

4 Ein Hauptunterschied der Blöcke ist der, ob sie fest oder beweglich sind; bei den festen oder stehenden Blöcken ist das Gehäuse an einem festen Punkte befestigt; ein beweglicher oder laufender Block ist ein solcher, der keine feste Stelle hat, sondern sich auf und nieder bewegt, und gewöhnlich unmittelbar an der Last angebracht wird. Zur Befestigung an einem festen Punkte, wie zur Anbringung an der Last sind die Blöcke theils mit Stroppen von Tauwerk, wie Fig. 28, theils mit eisernen Beschlägen und Haaken versehen, wie Fig. 36 und 37. So lange ein Block noch gar keine Umlage, weder Stropp noch Beschlag erhalten hat, heißt er ein kahler Block, wie Fig. 3; ein gestroppter Block ist ein mit einem Stropp versehener; ein Steertblock, Fig. 31, ist ein Block, versehen mit einem Steert, d. h. einem kurzen Taue a, vermittelst dessen er an einem stärkern Taue, wie an einem Staage oder einem Wanttau befestigt werden kann. Ein Haakenblock hat einen Haaken, entweder an einem Stropp, wie Fig. 30, oder an einem eisernen Beschlage, wie Fig. 36. Ein Warrelblock, wie Fig. B und Fig. G, hat an einem eisernen Beschlage einen Haaken, welcher auf einem platten Theile des Beschlages so geklunken ist, daß er sich in einem runden Loche desselben herum drehen läßt.

5 Gewöhnlich werden die Taue, welche in einem Blocke fahren sollen, durch den obern Theil des Raumes über der Scheibe eingeschoren, wie Fig. 39 bei a. Es giebt auch Blöcke, wie Fig. 9 und Fig. G, welche an der einen breiten Seite oder Backe einen Ausschnitt haben, so daß man durch denselben ein Tau über die Scheiben legen und es wieder herausheben kann, ohne es ein- und ausscheeren zu müssen.

Diese allgemeinen Erklärungen genügen, um für jetzt zu den mathematischen Bestimmungen der Blöcke überzugehen; die genaueren Beschreibungen der einzelnen Arten von Blöcken folgen tiefer unten.

6 Ein fester einscheibiger Block verschafft der Kraft keinen Vortheil; denn wenn das Gleichgewicht stattfinden soll, muß die Kraft P eben so groß sein,

Digitized by Google

wie die Laſt oder Reſiſtenz; es dient der feſte einſcheibige Block alſo nur dazu, die Richtung der Kraft zu ändern.

Es ſeien, Tafel XXXV, D, Fig. 152, P die Kraft und Q die Laſt, welche an den beiden Seiten der Scheibe, und zwar in tangentiellen Richtungen wirken. Verlängert man dieſe Richtungen bis zum Schnittpunkte E, ſo gehört derſelbe zur Reſultante beider Kräfte; dieſe Reſultante ſoll aber durch den feſten Mittelpunkt O der Scheibe, d. h. eigentlich durch den Mittelpunkt des Nagels, um welchen ſich die Scheibe dreht, aufgehoben werden; daher muß die Reſultante durch dieſen Mittelpunkt der Scheibe gehn. Wegen der Gleichheit der Dreiecke EOP und EOQ wird der Winkel PEQ durch die Reſultante halbirt; daraus folgt, daß die Intenſität von P und Q gleich ſein muß (vergl. S. 1964 Nr. 5).

Nimmt man die Theile Eg und Eh gleich, und konſtruirt das Parallelogramm Egfh, ſo werden die Intenſitäten von P und Q durch die geraden Linien Eg und Eh dargeſtellt, und ihre Reſultante durch die Diagonale Ef, man hat alſo:

$$\text{I)}\quad Eg : Eh : Ef = P : Q : R$$

Die Dreiecke Egf und POQ ſind ähnlich, weil die Seiten des letzteren ſenkrecht auf den verlängerten Seiten des erſtern ſtehen. Zieht man nämlich ifk parallel mit PQ, und il und kl parallel mit PO und OQ, ſo iſt das Dreieck ilk ähnlich dem Dreieck POQ. Da OP ſenkrecht auf PE, und OQ ſenkrecht auf EQ ſteht, ſo iſt das Dreieck Eil ein rechtwinkliges, deſſen rechter Winkel in i liegt, weil li parallel mit OP iſt. Da ferner ik oder if ſenkrecht auf lE ſteht, ſo iſt if ein Perpendikel aus dem Scheitel des rechten Winkels auf die Hypotenuſe, und daher (vergl. S. 684 Nr. 12) das Dreieck ifl ähnlich dem Dreieck ifE; daraus folgt Winkel lif = Winkel iEl. Da nun Dreieck Egf eben ſo wohl gleichſchenklig iſt als Dreieck ilk, ſo iſt auch Winkel ikl = Winkel Efg, und daher auch Winkel fgE = Winkel ilk. Da alſo alle drei Winkel gleich ſind, ſo ſind die Dreiecke Egf und ilk ähnlich; alſo auch Dreieck Egf ähnlich dem Dreieck POQ. Aus dieſer Aehnlichkeit folgt:

$$Eg : Eh : Ef = PO : OQ : PQ$$

Daher nach Gleichung I:

$$\text{II)}\quad PO : OQ : PQ = P : Q : R$$

Es verhält ſich alſo bei einem feſten einſcheibigen Blocke eine von den Kräften zur Reſultante wie der Radius der Scheibe zur Sehne des von dem Tau umſpannten Bogens derſelben.

Es ſei, Fig. 153, QABP ein Tau, welches an dem feſten Punkte Q befeſtigt 7
iſt und um den Bogen AB der beweglichen Scheibe herumgeht, und welches, wenn die Kraft auf daſſelbe wirkt, die Laſt R in die Höhe hebt.

Der Punkt C ſtrebt offenbar dahin, den feſten Punkt Q mit fortzunehmen; es wirkt alſo auch Q gegenſeitig auf C ein. Betrachtet man Q als eine Kraft, welche auf den Punkt C wirkt, ſo ſucht man die Gleichgewichtsbedingungen zwiſchen P, Q und R; dieſe ſind die gleichen, wie für den feſten Block, aus-

Digitized by Google

genommen, daß hier die Laſt nicht Q ſondern R iſt, daher nach der Gleichung II:

III) P : Q = OB : BA = r : Sehne des Bogens AB.

Da hier die Kraft geringer als die Laſt iſt, ſo zeigt ſich der bewegliche oder laufende Block als vortheilhaft für die Kraft, welche die Laſt im Gleichgewicht halten ſoll. Werden die Tautheile QA und BP parallel, ſo wird die Sehne AB, zum Diameter, und dadurch wird die Proportion III zu folgender:

IV) P : Q = r : Diameter = 1 : 2

In dieſem Falle braucht alſo die Kraft nur halb ſo groß wie die Laſt zu ſein, um ſie im Gleichgewicht zu halten.

Iſt die Sehne dem Radius gleich, ſo iſt die Kraft der Laſt gleich; wird alſo die Sehne kleiner als der Radius, ſo fängt der laufende Block an nachtheilig für die Kraft zu ſein.

8 Durch die Verbindung mehrerer Blöcke mit einander entſtehen die Takel, oder auf dem Lande Flaſchenzüge genannt, weil die Gehäuſe auch oft wegen ihrer Geſtalt Flaſchen heißen. Vermittelſt eines zweckmäßig eingerichteten Takels kann man mit ſehr geringer Kraft ſehr mächtige Laſten heben. Die Takel ſind ſelbſt von verſchiedener Art.

1. Fährt ein Tau blos um eine Scheibe, wie Tafel XXXII, B, Fig. 38, ſo daß an dem einen Ende die Laſt hängt, an dem andern die Kraft wirkt, ſo heißt dieſes einfache Windezeug nur Scheibe und Tau, und gehört, da es nach dem Vorigen (Nr. 6) der Kraft keinen Vortheil bringt, eigentlich noch nicht zu den Takeln.

Beſteht ein Windezeug aus zwei einſcheibigen Blöcken, wie Fig. 39, ſo heißt es ein Klappläufer. Zuerſt wird ein Tau durch einen einſcheibigen Block a geſchoren; dann durch einen zweiten einſcheibigen Haakenblock d, und endlich wird das eine Ende des Taus bei c an dem Stropp des erſten einſcheibigen Blocks befeſtigt. Der Stropp des oberen einſcheibigen Blocks hat an ſeinem untern Ende einen kleinern Stropp c, welcher Hundsfott heißt, und an welchem das Tau mit einem ſogenannten Maulſtich befeſtigt wird. Der Hundsfott kann ſelbſt von dreifacher Art ſein: entweder iſt es ein kleiner Stropp, deſſen doppelter Part um den Stropp des Blocks gelegt wird, ſo daß die beiden Endbuchten einen doppelten Hundsfott bilden; oder es iſt nur ein einfacher Hundsfott, welcher ringförmig am Blockſtropp hängt; oder es iſt ein einfaches, etwa ein Fuß langes Tau, mit dem einen Ende am Blockſtropp befeſtigt, und am andern mit einer Kauſche verſehen, an welcher das Tau feſtgeſtochen wird. Eine Kauſche iſt ein eiſerner Ring, welcher vom Ende eines Taues umgeben wird, wie Fig. 30 die Kauſche, in welcher der Haaken des Blocks hängt.

Zuweilen nennt man das ganze, Fig. 39, durch beide Blöcke geſchorene Tau den Läufer, weshalb das ganze Windezeug der Klappläufer heißt; genauer aber werden die einzelnen Theile folgendermaaßen benannt: der Theil von c bis zum laufenden Blocke heißt der ſtehende Part oder Stander, weil er

Digitized by Google

bei c befestigt ist; der Theil o vom laufenden Blocke bis zum stehenden heißt der Läufer im genaueren Sinne; der Theil vom obern Blocke a nach f hin, wo sich gewöhnlich die Kraft befindet, heißt das Fall, oder von Vielen auch nur der Läufer genannt. Man sieht nach dem Vorigen, daß der Klappläufer eine Verbindung eines festen und eines laufenden Blockes ist. Zuweilen hat der Klappläufer eine Einrichtung, wie Fig. 40, so daß ein einfaches Scheibentau an einem laufenden Block befestigt ist.

3. Die Talje hat einen Part mehr als der Klappläufer; sie hat nämlich, Fig. 41, oben einen zweischeibigen Block a (oder zuweilen einen Violinblock), und unten einen einscheibigen Haakenblock d; das Fall b ist über die eine Scheibe des zweischeibigen Blockes, über die Scheibe des untern Haakenblocks, und über die zweite Scheibe des obern geschoren, und endlich an dem Hundsfott c des untern Blocks befestigt, und zwar mit einem Schootenstich (Tafel XXXII, A, Fig. 61). Ist der Hundsfott einfach, so ist er um den Stropp des untern Haakenblocks gesplißt. Wenn der untere Block statt eines Haakens einen Steert (S. 1970 Nr. 4) hat, so heißt die Talje eine Steert-Talje.

4. Das Takel im eigentlichen Sinne, oder Manteltakel, Fig. 42, ist eine Talje mit einer Mantel; dies ist ein starkes Tau c, welches durch einen einscheibigen Block a geschoren ist, und die Last unmittelbar trägt. Dieser einscheibige Block a ist mit seinem Haaken in die Kausche b eines starken Taus gehaakt; ein solches Tau, welches mit seiner Kausche das ganze Takel hält, heißt Hanger.

Die eben beschriebenen sind die Hauptformen der Takel. Es giebt aber mancherlei Abänderungen und Vergrößerungen derselben. Besteht z. B. eine Talje aus zwei zweischeibigen Blöcken, so nennt man sie Vierläufer.

Zum Heben sehr schwerer Lasten dienen die Giens, welche aus zwei Blöcken und einem Läufer bestehen; der eine Block muß aber wenigstens drei, der andere zwei Scheiben, und beide eine beträchtliche Größe haben. Schwere Giens haben bisweilen sechs- und siebenscheibige Blöcke. Die Gienen haben keine Mantel; sondern ihr oberer Block wird wie bei der Talje befestigt. Die übrigen Arten der Takel sind bei der Beschreibung des Tauwerks aufgeführt.

Es sei die Last K an dem Block aufgehängt, dessen Scheibe ABD ist 9 Tafel XXXV, D, Fig. 154, und das Tau, welches um diese Scheibe fährt, sei einerseits an dem festen Punkte K, andererseits an dem Blocke E befestigt, dessen Scheibe A'B'D' ist. Dieser zweite Block werde von einem Tau getragen, welches einerseits bei K', andererseits an dem Blocke E' befestigt, dessen Scheibe A''B''D'' ist; so gehe es beliebig bis zum letzten Blocke fort, dessen Tau mit dem einen Ende an einem festen Punkt K'' befestigt, und an dessen anderm Ende die Kraft P angebracht ist.

Wenn das Gleichgewicht unter diesen Scheiben besteht, und man mit T, T', T'' u. s. w. die Spannungen der Taue AE, A'E' u. s. w. nennt, so hat man bei drei Blöcken (vergl. S. 1972 Nr. 7):

Digitized by Google

$$V)\quad \begin{cases} R : T = AB : AC \\ T : T' = A'B' : A'C' \\ T' : P = A''B'' : A''C'' \end{cases}$$

Werden dieſe Proportionen mit einander multiplizirt (vergl. S. 538 Nr. 11); und die gleichen Multiplikatoren fortgelaſſen, ſo hat man:

$$VI)\quad R : P = AB \cdot A'B' \cdot A''B'' : AC \cdot A'C' \cdot A''C'';$$

Es verhält ſich alſo die Laſt R zur Kraft P, wie das Produkt der Sehnen der Scheiben zum Produkt der Radien der Scheiben. Gehen die Taue ſämmtlich parallel, ſo werden (vergl. S. 1972 Nr. 7) die Sehnen zu Durchmeſſern, und man hat:

$$VII)\quad R : P = 2^n : 1$$

Alſo im Allgemeinen für n Scheiben:

$$VIII)\quad R : P = 2^n : 1$$

10 Die eben angeführte Einrichtung wird nicht gebraucht, da ſie einen zu großen Raum einnimmt. Es erhebe ſich, Fig. 155, der Mittelpunkt der Scheibe BOC um die Entfernung Bb, gleich h Fußen, alsdann kommt der Diameter BC der Scheibe in die Lage bc, und das Tau DCBX verkürzt ſich um Bb + Cc, d. h. um 2h Fuß; demnach muß die dritte Scheibe um 4h Fuß ſteigen, weil ſich das Tau D'EA auf jeder Seite um 2h, alſo im Ganzen um 2h + 2h = 4h verkürzt. Dieſe Schlußweiſe kann man auf beliebig viele Scheiben anwenden.

Da nun die Kraft P an der letzten Scheibe angebracht ſein muß, ſo würde ſie bei n Scheiben um 2^{n-1}h Fuß ſteigen müſſen, man würde alſo an Raum verlieren, was man an Zeit gewinnt.

Nimmt man nun an, daß die Radien der Scheiben gleich ſind, bezeichnet man die Spannungen der Taue mit S und X, und den Druck den die Punkte D, D', D'' u. ſ. w. erleiden mit Q, Q', Q'' u. ſ. w., ſo hat man:

$$P = Q,\ S = Q',\ X = Q'';$$

ſetzt man dieſe Werthe in die Proportionen P : S = 1 : 2, S : X = 1 : 2, ſo hat man:

$$Q' = 2P;\ Q'' = 4P.$$

Der Geſammtdruck wird alſo ausgedrückt durch:

$$P + 2P + 4P = 7P$$

11 Sind mehrere Scheiben in einem und demſelben Gehäuſe (oder Kloben) angebracht, z. B. wie in Fig. 156, ſo läßt ſich das Verhältniß der Kraft P zur Laſt R auf folgende Weiſe finden. Da die Taue ſämmtlich gleich geſpannt ſind, ſo macht die Summe dieſer Spannungen mit der Laſt R, welche angeſehen werden kann, als wirken ſechs gleiche und parallele Kräfte auf ſie, das Gleichgewicht; die Spannung Q wird alſo von einer dieſer Kräfte gemeſſen, und iſt daher der ſechſte Theil der Laſt.

Digitized by Google

Wenn also die Taue an einem Takel parallel sind, oder für parallel gehalten werden können, so erhält man die Kraft, welche nöthig ist, um die Last im Gleichgewicht zu erhalten, indem man die Last durch die Anzahl der parallelen Taue dividirt, weil jedes dieser letztern als eine den übrigen gleiche und parallele Kraft angesehen werden kann.

§. 281. Von der Welle oder Winde, und dem Rade.

Die Welle ist ein Cylinder, der sich um seine Axe herumdrehen kann, 1
jedoch so, daß die Axe selbst ihren Ort nicht verändert; es sind deshalb an den Enden des Cylinders kleinere Wellen oder Zapfen befestigt, welche sich in Kerben oder Löchern herumdrehen können. An einem solchen Cylinder wird das eine Ende eines Taus befestigt, welches an seinem andern Ende mit der zu hebenden Last verbunden ist. Wird der Cylinder herumgedreht, so wickelt sich das Tau auf denselben, und die Last muß sich dem Cylinder nähern. Das Umdrehen des Cylinders geschieht entweder vermittelst eines Rades, welches für immer am Cylinder befestigt ist, wie das Steuerrad am Bord größerer Schiffe; oder vermittelst kürzerer und längerer hölzerner Hebel, wie die Handspaaken bei den Gang- und Bratspillen der Schiffe, welche nur während des Windens in die dazu an der Welle gemachten Löcher hineingesteckt werden.

Wenn die Welle eine vertikale Lage hat, so nennt man sie am Lande eine 2
Winde oder einen Göpel; hat die Welle eine horizontale Lage, so heißt sie am Lande eine Haspel. Am Bord der Schiffe werden diese unterscheidenden Namen nicht gebraucht; so heißt z. B. das aufrechtstehende Gangspill, wie Tafel XXXIX, Fig. 5, eben so wohl Spill, als das horizontal liegende Bratspill, Tafel XXXVI, Fig. 4; ihre Beschreibung folgt tiefer unten.

Die kleineren cylindrischen Zapfen an den Enden der Wellen dienen, dadurch daß sie kleinere Durchmesser als die Welle selbst haben, zur leichteren Umdrehung derselben auf ihren Stützen.

Um das Verhältniß der Kraft zur Last zu suchen, sei, Tafel XXXV, D, 3
Fig. 157, AB die Axe des Cylinders in horizontaler Lage, und eine durch die Axe gelegte Horizontalebene schneide den Cylinder so, daß sie bei ihrer Verlängerung mit der Richtung der Kraft in dem Punkte F zusammentrifft.

Es sei die Kraft P durch den Theil FP ihrer Direktionslinie dargestellt, und werde in zwei Kräfte FL = P′, und FK = P″ zerlegt, von denen die eine horizontal, die andere perpendikulär ist.

Setzt nun P das Rad in Bewegung, so geht die Komposante P″, welche vertikal wirkt, hinab, und die Last steigt, während der Punkt M unbeweglich bleibt, da er sich in der Axe des Cylinders befindet. Es kann also M als der Unterstützungspunkt eines Hebels HF betrachtet werden, an welchem die Kräfte R und P″ angebracht sind; man hat also nach dem Gleichgewichtsgesetze des Hebels:

$$P'' : R = MH : MF$$

Digitized by Google

Da ferner die Ebene des Rades, und der Durchschnitt OEH senkrecht auf der Axe des Cylinders stehen, so sind die Dreiecke HIM und MCF rechtwinklig und zwar das erstere in I, das letztere in C; da ferner die Scheitelwinkel bei M gleich sind, so ist das Dreieck HIM $\sim$ MCF; daher:

$$MH : MF = HI : CF.$$

Hieraus erhält man:

$$I)\quad P'' : R = HI : CF.$$

Bezeichnet man den Winkel FPK mit φ, so hat man (Fig. 157 u. 158):

$$FPK = DFC = \varphi$$

Daher:

$$FK = FP \cdot \sin\varphi;\quad DC = CF \cdot \sin\varphi$$

$$\text{oder}\quad P'' = P \cdot \sin\varphi;\quad CF = \frac{DC}{\sin\varphi}$$

Setzt man diese Werthe in die Proportion I, so hat man:

$$P \cdot \sin\varphi : R = HI : \frac{DC}{\sin\varphi};\ \text{oder}\ P \cdot DC = R \cdot HI$$

woraus folgt:

$$II)\quad P : R = HI : DC.$$

Es verhält sich also bei der Welle die Kraft zur Last, wie der Radius des Cylinders zum Radius des Rades.

4 Um den Druck zu berechnen, den die Zapfen A und B auf ihre Stützpunkte ausüben, hat man zuerst darauf zu achten, daß dreierlei zu diesem Drucke beiträgt: die Kraft, die Last und das eigene Gewicht der Maschine.

Es sei das eigene Gewicht T, und der Schwerpunkt G; man kann sich alsdann T so denken, als sei es in G aufgehängt. Da die Maschine eine symmetrische Gestalt hat, so befindet sich der Schwerpunkt auf der Axe des Cylinders.

Ersetzt man die Kraft P durch ihre beiden Komposanten P' und P'', so hat man alsdann die vier Kräfte R, P', P'' und T in zwei andere zu zerlegen, welche auf die Stückpunkte A und B wirken.

Die Kräfte R und T können unmittelbar durch Versuch bestimmt werden; man kann P' und P'' als Funktionen von R ausdrücken; es ist (Fig. 157 und Fig. 158):

$$P' = FL = P \cdot \cos FPK;\ P'' = FK = P \cdot \sin FPK;$$

$$\text{oder III)}\quad P' = P \cdot \cos\varphi;\ P'' = P \cdot \sin\varphi.$$

Da $\angle\,\varphi = \angle\,CFD$, so hat man:

$$1 : \cos\varphi = CF : DF;\quad 1 : \sin\varphi = CF : CD;$$

$$\text{daher}\quad \cos\varphi = \frac{DF}{CF};\quad \sin\varphi = \frac{CD}{CF}$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichungen III, so ist:

$$IV)\quad P' = \frac{P \cdot DF}{CF};\quad P'' = \frac{P \cdot CD}{CF}$$

Digitized by Google

Wenn man in dieſe Gleichungen den Werth von P ſetzt, den man aus der Proportion bei II erhält, ſo kommt:

$$P' = \frac{R \cdot HI \cdot DF}{DC \cdot CF}; \quad P'' = \frac{R \cdot HI}{CF}$$

Betrachtet man ferner die beiden vertikalen Kräfte R und P'' ſo, als ſeien ſie an den Endpunkten eines Hebels HF angebracht, deſſen Unterſtützungspunkt in M liegt, ſo wird die Reſultante dieſer beiden Kräfte durch den Punkt M gehen, und einen Werth = R + P'' haben.

Es ſei Z und Z' der Druck, den dieſe Reſultante auf die Unterſtützungspunkte A und B der beiden Zapfen ausübt; die Werthe von Z und Z' werden durch folgende Proportionen ausgedrückt:

V) $$\begin{aligned} AB : BM &= R + P'' : Z \\ AB : AM &= R + P'' : Z'; \end{aligned}$$

Bezeichnet man ferner die Kompoſanten von T auf die Unterſtützungspunkte mit U und U', ſo iſt:

VI) $$\begin{aligned} AB : BG &= T : U \\ AB : AG &= T : U' \end{aligned}$$

Dieſe Kräfte U und U' ſind vertikal, deshalb wird die eine zu T, die andere zu T' addirt.

Es ſeien ferner Y und Y' die Kompoſanten von P' an den Punkten A und B; es wirkt aber die horizontale Kraft P' auf den Mittelpunkt C des Rades; man hat daher:

VII) $$\begin{aligned} AB : CB &= P' : Y \\ AB : AC &= P' : Y' \end{aligned}$$

Wenn man zwei Rektangel konſtruirt, von denen das eine zur Höhe Z + U und zur Baſis Y, das andere zur Höhe Z' + U' und zur Baſis Y' hat, ſo werden die Diagonalen dieſer Rektangel den auf die Unterſtützungspunkte ausgeübten Druck darſtellen; die Winkel dieſer Diagonalen mit den Seiten der Rektangel geben die Lage des Drucks an.

Nimmt man auf die Dicke der Taue Rückſicht, ſo ſieht man die Kraft ſo 5
an, als ſei ſie an dem Durchmeſſer des Taus angebracht. In ſolchem Falle müſſen der Radius des Cylinders und der Radius des Rades um den Halbmeſſer des Taus vergrößert werden; man bekommt alsdann folgenden Satz: die Kraft verhält ſich zur Laſt, wie ſich verhält der Radius des Cylinders + dem Radius des Taus zu dem Radius des Rades + dem Radius des Taus.

Es ſei ein Syſtem von Wellen in folgender Ordnung angebracht: die an 6
dem Rade AD angebrachte Kraft P (Tafel XXXV, D, Fig. 159) bewegt den Cylinder BO, welcher mit einem zweiten Rade A'D' durch das Tau BA' in Verbindung ſteht; dieſes Rad A'D' bewegt den Cylinder O'B', an welchem ein Tau B'A'' befeſtigt iſt, und ſo fort bis zum letzten Cylinder, an welchem die Laſt R angebracht iſt.

Digitized by Google

Wenn das ganze Syſtem im Gleichgewichte iſt, und mit T, T', T'' u. ſ. w. die Spannungen der Taue BA', BA'' u. ſ. w. bezeichnet werden, ſo hat man:

für die erſte Welle $P : T = OB : OA$;
für die zweite Welle $T : T' = O'B' : O'A'$;
für die dritte Welle $T' : R = O''B'' : O''A''$.

Multiplizirt man dieſe Proportionen der Reihe nach, ſo hat man mit Weglaſſung der gleichen Faktoren (vergl. S. 538 Nr. 11):

$$P : R = (OB \cdot O'B' \cdot O''B'') : (OA \cdot O'A' \cdot O''A'')$$

Hieraus folgt:

$$\frac{P}{R} = \frac{OB \cdot O'B' \cdot O''B''}{OA \cdot O'A' \cdot O''A''}$$

Es verhält ſich alſo die Kraft zur Laſt, wie das Produkt der Radien der Cylinder zum Produkt der Radien der Räder.

In ſolchem Falle, wo der Radius eines jeden Cylinders der $\frac{1}{n}$te Theil vom Radius ſeines Rades iſt, das ihn in Bewegung ſetzt, erhält man:

$$P : R = \left(\frac{OA}{n} \cdot \frac{O'A'}{n} \cdot \frac{O''A''}{n}\right) : \left(OA \cdot O'A' \cdot O''A''\right) = 1 : n^3$$

7 Aus den Eigenſchaften der Wellen laſſen ſich leicht die Eigenſchaften und Wirkungen der *Räderwerke* erklären. Dieſe ſind Maſchinen, oder Theile einer Maſchine, bei denen verſchiedene Räder auf einander wirken, von denen jedes an ſeiner Peripherie mit *Zähnen* verſehen iſt, welche gleich weit von einander abſtehen. Liegen die Zähne *in derſelben Ebene* mit der Fläche des Rades, ſo heißt es ein *Sternrad*. Stehen dagegen die Zähne *ſenkrecht* auf der Ebene des Rades, ſo heißt es ein *Kammrad*. Das Rad iſt an einer Welle feſt und dreht ſich mit derſelben; an der Welle iſt ein *Getriebe* angebracht, d. h. ein kleiner Cylinder, welcher die Welle umgiebt, mit derſelben konzentriſch, und ebenfalls in Zähne eingetheilt iſt, die mit der Axe der Welle parallel laufen. Statt des kleinen Cylinders können auch zwei parallele Kreiſe angebracht ſein, welche ſtatt der Zähne durch lauter parallele Stöckchen mit einander verbunden ſind, welche *Triebſtöckchen* heißen. Endlich kann auch die Welle ſelbſt rund um parallele Vertiefungen erhalten, in welchen die Zähne des Getriebes ſtehen bleiben.

Das erſte Stück eines Räderwerks pflegt nicht ein Rad mit Zähnen zu ſein, ſondern nur eine Welle mit einem Getriebe, welche vermittelſt eines Handgriffs oder auch eines Rades ohne Zähne herumgedreht werden kann. Die Zähne dieſes erſten Getriebes greifen in die Zähne eines großen Rades, deſſen Welle mit einem zweiten Getriebe verſehen iſt. Dieſes Getriebe greift wieder in die Zähne eines andern Rades; ſo können mehrere Räder mit einander verbunden ſein, von denen immer das folgende durch das Getriebe des vorhergehenden entweder wirklich bewegt, oder doch zur Bewegung gereizt wird. Das letzte Rad hat kein Getrieb mehr nöthig, weil kein folgendes Rad mehr vor-

Digitized by Google

handen ist; es hat also blos eine Welle oder eine Trommel, worauf sich ein Tau wickelt, an welchem die Last oder Resistenz hängt.

Die Zähne eines Getriebes müssen im gleichen Abstande von einander sein, wie die Zähne des von ihm getriebenen Rades, weil sonst die beiderseitigen Zähne nicht in einander eingreifen könnten. So vielemal als der Umfang des Rades größer ist wie der Umfang des eingreifenden Getriebes, so vielemal mehr Zähne muß auch das Rad haben. Ueberhaupt verhalten sich die Zahlen der Zähne der in einander eingreifenden Theile des Räderwerks, wie die Umfänge dieser Theile, also auch wie ihre Diameter oder Radien. Es kann daher auch das Verhältniß der Zähne anstatt des Verhältnisses der Umkreise, oder der Halbmesser, oder der Durchmesser gesetzt werden, und umgekehrt.

Die Triebräder oder Getriebe ersetzen die Cylinder in der vorherge- 8
henden Einrichtung der Winden; man hat also (vergl. S. 1978 Nr. 6) folgende Proportion:

In einem Räderwerke verhält sich die Kraft P zur Resistenz Q, welche sie im Gleichgewichte erhalten soll, wie das Produkt der Radien aller Getriebe (die letzte Welle mitgerechnet) zum Produkte der Halbmesser aller Räder (die Länge der Stange mitgerechnet, an welcher die Kraft angebracht ist).

Es seien Fig. 160, D, D', D'' u. s. w. die Zahlen der Zähne der Räder 9
A, A' A'' u. s. w. und d, d', d'' u. s. w. die Zahlen der Zähne ihrer Triebräder a, a', a'' u. s. w.; ferner, während A die Zahl von N Umdrehungen macht, seien die gleichzeitigen Umdrehungszahlen der Räder A', A'', A''' u. s. w., N', N'' N''' u. s. w. Bei jeder Umdrehung von A wird das Triebrad a mit allen seinen Zähnen nach einander in das Rad A' eingreifen, so daß es bei N Umdrehungen mit einer Anzahl von Zähnen, welche durch Nd bezeichnet wird, in A' eingreift; das Rad A', welches N' Umdrehungen macht, greift mit einer Zahl von N'D' Zähnen in das Triebrad a ein; da nun ferner die Zahl der eingreifenden Zähne von A' und a gleich sein muß, so hat man:

$$N'D' = Nd;$$

aus dem gleichen Grunde geben die andern Räder folgende Gleichungen:

$$N''D'' = N'd'; \quad N'''D''' = N''d'' \text{ u. s. w.}$$

Multiplizirt man diese Gleichungen nach der Reihe, so bekommt man, wenn blos vier Räder angenommen werden:

$$N'''D'D''D''' = Ndd'd'';$$

$$\text{daher I)} \quad N''' = N\,\frac{dd'd''}{D'D''D'''}$$

Soll man z. B. bestimmen, wie viel Zähne angewendet werden müssen, damit das Rad A''' eine Umdrehung in derselben Zeit macht, in welcher das Rad A deren sechszig macht, so hat man:

$$\text{II)} \quad N''' = 1;\ N = 60;\ 1 = 60 \cdot \frac{dd'd''}{D'D''D'''}$$

Nimmt man die Zahlen d, d', d'' willkürlich, und setzt d = 4, d' = 5, d'' = 7, so wird die letzte Gleichung II zu folgender:

$$D'D''D''' = 60 \cdot (4 \cdot 5 \cdot 7) = 8400.$$

Digitized by Google

Um nun D', D'', D''' zu bestimmen, zerlegt man 8400 in drei Faktoren; und um dieses leichter zu thun, zerlegt man wieder 60 in die drei Faktoren 3, 4 und 5; man hat alsdann $D' = 3 \cdot 4 = 12$; $D'' = 5 \cdot 5 = 25$; $D''' = 4 \cdot 7 = 28$; es sind also die drei Faktoren 12, 25 und 28. Man sieht, daß die Aufgabe unbestimmt ist.

N''' muß indessen kleiner als N angenommen werden, weil bei der Annahme daß d kleiner als D', d' kleiner als D'', d'' kleiner als D''', auch A''' langsamer als A geht.

10 Anstatt daß gewöhnlich ein Getrieb in ein Rad eingreift, giebt es auch Maschinen, wo das Getrieb in eine Stange eingreift, welche wie eine Säge mit Zähnen versehen ist, und dieselbe ihrer Länge nach bewegt. Eine vielfach auch am Bord gebrauchte Maschine dieser Art ist die Daumkraft, und zwar die einfache, wie Fig. 161. Sie besteht aus einem hölzernen Kasten, in welchem sich eine nur auf einer Seite gezahnte Eisenstange auf- und niederbewegt; die Zähne greifen in ein Triebrad EF, welches vermittelst einer Kurbel G in Bewegung gesetzt wird. Durch die Kraft des Triebrades tritt die Eisenstange immer höher und höher aus dem Kasten hervor, und hebt die Last, an welche ihr oberer Theil angelehnt wird. Vermöge des einfachen und vortheilhaften Mechanismus kann ein Mann eine Last von 4000 ℔ heben. Die Daumkraft wird vielfach gebraucht; am häufigsten die Kanonen auf ihre Rapperte (Schiffslafetten) hinauf, und von denselben herab zu heben; die Planken mit gehöriger Stärke an die Spanten zu drücken; Baumwolle, Wolle und ähnliche, anfänglich großen Raum einnehmende Ladungen auf den möglich kleinsten Raum zusammenzupressen u. dgl.; am Lande heißt die Daumkraft häufig Wagenwinde, weil sie zum Heben schwer beladener Wagen gebraucht wird.

Der Kurbelarm bei der Daumkraft heißt der Radius des Kreises, den die Kraft mit der Kurbel beschreibt. Das Triebrad und der Kurbelarm wirken wie der Cylinder und das Rad an der Welle; man hat also für diese Maschine folgende Proportion:

Die Kraft verhält sich zur Last, wie der Radius des Triebrades zum Arm der Kurbel.

Bei der zusammengesetzten Daumkraft oder Winde setzt die Kurbel ein Triebrad in Bewegung, das in ein Rad eingreift; dieses greift in ein zweites Triebrad ein u. s. f., bis zum letzten Triebrade, welches in die Eisenstange eingreift. Bei dieser zusammengesetzten Daumkraft hat man folgende Proportion:

Die Kraft verhält sich zur Last, wie das Produkt aus den Radien der Triebräder zu dem Produkte der Radien der Räder mit dem Kurbelarme.

§. 282. Von der schiefen Ebene.

1 Die schiefe Ebene, welche zuweilen als Maschine gebraucht wird, hat ihren Namen davon, daß sie mit dem Horizonte einen Winkel macht; sie unterstützt einen Körper dadurch, daß sie ihn mit andern Kräften ins Gleichgewicht setzt (vergl. S. 854 bis 856).

Digitized by Google

Es ſei ein Körper M, Fig. 162, deſſen Gewicht P an ſeinem Schwerpunkte durch den Faden MP befeſtigt gedacht wird. Damit dieſer Körper auf einer ſchiefen Ebene mit einer Kraft Q im Gleichgewicht ſein könne, müſſen zuerſt P und Q eine einzige Reſultante haben, daher müſſen ihre Direktionen in einem einzigen Punkte M zuſammentreffen. Da MP ſenkrecht iſt, und durch den Schwerpunkt geht, ſo wird die Ebene PMQ auch ſenkrecht ſein, und den Schwerpunkt enthalten. Es muß alſo die Direktionslinie MQ der Kraft Q in einer ſenkrechten Ebene liegen, welche durch den Schwerpunkt des Körpers geht. Es muß ferner die Reſultante MN der beiden Kräfte P und Q durch den Widerſtand der ſchiefen Ebene vernichtet werden. Dies kann nur geſchehen, wenn MN ſenkrecht auf der Ebene ſteht, und ſie in dieſem Punkte wirklich berührt.

Dieſe zweite Bedingung kann etwas abgeändert werden, wenn der Körper die Ebene nur in mehreren Punkten berührt; denn wenn dieſe mehreren Punkte durch gerade Linien verbunden werden, ſo darf die ſenkrechte Reſultante nur durch einen von den Punkten des von den geraden Verbindungslinien gebildeten Polygons gehen, um das Gleichgewicht hervorzubringen.

Es ſeien die eben angeführten Bedingungen erfüllt, und es werde der Körper KL von der Kraft Q auf der ſchiefen Ebene im Gleichgewichte erhalten. Man nehme die Theile ME und MF proportional den beiden Kräften P und Q, und konſtruire das Parallelogramm FMER; die Diagonale MR giebt den Druck an, den der Körper auf die ſchiefe Ebene ausübt; es heiße dieſer Druck R; alsdann hat man:

1) $Q : P : R = \sin PMR : \sin QMR : \sin PMQ.$

Die Dreiecke AOP und OMN ſind ähnlich, daher $\angle PMR = \angle CAB$; daher:

$$\sin PMR = \sin A = \frac{CB}{AC}$$

Setzt man dieſen Werth in die Proportion 1, und multiplizirt man die Glieder auf der rechten Seite mit AC, ſo hat man:

$$Q : P : R = CB : AC \cdot \sin QMR : AC \cdot \sin PMQ.$$

Wenn die Kraft die Richtung MQ, parallel mit der Länge der ſchiefen 2
Ebene, hat, ſo werden die Dreiecke MER und ACB ähnlich, weil die Winkel C und E gleich ſind; es iſt nämlich jeder dem Winkel MOC gleich; es iſt daher:

$$ER : ME = CB : AC;$$

wenn alſo die Kraft parallel mit der Länge der ſchiefen Ebene geht, ſo hat man folgende Proportion:

Die Kraft verhält ſich zur Laſt, wie die Höhe der ſchiefen Ebene zu ihrer Länge.

Wird die Kraft MF parallel mit der Grundfläche, Fig. 163, ſo geben die 3
auf einander ſenkrechten und daher ähnlichen Dreiecke MER und CAB folgende Proportion:

$$ER : ME = CB ; AB = Q : P$$

Digitized by Google

Es verhält ſich alſo die Kraft Q zur Laſt P, wie die Höhe der ſchiefen Ebene zu ihrer Grundlinie.

Iſt der Winkel A, oder der Neigungswinkel, die Hälfte eines rechten Winkels, ſo iſt die Kraft der Laſt gleich; iſt A kleiner als die Hälfte eines rechten Winkels, ſo übertrifft die Grundlinie die Höhe der ſchiefen Ebene, und in ſolchem Falle wird die Maſchine vortheilhaft für die Kraft; d. h. die letztere kann eine Laſt, die größer iſt wie ſie ſelbſt, im Gleichgewicht halten.

§. 283. Von der Schraube.

1 Die Schraube iſt eine Maſchine, welche gewöhnlich aus zwei Cylindern von gleichem Durchmeſſer beſteht; der eine iſt dicht, und mit einer erhabenen Schneckenlinie umgeben, welche ſich gleichförmig um ihn herum windet; der andere iſt hohl, und in demſelben iſt eine ähnliche Schneckenlinie wie eine Rinne ausgehöhlt, ſo daß das Erhabene am erſten Cylinder genau in das Hohle des zweiten hineinpaßt, und der dichte Cylinder im hohlen allmälig hineingedreht werden kann, und dadurch immer tiefer in ihn hineindringt.

Der dichte Cylinder heißt die Schraubenſpindel, und der hohle die Schraubenmutter. Ein Theil der Schneckenlinie aus der die Schraube beſteht, wenn man ihn von einem beliebigen Punkte bis dahin rechnet, wo er wieder der geraden Linie begegnet, welche durch den vorigen Punkt mit der Axe des Cylinders parallel gezogen wird, heißt ein Schraubengang. Derjenige Theil der eben angeführten geraden Linie, welcher den Anfang und das Ende eines Schraubenganges verbindet, heißt eine Stufe der Schraube oder Schraubengewinde und beſtimmt die Höhe der Schraubengänge.

2 Wenn man die Seiten eines Rektangels AM', Fig. 164, durch Parallelen BB', CC' u. ſ. w. in gleiche Theile theilt, die Diagonalen AB', BC' u. ſ. w. zieht, und alsdann durch Krümmung des Rektangels einen Cylinder mit kreisrunder Fläche aus demſelben macht: ſo wird die gerade Linie MA mit der geraden M'A' zuſammenfallen, und da ferner die Punkte B und B', C und C' u. ſ. w. welche die Endpunkte der Diagonalen ſind, auch zuſammenfallen: ſo werden ſich dieſe Diagonalen mit einander verbinden, und auf dem Cylinder PQMN, Fig. 165, eine regelmäßige Kurve PRSTUV u. ſ. w. beſchreiben, welche die Schraubenlinie heißt.

Die beſondere Eigenthümlichkeit dieſer Kurve beſteht darin, daß alle ihre Elemente gleiche Winkel mit den geraden Linien machen, welche durch dieſe Elemente auf der Oberfläche des Cylinders parallel mit ſeiner Axe gezogen werden. Da nämlich dieſe Eigenſchaft bei dem Parallelogramm AM' in Beziehung auf die Elemente m, m', m'' u. ſ. w. beſteht, welche gleiche Winkel mit den Parallelen EF, E'F' u. ſ. w. bilden, ſo wird es ſich ebenſo verhalten, wenn das Parallelogramm die Oberfläche eines Cylinders wird.

Da die Entfernungen mn, m'n', m''n'' u. ſ. w., Fig. 164, gleich ſind, ſo müſſen ſie auch auf dem Cylinder gleich bleiben. Es ſei mn, Fig. 165, die Baſis eines gleichſchenkligen Dreiecks mno, deſſen Ebene auf der Oberfläche

Digitized by Google

des Cylinders normal ist; wenn man dieses Dreieck parallel mit sich selbst so fortbewegt, daß die beiden Endpunkte m n seiner Grundlinie immer auf zwei Bogen der Schraubenlinie bleiben, so steigt das Dreieck an der cylindrischen Oberfläche hinauf, und überzieht dieselbe, wenn es überall seine Spur zurückläßt, mit einem hervorspringenden Gewinde, welches zusammen mit dem Cylinder die Schraube bildet; das hervorspringende Gewinde heißt auch wohl im Ganzen der Schraubengang (vergl. S. 1982 Nr. 1).

Der ganze Schraubengang ist offenbar nichts anderes als ein dreiseitiges Prisma, welches auf den Cylinder gelegt und gekrümmt ist. Zuweilen wird der Schraubengang nicht von einem gleichschenkligen Dreiecke, sondern von einem Rektangel erzeugt; alsdann ist derselbe natürlich viereckig.

Man kann übrigens beliebig annehmen, daß sich entweder die Schraubenspindel in der Schraubenmutter herumdreht, während diese unbeweglich bleibt; oder daß die Schraubenspindel unbeweglich ist, während die Schraubenmutter sich um dieselbe herumbewegt.

Um das Verhältniß der Kraft zur Last bei dieser Maschine aufzusuchen, 3 sei die Schraubenmutter so gestellt, daß sie den untern Theil des Schraubenganges oder der Spindel umgiebt. Man nimmt ferner an, daß die Mutter in verschiedene Moleküle getheilt sei, von denen jedes auf dem Schraubengange ruht.

Man sucht die Kraft, welche das einzige Molekül m, Fig. 166, ins Gleichgewicht setzt. Wäre dasselbe sich selbst überlassen, und folgte allein der Wirkung der Schwere, so würde es an dem Schraubengange hinabgleiten, also eine Schraubenlinie beschreiben, welche zum Radius die Entfernung mC des Molekuls von der Umdrehungs- oder Rotationsaxe CB haben würde. Betrachtet man demnach den Schraubengang als eine schiefe Ebene, so hat diese zur Höhe die Stufe der Schraube oder das Schraubengewinde, und zur Grundlinie die von mC beschriebene Peripherie.

Man nimmt an, daß die horizontale Kraft P, Fig. 167, welche unmittelbar an dem Molekül m angebracht ist, das Gewicht von m im Gleichgewicht erhält, und konstruirt das rechtwinklige Dreieck mHK, welches zur Höhe mH das Gewinde der Schraube, und zur Grundlinie die von mC beschriebene Peripherie hat. Nach dem Satze der schiefen Ebene (S. 1981 Nr. 2) hat man:

P : m = Höhe mH : Peripherie oder Grundlinie KH;

oder I) $P : m = mH : 2\pi \cdot Cm.$

Ist aber die Kraft, anstatt unmittelbar an dem Punkte m angebracht zu sein, an dem Endpunkte D des Hebels CD angebracht, und soll die Kraft Q dieselbe Wirkung wie P hervorbringen, so müssen (vergl. S. 1967 Nr. 2) die Kräfte P und Q im umgekehrten Verhältnisse der Hebelarme, an denen sie angebracht sind, stehen; man hat also:

II) $Q : P = Cm : CD$; oder $Q : P = (2\pi \cdot Cm) : (2\pi \cdot CD)$.

Multiplizirt man diese Proportion mit derjenigen bei I, so hat man:

III) $Q : m = mH : 2\pi \cdot CD$.

Digitized by Google

Für das Molekül m verhält sich also die Kraft zur Last, wie das Schraubengewinde, oder die Stufe der Schraube zur Peripherie, deren Radius die Entfernung des Angriffspunktes des Hebels von der Cylinder- oder Rotationsaxe ist.

Diese Proportion findet statt, wie groß auch die Entfernung Cm des Molekuls von der Axe sein mag; man schließt daraus, daß in Beziehung auf die andern Molekule, welche die Gewichte m', m'', m''' u. s. w. haben, und von den Kräften Q', Q'', Q''' gehalten werden, folgende Proportionen stattfinden müssen:

IV) $Q' : m' = mH : 2\pi CD$; $Q'' : m'' = mH : 2\pi CD$; $Q''' : m''' = mH : 2\pi CD$.

Aus diesen Proportionen und derjenigen bei III ergiebt sich:

$$V)\quad Q = \frac{m \cdot mH}{2\pi CD};\quad Q' = \frac{m' \cdot mH}{2\pi CD};\quad Q'' = \frac{m'' \cdot mH}{2\pi CD}$$

Da die Entfernungen der Molekule m, m', m'' u. s. w. von der Axe, und auch ihre Höhen in diesen Gleichungen nicht vorkommen: so läßt sich daraus schließen, daß die Angriffspunkte der horizontalen Kräfte Q, Q', Q'' u. s. w. davon unabhängig sind.

Nimmt man demnach an, daß diese Punkte sämmtlich gleich weit von der Axe entfernt sind: so theilen die Kräfte Q, Q', Q'' u. s. w., mögen sie liegen wo sie wollen, dem Systeme dieselbe drehende Bewegung mit, als wenn sie nach DQ wirken. Man darf also die Werthe dieser Kräfte vereinigen. Addirt man also die Gleichungen bei V, so hat man:

$$m + m' + m'' + \text{u. s. w.} = (Q + Q' + Q'' + \text{u. s. w.})\,\frac{2\pi CD}{mH}$$

Da ferner die Summe $m + m' + m''$ u. s. w. das Totalgewicht M der ganzen Mutterschraube vorstellt, und die horizontalen Kräfte Q, Q', Q'', Q''' u. s. w. durch eine einzige Kraft Q ersetzt werden können, welche an dem Punkte D angebracht ist, so hat man:

$$VI)\quad M = Q\,\frac{2\pi CD}{mH};\ \text{oder}\ Q : M = mH : 2\pi CD.$$

Diese letzte Gleichung zeigt, daß sich an der Schraube die Kraft zur Last verhält, wie die Stufe der Schraube, oder die Höhe des Schraubengewindes zur Peripherie, welche von der Kraft um die Axe beschrieben wird.

Es ist daher diese Maschine um so vortheilhafter für die Kraft, je geringere Höhe das Schraubengewinde hat, und je weiter der Angriffspunkt der Kraft von der Axe entfernt ist.

§. 284. Von dem Keil.

1 Der Keil ist ein dreiseitiges Prisma, welches man mit einer seiner Kanten in die Spalte eines Körpers treibt, um die Oeffnung desselben zu erwei-

Digitized by Google

tern; dieſe in den Körper eindringende Kante heißt die Schneide des Keils, oder ſeine Schärfe. Die Seite, welche der Kante gegenüberliegt, und ein Parallelogramm bildet, und auf welche beim Hineintreiben geſchlagen wird, heißt der Kopf oder die Baſis des Keils. Der Keil wird übrigens nicht allein zum Spalten gebraucht, ſondern auch um einen Körper feſt gegen den andern anzudrücken; oder um einen horizontal liegenden Balken oder andern Körper etwas in die Höhe zu treiben. Alle ſchneidenden Inſtrumente, wie Axt, Meißel, Meſſer u. ſ. w. laſſen ſich als Keile betrachten; und der Keil ſelbſt als eine Zuſammenſetzung von zwei ſchiefen Ebenen.

Wenn der Keil auf den Kopf geſchlagen wird, ſo erhält er einen Antrieb 2
oder Impuls, welcher die Kraft vorſtellt. Die gewöhnliche Vorausſetzung iſt dieſe, daß der Schlag ſenkrecht auf den Kopf des Keils geführt werde; iſt das nicht der Fall, ſo kann man den erhaltenen Impuls in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine ſenkrecht auf den Kopf geht, die andere parallel mit ſeiner Ebene. Da dieſe letztere nur dazu dienen würde, die Kraft über den Kopf des Keils hingleiten zu laſſen, ſo kann man ſie ganz außer Acht laſſen.

Es ſei ABC, Fig. 168, Tafel XXXV, D, der Keil vom Profil aus geſehen, 3
alsdann heißen AC und BC die Seiten deſſelben; die gerade AB ſtellt alsdann den Kopf dar, auf welchen die Kraft P ſenkrecht wirkt.

Dieſe Kraft ſtrebt dahin, die Seiten AB und BC von einander zu entfernen; die Kraft, welche ihr entgegenwirkt, iſt demnach nur das gegenſeitige Aneinanderhängen der Theilchen, oder die Kohäſion der Moleküle. Dieſe Kohäſion iſt aber natürlich nicht bei allen Subſtanzen dieſelbe; daher läßt ſich auch das Verhältniß der Kraft zur Laſt bei dieſer einfachen Maſchine nicht im Allgemeinen berechnen. Man ſoll aber das Verhältniß der Kraft zu dem Drucke aufſuchen, der auf die Seiten AC und BC ausgeübt wird.

Die Kraft F ſei durch die willkürliche gerade Linie DE bezeichnet; man zieht darauf die Linien DM und DN ſenkrecht auf die beiden Seiten AC und BC, und konſtruirt das Parallelogramm DIEK, indem die Komposanten DI und DK den Druck auf die Seiten AC und BC ausüben. Nennt man dieſen Druck X und Y, ſo geben die ſenkrechten und darum ähnlichen Dreiecke ABC und IDE folgende Proportion:

$$\text{I)}\quad DE : DI : IE = AB : AC : BC.$$

Da ferner IE = DK, ſo hat man (Fig. 169):

$$\text{II)}\quad F : X : Y = AB \,.\, GH : AC \,.\, GH : BC \,.\, GH.$$

Die Produkte AB . GH, AC . GH und BC . GH ſtellen den Kopf und die Seiten des Kegels vor; demnach ergiebt ſich für den Keil folgende Proportion:

Die Kraft F und der Druck X und Y, welcher auf die Seiten des Kegels wirkt, ſind ſeinem Kopf und ſeinen Seiten proportional.

Der Keil iſt daher um ſo vortheilhafter, je weniger Oberfläche ſein Kopf hat, oder je mehr Oberfläche ſeine Seiten haben: denn alsdann wird der Seitendruck in Beziehung auf die Kraft größer.

Digitized by Google

§. 285. Von der Reibung.

1 Wenn ein Körper auf einer horizontalen Fläche aufliegt, so ist durch den Widerstand dieser Ebene die ganze Wirkung der Schwere aufgehoben. Es müßte also auch die geringste Kraft oder der geringste Stoß dem Körper eine Bewegung mittheilen, wenn er nicht durch Ursachen zurückgehalten würde, welche dieser Bewegung entgegenwirken. Unter diesen Ursachen ist die bedeutendste die Reibung (vergl. S. 1900); sie entsteht durch das Ineinandergreifen der kleinen Theilchen auf den Oberflächen der Körper, welche beiderseitig hervorragen, und in die entgegengesetzten Vertiefungen eindringen.

Diese Reibung ist eine passive Kraft, welche den Widerstand vermehrt, wenn die Kraft den Körper fortstoßen will, und welche den Widerstand verringert, wenn die Kraft den Körper aufzuhalten sucht.

Die Reibung ist dem Drucke merklich proportional; nur wenn der Druck zu groß wird, so findet, gemäß der Erfahrung, die Proportionalität nicht mehr statt. Bezeichnet man durch f die Reibung, welche ein homogener, oder gleichartiger Körper AB, Fig. 170, Tafel XXXV, D, ausübt, auf welchen die Einheit des Gewichts wirkt; ist $AB' = 2AB$, so wird auch die Reibung gleich $2f$ sein; ist $AB'' = 3AB$, so wird auch die Reibung gleich $3f$ sein. Bezeichnet man demnach die totale Reibung des ganzen Körpers AM durch F, wenn der ganze Körper N Einheiten des Gewichts enthält, so bekommt man:

$$\text{I)} \quad F = Nf.$$

2 Die Reibung kann in folgender Weise gemessen werden. Der Körper AB, Fig. 171, übe die Einheit des Druckes auf die Horizontalebene LK aus; er werde von dem Schnur CDE angegriffen, welcher in horizontaler Richtung über die Scheibe D geht, und das Gewicht M trägt. Vermehrt man nach und nach das Gewicht, so zeigt seine Schwere, wenn es nahe daran ist, den Widerstand zu überwinden, die Reibung f an, welche von der Einheit des Drucks ausgeübt wird.

Eine andere Art, die Reibung zu messen, ist folgende: Man legt, Fig. 172, einen Körper MN auf eine schiefe Fläche AC, und vergrößert allmälig den Neigungswinkel A, den die schiefe Fläche mit dem Horizonte macht, bis der Körper auf dem Punkte ist zu gleiten. Alsdann ist die Reibung:

$$\text{II)} \quad f = \operatorname{tang} A.$$

Zum Beweise dieser Gleichung zieht man durch den Schwerpunkt G des Körpers die Linie GD senkrecht auf AB, und die Linie GK senkrecht auf AC. Es sei GD das Gewicht des Körpers, und werde zerlegt in die beiden Kräfte GH parallel mit der schiefen Ebene, und GK senkrecht auf die schiefe Ebene; alsdann hat man:

$$\text{III)} \quad GH = DK = GD \cdot \sin DGK; \quad GK = GD \cdot \cos DGK.$$

Es ist $\angle DGK = \angle CAB$; bei I liegen nämlich zwei Scheitelwinkel, von denen der eine den Winkel CAB, der andere den Winkel DGK zum Komple-

Digitized by Google

mente hat; man kann also in den Gleichungen bei III den Winkel A statt DGK setzen; daher:

$$GH = GD \cdot \sin A = N \cdot \sin A;\quad GK = GD \cdot \cos A = N \cdot \cos A$$

wo N die im ganzen Körper enthaltene Anzahl von Gewichtseinheiten bezeichnet. Der Druck, den die schiefe Ebene trägt, ist also $GK = N \cdot \cos A$; daher ist die Intensität der Reibung $= N \cdot \cos A \cdot f$. Die Reibung ist aber auch die Kraft, welche den Körper zu gleiten verhindert; sie muß also der Komposante $GH = N \cdot \sin A$ gleich sein, welche in der Richtung der Länge der schiefen Ebene wirkt, um derselben das Gleichgewicht zu halten; daher:

$$\text{IV)}\quad N \cdot \cos A \cdot f = N \sin A;\ \text{daher}\ f = \frac{N \cdot \sin A}{N \cdot \cos A} = \operatorname{tang} A.$$

Die letzte Gleichung erhält man aus der trigonometrischen Proportion cos : sin = r : tang.

Man nennt daher den Winkel A den Reibungswinkel. Er ist aber nur unter der Voraussetzung konstant, daß die Reibung dem Drucke proportional ist; dies aber findet bei sehr großem Drucke nicht statt.

Die verschiedenen Substanzen haben mehr oder weniger große Poren; da- 3
her ist die Reibung durchaus nicht bei allen Stoffen gleich. Durch Versuche hat man z. B. folgende Verhältnisse der Reibung zum Drucke gefunden:

Eisen an Eisen $f = 0{,}28$; Eichenholz an Eichenholz $f = 0{,}43$;
Eisen an Messing $f = 0{,}26$; Eichenholz an Tannenholz $f = 0{,}65$.

Politur der Oberfläche und Bestreichen derselben mit fettigen Substanzen vermindert bekanntlich die Reibung.

Den Zusammenhang der Moleküle oder Atome eines und desselben Körpers 4
in seinem natürlichen Zustande nennt man die Kohäsion; dagegen das bemerkbare Aneinanderhängen verschiedener sich berührender Körper an ihrer Außenseite heißt die Adhäsion. Diese verringert natürlich auch die Bewegung der Körper. Sie ändert sich indessen ziemlich unregelmäßig, wenn Maschinen in Gang gesetzt werden. Sie ist gewöhnlich den adhärirenden Flächen in merklichem Grade proportional. Bezeichnet man die relative Adhäsion an die Flächeneinheit mit ψ, so ist diejenige einer Oberfläche a gleich $a\psi$.

§. 286. Das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten.

Durch die Vergleichung der Gleichgewichtsbedingungen bei einfachen Ma- 1
schinen, und Aufsuchung des darin Gemeinschaftlichen, haben einige ausgezeichnete Mathematiker durch Induktion ein allgemeines Gesetz entdeckt, welches in allen Systemen von Kräften, welche im Gleichgewicht sind, wieder gefunden wird. Dies ist der Grundsatz oder das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten. (Hiebei hat der Name „virtuelle Geschwindigkeit" eine etwas andere Bedeutung, als die oben, S. 1906 Nr. 19, angegebene).

Es seien P, P′, P″, P‴ u. s. w. die gegebenen Kräfte, mA, m′A′,

Digitized by Google

m''A'' u. s. w., Fig. 173, ihre Richtungen; m, m', m'' u. s. w. ihre Angriffspunkte; diese letzteren materiellen Punkte sind unter einander auf beliebige Weise verbunden, und zwar durch unausdehnbare und unbiegsame Linien, oder durch irgend ein anderes physikalisches Bindungsmittel; unter diesen können einige sein, welche auf gegebenen Oberflächen oder Kurven bleiben müssen, und andere, die völlig unbeweglich sind.

Diesem Systeme werde eine unendlich kleine Bewegung mitgetheilt, so daß der Punkt m von m nach n, der Punkt m' von m' nach n' u. s. w. versetzt wird, ohne daß die Verbindungsbedingungen unter diesen Punkten verletzt werden; alsdann heißen die unendlich kleinen Wege, oder unendlich kleinen geraden Linien mn, m'n', m''n'' u. s. w. die *virtuellen Geschwindigkeiten* dieser Punkte. Wenn man ferner von n senkrecht auf die Direktion von P die Linie na zieht, so ist ma die Projektion der virtuellen Geschwindigkeit, oder die *geschätzte virtuelle Geschwindigkeit* des Punktes m; dasselbe ist mit m'a' für m', mit m''a'' für m'' u. s. w. der Fall.

Diejenigen von diesen Projektionen, welche auf den Richtungen der Kräfte selbst gerechnet werden, wie ma, m'a', m''a'', also auf den Linien Am, A'm', A''m'' liegen, erhalten das + Zeichen; diejenigen aber, welche auf den durch den Angriffspunkt gezogenen Verlängerungen gerechnet werden, wie m'''a''', m''''a'''', erhalten das — Zeichen.

Die Größen P P', P'' u. s. w., welche die Stärke der Kräfte bezeichnen, sind immer positiv gerechnet. Man setzt ferner am = p, a'm' = p', a''m'' = p'' u. s. w., d. h. p, p', p'' u. s. w. bezeichnen die virtuellen Geschwindigkeiten der zugehörigen Angriffspunkte oder Kräfte.

Sind die Kräfte P, P', P'', P''' u. s. w. *im Gleichgewicht, so ist die Summe dieser Kräfte, jede mit ihrer zugehörigen virtuellen Geschwindigkeit* p, p', p'', p''' u. s. w., *die nach ihren Richtungen geschätzt sind, gleich Null*; d. h. man hat:

$$\text{I)}\quad Pp + P'p' + P''p'' + \ldots = 0.$$

Umgekehrt sind die Kräfte P, P', P'' u. s. w. *im Gleichgewicht, wenn diese Gleichung für alle unendlich kleinen Bewegungen, die man dem Systeme der Punkte* m, m', m'' u. s. w. *geben kann, stattfinden.*

Diese beiden Sätze bilden den allgemeinsten Ausdruck des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeit.

Um dieses Prinzip oder diesen Grundsatz zur Auflösung dynamischer Aufgaben anzuwenden, braucht man in jedem besondern Falle nur die verschiedenen unendlich kleinen Bewegungen, welche das System der Punkte m, m', m'' u. s. w. annehmen kann, zu unterscheiden, und für jede dieser Bewegungen, die nach den Richtungen der gegebenen Kräfte geschätzten virtuellen Geschwindigkeiten p, p', p'' u. s. w. zu bestimmen. Alsdann giebt der Grundsatz der virtuellen Geschwindigkeiten, oder die Gleichung I, welche ihn darstellt, unmittelbar alle Gleichungen des Gleichgewichts. Nur hat man dabei zu bemerken,

Digitized by Google

daß die Summe in dem obigen Ausdrucke des Grundsatzes algebraisch genommen werden muß; denn da alle Kräfte P, P' u. s. w. für positiv gelten, so wird ein Produkt, in welchem ein negatives p oder p' u. s. w. vorkommt, stets negativ sein, und macht mit den positiven nur eine algebraische Summe aus.

Es seien mehrere Kräfte an einem und demselben Punkte angebracht. Es 2
sei daher P die Resultante einer gewissen Anzahl von Kräften P' P'', P''' u. s. w., welche in dem Punkte m, Fig. 174, angebracht, und deren gegenseitige Entfernungen unveränderlich sind; wenn in Folge einer augenblicklichen Störung der Punkt m nach n versetzt wird, so kann die Linie mn, da sie unendlich klein ist, jedenfalls für eine gerade Linie gelten.

Legt man in die Richtung von mn die Axe der x, und bezeichnet man mit α, α', α'' u. s. w. die Winkel, welche die Kräfte P, P', P'', P''' u. s. w. mit dieser Axe machen, so hat man, weil ein Gleichgewicht stattfindet:

$$P \cdot \cos\alpha + P' \cdot \cos\alpha' + P'' \cdot \cos\alpha'' + P''' \cdot \cos\alpha''' + \text{ꝛc.} = 0.$$

Multiplizirt man sämmtliche Glieder dieser Gleichung mit der geraden mn $= z$, so erhält man:

II) $$Pz \cdot \cos\alpha + P'z \cdot \cos\alpha' + P''z \cdot \cos\alpha'' + Pz''' \cdot \cos\alpha''' + \text{ꝛc.} = 0.$$

Man sieht sogleich ein, daß $z \cdot \cos\alpha$, oder $mn \cdot \cos\alpha$ die kleine Linie ml ist, d. h. die Projektion der Linie mn auf der Richtung von P. Es ist also $z \cdot \cos\alpha$ die Größe, die vorher mit p bezeichnet, oder die virtuelle Geschwindigkeit der Kraft P darstellt. Das soeben von P Gesagte läßt sich auch auf die andern Kräfte anwenden; man kann also die Produkte $z \cdot \cos\alpha'$, $z \cdot \cos\alpha''$, $z \cdot \cos\alpha'''$ durch die Projektionen p, p'', p''' u. s. w. der virtuellen Kräfte auf die Richtungen dieser Kräfte ersetzen, und man hat:

$$Pp + P'p' + P''p'' + P'''p''' + \text{u. s. w.} = 0.$$

Hiermit ist die Wahrheit des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeiten für den Fall nachgewiesen, wo mehrere Kräfte in einem Punkte angebracht sind.

Der gewöhnlichste Fall ist derjenige, wo mehrere Kräfte P, P', P'', P''' 3
u. s. w. an verschiedenen Punkten eines Körpers oder eines Systems von Körpern angebracht sind, und zwar so, daß diese Punkte immer die gegenseitigen Entfernungen von einander behalten, oder als durch unbiegsame und unausdehnbare Linien verbunden angesehn werden.

Es sei, Fig. 175, mm' eine dieser unbiegsamen geraden Linien, und werde in dem Augenblicke betrachtet, wo durch einen schwachen, dem Systeme gegebenen Antrieb oder Stoß der Punkt m nach n kommt. In diesem Falle wird auch der andere Endpunkt m' nach n' bewegt werden, welcher Punkt n' sich entweder, wie in Fig. 175, über m', oder wie in Fig. 176, unter m' befindet.

Es liege n' zuerst über m'; alsdann wird die Gerade mm' in ihrer neuen Lage durch nn' dargestellt; es werden ferner die geraden Linien mn und m'n' unendlich kleine Größen in Beziehung auf mm' und nn' sein, weil nach der Voraussetzung die Störung des Systems unwahrnehmbar klein ist. Wenn man

Digitized by Google

nun durch die Punkte m und n' eine gerade mn' zieht (Fig. 175), so wird, weil die Seite m'n' unendlich klein ist, auch der gegenüberliegende Winkel n'mm' unendlich klein sein. Der Bogen n'a, der das Maaß dieses Winkels ist, wird demnach für geradlinig angesehen werden können. Dieser Bogen ist mit dem Radius ma beschrieben; nimmt man ma = mb, und beschreibt, Fig. 177, den Halbkreis bn'a, so ist ∠ b'na ein Rechter (vergl. 707, Nr. 7, 8). Da der Winkel n'ma unendlich klein genommen wird, und doch der äußere Winkel für das Dreieck bmn' ist, so kann der Winkel mn'b noch mehr als verschwindend angesehen, und darum der Winkel mn'a statt des Winkels bn'a genommen werden.

In Fig. 175 hat das Dreieck mn'a mit dem Dreieck n'la den Winkel a gemeinschaftlich, und da beide rechtwinklig sind, das erstere bei n', das zweite bei l, so sind sie auch einander ähnlich, und man hat:

$$ma : n'a = n'a : la.$$

In Beziehung auf ma ist n'a unendlich klein; ebenso ist in Beziehung auf n'a die Seite la unendlich klein; da nun n'a ein unendlich Kleines der ersten Ordnung ist, so ist la ein unendlich Kleines der zweiten Ordnung (vergl. S. 1122 Nr. 14). Man muß also la vernachläßigen, und demgemäß mn' = ml setzen, man erhält daher:

$$mn' = mm' + m'l$$

Wenn man ferner von n', als Mittelpunkt, mit dem Radius n'm den Bogen ma' beschreibt, so bekommt man nach obiger Schlußweise:

$$mn' = nn' + nh$$

Aus den beiden letzten Gleichungen hat man:

$$mm' + m'l = nn' + nh.$$

Da die Gerade mm' unausdehnbar, also in ihrer neuen Lage sich gleichgeblieben ist, so hat man mm' = nn'; daher wird, mit Weglassung der gleichen Faktoren: $m'l = nh.$

Es ist ferner mm' parallel mit nn'; denn angenommen beide Linien schnitten sich, Fig. 178, in dem Punkte O, so würde man ein Dreieck m'n'o bekommen, welches zwei endliche Seiten on' und om' und eine unendlich kleine m'n' hätte; dieser letztern Seite gegenüber läge aber ein unendlich kleiner Winkel o, welcher gleich Null gesetzt werden dürfte, so daß die Richtung der beiden endlichen Seiten doch für parallel gelten dürfte. Zieht man nun, Fig. 175, die senkrechte Linie nk, so hat man, als Parallellinien zwischen Parallellinien nh = mk; daher auch:

$$\text{III)} \quad m'l = mk;$$

d. h. also, die Projektionen mk und m'l der virtuellen Geschwindigkeiten mn und m'n' der Punkte m und m' sind einander gleich.

4 Es falle, Fig. 179, wenn der Punkt m nach n versetzt wird, der Endpunkt m auf den Punkt n', der sich unter der ersten Lage von mm' befindet.

Digitized by Google

Man kann alsdann wie vorher beweisen, daß der Winkel o unendlich klein ist, und daß daher die Projektionen ol und oh von on' und on nicht verschieden sind; man hat demzufolge:

$$on' = om' + m'l;\ on = om - mh$$

daher $on' + on = om' + om + m'l + mh;$

oder $nn' = mm' + m'l - mh;$

oder $nn' + mh = mm' + m'l;$

Da nun $nn' = mm'$, so ist:

$$IV)\quad mh = m'l;$$

woraus hervorgeht, daß auch bei einer unteren Lage des Punktes u' die Projektionen einander gleich sind.

Es zeigt sich übrigens, daß in beiden Fällen von den beiden Projektionen 5
die eine auf die Richtung von mm', die andere auf ihre Verlängerung fällt, daß sie also entgegengesetzte Zeichen haben müssen; an den Figuren 175 und 179 ist beides sogleich zu erkennen. Sollte es nicht der Fall sein, so müßte nn' kürzer als mm' sein, was der Voraussetzung, daß mm' eine unausdehnbare Linie sei, widerspricht.

Betrachtet man mm' in Fig. 175 als eine Kraft, welche auf die Punkte 6
m und m' wirkt, und bezeichnet diese Kraft durch (mm'), ferner durch v und v' die Projektionen der virtuellen Geschwindigkeiten mn und m'n' der Punkte m und m' nach der Direktion von mm', so hat man:

$$v' = -v;\ \text{und daher}\ (mm')\,v + (mm')\,v' = 0.$$

Wird daher eine gerade unbiegsame Linie als eine Kraft betrachtet, welche an ihren Endpunkten mit andern Kräften ein Gleichgewicht macht, so ist die Summe der Momente der virtuellen Geschwindigkeiten ihrer äußersten Punkte gleich Null.

Es seien, Fig. 180, P, P', P'', P''' u. s. w. verschiedene an den Punk- 7
ten m, m', m'', m''' angebrachte Kräfte. Sind diese Punkte durch unbiegsame gerade Linien verbunden, so kann man diese Linien als Kräfte ansehen, welche auf jene Punkte wirken; bezeichnet man diese Kräfte durch (mm'), (m'm''), (m''m''') u. s. w., so erhält man das Gleichgewicht

an dem Punkte m durch die Kräfte (mm'), (mm''), (mm''') u. P;
" " " m' " " " (m'm), (m'm''), (m'm''') u. P';
" " " m'' " " " (m''m), (m''m'), (m''m''') u. P'';
" " " m''' " " " (m'''m), (m'''m'), (m'''m'') u. P'''.

Man kann mit v die virtuellen Geschwindigkeiten, und zwar so bezeichnen, daß das zunächst stehende Punktzeichen denjenigen Punkt angiebt, dessen virtuelle Geschwindigkeit gemeint ist; z. B. in dem Momente v (m'm'') bezieht sich v auf den Punkt m', dagegen in dem Momente v (m''m') bezieht sich v auf den Punkt m''. Auf solche Art stellt v immer solche Größen dar, welche gleich oder verschieden sein können, je nachdem die Projektionen der virtuellen Geschwin-

Digitized by Google

digkeiten auf die Richtung einer und derselben Geraden fallen, oder verschiedenen Geraden angehören.

Man hat vermittelst dieser Bezeichnungen für die verschiedenen Punkte folgende Gleichungen der virtuellen Geschwindigkeiten (vgl. S. 1991 Gleich. bei 7):

für den Punkt m, $Pp + v(mm') + v(mm'') + v(mm''') = 0$;
„ „ „ m', $P'p' + v(m'm) + v(m'm'') + v(m'm''') = 0$;
„ „ „ m'', $P''p'' + v(m''m) + v(m''m') + v(m''m''') = 0$;
„ „ „ m''', $P'''p''' + v(m'''m) + v(m'''m') + v(m'''m'') + 0$.

Addirt man diese Gleichungen, und reduzirt man die erhaltene Summe, so zeigt sich, daß diejenigen Momente, welche zu einer und derselben Geraden gehören, einander vernichten. Es heben sich auf solche Art die Momente $v(mm')$ in der ersten und zweiten Reihe; ferner $v(mm'')$ in der ersten und dritten u. s. f., bis alle Glieder, welche v vor sich haben, fortgefallen sind; es bleibt also nur:

$$Pp + P'p' + P''p'' + P'''p''' = 0.$$

Für eine größere Anzahl von Kräften bleibt der Beweis ganz der nämliche.

8 Es soll, um ein Beispiel zur Anwendung des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeiten zu haben, das Verhältniß der Kraft zur Last an dem Hebel gefunden werden. Es finden dabei nur zwei Kräfte P und Q statt; man hat demnach als Gleichung der virtuellen Geschwindigkeiten nur:

$$Pp + P'p' = 0.$$

Diese Gleichung kann offenbar nur dann einen Sinn haben, wann $P'p'$ negativ genommen wird; daher $Pp = P'p'$.

Man muß nun finden, was an dem Hebel die Größen p und p' bedeuten. Es sei, Fig. 181, C der Unterstützungspunkt, und mm' der Arm des Hebels, welcher seinen Gleichgewichtszustand verlassen, und die Lage nn' angenommen hat; wegen der Scheitelwinkel bei C sind auch die Bogen mn und m'n' den Radien proportional; daher hat man:

$$V) \quad mn : m'n' = Cm : Cm'.$$

Zieht man durch die Punkte n und n' senkrechte Linien nr und n'r' auf die Richtungen der Kräfte P und P', so erhält man:

$$mr = p; \; m'r' = p'.$$

Sieht man die unendlich kleinen Bogen mn und m'n' als gerade Linien an, so sind die durch Konstruktion in r und r' rechtwinkligen Dreiecke mrn und m'r'n' ähnlich; denn die gleichschenkligen Dreiecke mCn und m'Cn' geben:

$$\angle\, nmC = \angle\, n'm'C;$$

zieht man diese gleichen Winkel von den rechten Winkeln rmC und r'm'C ab, so bleibt:

$$\angle\, rmn = \angle\, r'm'n'.$$

Da also die rechtwinkligen Dreiecke rmn und r'm'n' ähnlich, so hat man:

$$mn : m'n' = mr : m'r'; \text{ oder } mn : m'n' = p : p'.$$

Digitized by Google

Man hat also nach der Proportion V:

$$Cm : Cm' = p . p'.$$

Man hat ferner aus der Gleichung der Momente $Pp = P'p'$ die Proportion:

$$p : p' = P' : P;$$

daher VI) $Cm : Cm' = P' : P;$

d. h. die Hebelarme müssen im umgekehrten Verhältnisse der Kräfte stehen; also dasselbe Resultat, welches sich oben (S. 1967 Nr. 2) gefunden hat.

Viertes Kapitel.

Hydrostatik.

§. 287. Allgemeine Bestimmungen.

Die Hydrostatik lehrt das Gleichgewicht flüßiger Körper finden (vergl. S. 1892). Flüßige Materien, oder flüssige Körper sind solche, deren Moleküle oder Atome weder einen bemerkbaren Zusammenhang unter einander, noch eine bemerkbare Reibung gegen einander haben, so daß sie durch die kleinsten Kräfte aus ihrer gegenseitigen Lage gebracht, aber auch wieder in dieselbe zurückgeführt werden können, wie z. B. das Wasser von dem segelnden Schiffe durchschnitten wird, und hinter demselben wieder zusammenfließt. Vollkommen flüssige Körper müßten gar keinen Zusammenhang und gar keine Reibung ihrer Theilchen haben; jede wirkliche Flüssigkeit, und namentlich das Wasser hat immer noch einige Kohäsion und Reibung seiner Theile. 1

Die flüssigen Materien unterscheiden sich wie die festen durch größere oder geringere Dichtigkeit und Schwere (S. 1895 und 1896). Ein anderer wichtiger Unterschied liegt in den größeren oder geringeren Graden der Elastizität. Völlig unelastische (vergl. S. 1900) Materien giebt es zwar nicht; doch nennt man diejenigen, deren Elastizität unmerklich schwach ist, unelastische, wie Wasser, Quecksilber, Oehl, u. s. w. Zu den elastischen Flüssigkeiten gehören Luft, Dampf, und die verschiedenen Gase. Die unelastischen Flüssigkeiten haben, wenn die Temperatur konstant ist, immer dieselbe Dichtigkeit. 2

Wenn ein Gefäß ABCD, Fig. 182, sei es offen oder verschlossen, nicht völlig mit Wasser angefüllt ist: so kann dieses nicht anders im Gleichgewicht und ruhig sein, als wenn seine obere Fläche horizontal steht. Es sei EF die horizontale Fläche, bis zu welcher das Wasser hinaufreicht. Es stehe der Theil IGH höher, und bilde eine Welle; diese Masse IGH kann nicht in dieser erhabenen Lage bleiben; denn die auf den abhängigen Seiten GH und GI befindli- 3

Digitized by Google

chen Moleküle werden durch das Uebergewicht ihrer Schwere über ihre geringe Kohäsion auf den beiden Abhängen, wie auf einer schiefen Ebene, hinabgleiten, und sich nach einander in die Vertiefungen HF und IE hineinbegeben, bis keine Erhöhung oder Vertiefung mehr stattfindet, sondern alle obern Moleküle in einer einzigen horizontalen Ebene liegen. In solcher Lage findet kein ferneres Gleiten statt, sondern jede obere Wasserschichte wird von der darunter befindlichen, wie von einer horizontalen festen Fläche getragen; indem keines der oberen Moleküle schwerer ist als das darunter liegende, und dasselbe doch nur in einem solchen Falle der größeren Schwere aus seiner Stelle verdrängen könnte.

Außer dem Gleiten der Moleküle an den Seiten der Welle IGH wirkt auch noch der Druck der ganzen Welle auf die zunächst darunter liegenden Moleküle mehr, als der Druck der Luft auf die Moleküle der freigebliebenen Oberfläche HF oder IE; durch diesen überwiegenden Druck bekommen die davon getroffenen Moleküle das Bestreben nach den Seiten auszuweichen, und die weniger gedrückten, also auch weniger Widerstand leistenden angrenzenden Moleküle zu verdrängen, bis sie sich dem Druck entzogen haben.

Endlich rollen die Moleküle an den unteren Theilen der Seitenabhänge deshalb noch schneller in die niedrigeren Gegenden des Gefäßraumes hinab, weil sie von den obern Molekülen der Welle auseinander gepreßt werden; welcher Druck sich also noch mit der schon wirkenden ursprünglichen Schwere vereinigt.

4 Ist das Gefäß sehr groß, wie z. B. das Bett eines Meeres, so kann die Oberfläche nicht mehr als eine Ebene betrachtet werden, sondern sie muß für einen Theil der Kugeloberfläche gelten; es kann also auch das Gleichgewicht einer solchen Wassermasse nicht anders im Gleichgewichte sein, als wenn die Moleküle ihrer Oberfläche sämmtlich gleich weit vom anziehenden Mittelpunkte der Erde entfernt sind, d. h. einen Theil einer Kugeloberfläche bilden. Aus diesem Grunde ergießen sich auch die Flüsse ins Meer; denn da die Quellen derselben immer höher, oder entfernter vom Mittelpunkte der Erde liegen, als ihre Mündungen, also das ganze Bett einen Theil einer mehr oder minder regelmäßigen Spirallinie bildet, bis sie die Meeresfläche erreicht hat: so gleitet die ganze Wassermasse wie auf einer schiefen Ebene hinab.

5 Die obigen Sätze gelten übrigens nur von solchen Flüssigkeiten, welche, wie das Wasser, erstlich *schwer*, und zweitens *homogen*, d. h. überall von *gleicher Dichtigkeit* sind. Denn bei einer Flüssigkeit, deren Moleküle gar keine Schwere haben, findet gar kein Gleiten derselben statt; und bei einer heterogenen Flüssigkeit muß der schwerere Theil zu Boden sinken, während der leichtere oben eine horizontale Fläche bildet.

6 Ist eine Flüssigkeit in Bewegung gewesen, und kommt dann in Ruhe und Gleichgewicht, so muß sie erst einige Schwingungen durchmachen, ehe die völlige Ruhe eintritt; weil die bewegten Theile jedesmal vermöge der erhaltenen Bewegung das Ziel überschreiten. Diese Schwingungen werden aber wegen des Widerstandes der Luft, wegen der Reibung des Flüssigen an den Wänden des Gefäßes, und auch wegen der, wenn auch geringen, doch wirklich vorhandenen

Digitized by Google

Reibung der Molekûle an einander, immer kleiner und kleiner, bis die völlige Ruhe erfolgt; gerade wie bei jedem andern schwingenden Körper, z. B. bei der Waage.

Es sei ABCD, Fig. 183, Tafel XXXV, D, ein völlig verschlossenes und 7
mit einer Flüssigkeit angefülltes Gefäß, welche ohne Schwere gedacht werden mag. Es seien EF und HI zwei Oeffnungen von gleicher Oberfläche, und darin die Stempel K und L angebracht, welche von gleichen Kräften RK und SL gedrückt werden, die beide senkrechte Richtungen auf die Oberfläche HI und EF haben; alsdann werden der Erfahrung zufolge die Kräfte im Gleichgewichte bleiben. Der auf die Oberfläche EF ausgeübte Druck muß sich also durch Vermittelung der Flüssigkeit der Oberfläche HI mittheilen, was nicht geschehen könnte, wenn nicht die Molekûle der Flüssigkeiten überall denselben Druck erlitten. Es läßt sich in Folge dieses Versuches folgender Satz aufstellen: Die charakteristische Eigenschaft der Flüssigkeiten besteht darin, daß eine an einer Flüssigkeit angebrachte Kraft auf dieselbe einen Druck ausübt, welcher sich nach allen Richtungen hin fortpflanzt. Dieser Satz heißt: das Prinzip der Gleichheit des Drucks.

Um dieses Prinzip durch eine Gleichung auszudrücken, betrachte 8
man eine Flüssigkeit in einem parallelepipedischen Gefäße AK, Fig. 184, dessen Grundfläche ABCD horizontal ist; die Flüssigkeit sei in Ruhe. An ihrer oberen Fläche EH sei ein Stempel angebracht, welcher auf diese Grundfläche in allen ihren Punkten gleichförmig drückt. Es sei ferner P das Gewicht, welches senkrecht auf die Oberfläche der Basis des Stempels drückt; diese Basis erleidet dann den gleichen Druck, als wäre das Gewicht P unmittelbar an ihr angebracht. Jeder Theil der Basis wird daher auch einen seiner Größe proportionalen Druck ertragen: so daß, wenn die Grundfläche ABCD durch A, und ein Theil Abcd dieser selben Grundfläche durch a, und der Druck, den dieser Theil erleidet, durch p bezeichnet wird, folgende Proportion zum Vorschein kommt:

$$A : a = P : p$$

Nimmt man a zur Einheit der Oberfläche, so hat man:

$$p = \frac{P}{A}$$

Bezeichnet man ferner durch ω das Verhältniß zwischen der Oberfläche Ab'c'd' zu der als Einheit angenommenen Oberfläche Abcd, so hat man für P' oder den Druck, den die Oberfläche Ab'c'd' erleidet, den Werth:

$$I) \quad P' = p\omega.$$

Da nun alle Theile der Flüssigkeit gleich gedrückt werden müssen, so folgt, daß wenn die Oberfläche ω, anstatt auf der Grundfläche des Gefässes zu sein, sich an seinen Seitenwänden befände, man auch pω als Werth des Druckes erhielte, der gegen diese Seitenfläche wirken würde.

Ist die Oberfläche ω unendlich klein, so kann sie durch das Elementar- 9
rechteck dxdy dargestellt werden. Es ist also pdxdy der Druck, welchen der

Digitized by Google

Stempel gegen ein Element des Gefäßes ausübt; mag dieses Element liegen, wo es will; auch selbst dann, wenn die Oberfläche des Gefäßes aus krummen Flächen besteht.

Außer dem auf die Oberfläche wirkenden Drucke können auch noch mehrere beschleunigende Kräfte auf die einzelnen Moleküle wirken; alsdann wird die Flüssigkeit nicht mehr nach allen Richtungen auf die gleiche Weise gedrückt. Sie erleidet alsdann zwei Arten von Druck: erstens den von dem Gewichte P herrührenden; zweitens den Druck der beschleunigenden Kräfte. Dieser letztere ist von Molekül zu Molekül veränderlich. Wird z. B. die in dem Gefäß, Fig. 184 enthaltene Flüssigkeit für schwer angesehen, so kann man jedes einzelne Molekül als von einer beschleunigenden Kraft angegriffen betrachten. Dadurch wird das Prinzip von der Gleichheit des Drucks sehr modifizirt. Im Allgemeinen muß man daher bei beschleunigenden Kräften die Einheit des Drucks p, d. h. den Druck auf ein Molekül dm für veränderlich ansehen; nur bleibt es immer der Druck auf die Flächeneinheit des Moleküls dm, welcher sich auf die dem p entsprechenden Koordinaten x, y und z bezieht.

§. 288. Allgemeine Gleichungen vom Gleichgewichte der Flüssigkeiten.

Es sei ein Molekül einer Flüssigkeit von mehreren beschleunigenden Kräften angegriffen und in einer flüssigen Masse ins Gleichgewicht gebracht; die Bedingungsgleichungen dafür findet man folgendermaaßen.

Man denke sich die ganze Flüssigkeit durch Ebenen, die mit den drei koordinirten Ebenen parallel laufen, in kleine Elementarparallelepipeden getheilt; es sei dm die Masse eines solchen Elementar-Parallelepipedons, und x, y, z die Koordinaten desselben; dabei sei die Ebene der x, y horizontal und liege über der Flüssigkeit; das Volumen eines solchen Elementar-Parallelepipedons wird alsdann durch dxdydz ausgedrückt. Nimmt man ferner die Dichtigkeit ϱ eines solchen Elements für konstant, so hat man als Elementarmasse dieser Flüssigkeit (vergl. S. 1895 Nr. 4):

$$\text{II)} \quad dm = \varrho dx dy dz.$$

Es seien X, Y, Z die beschleunigenden Kräfte, welche auf das Element dm wirken, und als konstant angenommen werden. Multiplizirt man diese Kräfte mit dm, so hat man (vergl. S. 1905 Nr. 15):

$$Xdm;\ Ydm;\ Zdm;$$

als die bewegenden Kräfte, welche dem Drucke, den die Flüssigkeit auf die sechs Flächen des Elements ausübt, das Gleichgewicht halten müssen. Wenn die obere Fläche dxdy (Fig. 185) verlängert wird, bis sie der durch BC vorgestellten Flächeneinheit gleich wird: so kann man sich vorstellen, daß der Druck, den dxdy erleidet, der gleiche in der ganzen Ausdehnung von BC sei; man be-

Digitized by

zeichne diesen Druck durch p. Wenn die Ordinate BD = z sich in DE = z + dz verwandelt, so wird der Druck p, der sich mit z verändert, zu

$$p + \frac{dp}{dz} \cdot dz;$$

dies giebt den Druck der Flächeneinheit auf die Grundfläche EF des Parallelepipedons an.

Um den Druck auf die obere Fläche BG und auf die untere Fläche EF des Elements zu erhalten, multiplizirt man diese Flächen BG und EF, von denen jede gleich dxdy ist, mit dem Drucke von p und von $p + \frac{dp}{dz} \cdot dz$, von denen der eine auf die Ebene BG, der andere auf die Ebene von EF wirkt; alsdann findet sich der Druck

$$\text{für BG} = pdxdy; \quad \text{für EF} = \left(p + \frac{dp}{dz} \cdot dz\right) \cdot dxdy;$$

Die Differenz dieser beiden vertikalen Drucke ist:

$$pdxdy + \frac{dp}{dz} \cdot dzdxdy - pdxdy = \frac{dp}{dz} dzdxdy$$

Diese Differenz muß mit der senkrecht bewegenden Kraft das Gleichgewicht halten; daher hat man:

$$\frac{dp}{dz} dzdxdy = Zdm.$$

Setzt man ferner für dm seinen Werth aus der Gleichung II, so ist:

$$\frac{dp}{dz} = \varrho Z.$$

Bezeichnet man ferner mit q und r die auf die Flächeneinheit ausgeübten Seitendrucke, welche gegen die Flächen dxdz und dydz wirken, so erhält man:

$$\frac{dq}{dy} = \varrho Y; \quad \frac{dr}{dx} = \varrho X.$$

Um den Druck qdxdz zu bestimmen, welcher auf die Fläche dxdz wirkt, 2
so sieht man, daß derselbe aus zwei Theilen besteht: erstens aus dem, welcher dem Drucke pdxdy gleich ist, und sich auf gleiche Weise über die ganze Flüssigkeit verbreitet; zweitens aus demjenigen, welcher von den beschleunigenden Kräften herrührt, insofern sie auf die Fläche dxdz drücken.

Die beschleunigenden Kräfte sind gegenseitig Xdm, Ydm, Zdm; der von ihnen herrührende Werth des Druckes wird daher eine Funktion ihrer Intensitäten sein, welche durch

$$F(Xdm, Ydm, Zdm)$$

dargestellt werden kann; man bekommt demnach:

$$\text{III)} \quad qdxdz = pdxdy + F(Xdm, Ydm, Zdm).$$

Die Funktion F (Xdm, Ydm, Zdm) muß Null werden, wenn die beschleunigenden Kräfte Null sind; sie muß sich also darauf reduziren lassen, daß sie

Digitized by Google

nur Glieder enthält, welche Xdm, Ydm, Zdm zu Faktoren haben. Ordnet man dieſe Glieder (vergl. S. 1082 Nr. 6), ſo daß man von denjenigen ausgeht, welche die niedrigſten Potenzen von dm enthalten, ſo kann man annehmen:

$$F(Xdm, Ydm, Zdm) = MXdm + NYdm + PZdm + \text{ꝛc.}$$

Setzt man dieſen Werth in die Gleichung III, ſo wird:

$$qdxdz = pdxdy + MXdm + NYdm + PZdm + \text{ꝛc.}$$

Setzt man ferner ſtatt dm den Werth ϱdxdydz, ſo wird die Gleichung:

$$qdxdz = pdxdy + \varrho MXdxdydz + \varrho NYdxdydz + \varrho PZdxdydz + \text{ꝛc.}$$

Durch Diviſion der ſämmtlichen Glieder erhält man:

$$\text{IV)}\quad q = p + \varrho MXdz + \varrho NYdz + PZdz + \text{ꝛc.}$$

Da die Glieder ϱMXdz, ϱNYdz, ϱPZdz in Beziehung auf p unendlich klein ſind, ſo kann man ſetzen:

$$q = p$$

In ähnlicher Weiſe läßt ſich zeigen, daß r = p iſt; daher werden die Gleichungen des Gleichgewichts:

$$\text{V)}\quad \frac{dp}{dz} = \varrho Z;\ \frac{dp}{dy} = \varrho Y;\ \frac{dp}{dx} = \varrho X.$$

Multiplizirt man die erſte dieſer Gleichungen mit dz, die zweite mit dy, die dritte mit dx, und addirt ſie, ſo erhält man:

$$\text{VI)}\quad dp = (Zdz + Ydy + Xdx) \cdot \varrho.$$

Dieſe Gleichung giebt durch ihre Integration den Werth des Druckes auf die Flächeneinheit in irgend einer Flüſſigkeit.

§. 289. Von dem Gleichgewichte unelaſtiſcher Flüſſigkeiten.

1 Es befinde ſich eine homogene unelaſtiſche Flüſſigkeit in einem Gefäße, welches dem Drucke einen unbeſtimmten Widerſtand leiſten kann. An einem beſtimmten Punkte, deſſen Koordinaten x = a, y = b, z = c ſind, ſei der Druck auf die Flächeneinheit

$$dp = (Zdz + Ydy + Xdx) \cdot \varrho.$$

Die Dichtigkeit ϱ iſt konſtant; es läßt ſich alſo der Werth von p finden, ſobald der in der Klammer befindliche Ausdruck integrirt werden kann. Dieſes wird aber der Fall ſein, wenn derſelbe ein vollſtändiges Differential der Veränderlichen x, y, z iſt.

Der Druck wird durch die Seitenwände des Gefäßes, wenn ſie einen unbegrenzten Widerſtand leiſten können, aufgehoben; an den Orten aber, wo das Gefäß geöffnet, und die Flüſſigkeit völlig frei iſt, kann Nichts dieſen Druck aufheben; folglich muß der Werth von p für alle Punkte der freien Oberfläche einer flüſſigen Maſſe im Gleichgewicht Null ſein, alſo:

$$\text{VII)}\quad Xdx + Ydy + Zdz = 0.$$

Digitized by Google

Wäre der Druck p konstant, so wäre diese letzte Gleichung auch noch gültig, da das Differential einer konstanten Größe stets gleich Null ist.

Ist der Ausdruck $Xdx + Ydy + Zdz$ ein vollständiges Differential, und 2
findet die Gleichung VII statt, so muß $dp = 0$ sein; daher kann der Druck, sobald einer stattfindet, nur konstant sein. In solchem Falle muß, damit die Flüssigkeit das Gleichgewicht behalten kann, die Resultante der beschleunigenden Kräfte, welche von Außen nach Innen wirkt, zugleich normal auf der Oberfläche der Flüssigkeit sein. Denn wäre dies nicht der Fall, so könnte man sie in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine normal und die andere die Tangente an der Oberfläche der Flüssigkeit wäre; diese letztere würde aber das Molekül dm zum Gleiten bringen.

Dieser Umstand ist ebenfalls durch die Gleichung VII ausgedrückt. Es seien x', y', z' die Koordinaten eines Punktes, welcher der Oberfläche der Flüssigkeit und auch der Resultante der Kräfte X, Y, X gemeinschaftlich ist. Um die Gleichungen für die Normalen im Punkte x', y', z, einer gekrümmten Oberfläche zu finden (vergl. S. 1723, 1729 und 1732) hat man folgende Bestimmungsgründe.

Wenn man nur Eine Gleichung zwischen drei Veränderlichen hat, so muß man zuerst willkürlich die Werthe von zwei dieser Veränderlichen festsetzen, wenn man den Werth der dritten bestimmen will; diese letztere ist dann eine Funktion der beiden erstern. Es sei z. B.:

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

eine Gleichung für die Diagonale eines Parallelepipedons (vergl. S. 1714 und 1919); es läßt sich alsdann z nur bestimmen, wenn x und y bestimmte Werthe haben; da jedoch x und y unabhängig von einander sind, so kann eine derselben unverändert bleiben, während die andere sich ändert.

Es kann also z auf verschiedene Art verändert werden: 1) wenn x allein sich geändert hat; 2) wenn y allein verändert worden; 3) wenn x und y zugleich sich geändert haben. In den beiden ersten Fällen, wenn eine der beiden Größen als konstant gilt, wird die gegebene Gleichung eigentlich zu einer von nur zwei Veränderlichen; bleibt y konstant, so hat man:

$$xdx + zdz = 0; \text{ oder } x + z\,\frac{dz}{dx} = 0.$$

Wenn x konstant bleibt, so ist:

$$ydy + zdz = 0; \text{ oder } y + z \cdot \frac{dz}{dx} = 0.$$

Man hat also:

$$dz = -\frac{xdx}{z}; \quad dz = -\frac{ydy}{z}$$

Das erste Differential ist also auf die Veränderlichkeit von x, das zweite auf die Veränderlichkeit von y bezogen; oder das eine ist das partielle Differential von z in Bezug auf x, und das andere das partielle Differential von z in Bezug auf y (vergl. S. 1131).

Digitized by Google

Die entſprechenden Differential-Coeffizienten ſind:

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{x}{z}; \quad \frac{dz}{dy} = -\frac{y}{z}$$

Es ſei im Allgemeinen $u = 0$ eine Gleichung, welche x, y und z enthält. Betrachtet man x und y als die beiden unabhängigen Veränderlichen, alſo z als eine Funktion derſelben; ſieht man ferner y als konſtant an, ſo wird z eine Veränderung erhalten, welche derjenigen von x entſpricht. Bei dieſer Annahme muß $u = 0$ als eine Gleichung zwiſchen den beiden Veränderlichen x und z betrachtet werden; oder $u = f(x, y)$.

Verwandelt man x in $x + h$ und y in $y + k$, ſo hat man:

$f(x + h, y + k) = 0$; folglich auch $f(x + h, y + k) - f(x, y) = 0$.

Da nun $f(x, y) = u$, ſo hat man, wenn erſt x dann y allein veränderlich iſt, nach dem Taylorſchen Satze (vergl. S. 1128 und 1129):

$$f(x + h, y) = u + \frac{du}{dx} \cdot \frac{h}{1} + \frac{d^2u}{dx^2} \cdot \frac{h^2}{1 \cdot 2} + \text{ꝛc.}$$

$$f(x, y + k) = u + \frac{du}{dy} \cdot \frac{k}{1} + \frac{d^2u}{dy^2} \cdot \frac{k^2}{1 \cdot 2} + \text{ꝛc.}$$

Wenn ſich die Größen x und y beide zugleich ändern, und $x + h$ und $y + k$ werden, ſo kann man die nöthigen Aenderungen nur auf die Weiſe anbringen, daß man in der letzteren Entwickelung $\frac{du}{dx}$ an die Stelle von u ſetzt; alsdann nämlich erhält man zum Reſultat, was aus der Funktion $\frac{du}{dx}$ von y wird, wenn in ihr y in $y + k$ übergeht.

Setzt man $u = f(x, y) = x^m \cdot y^n$, ſo iſt $u + \Delta u = U = f(x + h, y + k) = (x + h)^m \cdot (y + k)^n$. Sucht man die aufeinander folgenden Differential-Koeffizienten auf, indem man erſt x allein, und dann y allein als veränderlich anſieht, ſo hat man (vergl. S. 1128):

1) $\frac{du}{dx} = m \cdot x^{m-1}y^n$ 2) $\frac{du}{dy} = n \cdot y^{n-1}x^m$

$\frac{d^2u}{dx^2} = m \cdot m - 1 \cdot x^{m-2}y^n$ $\frac{d^2u}{dy^2} = n \cdot n - 1 \cdot y^{n-2}x^m$

$\frac{d^3u}{dx^3} = m \cdot m - 1 \cdot m - 2 \cdot x^{m-3}y^n$ $\frac{d^3u}{dy^3} = n \cdot n - 1 \cdot n - 2 \cdot y^{n-3}y^m$

ꝛc. ꝛc.

Entwickelt man das Binomium $(y + k)^n$, ſo erhält man (vergl. S. 513):

$$(y + k)^n = y^n + n \cdot y^{n-1}k + \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} \cdot y^{n-2}k^2 + \text{ꝛc.}$$

multiplizirt mit x^m

$$f(x, y + k) = (y + k)^n \cdot x^m = x^m y^n + n \cdot x^m \cdot y^{n-1}k + \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} \cdot x^m \cdot y^{n-2}k^2 + \text{ꝛc.}$$

Digitized by Google

Setzt man statt der Binomial-Koeffizienten-Zähler die Differential-Koeffizienten, und die Binomial-Koeffizienten-Nenner unter die Potenzen von k, so hat man nach dem Taylorschen Satze:

$$2)\quad (y+k)^n \cdot x^m = u + \frac{du}{dy}\cdot\frac{k}{1} + \frac{d^2u}{dy^2}\cdot\frac{k^2}{1\cdot 2} + \text{ꝛc.; wie vorher.}$$

Entwickelt man das Binomium $(x+h)^m$ und multiplizirt es mit y^n, so hat man:

$$3)\quad (x+h)^m \cdot y^n = u + \frac{du}{dx}\cdot\frac{h}{1} + \frac{d^2u}{dx^2}\cdot\frac{h^2}{1\cdot 2} + \text{ꝛc.; wie vorher.}$$

Entwickelt man aber $(y+k)^n$ und $(x+h)^m$, und multiplizirt man beide Reihen mit einander, so erhält man $U = f(x+h, y+k) = (x+h)^m \cdot (y+k)^n$. Statt dieser Entwickelung und Multiplikation kann man aber, nach der Theorie der partiellen Differentiale (S. 1131 bis 1135), dasselbe Resultat U dadurch erhalten, daß man entweder in der Reihe 2 überall statt u den Differential-Koeffizienten $\frac{du}{dx}$, oder in der Reihe 3 statt u den Differential-Koeffizienten $\frac{du}{dy}$ setzt.

Die Glieder der ersten Reihe werden dann:

$$4)\quad \frac{du}{dx} + \frac{d\left(\frac{du}{dx}\right)}{dy}\cdot\frac{k}{1} + \frac{d^2\left(\frac{du}{dx}\right)}{dy^2}\cdot\frac{k^2}{1\cdot 1} + \text{ꝛc.}$$

Sieht man dx als konstant an, so wird (vergl. S. 1114 Nr. 7, 2)

$$d\left(\frac{du}{dx}\right) = \frac{d^2u}{dx}\text{; also es wird in der Reihe 4}$$

das zweite Glied $\frac{d^2u}{dydx}$; das dritte Glied $\frac{d^3u}{dy^2dx}$ u. s. f.

Es ist also im Allgemeinen $\frac{d^{n+m}u}{dy^n dx^m}$ der Differential-Koeffizient der nten Ordnung von der Funktion $\frac{d^mu}{dx^n}$, in welcher nur y als veränderlich angesehn wurde, während diese Funktion selbst schon der Differential-Koeffizient der mten Ordnung der gegebenen Funktion u ist, in welcher nur x als veränderlich angesehn wurde.

Nimmt man z. B. aus der Reihe 1 den Differential-Koeffizienten $\frac{du}{dx}$ und sieht darin y als veränderlich an, so erhält man:

$$d(mx^{m-1}y^n) = m\cdot n\cdot x^{m-1}\cdot y^{n-1}\cdot dy$$

$$\text{oder}\quad \frac{d^2u}{dydx} = m\cdot n\cdot x^{m-1}y^{n-1}$$

Hier ist hinsichtlich der obigen Bezeichnung $\frac{d^{n+m}u}{dy^n dx^m}$, das $n=1$, und $m=1$,

Digitized by Google

daher iſt $\frac{d^2u}{dydx}$ der 1te Differential-Koeffizient der Funktion $\frac{du}{dx}$, wenn y allein für veränderlich gilt; $\frac{du}{dx}$ war aber ſelbſt der erſte Differential-Koeffizient der Funktion u, da x allein als veränderlich angeſehen wurde.

Da nun y mit ſeiner Veränderung in $y + k$ durch alle binomiſchen Glieder hindurchgeht, und alſo alle aufeinander folgenden Differential-Koeffizienten enthält, ſo wird die Funktion $\frac{du}{dx}$ durch die Veränderlichkeit von y in eine ganze Reihe von Differential-Koeffizienten verwandelt, welche in der Reihe 4 dargeſtellt iſt. Da nun die Reihe 2 die Differential-Koeffizienten für die alleinige Veränderlichkeit von y ſchon darſtellt, ſo braucht man auch in ihr nur $\frac{du}{dx}$ ſtatt u zu ſetzen, um die beabſichtigte Entwickelung dieſer Funktion $\frac{du}{dx}$ zu erhalten. Es iſt aber nicht allein das Glied $\frac{du}{dx}$, welches durch die Veränderung von y in $y + k$ in eine ganze Reihe verwandelt wird, ſondern auch alle die folgenden Glieder $\frac{d^2u}{dx^2}$, $\frac{d^3u}{dx^3}$ u. ſ. f., werden ebenfalls in Reihen entwickelt, welche auf ähnliche Weiſe gefunden werden. Man ſetzt alſo in der Reihe 2 ſtatt u überall $\frac{d^2u}{dx^2}$, und erhält ſo die Entwickelung dieſer Funktion in die entſprechende Differential-Koeffizienten-Reihe für den Fall, daß y veränderlich geworden. Durch die Verwandlung von y in $y + k$ werden alſo die Differential-Koeffizienten der Reihe 3 in folgende Reihen verwandelt:

$$\frac{du}{dx} \text{ in } \frac{du}{dx} + \frac{d^2u}{dydx} \cdot \frac{k}{1} + \frac{d^3u}{dy^2dx} \cdot \frac{k^2}{1 \cdot 2} + \frac{d^4u}{dy^3dx} \cdot \frac{k^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{ꝛc.}$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} \text{ in } \frac{d^2u}{d^2x} + \frac{d^3u}{dydx^2} \cdot \frac{k}{1} + \frac{d^4u}{dy^2dx^2} \cdot \frac{k^2}{1 \cdot 2} + \frac{d^5u}{dy^3dx^2} \cdot \frac{k^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{ꝛc.}$$

$$\frac{d^3u}{dx^3} \text{ in } \frac{d^3u}{dx^3} + \frac{d^4u}{dydx^3} \cdot \frac{k}{1} + \frac{d^5u}{dy^2dx^3} \cdot \frac{k^2}{1 \cdot 2} + \frac{d^6u}{dy^3dx^3} \cdot \frac{k^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{ꝛc.}$$

Dieſe Werthe für die einzelnen Glieder der Reihe 3 muß man in dieſelbe ſetzen; man ordnet dabei die ganze Reihe am beſten ſo, daß diejenigen Glieder, in welchen die Exponenten von x und y zuſammengenommen dieſelbe Summe ausmachen, in dieſelbe Kolumne oder perpendikuläre Reihe kommen; man erhält alsdann das vollſtändige $U = f(x + h, y + k)$ in folgender Weiſe:

$$\left\{\begin{aligned} f(x+h, y+k) = u &+ \frac{du}{dy} \cdot \frac{k}{1} + \frac{d^2u}{dy^2} \cdot \frac{k^2}{1 \cdot 2} + \frac{d^3u}{dy^3} \cdot \frac{k^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{ꝛc.} \\ &+ \frac{du}{dx} \cdot \frac{h}{1} + \frac{d^2u}{dydx} \cdot \frac{kh}{1 \cdot 1} + \frac{d^3u}{dy^2dx} \cdot \frac{k^2h}{1 \cdot 2 \cdot 1} + \text{ꝛc.} \\ &+ \frac{d^2u}{dx^2} \cdot \frac{h^2}{1 \cdot 2} + \frac{d^3u}{dydx^2} \cdot \frac{k \cdot h^2}{1 \cdot 1 \cdot 2} + \text{ꝛc.} \\ &+ \frac{d^3u}{dx^3} \cdot \frac{h^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{ꝛc.} \end{aligned}\right.$$

Digitized by Google

Man hätte daſſelbe Reſultat erhalten, wenn in die Reihe 3 überall ſtatt u der Differential-Koeffizient $\frac{du}{dy}$ geſetzt wäre, und nachher die Reihen ſtatt $\frac{du}{dy}$, $\frac{d^2u}{dy^2}$ in die Reihe 2 genommen wären. Dies folgt aus der Lehre der partiellen Differentiale. Denn differenzirt man $\frac{du}{dx} = m \cdot x^{m-1}y^n$, ſo hat man:

$$\frac{d^2u}{dydx} = m \cdot n \cdot x^{m-1} \cdot y^{n-1};$$

Differenzirt man ferner $\frac{du}{dy} = n \cdot x^m \cdot y^{n-1}$, ſo hat man:

$$\frac{d^2u}{dydx} = m \cdot n \cdot x^{m-1} \cdot y^{n-1}$$

Das Reſultat iſt daſſelbe; daher müſſen die obigen Differentiationen ebenfalls zum gleichen Endreſultat führen.

Zieht man u von U, oder f (x, y) von f (x + h, y + k) ab, indem man die Glieder von jeder Kolumne in eine horizontale Linie, und zugleich auf eine Benennung bringt, ſo hat man:

$$6) \left\{ \begin{array}{l} f(x+h, y+k) - f(x, y) = \frac{1}{1}\left(\frac{du}{dx}h + \frac{du}{dy}k\right) \\ + \frac{1}{1 \cdot 2}\left(\frac{du^2}{dx^2}h^2 + 2\frac{d^2u}{dxdy}hk + \frac{d^2u}{dx^2}k^2\right) \\ + \text{ ꝛc. ꝛc.} \end{array} \right.$$

Der Koeffizient 2 vor dem zweiten Gliede in der Klammer der zweiten Reihe kommt aus dem Diviſor 1 . 1 in dem entſprechenden Gliede der Entwickelung bei 5, welche in der Entwickelung bei 6 durch den gemeinſchaftlichen Diviſor 2 erſetzt werden ſollte. Verwandelt man jetzt h in dx, und k in dy, und nimmt man (vergl. S. 1126) das Differential in ſeiner eigentlichen Bedeutung als Grenze der Differenz, ſo zeigt ſich, daß das Differential der Funktion u in den beiden Gliedern beſteht, welche die erſte Linie der Entwickelung bei 6 ausmachen; es iſt alſo:

$$df(x, y) = du = \frac{du}{dx}dx + \frac{du}{dy}dy;$$

das vollſtändige Differential enthält alſo (vergl. S. 1131) die beiden partiellen Differentiale, von denen das eine ſich auf die Veränderlichkeit von x, das andere auf diejenige von y bezieht.

Wenn man Gleichungen zu differenziren hat, ſo iſt ein großer Unterſchied darin, ob ſie geſonderte oder gemiſchte Gleichungen ſind. Geſonderte Gleichungen haben die Veränderliche auf einer Seite und die Funktion auf der andern, und treten alſo in einer Form wie Y = X auf, wo y eine Funktion von y, X eine von x iſt.

Die gemiſchten Gleichungen dagegen enthalten die Veränderliche und die Funktion derſelben unter einander gemiſcht und verknüpft.

Digitized by Google

Wenn man daher zwischen x und y eine beliebige Gleichung $f(x, y) = 0$ hat, so soll man vermöge derselben sowohl x durch y als auch y durch x bestimmen können; verwandelt man nun x in $x + h$, und y in $y + k$, so muß man auch noch haben (vergl. S. 1999):

$$f(x + h, y + k) = 0; \text{ und auch } f(x + h, y + k) - f(x, y) = 0.$$

Setzt man nun wie vorher $u = f(x, y) = 0$, so hat man nach der Entwickelung bei 6:

$$7) \quad \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{1}\left(\frac{du}{dx}\,h + \frac{du}{dy}\,k\right) \\ + \frac{1}{1 \cdot 2}\left(\frac{d^2u}{dx^2}\,h^2 + 2 \cdot \frac{d^2u}{dx\,dy}\,hk + \frac{d^2u}{d^2y}\,k^2\right) = 0. \end{array} \right.$$

Sieht man y als die abhängige Größe an, so findet man seinen Differential-Koeffizienten durch die Grenze des Verhältnisses $\frac{k}{h}$ (vgl. S. 1126). Setzt man $k = \pi h$, so lassen sich sämmtliche Glieder durch h dividiren. Nimmt man hierauf $h = 0$, um zur Grenze zu kommen, so hat man:

$$\frac{du}{dx} + \frac{du}{dy} \cdot \pi = 0.$$

Nimmt man statt k seine Grenze dy, und statt h seine Grenze dx, so ist die Grenze von π die Größe $\frac{dy}{dx}$ man hat daher:

$$8) \quad \frac{du}{dx} + \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = 0; \text{ oder } \frac{du}{dx}\,dx + \frac{du}{dy}\,dy = 0.$$

Die letzte Gleichung erhält man durch Multiplikation der beiden Glieder mit dx. Man darf aber in der letzten Gleichung ja nicht $\frac{du}{dx} \cdot dx$ mit du, und eben so wenig $\frac{du}{dy} \cdot dy$ mit du verwechseln. Denn in dem Ausdrucke $\frac{du}{dx}$ ist das du nicht das vollständige, sondern nur das partielle Differential (S. 1131) von u in Beziehung auf die Veränderlichkeit von x; und in dem Ausdrucke $\frac{du}{dy}$ ist ebenfalls du nur das partielle Differential von u in Beziehung auf die Veränderlichkeit von y. Diese Beschränkung muß also dadurch angedeutet werden, daß man dem du seine Divisoren dx und dy giebt; und nur allein das vollständige Differential von u darf mit dem Ausdrucke du ohne Divisor bezeichnet werden.

Der letzte Ausdruck bei 8 ist also der erste Differential-Koeffizient der Funktion u nach der Entwickelung bei 6 (S. 2003).

Hat man also eine Gleichung $u = 0$ zwischen zwei Veränderlichen x und y, und will den ersten Differential-Koeffizienten der Funktion y finden: so differenzirt man die erste Seite dieser Gleichung so, als wären die bei-

Digitized by Google

den Veränderlichen von einander unabhängig, ſetzt hierauf das Reſultat gleich Null, und zieht daraus den Werth von $\frac{dy}{dx}$.

Will man ferner eine Gleichung bilden, welche das Verhältniß zwiſchen dem erſten und zweiten Differential-Koeffizienten ausdrückt, ſo muß man die Gleichung, welche den erſten ausdrückt, differenziren, indem man dieſen erſten Differential-Koeffizienten als eine neue Veränderliche anſieht, und das Reſultat durch dx dividiren. Auf gleiche Art verfährt man mit den folgenden Differential-Koeffizienten, um durch dieſe wiederholten Differentiationen allmälig die Gleichungen zu erhalten, welche die Relationen zwiſchen den verſchiedenen Differential-Koeffizienten ausdrücken.

Setzt man nun, wie oben (S. 2000) $u = 0$, eine Gleichung, welche x, y und z enthält, und betrachtet man x und y als die beiden unabhängigen, z als die von ihnen abhängige Funktion: ſo kann man das eine Mal y, das andere Mal x als konſtant anſehen: im erſten Fall wird $u = 0$ als eine Gleichung zwiſchen den beiden Veränderlichen x und z; im andren Falle als eine zwiſchen den beiden Veränderlichen y und z zu behandeln ſein.

Es ſei zuerſt x veränderlich, y konſtant; alsdann hat man:

$$9) \quad \frac{du}{dx} + \frac{du}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} = 0;$$

woraus ſich der Differential-Koeffizient von z ableiten läßt, der ſich auf die Veränderlichkeit von x bezieht. Hiebei muß man eben wie bei 8, das dz in $\frac{dz}{dx}$ nur für das partielle Differential von z in Beziehung auf x anſehen.

Es ſei y veränderlich, x konſtant; alsdann hat man:

$$10) \quad \frac{du}{dy} + \frac{du}{dz} \cdot \frac{dz}{dy} = 0.$$

Multiplizirt man die Gleichung 9 mit dx, die Gleichung 10 mit dy, und addirt darauf beide, ſo erhält man:

$$11) \quad \frac{du}{dx} \cdot dx + \frac{du}{dy} \cdot dy + \frac{du}{dz}\left(\frac{dz}{dx} \cdot dx + \frac{dz}{dy} \cdot dy\right) = 0.$$

wobei wieder $\frac{dz}{dx} \cdot dx$ nicht gleich dz geſetzt werden darf.

Es iſt aber (vergl. S. 2004 Gleichung 8) $\frac{dz}{dx} \cdot dx + \frac{dz}{dy} \cdot dy$ das vollſtändige Differential von z; man erhält alſo:

$$12) \quad \frac{du}{dx} \cdot dx + \frac{du}{dy} \cdot dy + \frac{du}{dz} \cdot dz = 0.$$

d. h. man kann das in Bezug auf die drei Veränderlichen x, y und z genommene Differential der Gleichung $u = 0$ auch gleich Null ſetzen. Dieſe Differentialgleichung iſt aber dann mit zwei Gleichungen gleichbedeutend; denn ſetzt man in ihr ſtatt dz deſſen Werth, d. h. $\frac{dz}{dy} \cdot dx + \frac{dz}{dy} \cdot dy$, ſo ſind die beiden

Digitized by Google

Zuwachſe dx und dy von einander unabhängig; und deshalb müſſen die beiden Größen, welche dieſelben multipliziren, jede für ſich gleich Null ſein.

3 Geht eine gerade Linie AN, Fig. 187, Tafel XXXV, D, durch den Urſprung A der Koordinaten, ſo hat man für ihre verſchiedenen Punkte, wie D, N u. ſ. w., folgende Gleichungen zwiſchen ihren Koordinaten-Paaren (vgl. S. 1730):

$$\frac{DC}{AC} = \frac{PN}{AP}$$

Bezeichnet man dieſes konſtante Verhältniß zwiſchen den Koordinaten durch a, ſo iſt die Gleichung dieſer geraden Linie AN:

$$y = ax, \text{ oder } \frac{y}{x} = a.$$

Bezeichnet man ferner den Winkel NAP durch α, ſo hat man $x = \cos \alpha$, und $y = \sin \alpha$; daher:

$$\frac{y}{x} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \text{tang } \alpha = a.$$

Geht eine gerade Linie BM nicht durch den Urſprung A der Koordinaten, ſo hat man, wenn AN parallel mit BM, und AB = b iſt:

$$\text{VIII)} \quad y = ax + b.$$

Die allgemeinſte Formel einer Gleichung vom erſten Grade iſt:

$$Ay + Bx + C = 0; \text{ oder } y = -\frac{B}{A}x - \frac{C}{A}$$

Drückt man die beiden negativen Koefſizienten durch a und b aus, ſo iſt $y = ax + b$, woraus ſich zeigt, daß jede Gleichung des erſten Grades zu einer geraden Linie gehört (vergl. S. 1729). Macht man in obiger Gleichung VIII $x = 0$, ſo iſt $y = b = AB$, d. h. die Ordinate iſt im Urſprunge zu ſuchen; macht man $y = 0$, ſo hat man aus VIII $x = -\frac{b}{a}$ d. h. die Abſziſſe iſt negativ, alſo = AE.

4 Es gehe die gerade Linie durch zwei gegebene Punkte; die Koordinaten des erſten ſeien x', y'; diejenigen des zweiten x'', y''; und die Gleichung der Linie ſei $y = ax + b$, daher auch $y' = ax' + b$, man hat daher:

$$\text{IX)} \quad y - y' = a(x - x')$$

Dieſe Gleichung gilt für alle geraden Linien, welche durch den Punkt (x', y') gehen, und ſich durch nichts Anderes als den Werth von a unterſcheiden.

Da dieſe gerade Linie auch durch den Punkt (x'', y'') gehen ſoll, ſo hat man auch:

$$\text{X)} \quad y'' - y' = a(x'' - x')$$

$$\text{daher XI)} \quad a = \frac{y'' - y'}{x'' - x'}; \text{ und } y - y' = \frac{y'' - y'}{x'' - x'} \cdot (x - x').$$

5 Um den Winkel zu finden, den zwei gerade Linien bilden, ſei, Fig. 188,

Digitized by Google

Tafel XXXV, D, die erste BC und die zweite DC; der Winkel CBA, den die erste mit der Axe der x macht sei $= \alpha$; um den Winkel, den DC mit derselben Axe der x bildet, zu konstruiren, zieht man BE parallel mit DC, alsdann sei Winkel EBA $= \alpha'$. Man hat nun nach obigen Gleichungen:

$$a = \text{tang } \alpha; \; a' = \text{tang } \alpha' \text{ und der gesuchte Winkel } V = \alpha - \alpha'.$$

Es ist aber die Tangente einer Bogendifferenz (vergl. S. 747)

$$\text{tang } V = \frac{\text{tang } \alpha - \text{tang } \alpha'}{r^2 + \text{tang } \alpha \,.\, \text{tang } \alpha'} \cdot r^2$$

oder, wenn man $r = 1$, und statt der Tangenten die Verhältnißzahlen der Koordinaten setzt:

$$\text{XII)} \quad \text{tang } V = \frac{a - a'}{1 + aa'}$$

Wenn $a = a'$, so sind die geraden Linien parallel, weil $V = 0$. Wenn $1 + aa' = 0$ so ist tang $V = \infty$, also der Winkel V ein rechter.

Damit also die beiden geraden Linien parallel seien, muß man haben:

$$\text{XIII)} \quad a = a'.$$

Damit die beiden geraden Linien perpendikulär auf einander seien, muß man haben:

$$\text{XIV)} \quad 1 + aa' = 0.$$

Soll also durch einen gegebenen Punkt eine gerade Linie so gezogen werden, daß sie mit einer andern, deren Gleichung $y = ax + b$ ist, entweder parallel geht; oder perpendikulär auf ihr steht; oder einen bestimmten Winkel mit ihr bildet; oder einen Winkel von 45° mit ihr macht: so hat man folgende vier Gleichungen; in der dritten ist $m = \text{tang } V$, d. h. gleich der Tangente des verlangten Winkels:

1) $y - y' = a(x - x')$; wenn beide Linien parallel sein sollen;

2) $y - y' = -\frac{1}{a}(x - x')$; wenn beide senkrecht auf einander stehen sollen;

3) $y - y' = \frac{a - m}{am + 1} \,.\, (x - x')$; wenn beide einen bestimmten Winkel bilden sollen;

4) $y - y' = \frac{a - 1}{a + 1} \,.\, (x - x')$; wenn beide einen Winkel von 45° bilden sollen.

Die Gleichung der gesuchten geraden Linie ist ursprünglich folgende:

$$y - y' = a'(x - x')$$

Sind beide Linien parallel, so ist auch bei beiden das Verhältniß der Koordinaten ein und dasselbe, daher $a = a'$, woraus sich die erste dieser Gleichungen ergiebt.

Digitized by Google

Da die Tangente des rechten Winkels unendlich iſt (vergl. S. 654), ſo muß in dem Ausdrucke $\text{tang } V = \frac{a - a'}{1 + aa'}$ der Nenner oder Diviſor $1 + aa' = 0$ werden, indem $\frac{a - a'}{0} = \infty$ (vergl. S. 1122).

Da $aa' + 1 = 0$, ſo iſt $a' = -\frac{1}{a}$; alſo $y - y' = -\frac{1}{a}(x - x')$, woraus ſich die zweite Gleichung ergiebt.

Aus der Gleichung $\text{tang } V = \frac{a - a'}{1 + aa'}$ erhält man, wenn $\text{tang } V = m$ iſt:

$$m(1 + aa') = a - a'; \; m + maa' = a - a'; \; a' + maa' = a - m;$$

$$a'(1 + ma) = a - m; \text{ alſo } a' = \frac{a - m}{am + 1}$$

Daher nach der Gleichung $y - y' = a'(x - x')$ erhält man vermittelſt des letzten Werthes von a' die dritte Gleichung.

Die Tangente von 45° iſt gleich dem Radius, weil ſie die Kathete eines gleichſchenkligen Dreiecks bildet; nimmt man alſo ſtatt m den Werth des Radius gleich 1, ſo wird $a' = \frac{a - 1}{a + 1}$, woraus ſich die vierte Gleichung ergiebt.

6 Es ſeien zwei gerade Linien gegeben; ihre Gleichungen heißen $y = ax + b$, und $y = a'x + b'$. Das x kann für beide Linien in ihrer ganzen Ausdehnung daſſelbe ſein; alsdann unterſcheidet ſich aber y; und umgekehrt. Der Punkt, in welchem ſich beide Linien ſchneiden, iſt der einzige, wo für beide Linien ſowohl x als y dieſelben ſind. Soll man daher für ein Paar gerade Linien den Durchſchnittspunkt finden, ſo muß man die Veränderlichen eliminiren; alsdann erhält man die Koordinaten des Durchſchnittspunktes.

Daher $ax + b = a'x + b'$; $ax - a'x = b' - b$; $x(a - a') = b' - b$;

$$A) \quad x = \frac{b' - b}{a - a'}$$

Setzt man dieſen Werth von x in die Gleichung $y = ax + b$, ſo iſt:

$$y = \frac{b'a - ba}{a - a'} + b; \; y = \frac{ab' - ab + ab - a'b}{a - a'}$$

$$y = \frac{ab' - a'b}{a - a'}$$

Alſo durch Elimination von x und y in den Gleichungen zweier geraden Linien findet man die Koordinaten ihrer Durchſchnittspunkte. Macht man ferner in der Gleichung einer geraden Linie $y = 0$ oder $x = 0$, ſo findet man die Punkte, wo die gerade Linie die Axe der x oder der y ſchneidet (vergl. S. 1729).

7 Es ſeien zwei Punkte M und N (Tafel XXXV, D, Fig. 189) gegeben, und zwar die Koordinaten des erſtern x' und y', die des zweiten x'' und y''. Man ſoll die Entfernung beider Punkte finden.

Man zieht MR parallel mit der Axe der x, und die beiden Perpendikel MP

Digitized by Google

und NQ. Das rechtwinklige Dreieck NMR giebt $MN^2 = MR^2 + NR^2$. Es ist aber $NR = NQ - NR = y'' - y'$; $MR = AQ - AP = x'' - x'$; daher die Distanz MN oder δ

$$B) \quad \delta = \sqrt{(x'' - x')^2 + (y'' - y')^2}$$

Die Distanz AM des Punktes M vom Ursprunge der Koordinaten, auch mit δ bezeichnet, ist:

$$\delta = \sqrt{(x'^2 + y'^2)}$$

Sollen die beiden Punkte auf einer geraden Linie BN liegen, deren Gleichung $y = ax + b$ wäre, so müßten die Koordinaten folgenden beiden Gleichungen Genüge leisten:

$$y' = ax' + b, \text{ und } y'' = ax'' + b.$$

Setzt man diese Werthe von y'' und y' in die Gleichung B, so wird:

$$\delta = \sqrt{(x'' - x')^2 + (ax'' + b - ax' - b)^2} = \sqrt{(x'' - x')^2 + (ax'' - ax')^2}$$

Sondert man den gemeinschaftlichen Faktor $(x'' - x')^2$ ab, so hat man:

$$\delta = \sqrt{(x'' - x')^2 \cdot (1 + a^2)}$$

Zieht man den ersten Faktor unter dem Wurzelzeichen hervor, so erhält man:

$$\delta = (x'' - x') \cdot \sqrt{(1 + a^2)}$$

Es seien, Fig. 190, N und M zwei Punkte im Raume, die Koordinaten 8 des erstern x, y, z, die des zweiten x', y', z'; ferner n und m ihre Projektionen auf der Ebene der xy, und mn die Projektion der Linie MN = R.

Man hat nach der Gleichung B:

$$mn^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$$

Man zieht ferner MP parallel mit mn, und erhält das in P rechtwinklige Dreieck MNP, woraus $MN^2 = MP^2 + NP^2$. Es ist aber $NP = Nn - nP = Nn - Mm = z - z'$, daher, wenn man dazu obigen Werth von mn^2 nimmt:

$$C) \quad MN^2 = R^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$$

R ist die Distanz zwischen den Punkten (xyz) und (x'y'z'), betrachtet man x, y, z als veränderlich, so ist die Gleichung C diejenige einer Kugeloberfläche, deren Radius = R ist, und deren Mittelpunkt im Punkte (x'y'z') liegt, wie sich gleich im folgenden Satze zeigen wird.

Wenn mB und nC parallel mit Ay sind, so ist BC = x − x' = der Projektion der Linie MN auf der Axe der x; es ist also, da aus der Gleichung C

$$MN = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

die Länge einer Linie im Raume gleich der Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate ihrer Projektionen auf den drei Axen.

Digitized by Google

Da MP parallel mit mn, ſo iſt NMP der Winkel, den MN mit der Ebene xy macht, auf welcher mn ihre Projektion iſt. Man hat alſo die Proportion

$$MN : MP = r : \cos NMP; \text{ daher } MN = \frac{MP}{\cos NMP}$$

Es iſt alſo eine Linie im Raume gleich dem Quotienten ihrer Projektion auf irgend einer Ebene dividirt durch den Koſinus des Winkels, den ſie mit dieſer Ebene macht.

9 In Fig. 191 iſt der Punkt M durch die drei koordinirten Ebenen beſtimmt. Es ſei $MP = z = c$; $AN = x = a$; $AS = y = b$. Vollendet man das Parallelepipedon QN, ſo iſt $MQ = a$; $MR = b$; $MP = z$.

Die drei koordinirten Ebenen können ſämmtlich über den Punkt A hinaus verlängert werden; alsdann bilden ſie außer dem jetzt ſichtbaren körperlichen Winkel zAxy noch ſieben andere ihm gleiche. Alsdann erhalten die Koordinaten auch ihre negativen Zeichen (vergl. S. 1917); die z ſind negativ, wenn ſie unterhalb der Ebene x, y fallen; die x ſind negativ, wenn ſie links von der Ebene z, y fallen; die y ſind negativ, wenn ſie hinter der Ebene z, x liegen.

Hat man eine Gleichung zwiſchen den drei Koordinaten x, y, z, wie $f(x, y, z) = 0$, ſo iſt ſie unbeſtimmt. Nimmt man für zwei dieſer Variabeln beſtimmte Werthe, wie $x = a = AN$, $y = b = PN$, ſo giebt die Gleichung für z wenigſtens eine Wurzel $z = c$. Iſt c reell, ſo errichtet man in dem Punkte P ein Perpendikel $PM = c$ auf der Ebene yAx, und der Punkt M iſt auf dieſe Art im Raume beſtimmt.

Läßt man die Werthe von x und y wechſeln, ſo erhält man eben ſo viele Punkte M; verbindet man dieſe in Gedanken durch einen ununterbrochenen Zuſammenhang, ſo entſteht eine Oberfläche eines Kegels, oder eines Cylinders, oder einer Kugel. Die Gleichung $f(x, y, z) = 0$ iſt alſo *die Gleichung der Oberfläche*, weil ſie die Punkte derſelben von denen des Raumes überhaupt unterſcheidet. Hat z mehrere reelle Wurzelwerthe, ſo hat die Oberfläche mehrere Seiten; iſt z imaginär (vergl. S. 498—502), ſo trifft das in P errichtete unbeſtimmte Perpendikel die Ebene xy nicht.

Nimmt man für y einen konſtanten Werth wie $y = b = AS$, und läßt x ſich verändern, ſo bewegt ſich die Ordinate $QS = z$ längs SP parallel mit der Ebene xz, und die entſprechenden Veränderungen, die ſie erleidet, werden durch die Gleichung $f(x, b, z) = 0$ beſtimmt ſein; das iſt aber die Gleichung für den Durchſchnitt der Oberfläche mit der Ebene MS. Macht man $x = a$ oder $z = c$, ſo hat man die Durchſchnitte der Oberfläche mit den Ebenen MN oder QR, welche den Koordinaten-Ebenen yz und xy parallel ſind.

Dem Vorigen zufolge iſt $z = 0$ offenbar die Gleichung der Ebene xy; $z = c$ diejenige einer Ebene, die der Ebene xy parallel iſt, aber um die Größe c von ihr abſteht; $x = 0$ iſt die Gleichung der Ebene yz, $x = a$ die Gleichung der Ebene MN parallel mit yz, und von ihr um a abſtehend.

10 Das rechtwinklige Dreieck AMP, Fig. 191, giebt:

$$z^2 + AP^2 = AM^2;$$

Digitized by Google

das Dreieck APN giebt $AP^2 = x^2 + y^2$; daher wenn $AM = R$

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2; \text{ also } R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Also der Abstand eines Punktes vom Ursprunge der Koordinaten ist gleich der Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate der Koordinaten.

Nimmt man x, y und z als variabel, so bezeichnet diese Gleichung alle Punkte des Raumes, deren Abstand vom Ursprunge immer derselbe, nämlich $= R$ ist; dies ist also die Gleichung der Oberfläche einer Kugel, deren Radius $= R$ ist, und deren Mittelpunkt im Ursprunge der Koordinaten liegt.

Läßt man in Fig. 190 die Koordinaten x, y und z sich verändern, so giebt $R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$ die Gleichung einer Kugel, deren Radius $= R$ ist, und deren Mittelpunkt in dem Punkte (x', y', z') liegt.

Jede Gleichung zwischen drei Veränderlichen stellt eine Oberfläche dar; zur 11
Ordinate der Oberfläche wählt man diejenige Veränderliche, welche als Funktion der beiden andern, d. h. als durch sie bestimmt angesehen werden soll. Bezeichnet man also die drei Veränderlichen mit x, y, z, und bezieht sie auf die drei senkrecht auf einander stehenden Axen: so wird z zur Ordinate, x und y zu Abszissen eines beliebigen Punktes der Oberfläche angenommen; demnach ist z eine Funktion von x und y.

So wie die Linien durch die Bewegung eines Punktes, so werden die 12
Oberflächen durch die Bewegung von Linien erzeugt (vergl. S. 626 Nr. 5, S. 630 Nr. 21, 22; S. 636, Nr. 47; S. 1216, §. 170); z. B. die Oberfläche eines Cylinders entsteht durch die Bewegung einer geraden Linie, die sich immer parallel bleibt; die Oberfläche eines Kegels durch die Bewegung einer geraden Linie, die immer durch einen und denselben gegebenen Punkt hindurchgeht. Um die Bewegung der erzeugenden Linie zu lenken, denkt man sich beim Cylinder und Kegel eine Kreislinie, über deren sämmtliche Punkte der bewegliche Endpunkt der erzeugenden Geraden hingleiten muß; man kann sich aber auch für die Bildung andrer Oberflächen zur lenkenden Linie einer jeden andern beliebigen, und im Raume beliebig gelegenen krummen Linie bedienen.

Es seien, (Fig. 192, Tafel XXXV, D), ABC, ABD, CAD die drei senkrecht 13
auf einander stehenden koordinirten Ebenen, und AB, AC, AD die drei Koordinatenaxen. Es soll die Gleichung einer Ebene HAK gesucht werden, welche durch den Punkt A geht. Die Ebene macht mit der Ebene DAC den Durchschnitt HA, und mit der Ebene BAD den Durchschnitt AK.

Es sei M ein Punkt der Ebene HAK, und seine Koordinaten $Am = x$, $mp = y$, $pM = z$. Man zieht pm'' parallel mit AB, mk und m''h parallel mit PM; diese beiden letzteren Linien schneiden HA in h und AK in k; man macht $pl = mk$, und zieht m''l und kl. Ferner zieht man Mh; alsdann sind Mh und Ak, als Schnitte zweier paralleler Ebenen Mbm''l und KAB durch eine dritte Ebene HAK einander parallel (S. 1815 Nr. 37).

Da pl gleich und parallel mit mk ist, so sind auch, als Parallellinien zwischen Parallellinien, mp und kl untereinander und mit Am'' gleich und parallel. Hieraus folgt, daß auch m''l gleich und parallel mit Ak ist; also sind auch

Digitized by Google

m''l und Mh parallel und gleich; daher iſt Mhm''l ein Parallelogramm, und Ml = hm''.

Die Winkel HAC und KAB bleiben für alle Punkte der Ebene HAK dieſelben; man kann daher dieſe Winkel, wie auch ihre Tangenten, als bekannt anſehen. Es ſei tang KAB = a, und tang HAC = b; alsdann iſt in dem bei m rechtwinkligen Dreiecke Amk die Seite mk = Am . tang KAB = ax; und in dem bei m'' rechtwinkligen Dreiecke hAm'' die Seite hm'' = Am'' . tang HAC = by.

Hieraus erhält man Mp = Ml + lp = hm'' + mk = by + ax; da nun Mp = z ſo iſt z = ax + by; dies iſt alſo die Gleichung der Ebene HAK, d. h. die Gleichung einer Ebene, welche durch den Punkt A geht.

Geht aber die Ebene, deren Gleichung geſucht wird, nicht durch den Punkt A, wie z. B. die Ebene PQR, ſo kann man ſich eine mit derſelben parallel liegende und durch den Punkt A gehende Ebene, wie HAK, denken; für dieſe gilt die eben gefundene Gleichung:

$$D)\quad z = ax + by;$$

es iſt aber jedes z für die Ebene PQR um das Stück AQ größer, als für die Ebene HAK; ſetzt man AQ = c, ſo iſt die Gleichung für jede Ebene, welche nicht durch den Urſprungspunkt A der Koordinaten geht:

$$E)\quad z = ax + by + c.$$

Um dieſer Gleichung eine regelmäßigere Geſtalt zu geben (vergl. S. 1084 Nr. 8), multiplizirt man ſie mit irgend einer Größe C, und ſetzt hierauf — aC = A; — bC = B; — cC = D; nimmt man alſo alle Glieder auf die Seite von z (vergl. S. 603 Nr. 10), ſo wird die obige Gleichung E zu folgender:

$$F)\quad Ax + By + Cz + D = 0.$$

Aus der Art, wie die Gleichung F gefunden worden, ergiebt ſich zugleich, daß für jede Ebene, welche durch den Anfangspunkt der Koordinaten geht, c und folglich auch D = 0 iſt; alſo:

$$G)\quad Ax + By + Cz = 0.$$

Ferner ergiebt ſich daraus, daß wenn Ax + By + Cz + D = 0, und A'x + B'y + C'z + D' = 0 die Gleichungen für zwei parallele Ebenen ſein ſollen, A' = A, B' = B und C' = C ſein muß.

Will man die Gleichungen für die Durchſchnitte dieſer Ebene mit den koordinirten Ebenen haben, ſo darf man nur nach und nach x = 0, y = 0, z = 0 ſetzen. Man erhält alsdann für den Schnitt der Ebene mit der Ebene der y, z die Gleichung:

$$H)\quad By + Cz + D = 0;$$

für den Schnitt mit der Ebene x, z:

$$K)\quad Ax + Cz + D = 0;$$

Digitized by Google

für den Schnitt mit der Ebene x, y:

$$L) \quad Ax + By + D = 0.$$

Wie ſchon vorher (S. 2010) bemerkt, ſo kann man ſich die drei koordinirten Ebenen nach allen Seiten ohne Ende erweitert denken; es entſtehen alsdann um den Punkt A acht körperliche Winkel, welche den Raum in eben ſo viele Gegenden theilen, in denen die Koordinaten x, y, z genommen werden können; ſo daß ſie bald poſitiven, bald negativen Werth haben.

Es ſei die Gleichung einer Ebene gegeben; man ſoll die Gleichung einer 14
andern Ebene finden, welche jener parallel iſt, und durch einen gegebenen Punkt geht.

Die Gleichung der gegebenen Ebene ſei $Ax + By + Cz + D = 0$; alsdann kann die Gleichung der geſuchten Ebene keine andere Form haben (vergl. S. 2012, unter G), als dieſe $Ax + By + Cz + D' = 0$, worin nur D' unbekannt iſt.

Die Koordinaten des gegebenen Punktes ſeien x', y', z'; da der Punkt in der geſuchten Ebene liegen ſoll, ſo hat man die Gleichung $Ax' + By' + Cz' + D' = 0$. Dieſe Gleichung von der vorigen abgezogen, hat man:

$$M) \quad A(x - x') + B(y - y') + C(z - z') = 0.$$

Wenn die Schnitte einer Ebene mit den beiden Projektionsebenen, nebſt 15
den Projektionen eines Punktes gegeben ſind: ſo ſoll man die Lage der Projektionen eines Perpendikels finden, welcher aus dem gegebenen Punkte auf die gegebene Ebene herabgelaſſen worden.

Es ſeien AB und BC, Fig. 193, Tafel XXXV, D, die beiden gegebenen Schnitte der Ebene mit der horizontalen und vertikalen Projektionsebene, d und d'' die gegebenen Projektionen des Punktes, aus welchem das Perpendikel gezogen werden ſoll. Man zieht aus d ſenkrecht auf AB die Linie dg, und aus d'' ſenkrecht auf BC die Linie d''g''; dieſe beiden Linien dg und d''g'' geben die geſuchte Lage der Projektionen des Perpendikels.

Denn legt man durch dieſes Perpendikel eine Vertikalebene, welche E heißen mag, ſo ſteht dieſelbe ſowohl auf der Horizontalebene, als auch auf der Ebene ABC perpendikulär (vergl. S. 1812 Nr. 20); alſo auch auf dem Schnitte AB, den dieſe Ebene mit der horizontalen Projektionsebene macht (vergl. S. 1813 Nr. 23).

Da nun AB ſenkrecht auf der Ebene E ſteht, ſo ſteht ſie auch ſenkrecht auf dem Schnitt dieſer Ebene mit der Horizontalebene; dieſer Schnitt iſt aber die Projektion des Perpendikels auf der Horizontalebene; und da dieſelbe auch durch den Punkt d gehen muß, ſo iſt dg die geſuchte Projektion.

Auf dieſelbe Art läßt ſich beweiſen, daß d''g'' die geſuchte Projektion auf der Vertikalebene iſt.

Es ſei eine gerade Linie gegeben; man ſoll durch einen gegebenen Punkt 16
eine Ebene legen, welche auf dieſer Linie perpendikulär ſteht.

So eben iſt gezeigt, daß, wenn eine Linie auf einer Ebene perpendikulär ſtehen ſoll, ihre Projektionen ebenfalls perpendikulär auf den Schnitten der

Digitized by Google

Ebene mit den Projektionsebenen ſtehen muß. Hierauf gründet ſich folgende Auflöſung.

Es ſei $Ax + By + Cz + D = 0$ die Gleichung der geſuchten Ebene; alsdann hat man für die Schnitte dieſer Ebene mit den Ebenen der x, z und der y, z (vergl. S. 2012 Gleichung H und K):

$$N) \quad \begin{cases} Ax + Cz + D = 0; \text{ alſo } x = -\frac{C}{A}z - \frac{D}{A}; \\ By + Cz + D = 0; \text{ alſo } y = -\frac{C}{B}z - \frac{D}{B}; \end{cases}$$

Es ſeien $x = az + b$, $y = a'z + b'$, die Gleichungen für die Projektionen der gegebenen Linie auf die Ebenen der x, z und der y, z. Da dieſe Projektionen auf den Schnitten bei N perpendikulär ſtehen müſſen: ſo hat man, weil die Tangente des rechten Winkels, den beide Linien bilden, unendlich iſt (vrgl. S. 2007 Gleichung 14) $1 + a'a = 0$, alſo $a' = -\frac{1}{a}$; daher $-\frac{1}{a} = -\frac{C}{A}$; und $-\frac{1}{a'} = -\frac{C}{B}$; daher $A = aC$, $B = a'C$. Subſtituirt man dieſe Werthe in die Gleichung $Ax + By + Cz + D = 0$, ſo erhält man:

$$C(ax + a'y + z) + D = 0; \text{ oder } ax + a'y + z + \frac{D}{C} = 0$$

Da dieſe Ebene durch einen gegebenen Punkt gehen ſoll, ſo ſeien x', y', z' die Koordinaten dieſes Punktes; man hat alsdann auch

$$ax' + a'y' + z' + \frac{D}{C} = 0$$

Zieht man dieſe Gleichung von der vorigen ab, ſo erhält man:

$$P) \quad a(x - x') + a'(y - y') + (z - z') = 0;$$

dies iſt die Gleichung für die geſuchte Ebene.

Iſt aber umgekehrt die Gleichung einer Ebene $Ax + By + Cz + D = 0$ gegeben; und ſoll man die Linie finden, welche auf dieſer Ebene ſenkrecht ſteht, und durch einen gegebenen Punkt geht: ſo darf man nur für a, a' ihre Werthe $\frac{A}{C}$, $\frac{B}{C}$ (aus den unter N gegebenen Herleitungen) in den Gleichungen $y = az + b$, und $y = a'z + b'$ ſubſtituiren. Man erhält hiedurch

$$x = \frac{A}{C}z + b; \quad y = \frac{B}{C}z + b'$$

Da nun das Perpendikel auch durch einen gegebenen Punkt gehen ſoll, deſſen Koordinaten x', y', z' ſein mögen, ſo hat man:

$$x' = \frac{A}{C}z' + b; \quad y' = \frac{B}{C}z' + b'$$

Werden dieſe Gleichungen von den vorigen abgezogen, ſo verſchwinden b und b', und man erhält:

$$Q) \quad x - x' = \frac{A}{C}(z - z'); \quad y - y' = \frac{B}{C}(z - z');$$

Digitized by Google

Dies sind also die Gleichungen für die Projektionen des Perpendikels.

Zwischen einer beliebigen krummen Linie und ihrer Tangente kann keine 17
andere grade Linie, wohl aber können unendlich viele Kreislinien von verschiedenen Halbmessern dazwischen gezogen werden, die mit der krummen Linie eine gemeinschaftliche Tangente haben, und unter denen sich eine befinden muß, welche sich in der Umgebung des Berührungspunktes der krummen Linie mehr nähert, als alle andern; diese ist die oskulatorische Kreislinie (vrgl. S. 1721).

Alle krummen Linien, welche einen gemeinschaftlichen Punkt haben, und deren Ordinaten an diesem Punkte denselben Differential-Koeffizienten haben, berühren sich daselbst und haben eine gemeinschaftliche Tangente; aber sie können sich ebenso von einander unterscheiden, wie der oskulatorische Kreis von allen übrigen, die sich der gegebenen krummen Linie nicht so nähern. Man theilt deshalb die Berührungen in Ordnungen, nach der Anzahl der auf einander folgenden Differential-Koeffizienten, welche in jeder der beiden krummen Linien denselben Werth haben. Die Berührung der höchsten Ordnung, welche eine, bloß der Gattung nach gegebene krumme Linie im Allgemeinen mit einer andern gegebenen haben kann, wird Oskulation genannt. Eine Linie wird bloß ihrer Gattung nach angegeben, wenn die in ihrer Gleichung vorkommenden Konstanten unbestimmt sind. Die Ordnung einer höchsten Berührung richtet sich nach der um Eins verminderten Anzahl der unbestimmten Konstanten. So ist die Tangente, welche mit einer gegebenen Kurve im Allgemeinen nur eine einfache Berührung haben kann, eine oskulatorische Linie der ersten Ordnung.

Haben zwei Kurven die Gleichungen $y = f(x)$ und $y = F(x)$, so haben sie eine Berührung oder eine Oskulation von der ersten Ordnung, wenn sie für dieselbe Abszisse x den Bedingungen $y = Y$ und $y' = Y'$ genügen; sie haben eine von der zweiten Ordnung, wenn $y = Y$, $y' = Y'$ und $y'' = Y''$.

Auch die Flächen haben Berührungen und Oskulationen von verschiedenen Ordnungen. Eine Ebene, welche mit einer Kugeloberfläche nur einen Punkt gemein hat, heißt berührende Ebene, oder Tangential-Ebene. Sie entsteht, wenn sich eine Tangente um das Ende des senkrecht auf den Berührungspunkt gezogenen Diameters dreht. Die auf die berührende Ebene in dem Punkte, wo sie die Oberfläche berührt, senkrechte Gerade heißt Normale (vrgl. S. 1206, und S. 1722).

Es mögen zwei Oberflächen durch einen und denselben Punkt gehen, dessen Koordinaten x', y', z' seien, und wenn sich x' in $x' + h$, und y' in $y' + k$ verwandelt, so möge die Gleichung der ersten Oberfläche geben:

$$z' + ph + qk + \frac{1}{2}(rh^2 + 2shk + tk^2) + \text{ꝛc.}$$

Diejenige der zweiten

$$z' + Ph + Qk + \frac{1}{2}(Rh^2 + 2Shk + Tk^2) + \text{ꝛc.}$$

Digitized by Google

Alsdann wird der Abstand der beiden Oberflächen, im Sinne der Ordinate z' im zweiten betrachteten Punkte, folgender sein:

$$(p - P)h + (q - Q)k$$
$$+ \frac{1}{2}\left((r - R)h^2 + 2(s - S)hk + (t - T)k^2\right) + \text{ꝛc.}$$

Die Reihe kann konvergent gemacht werden, wenn h und k sehr klein sind, und deren Werth stets abnehmen wird, wenn sie nach und nach die Glieder der ersten, der zweiten ꝛc. Linie verlieren soll.

Jede dritte Oberfläche, bei welcher jene Glieder nicht verschwinden, muß in der nächsten Umgebung des gemeinschaftlichen Punktes außerhalb jener beiden Oberflächen fallen.

Hat man $p - P = 0$, und $q - Q = 0$, so berühren sich die beiden ersten Oberflächen, und zwar ist ihre Berührung von der ersten Ordnung.

Ist aber zu gleicher Zeit $r - R = 0$, $s - S = 0$, $t - T = 0$, so ist die Berührung von der zweiten Ordnung.

Nimmt man an, die zweite Oberfläche enthalte eine gewisse Anzahl von unbestimmten Konstanten, so kann man die letztern dazu gebrauchen, um die ersten Glieder des Abstandes der beiden Oberflächen verschwinden zu machen, und demnach die Berührung von der höchst möglichen Ordnung oder die Oskulation hervorzubringen.

Bezeichnet man die Koordinaten der zweiten Oberfläche mit x, y, z, so ist die erste Bedingung, daß nach der Verwandlung von x in x', und y in y' in der Gleichung jener Oberfläche, welche durch $u = 0$ dargestellt werden mag (vrgl. S. 2000), $z = z'$ werde, damit beide Oberflächen einen gemeinschaftlichen Punkt haben können.

Vertauscht man die Buchstaben p, q, r, s, t ꝛc., P, Q, R, S, T ꝛc. mit den Differential-Koeffizienten, welche sie darstellen, so werden die vorher aufgestellten Bedingungen:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz'}{dx'} \text{ und } \frac{dz}{dy} = \frac{dz'}{dy'}$$

wenn eine Berührung der ersten Ordnung stattfinden soll; und ferner:

$$\frac{d^2z}{dx^2} = \frac{d^2z'}{dx'^2}; \frac{d^2z}{dxdy} = \frac{d^2z'}{dx'dy'}; \frac{d^2z}{dy^2} = \frac{d^2z'}{dy'^2}$$

wenn eine Berührung der zweiten Ordnung stattfinden soll. Es wird also verlangt, daß die partiellen Differentiale der Gleichung $u = 0$ der ersten, dann der zweiten u. s. w. Ordnung befriedigt werden, wenn x, y, z und deren Differentiale sich in x', y', z' und deren Differentiale verwandeln.

Um die Gleichung der berührenden Ebene zu erhalten, setze man statt $u = 0$ die Gleichung (vrgl. S. 2012, Gleichung E)

$$z = ax + by + c$$

Digitized by Google

Hier sind nur drei Konstanten; man kann also nur die drei Bedingungen einer Berührung der ersten Ordnung erfüllen. Die erste giebt

$$z = z' = ax' + by' + c$$

Die beiden andern geben (vrgl. S. 2016)

$$\frac{dz}{dx} = a = \frac{dz'}{dx'}; \quad \frac{dz}{dy} = b = \frac{dz'}{dy'}$$

Hieraus folgt:

$$z' = \frac{dz'}{dx'}\, x' + \frac{dz'}{dy'}\, y' + c$$

Zieht man diese Gleichung von derjenigen der Ebene ab, so erhält man

$$z - z' = \frac{dz'}{dx'}\,(x - x') + \frac{dz'}{dy'}\,(y - y')$$

oder

$$\text{R)} \quad z - z' = p(x - x') + q(y - y')$$

Dies ist die Gleichung der die erste Oberfläche im Punkte (x', y', z') berührenden Ebene. Nimmt man statt der Gleichung der Ebene $z = ax + by + c$ die andere (vrgl. S. 2012)

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

und ferner (vrgl. S. 2014) statt $z' = ax' + by' + c$ die Gleichung

$$Ax' + By' + Cz' + D' = 0$$

so erhält man durch Elimination von D und D' als Gleichung der Berührungs-Ebene am Punkte (x', y', z')

$$A(x - x') + B(y - y') + C(z - z') = 0$$

und durch Division mit C wird diese Gleichung

$$\text{S)} \quad \frac{A}{C}\,(x - x') + \frac{B}{C}\,(y - y') + (z - z') = 0$$

$$\text{demnach } z - z' = -\frac{A}{C}\,(x - x') - \frac{B}{C}\,(y - y')$$

$$\text{daher endlich } -\frac{A}{C} = \frac{dz'}{dx'}; \quad -\frac{B}{C} = \frac{dz'}{dy'}$$

Die Normale auf die berührende Ebene geht erstlich durch den Punkt (x', y', z'), und außerdem steht sie senkrecht auf der berührenden Ebene.

Es sind aber die Projektionen des Perpendikels auf diese Ebene (vrgl. S. 2014, Gleichung Q)

$$\text{T} \quad \begin{cases} x - x' = \frac{A}{C}\,(z - z') = -\frac{dz'}{dx'}\,(z - z'); \\ y - y' = \frac{B}{C}\,(z - z') = -\frac{dz'}{dy'}\,(z - z,); \end{cases}$$

Digitized by Google

Dies sind also die Gleichungen der Normale im Punkte (x', y', z') einer gekrümmten Oberfläche.

Nimmt man nun diejenigen Werthe der Differential-Koeffizienten $\frac{dz'}{dx'}$ und $\frac{dz'}{dy'}$, welche durch die Gleichung VII auf Seite 1998

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

bestimmt sind, so werden die Gleichungen bei T zu denen der Normalen an der Oberfläche, die sich auf die oben angeführte Gleichung VII bezieht, d. h. an der Oberfläche der unelastischen Flüssigkeit, da wo sie völlig frei ist (vrgl. S. 1998). Nimmt man dz auf die eine Seite, so erhält man:

$$dz = -\frac{X}{Z} \cdot dx - \frac{Y}{Z} \cdot dy$$

Sieht man die rechte Seite der Gleichung als ein vollständiges Differential an, so sind die beiden partiellen Differential-Koeffizienten:

$$-\frac{dz}{dx} = \frac{X}{Z}; \text{ und } -\frac{dz}{dy} = \frac{Y}{Z}$$

Insofern man den Berührungspunkt im Auge hat, und (vrgl. S. 2016) die Differential-Koeffizienten gleich sind, erhält man:

$$U) \quad -\frac{dz'}{dx'} = \frac{X}{Z}; \text{ und } -\frac{dz'}{dy'} = \frac{Y}{Z}$$

Daß in diesen beiden Differential-Koeffizienten das dz' nicht das vollständige Differential der Funktion z, sondern nur den Theil desselben bezeichnet, welcher das eine Mal von der Veränderlichkeit des x', das andere Mal von der Veränderlichkeit des y' herrührt, ist schon oben (S. 2001) bemerkt. Diese einfache Bezeichnung der Differential-Koeffizienten rührt von Fontaine her, und ist allgemein üblich geworden. Im Zusammenhange einer mathematischen Betrachtung kann dadurch selten ein Mißverständniß entstehen. Um indessen für einzelne Fälle eine Unterscheidung zu haben, schlug Fontaine folgende Bezeichnung vor: Der partielle Differential-Koeffizient z. B. von u und der einen Veränderlichen t soll geschrieben werden $\frac{du}{dt}$; dagegen das Verhältniß zwischen den vollständigen Differentialen $\frac{1}{dt} \cdot du$. Euler wählte eine andere Bezeichnung: Das Verhältniß der vollständigen Differentiale schrieb er $\frac{du}{dt}$; und den partiellen Differential-Koeffizienten $\left(\frac{du}{dt}\right)$.

Substituirt man für $-\frac{dz'}{dx'}$ und $-\frac{dz'}{dy'}$ ihre Werthe aus U in die Gleichungen bei T (S. 2017), so hat man für die Gleichungen der Normale im Punkte (x', y', z'):

$$V) \quad x - x' = \frac{X}{Z} \cdot (z - z'); \text{ und } y - y' = \frac{Y}{Z} \cdot (z - z').$$

Digitized by Google

Diese Gleichungen stimmen mit denjenigen für eine Resultante überein, deren Komposanten X, Y und Z sind, und welche selbst durch den Punkt x', y', z' geht (vrgl. S. 1939 unten), nämlich:

$$z - z' = \frac{Z}{X}(x - x'); \text{ und } z - z' = \frac{Z}{Y} \cdot (y - y')$$

Um diese Uebereinstimmung völlig einzusehen, betrachte man den Wider- 18
stand, den eine Fläche leistet, als eine Kraft, welche auf einen materiellen Punkt der Fläche nach der auf dieser letztern normalen Linie, aber natürlich von Innen nach Außen wirkt. Ist dieser selbe Punkt von mehreren äußern Kräften angegriffen, deren Resultante auch normal auf die Fläche wirkt: so findet das Gleichgewicht unter folgenden Bedingungen statt.

Die Bedingungen des Gleichgewichts für ein System von Kräften, welche auf irgend eine Weise im Raume liegen und auf einen und denselben Punkt wirken, sind (vrgl. S. 1922, Nr. 8, Gleichung XVII):

$$P \cdot \cos\alpha + P' \cdot \cos\alpha' + P'' \cdot \cos\alpha'' + \text{ꝛc.} \ldots = 0$$
$$P \cdot \cos\beta + P' \cdot \cos\beta' + P'' \cdot \cos\beta'' + \text{ꝛc.} \ldots = 0$$
$$P \cdot \cos\gamma + P' \cdot \cos\gamma' + P'' \cdot \cos\gamma'' + \text{ꝛc.} \ldots = 0$$

Bezeichnet man die ihrer Intensität nach bekannte Widerstandskraft der Fläche mit N, und die Winkel, welche sie mit den koordinirten Axen macht, durch ϑ, ϑ', ϑ'': so muß man zu den eben angeführten Gleichungen des Gleichwichts die Komposanten $N \cdot \cos\vartheta$, $N \cdot \cos\vartheta'$, $N \cdot \cos\vartheta''$ addiren, um den angegriffenen materiellen Punkt beständig auf einer gekrümmten Oberfläche zu behalten; hieraus erhält man:

$$N \cdot \cos\vartheta + P \cdot \cos\alpha + P' \cdot \cos\alpha' + P'' \cdot \cos\alpha'' + \text{ꝛc.} \ldots = 0$$
$$N \cdot \cos\vartheta' + P \cdot \cos\beta + P' \cdot \cos\beta' + P'' \cdot \cos\beta'' + \text{ꝛc.} \ldots = 0$$
$$N \cdot \cos\vartheta'' + P \cdot \cos\gamma + P' \cdot \cos\gamma' + P'' \cdot \cos\gamma'' + \text{ꝛc.} \ldots = 0$$

Diese Gleichungen vereinfacht man (wie S. 1921) dadurch, daß man durch X, Y und Z die Summen der Komposanten, welche mit jeder Axe parallel laufen, bezeichnet; alsdann hat man:

W) $N \cdot \cos\vartheta + X = 0$; $N \cdot \cos\vartheta' + Y = 0$; $N \cdot \cos\vartheta'' + Z = 0$

Es kommt jetzt ferner darauf an, die unbekannten $\cos\vartheta$, $\cos\vartheta'$, $\cos\vartheta''$ und N zu bestimmen. Es sei zu diesem Zwecke $u = 0$ die Gleichung der Fläche, und x', y', z' die Kordinaten des materiellen Punktes, an welchem die Kräfte angebracht sind, und welcher auf der Fläche festgehalten wird. Da die Normale sowohl eine gerade Linie ist, als auch durch den Punkt (x', y', z') geht, so sind ihre Gleichungen (vrgl. S. 2014, Gleichung Q)

A') $x - x' = a(z - z')$; $y - y' = b(z - z')$

Die Differenzen $x - x'$, und $y - y'$ sind die Projektionen der Normale 19
auf die koordinirten Axen. Um die Verhältnisse dieser Projektionen zu den Winkeln ϑ, ϑ', ϑ'' aufzufinden, sei (Taf. XXXV, D) Fig. 194, MN, die gegebene Gerade, OX, OY, OZ ihre Koordinatenaxen mit dem Vereinigungs-

Digitized by Google

punkte O, die Koordinaten des Punktes N ſeien x, y, z, diejenigen des Punktes M ſeien x', y', z'. Legt man durch die Koordinaten

$$MD = z',\ BD = y' \text{ und } NE = z,\ CE = y$$

die Ebenen DF und EG, ſo werden dieſelben parallel mit der Ebene der y, z ſein; der Abſtand zwiſchen beiden Ebenen iſt $BC = x - x'$. Alle mit der Axe der x parallel laufenden Linien müſſen ſenkrecht auf der Ebene EG ſtehen; zieht man alſo vom Endpunkte der Ordinate z' die Linie MP parallel mit der Axe der x, ſo ſteht ſie ſenkrecht auf EG und trifft ſie in einer Entfernung $MP = x - x'$ von der Ebene DF.

Verbindet man den Punkt P mit dem Punkte N, wo die Gerade MN die Ebene EG berührt, ſo erhält man das in P rechtwinklige Dreieck MNP, weil MP ſenkrecht auf der Ebene EG ſteht. Man hat daher:

$$MP = MN \cdot \cos M$$

Es iſt aber $\angle M = \angle \vartheta$, d. h. der Winkel, den die gerade Linie MN mit der Axe der x macht; daher wird die letzte Gleichung:

$$x - x' = MN \cdot \cos \vartheta$$

Da nun MN eine Gerade iſt, welche durch die Punkte (x, y, z) und (x', y', z') geht, ſo iſt (vrgl. S. 1919, Nr. 2):

$$MN = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

Dieſer Werth in die letzte Gleichung geſetzt, giebt:

$$\cos \vartheta = \frac{x - x'}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}}$$

Legt man ferner durch die Koordinaten x, z, x', z', und durch x, y, x', y' Ebenen, welche mit den koordinirten Ebenen XOZ und XOY parallel gehn, ſo findet man

$$\cos \vartheta' = \frac{y - y'}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}}$$

und

$$\cos \vartheta'' = \frac{z - z'}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}}$$

Eliminirt man die Werthe von $x - x'$ und von $y - y'$ vermittelſt der Gleichungen bei A', ſo erhält man durch Weglaſſung von $z - z'$, als gemeinſchaftlichem Faktor:

B') $$\cos \vartheta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}};\quad \cos \vartheta' = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}};$$

$$\cos \vartheta'' = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}}.$$

Dieſe Werthe, welche die Lage der Normale beſtimmen, ſind ſo lange

Digitized by Google

unbekannt, als die Größen a und b noch nicht genauer bestimmt sind. Nimmt man aber, wie S. 2014 geschehen, die Gleichung einer berührenden Ebene, welche durch den Punkt (x', y', z') geht, so ergiebt sich (vrgl. S. 2014, unter N), daß, wenn eine Ebene, deren Gleichung $Ax + By + Cz + D = 0$ ist, senkrecht auf einer Geraden stehen muß, deren Gleichungen $x = az + \alpha$, und $y = bz + \beta$ sind, alsdann $\frac{A}{C} = a$ und $\frac{B}{C} = b$ sein muß.

Man erhält demnach:

$$C') \quad -a = \frac{dz'}{dx'}, \text{ und } -b = \frac{dz'}{dy'}$$

Um sich die Vergleichungen mit S. 2014 zu erleichtern, bemerke man, daß dort die Gleichungen für die Projektionen der Geraden $x = az + b$, und $y = a'z + b'$ hießen, daß also für die jetzige Herleitung $a = a$; $b = \alpha$; $a' = b$; $b' = \beta$ ist.

Es ist nun noch übrig, die Werthe der Differential-Koeffizienten vermittelst der Gleichung der Fläche zu bestimmen. Es sei diese $u = 0$, und zwar u eine Funktion von x, y, z; alsdann hat man durch Differentiation dieser Gleichung:

$$\frac{du}{dx} \cdot dx + \frac{du}{dy} \cdot dy + \frac{du}{dz} \cdot dz = 0$$

hieraus:

$$dz = -\frac{\frac{du}{dx}}{\frac{du}{dz}} dx - \frac{\frac{du}{dy}}{\frac{du}{dz}} dy;$$

Dies ist das vollständige Differential von z; löst man es in die beiden partiellen Differentiale auf, und setzt statt x, y, z die Koordinaten des Berührungspunktes x', y', z', so erhält man:

$$\frac{dz'}{dx'} = -\frac{\frac{du}{dx'}}{\frac{du}{dz'}}; \text{ und } \frac{dz'}{dy'} = -\frac{\frac{du}{dy'}}{\frac{du}{dz'}}$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichungen bei C', so ist

$$a = \frac{\frac{du}{dx'}}{\frac{du}{dz'}}; \; b = \frac{\frac{du}{dy'}}{\frac{du}{dz'}}$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichungen bei B', und macht die nöthigen Reduktionen, indem sich $\frac{du}{dz'}$ oben und unten heben, so erhält man

$$\cos\theta = \frac{\frac{du}{dx'}}{\sqrt{\left(\frac{du}{dx'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dy'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dz'}\right)^2}}$$

Digitized by Google

$$\cos\vartheta' = \frac{\frac{du}{dy'}}{\sqrt{\left(\frac{du}{dx'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dy'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dz'}\right)^2}}$$

$$\cos\vartheta'' = \frac{\frac{du}{dz'}}{\sqrt{\left(\frac{du}{dx'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dy'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dz'}\right)^2}}$$

Um die Form bequemer zu machen, sei

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{du}{dx'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dy'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dz'}\right)}} = V;$$

Dies giebt:

D') $\cos\vartheta = V \cdot \frac{du}{dx'}$; $\cos\vartheta' = V \cdot \frac{du}{dy'}$; $\cos\vartheta'' = V \cdot \frac{du}{dz'}$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichung bei W, (S. 2019), so erhält man:

E') $NV \cdot \frac{du}{dx'} + X = 0$; $NV \cdot \frac{du}{dy'} + Y = 0$; $NV \cdot \frac{du}{dz'} + Z = 0$.

Nun ist noch der Werth von N zu bestimmen. Bringt man X, Y, Z auf die rechte Seite der Gleichungen bei E', erhebt alsdann die Gleichungen zum Quadrat, und addirt sie, so erhält man:

$$N^2V^2\left(\left(\frac{du}{dx'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dy'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dz'}\right)^2\right) = X^2 + Y^2 + Z^2;$$

reduzirt man vermittelst des unmittelbar vor der Gleichung D' angegebenen Werthes von V, so hat man:

$$N^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$$

woraus endlich folgt:

F') $N = \pm\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$.

Dieser Werth von N ist genau derselbe wie der der Resultante aller Kräfte des Systems (vergl. S. 1921 Gleichung XV); er muß aber ein entgegengesetztes Zeichen haben. Hat man also die Resultante aller Kräfte P, P', P'' u. s. w. bestimmt, so nimmt man den Werth aus Gleichung F' mit entgegengesetztem Zeichen, und bekommt für N den normalen Druck, welchen die Fläche erleidet.

Liegt die normale Kraft in der Richtung der Axe der z, so hat man:

$\vartheta = 90°$; $\vartheta' = 90°$; $\vartheta'' = 0$, oder $\vartheta'' = 180°$, und daher

$\cos\vartheta = 0$; $\cos\vartheta' = 0$; $\cos\vartheta'' = \pm 1$ (vergl. S. 654 u. 658).

Dadurch werden die Gleichungen bei W (S. 2019) zu folgenden:

$$X = 0,\ Y = 0;\ \pm N + Z = 0.$$

Digitized by Google

Dies beweist, daß ſich die Komposanten in der Richtung der Berührungsebene vernichten, und daß die Normalkraft dem Streben aller Kräfte, die ihre Richtung in der Axe der z haben, das Gleichgewicht halten müſſe.

Sind nun die Kräfte P, P', P'' u. ſ. w., und die Gleichung der Fläche ge- 20
geben, und ſoll bestimmt werden, wo der Angriffspunkt x', y', z' aller dieſer Kräfte im Falle eines Gleichgewichts liegen müſſe, ſo eliminirt man zuerſt N vermittelſt der Gleichungen bei E' (S. 2022); der Faktor V verſchwindet ebenfalls und man hat:

$$Z \cdot \frac{du}{dx'} = X \cdot \frac{du}{dz'}; \quad Z \cdot \frac{du}{dy'} = Y \cdot \frac{du}{dz'};$$

dieſe Gleichungen zuſammen mit der Gleichung $u = 0$ reichen hin, um die Koordinaten des Angriffspunktes x', y', z' zu beſtimmen.

Es habe, Tafel XXXV, D, Fig. 195, der Angriffspunkt A die Koordinaten x', y', z'; alsdann werden die Koordinaten des Punktes F folgende ſein:

$$x' + X; \; y' + Y; \; z' + Z.$$

Die Gleichungen der Reſultante einer Geraden im Raume haben die Form:

$$G') \quad z = ax + b; \; z = a'y + b'.$$

Es läßt ſich nämlich die Lage der Linie durch das Verhältniß einer jeden Koordinate zu den beiden andern beſtimmen (vergl. S. 1714 u. S. 2012).

Setzt man in dieſe allgemeine Form G' die Koordinaten des Punktes F an die Stelle von x, y, z, ſo findet man:

$$H') \quad z' + Z = ax' + aX + b; \text{ und } z' + Z = a'y' + a'Y + b'.$$

Da aber auch die Koordinaten des Punktes A, d. h. x', y', z' den Gleichungen bei G genügen müſſen, ſo hat man:

$$K') \quad z' = ax' + b; \; z' = a'y' + b'.$$

Zieht man dieſe Gleichungen von denen bei H' ab, ſo erhält man:

$$Z = aX; \; Z = a'Y,$$

woraus ſich ergiebt:

$$a = \frac{Z}{X}; \; a' = \frac{Z}{Y}$$

Eliminirt man aus den Gleichungen G' und K' ſowol b als b', ſo hat man:

$$z - z' = a(x - x'); \; z - z' = a'(y - y');$$

ſetzt man in dieſe Gleichungen die eben gefundenen Werthe von a und a', ſo erhält man für die Gleichungen der Reſultante:

$$z - z' = \frac{Z}{X}(x - x'); \; z - z' = \frac{Z}{Y}(y - y').$$

Dies iſt nun derſelbe Werth, welcher vorher (S. 2018) gefunden worden (vergl. S. 1939).

Die Gleichung $Xdx + Ydy + Zdz = 0$ (vergl. S. 1998) gilt immer für

Digitized by Google

integrirbar; daraus folgt, wenn man durch $F(x, y, z) + C$ das Integral dieser Gleichung darstellt, und wenn man $C = -A$ setzt, daß:

$$F(x, y, z) = A.$$

Giebt man dem A der Reihe nach verschiedene Werthe o, a, a′, a″, a‴ u. s. w., so erhält man:

$$F(x, y, z) = 0;\ F(x, y, z) = a;\ F(x, y, z) = a' \ . \ . \ . \ F(x, y, z) = a^{(n)};\ \text{u. s. w.}$$

Alle diese Gleichungen werden zum Differential die Gleichung $Xdx + Ydy + Zdz = 0$ haben; unter ihnen wird sich also auch die Gleichung der Oberfläche der Flüssigkeit, d. h. diejenige befinden, welche dafür gehalten wird, durch ihre Differenzirung die Gleichung $Xdx + Ydy + Zdz = 0$ auf S. 1998 gegeben zu haben.

Nimmt man nun an, daß $F(x, y, z) = a^{(n)}$ diese Gleichung sei, so werden die andern diejenigen für eben so viele Flächen sein, welche sämmtlich die Eigenschaften besitzen, daß die Resultante R der Kräfte X, Y, Z nicht blos normal auf die Oberfläche $F(x, y, z) = a^{(n)}$, welche die der Flüssigkeit ist, sondern auch auf alle andern Oberflächen sein müsse.

Denn wenn man x′, y′, z′ die Koordinaten des Punktes nennt, in welchem die Resultante eine der Flächen trifft, z. B. diejenige deren Gleichung $F(x, y, z) = 0$ ist, so leitet man die Gleichung der Normale auf dieselbe Art her, wie S. 2018. Daraus schließt man, daß die Normale im Punkte (x′, y, z′) der gekrümmten Oberfläche mit der Direktion von R zusammenfalle, von welcher angenommen wird, daß sie durch diesen Punkt geht.

Man hat den eben besprochenen Flächen den Namen der wasserrechten Flächen gegeben. Nimmt man ferner an, daß die Konstanten o, a, a′, a″, a‴ u. s. w. in unmerklichen Stufen größer werden, so wird die ganze Masse der Flüssigkeit durch die wasserrechten Flächen in eine Reihe unendlich dünner Schichten getheilt, welche man wasserrechte Schichten zu nennen pflegt.

21 Aus dem Vorigen folgt, daß wenn auf die Flüssigkeit keine beschleunigenden Kräfte wirken, deren Direktionen nach einem festen Mittelpnnkt hingehn, die äußere Oberfläche sphärisch sein muß. Man kann diese Folgerung auch auf analytischem Wege erhalten.

Es liege der Ursprung der Koordinaten im Mittelpunkte der Anziehung, und es seien x, y, z die Koordinaten des Elementes dm. Die Entfernung des Punktes (x, y, z) sei gleich r, alsdann hat man (vergl. S. 1919):

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Bezeichnet man ferner mit λ die auf das Element dm wirkende Anziehungskraft, so wird dieses λ mit den koordinirten Axen Winkel bilden, deren Kosinus die Werthe $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, $\frac{z}{r}$ haben; bezeichnet man mit X, Y, Z die mit den koordinirten Axen parallel laufenden Komposanten von λ, so hat man:

$$X = \lambda \cdot \frac{x}{r};\ Y = \lambda \cdot \frac{y}{r};\ Z = \lambda \cdot \frac{z}{r}$$

Digitized by Google

Setzt man diese Werthe in die Gleichung $Xdx + Ydy + Zdz = 0$, so erhält man für die Gleichung der Oberfläche der Flüssigkeit:

$$L') \quad \frac{\lambda}{r}(xdx + ydy + zdz) = 0.$$

Läßt man den gemeinschaftlichen Faktor $\frac{\lambda}{r}$ fort und integrirt, so hat man:

$$x^2 + y^2 + z^2 = C = r^2.$$

Das ist die Gleichung einer Kugel, woraus sich also ergiebt, daß die Oberfläche einer Flüssigkeit sphärisch sein muß.

Da dieser Satz ein so wichtiger ist, so verdient er zwei genauere Auseinandersetzungen: die eine über die Gleichung der Kugel; die andere über die Integration der Gleichung bei L'.

1. Von der Gleichung der Kugel.

Es seien, Tafel XXXV, D, Fig. 196, M und M' zwei Punkte, deren Ko- 22
ordinaten gegeben sind; es soll ihr Abstand gefunden werden.

Die Koordinaten des Punktes M sind $Am = x$, $mp = y$, $Mp = z$; die Koordinaten des Punktes M' sind $Am' = x'$, $m'p' = y'$, $M'p' = z'$; es soll also nun MM' gefunden werden.

Man zieht pq parallel mit AB, d. h. mit der Axe der x; ferner die Linie pp', und mit derselben parallel Mr.

In dem bei q rechtwinkligen Dreiecke pqp' hat man $(pp')^2 = (pq)^2 + (qp')^2$; es ist $pq = Am' - Am = x' - x$; $qp' = m'p' - mp = y' - y$; daher:

$$(pp')^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2.$$

In dem bei r rechtwinkligen Dreiecke MrM' ist $(MM')^2 = (Mr)^2 + (M'r)^2$; es ist $(Mr)^2 = (pp')^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2$; $M'r = Mp' - Mp = z' - z$; also $(M'r)^2 = (z' - z)^2$; daher:

$$(MM')^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - y)^2$$

$$\text{oder I)} \quad MM' = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2}.$$

Es ist aber $(x' - x)^2 = (x - x')^2 = x^2 - 2xx' + x'^2$; daher auch $(y' - y)^2 = (y - y')^2$; und $(z' - z)^2 = (z - z')^2$; daher:

$$\text{II)} \quad MM' = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

Fällt der Punkt M' in A, so ist $x' = 0$, $y' = 0$, $z' = 0$, und man erhält alsdann den Abstand MA des Punktes M vom Anfangspunkte der Koordinaten, nämlich:

$$\text{III)} \quad AM = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$$

Es seien wieder die beiden Punkte M und M', Fig. 196, vermittelst ihrer rechtwinkligen Koordinaten gegeben; man soll den Winkel finden, den zwei aus dem Anfangspunkte der Koordinaten durch diese Punkte gezogene Linien AM und AM' machen, d. h. den Winkel MAM'.

Digitized by Google

Es ſeien wieder die Koordinaten von M x, y, z, diejenigen von M' x', y', z',

Es iſt nach dem Vorigen $(AM)^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$$(AM')^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$$

und $(MM')^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$.

In dem Dreiecke MAM' iſt zunächſt der Koſinus des Winkels MAM' zu beſtimmen.

Wenn in einem ſchiefwinkligen Dreiecke ABC, Tafel XXXV, D, Fig. 2, das Perpendikel AD auf die Baſis BC gefällt wird, ſo erhält man die beiden rechtwinkligen Dreiecke ADB und ADC, dieſe geben:

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2:$$
$$AC^2 = AB^2 + CD^2 - BD^2;$$

Es iſt aber $CD = BC - BD$; daher $CD^2 = BC^2 - 2BC \cdot BD + BD^2$; daher:

$$\text{IV)} \quad AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot BC \cdot BD.$$

In dem rechtwinkligen Dreiecke BDA hat man:

$$BD = BA \cdot \cos B$$

Daher wird die Gleichung IV zu folgender:

$$\text{V)} \quad AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \cdot BA \cdot \cos B.$$

$$\text{Demnach} \quad \cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2BC \cdot BA}$$

Demnach iſt alſo der Koſinus eines ſpitzen Winkels gleich einem Quotienten, deſſen Zähler aus einer algebraiſchen Summe beſteht, deren beide poſitive Addenden die Quadrate der einſchließenden Seiten ſind, und deren negativer Addendus das Quadrat der gegenüberliegenden Seiten iſt; der Nenner des Quotienten iſt das doppelte Produkt der beiden einſchließenden Seiten.

Wendet man dieſe Formel auf den Winkel MAM' in Fig. 196 an, ſo hat man:

$$\text{VI)} \quad MAM' = \frac{(AM)^2 + (AM')^2 - (MM')^2}{2AM \cdot AM'}$$

Setzt man für $(AM)^2$, $(AM')^2$, $(MM')^2$, AM und AM' ihre Werthe aus den Gleichungen II, III u. ſ. f., ſo hat man:

$$(AM)^2 + (AM')^2 = x^2 + x'^2 + y^2 + y'^2 + z^2 + z'^2$$

abgezogen $(MM')^2 = x^2 - 2xx' + x'^2 + y^2 - 2yy' + y'^2 + z^2 - 2zz' + z'^2$

alſo $(AM)^2 + (AM')^2 - (MM')^2 = 2xx' + 2yy' + 2zz'$

Da ſich nun 2 oben und unten heben, ſo hat man:

$$\text{VII)} \quad \cos MAM' = \frac{xx' + yy' + zz'}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)} \cdot \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}}$$

Die Linie AM macht mit den koordinirten Axen die drei Winkel $MAB = \alpha$, $MAC = \beta$, $MAD = \gamma$. Um dieſe Winkel zu finden, denke man ſich zuerſt den Punkt M' in die Axe AB, darauf in die Axe AC, und endlich in die Axe AD verſetzt. Bei der erſten Verſetzung wird $y' = 0$, und auch $z' = 0$, und der

Digitized by Google

Winkel MAM′ geht in MAB = α über; bei der zweiten Verſetzung wird x′ = 0, z′ = 0, und der Winkel MAM′ geht in MAC = β über; bei der dritten Verſetzung wird x′ = 0, y′ = 0, und der Winkel MAM′ geht in MAD = γ über. Durch dieſe drei Subſtitutionen erhält man:

$$\text{VIII)}\quad \cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}};\quad \cos\beta = \frac{y}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}}$$

$$\cos\gamma = \frac{z}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}}$$

Durch dieſe Ausdrücke laſſen ſich alſo die Winkel finden, welche eine Linie aus dem Anfangspunkte der Koordinaten durch einen gegebenen Punkt gezogen, mit den drei Axen bildet.

Quadrirt man dieſe Gleichungen und addirt ſie, ſo erhält man:

$$\text{IX)}\quad \frac{x^2+y^2+z^2}{x^2+y^2+z^2} = \cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 1.$$

Alſo die Summe der Quadrate der Koſinus, welche eine aus dem Anfangspunkte der Koordinaten gezogene Linie mit den drei Axen macht, iſt gleich der Einheit (vergl. S. 1714).

Bezeichnen die Buchſtaben α′, β′, γ′ die Winkel, welche die Linie AM′ mit den drei Axen AB, AC, AD macht, ſo hat man:

$$\text{X)}\quad \cos\alpha' = \frac{x'}{\sqrt{(x'^2+y'^2+z'^2)}};\quad \cos\beta' = \frac{y'}{\sqrt{(x'^2+y'^2+z'^2)}}$$

$$\cos\gamma' = \frac{z'}{\sqrt{(x'^2+y'^2+z'^2)}}$$

Hieraus und aus den Werthen der Gleichungen VIII hat man:

$$\text{XI)}\quad \begin{cases} \cos\alpha\cdot\cos\alpha' = \dfrac{xx'}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}\cdot\sqrt{(x'^2+y'^2+z'^2)}} \\ \cos\beta\cdot\cos\beta' = \dfrac{yy'}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}\cdot\sqrt{(x'^2+y'^2+z'^2)}} \\ \cos\gamma\cdot\cos\gamma' = \dfrac{zz'}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}\cdot\sqrt{(x'^2+y'^2+z'^2)}} \end{cases}$$

Die Summe dieſer drei Gleichungen giebt mit Hülfe der bei VII:

$$\text{XII)}\quad \cos\text{MAM}' = \cos\alpha\cdot\cos\alpha' + \cos\beta\cdot\cos\beta' + \cos\gamma\cdot\cos\gamma'.$$

Kennt man alſo die Winkel, welche zwei aus dem Anfangspunkte der Ordinaten gezogene Linien mit den drei Axen machen, ſo läßt ſich durch dieſe Gleichung XII der Winkel finden, den ſie mit einander machen.

Die hier gefundenen Reſultate ſind hier für die höhere Mechanik von großer Wichtigkeit.

Nach der gewöhnlichen Erklärung iſt die Kugel ein Körper, welcher von einer Fläche begrenzt wird, in der alle Punkte von einem gewiſſen innern Punkte, dem Mittelpunkte gleich weit entfernt ſind. Dieſe Definition oder Er-

Digitized by Google

klärung, analytiſch, d. h. durch die Anwendung der Koordinatenaxen ausgedrückt, giebt unmittelbar die Gleichung der Kugel.

Bezeichnet man die Koordinaten des Mittelpunktes mit α, β, γ, ſo iſt ſeine Entfernung von jedem andern Punkte, deſſen Koordinaten x, y, z ſind nach der Gleichung I (S. 2025) $= \sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2}$. Setzt man nun den Halbmeſſer der Kugel $= r$, ſo muß für alle Punkte der Oberfläche der Kugel eine ſolche Beziehung zwiſchen x, y, z ſtattfinden, daß dieſer Ausdruck $= r$ wird. Man hat alſo:

XIII) $r = \sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2}$; oder $r^2 = (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2$.

Setzt man z und $\gamma = 0$, ſo verwandelt ſich die Gleichung für die Kugel in eine Gleichung für den Kreis. Die Gleichung für den Kreis iſt demnach:

XIV) $r^2 = (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2$

Soll alſo irgend eine Gleichung zwiſchen x, y, z der Kugel zugehören, ſo muß ſie mit der bei XIII übereinſtimmen. Die Entwickelung derſelben giebt:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2\alpha x - 2\beta y - 2\gamma z + \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - r^2 = 0.$$

Eine Gleichung alſo, welche der Kugel angehören ſoll, muß folgende Form haben:

$$x^2 + y^2 + z^2 + Ax + By + Cz + D = 0.$$

Iſt umgekehrt eine ſolche Gleichung gegeben, ſo läßt ſich jedesmal die Kugel beſtimmen, welcher ſie zugehört; denn da ſie mit jener identiſch iſt, ſo muß man haben:

XV) $-2\alpha = A$; $-2\beta = B$; $-2\gamma = C$; $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - r^2 = D$.

Hieraus erhält man: $\alpha = -\frac{1}{2}A$; $\beta = -\frac{1}{2}B$; $\gamma = -\frac{1}{2}C$; daher, wenn man dieſe Werthe von α, β, γ quadrirt, und in die dritte der Gleichungen bei XV ſetzt, erhält man:

XVI) $$r = \sqrt{\left(\frac{A^2 + B^2 + C^2}{4} - D\right)}$$

Soll alſo die Gleichung $x^2 + y^2 + z^2 + Ax + By + Cz + D = 0$ der Kugel angehören, ſo darf D nicht größer ſein als $\frac{A^2 + B^2 + C^2}{4}$, weil ſonſt r imaginär würde (vergl. S. 500 Nr. 7). Iſt $D = \frac{A^2 + B^2 + C^2}{4}$, ſo iſt $r = 0$, und die Kugel verwandelt ſich in einen Punkt.

Das eben Geſagte gilt auch mit einigen Abänderungen für den Kreis. Die Gleichung deſſelben iſt nämlich (vergl. oben) $r^2 = (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2$, oder entwickelt:

XVII) $x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\beta y + \alpha^2 + \beta^2 - r^2 = 0$.

Digitized by Google

Die Gleichung für den Kreis kann alſo keine andere Form haben als dieſe:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0.$$

Man hat alsdann $\alpha = -\frac{1}{2}A$; $\beta = -\frac{1}{2}B$; daher:

$$r = \sqrt{\left(\frac{A^2 + B^2}{4} - C\right)}$$

Der Werth von C darf wieder nicht größer ſein, als der Bruch $\frac{A^2 + B^2}{4}$ wenn nicht r imaginär ſein ſoll; und iſt $C = \frac{A^2 + B^2}{4}$, ſo iſt $r = 0$, und der Kreis ein Punkt.

Iſt der Mittelpunkt derjenigen Kugel, deren Oberfläche durch die Oberfläche der Flüſſigkeit gebildet wird (vergl. S. 1998 Nr. 1), ſehr weit von der Oberfläche entfernt, wie dies der Fall iſt, wenn man den Mittelpunkt der Erde in Beziehung auf die Oberfläche eines ſtehenden Waſſers betrachtet, ſo muß in dieſem Falle die Krümmung der Oberfläche unwahrnehmbar ſein, und man kann ſie als eine Ebene von geringer Ausdehnung anſehn.

2. Von der Integration der Gleichung xdx + ydy + zdz. 23 (S. 2025).

Die Gleichung $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ iſt (vergl. S. 2028 Gleich. XIII) diejenige einer Kugel, deren Mittelpunkt im Anfangspunkte der Koordinaten liegt, und deren Radius = r iſt. Da der Halbmeſſer der Kugel für dieſelbe konſtant iſt, ſo erhält man durch Differentiation der Gleichung $z^2 = r^2 - x^2 - y^2$ folgende:

XVIII) $2zdz = -2xdx - 2ydy$; oder $zdz = -xdx - ydy$.

Die letztere iſt nun gleich $xdx + ydy + zdz = 0$. Um ſie aber zu integriren, ſchreibt man ſie zuerſt in der zweiten Form bei XVIII, und multiplizirt ſämmtliche Glieder mit 2 (vergl. S. 1160), alsdann hat man:

$$\int 2zdz = -\int 2xdx - \int 2ydy;$$

$$\text{oder } z^2 = -x^2 - y^2 + C; \text{ oder } x^2 + y^2 + z^2 = C = r^2.$$

Daher giebt die Integration den oben (S. 2025) angeführten Satz, daß die Oberfläche der Flüſſigkeiten ſphäriſch ſein muß.

Wenn man in der Gleichung VI auf S. 1998, nämlich $dp = (Zdz + Ydy + Xdx)\varrho$ die in der Klammer befindliche Größe durch dF (x, y, z) d. h. durch das Differential der Funktion F (x, y, z) erſetzt, ſo hat man:

$$\text{XIX)} \quad dp = \varrho \cdot dF(x, y, z); \text{ alſo } dF(x, y, z) = \frac{dp}{\varrho}$$

Da nun dF (x, y, z) nach der Vorausſetzung eine vollſtändige oder genaue Differentialgröße iſt (vergl. S. 1131 Nr. 1), ſo muß daſſelbe auch bei ihrem

Digitized by Google

Werthe $\frac{dp}{\varrho}$ stattfinden, und demnach ϱ keine andere veränderliche Größe als p enthalten. Diese Bedingung drückt man aus durch:

XX) $\varrho = fp.$

Ist der Druck konstant, so ist auch ϱ konstant, und in diesem Falle wird

$$dF(x, y, z) = 0,$$

weil eine Konstante kein Differentiale hat. Die Integration dieser Gleichung führt auf die oben (S. 2024) gefundene $F(x, y, z) = A$.

Ist p veränderlich, so kann man, wenn es durch unmerkliche Größen veränderlich ist, einen sehr kurzen Augenblick hindurch p als konstant betrachten. Alsdann giebt die Gleichung bei XIX zu Integralen folgende Reihe von Gleichungen:

$F(x, y, z) = 0$; $F(x, y, z) = a$; $F(x, y, z) = a'$; $F(x, y, z) = a''$ u. s. w.

24 Diese Gleichungen sind diejenigen der wasserrechten Flächen, welche den aufeinander folgenden Werthen p in Augenblicken entsprechen, welche dt, d. h. dem Differential der Zeit gleich sind. Für jede dieser Flächen ist die Dichtigkeit ϱ konstant. Betrachtet man die zwischen den Flächen AA' und BB', Tafel XXXV, D, Fig. 186, befindliche Flüssigkeits-Masse, so muß dieselbe homogen sein. Der Druck p erhält alsdann einen Zuwachs und wird konstant; es wird also auch die zwischen den Flächen BB' und CC' enthaltene Masse homogen sein. Dasselbe findet für die zwischen CC' und DD' enthaltene Masse statt. Auf diese Art kann also bei ungleichartigen Flüssigkeiten kein Gleichgewicht stattfinden, wenn dieselben nicht aus Schichten bestehen, von denen jede einzelne in allen ihren Theilen dieselbe Dichtigkeit hat.

§. 290. Vom Gleichgewichte elastischer Flüssigkeiten.

1 Das Eigenthümliche elastischer Flüssigkeiten besteht darin, daß sie sich zusammendrücken lassen, und sodann die gleiche Dichtigkeit und die gleiche Elastizität wie vorher wieder annehmen, wenn die Kraft, welche sie zusammendrückt, zu wirken aufhört.

Eine elastische Flüssigkeit bringt also außer dem Drucke, den sie vermöge der auf sie wirkenden Kräfte ausübt, auch noch einen andern hervor, der von ihrer Elastizität herkommt. Durch Erfahrung weiß man, daß dieser Druck, den man die elastische Kraft der Flüssigkeit nennt, bei derselben Temperatur der Dichtigkeit proportional ist.

Nimmt man also die Temperatur als konstant, und bezeichnet durch Π den Druck der auf die Einheit der Dichtigkeit ausgeübt wird, so ist die Dichtigkeit doppelt, wenn der Druck 2Π ist; sie ist dreifach, wenn er $= 3\Pi$ ist u. s. w. Drückt man die Dichtigkeit durch ϱ aus, so hat man:

1) $p = \Pi\varrho.$

Weil die Dichtigkeit durch die in einem Kubus enthaltene Masse gemessen

Digitized by Google

wird, von deren Flächen jede der Einheit der Oberfläche gleich iſt (vergl. S. 1896): ſo ſtellt p wieder, wie vorher, den auf die Flächeneinheit ausgeübten Druck vor.

Verbindet man die Gleichung $p = \Pi\varrho$ mit der Gleichung $dp = \varrho(Xdx + 2Ydy + Zdz)$, ſo erhält man:

$$\text{II)}\quad \frac{dp}{p} = \frac{Xdx + Ydy + Zdz}{\Pi}$$

Dieſe Gleichung integrirt giebt (vergl. S. 1165), indem log den natürlichen Logarithmus bezeichnet:

$$\log p = \int \frac{Xdx + Ydy + Zdz}{\Pi} + C$$

Weil die Gleichung $dp = \varrho(Xdx + Ydy + Zdz)$ wie bei unelaſtiſchen Flüſſigkeiten beſteht, ſo ſchließt man, wie vorher (S. 2030), daß wenn p konſtant iſt, auch ϱ es ſein muß; unter dieſer Vorausſetzung wird alſo das Π konſtant, und man kann es außerhalb des Integralzeichens ſetzen, alſo:

$$\log p = \frac{\int(Xdx + Ydy + Zdz)}{\Pi} + C$$

Um die Integration ſchnell auszuführen, und die Konſtante C zu beſtimmen, ſei:

$$\text{III)}\quad p = A \cdot e^{\frac{\varphi}{k}}$$

wo e die Baſis der natürlichen Logarithmen bezeichnet (vgl. S. 569 u. S. 1147).

Wäre $p = e^{\frac{\varphi}{k}}$ ſo wäre (vergl. S. 573) $\log p = \frac{\varphi}{k}$; da aber $p = A \cdot e^{\frac{\varphi}{k}}$ ſo muß, wenn man zu den Logarithmen geht, die Multiplikation mit A durch Addition des Logarithmus von A angedeutet werden; man hat demnach:

$$\text{IV)}\quad \log p = \frac{\varphi}{k} + \log A.$$

Differenzirt man dieſe Gleichung, ſo erhält man (vergl. S. 1114 und S. 1149), da log A eine Konſtante iſt:

$$\text{V)}\quad \frac{dp}{p} = \frac{d\varphi}{k}$$

Man ſieht alſo, daß bei der Integration dieſer Gleichung die Konſtante der log A ſein würde. Setzt man nun $k = \Pi$, und $Xdx + Ydy + Zdz = d\varphi$, ſo hat man nach Gleichung IV:

$$\text{VI)}\quad \log p = \frac{\int(Xdx + Ydy + Zdx)}{\Pi} + \log A.$$

Geht man von den Logarithmen zu den Zahlen, ſo hat man nach Gleichung III:

$$\text{VII)}\quad p = A \cdot e^{\frac{\int(Xdx + Ydy + Zdz)}{\Pi}}$$

Digitized by Google

Substituirt man diesen Werth in die Gleichung $p = \Pi\varrho$, so erhält man:

$$\text{VIII)}\quad \varrho = \frac{A \cdot e^{\frac{\int (X dx + Y dy + Z dz)}{\Pi}}}{\Pi}$$

3 Da die Temperatur der Flüssigkeit als konstant angenommen ist, so giebt diese Gleichung auch den Werth der Dichtigkeit einer wasserrechten Schichte der Flüssigkeit; denn was vorher von den wasserrechten Schichten unelastischer und ungleichartiger Flüssigkeiten gesagt ist, paßt auch auf die elastischen; weil die Theorie der wasserrechten Schichten aus der allgemeinen Gleichung der Flüssigkeiten abgeleitet ist, welche nur nach der Voraussetzung, daß p konstant sei, in einer gewissen Ausdehnung der Flüssigkeit modifizirt wurde.

Uebrigens muß man wohl beachten, daß man die Gleichung

$$(X dx + Y dy + Z dz) = 0$$

nicht aus der Annahme $p = 0$ ableiten kann. Denn wäre $p = 0$, so wäre nach der Gleichung $p = \Pi\varrho$ auch die Dichtigkeit der elastischen Flüssigkeit $= 0$, welches die Existenz der Flüssigkeit selbst aufheben würde.

Bei einer elastischen Flüssigkeit kann also der Druck an der Oberfläche nicht Null sein, wie bei den unelastischen Flüssigkeiten.

§. 291. Vom Drucke schwerer Flüssigkeiten.

1 Wenn die auf eine Flüssigkeit wirkende beschleunigende Kraft die Schwere ist: so nehme man zuerst ein Gefäß an, das an seinem obern Theile offen ist, und auf einer horizontalen Ebene steht. Ist dies Gefäß bis zu einer gewissen Höhe mit Wasser gefüllt, so ist die Oberfläche desselben horizontal. Nimmt man diese Oberfläche zur Ebene der x, y, und ist die Schwere die einzige beschleunigende Kraft, so hat man:

$$\text{I)}\quad X = 0;\ Y = 0;\ Z = g.$$

wo g die Schwere bezeichnet; alsdann wird die Gleichung $dp = \varrho(Z dz + X dx + Y dy)$ zu folgender:

$$\text{II)}\quad dp = \varrho g dz.$$

Betrachtet man die Dichtigkeit ϱ, wie die Schwerkraft g als konstant, so hat man durch Integration:

$$\text{III)}\quad p = \varrho g z + C.$$

Ist $z = 0$, so hat man, weil der Druck an der Oberfläche unelastischer Flüssigkeiten gleich Null sein muß (vergl. S. 1104 Nr. 8) $0 = 0 + C$, also $C = 0$, daher:

$$\text{IV)}\quad p = \varrho g z.$$

2 Zieht man im Innern der Flüssigkeit eine Horizontalebene: so werden alle

Digitized by Google

auf dieser Ebene liegende Punkte ihre Ordinaten in der Richtung der z gleich haben; daher ist der Druck für alle diese Punkte der gleiche, nämlich $p = \varrho g z$.

Ist h die Entfernung zwischen der obersten Fläche, oder dem Wasserspie- 3
gel, und der Horizontalebene, auf welcher die ganze Wassermasse ruht: so wird der Druck, den die Flächeneinheit der Grundfläche erleidet, durch die Gleichung IV bestimmt, indem man darin h statt z setzt; also:

$$V) \quad p = \varrho g h.$$

Besteht die ganze Grundfläche aus b mal Flächeneinheiten, und bezeichnet 4
P den Druck, den die ganze Grundfläche erleidet, so hat man:

$$VI) \quad P = bp.$$

Setzt man hierin für p seinen Werth aus V, so ist:

$$VII) \quad P = \varrho g h b.$$

Es stellt aber (vergl. S. 1832 Nr. 3) bh das Volumen eines Prismas dar, welches b zur Grundfläche und h zur Höhe hat. Multiplizirt man dieses Volumen mit der Dichtigkeit ϱ, so erhält man (vergl. S. 1898, oben) die Masse dieses Prismas; demnach ist $\varrho g b h$ das Gewicht desselben (vergl. S. 1895); die Grundfläche erleidet also einen Druck, welcher dem Gewichte des Volumens desjenigen flüssigen Prismas gleich ist, das auf dieser Grundfläche ruht.

Da der Druck P bei einer und derselben Flüssigkeit nur von der Grund- 5
fläche b und der Höhe h der Flüssigkeit abhängt, so folgt daraus, daß Gefäße, welche mit derselben Flüssigkeit angefüllt sind, und gleiche Höhen haben, wie (Tafel XXXV, D, Fig. 197, a, b, c, auch den gleichen Druck auf ihre Grundflächen erleiden, wie verschieden auch die Gestalten ihrer Seitenflächen sein mögen.

Um den Druck, den das Gefäß auf seinen Seitenflächen erleidet, zu finden, 6
sei (Tafel XXXV D, Fig. 198) CDBA ein Rechteck aus einer solchen Seitenfläche, welches gegen den Horizont geneigt, und mit der senkrechten Linie NL den Winkel φ bildet. CD die obere, und AB die untere Seite des Rechtecks seien horizontal (was in der perspektivischen Zeichnung der Figur nicht gut zu erkennen ist); CA und DB seien die beiden Seiten, welche die Neigung gegen den Horizont machen. Es befinde sich CD unter dem Wasserspiegel. Die Grundlinie AB des Rechtecks sei $= b$, und seine Länge $AC = l$.

Theilt man das ganze Rechteck ABCD in eine unendliche Menge horizontaler Schnitte, wie AabB, aefb u. s. w. ein, so ist der Druck auf alle Punkte eines solchen Schnittes der gleiche (nach Gleichung IV, S. 2032).

Es sei die Entfernung eines solchen Schnittes, z. B. af von der obern Seite CD, oder die Entfernung $Df = v$; alsdann ist die Höhe eines solchen Schnittes wie $ae = dv$. Das Element der Fläche ABCD ist alsdann:

$$ab \cdot ae = b \cdot dv$$

Nimmt man nun die Fläche ABCD für diejenige, deren Druck durch P bezeichnet wird, so kommt durch die obige Gleichung VII, wenn man statt

Digitized by Google

h die Entfernung des Elements vom Waſſerſpiegel, d. h. z ſetzt, und unter b die Grundlinie des Rechtecks verſteht:

$$\text{VIII)} \quad P = \int \varrho g z \cdot b\,dv.$$

Dies iſt alſo der auf die Fläche ABCD ausgeübte Druck.

Man nimmt das Integral zwiſchen den beiden Grenzen $v = 0$, und $v = l$ (vergl. S. 1748), nachdem man die Gleichung um der Integration willen ſo reduzirt hat, daß ſie nur eine Veränderliche enthält.

Hierzu nimmt man zuerſt den Winkel φ, welchen die Ebene ABCD mit dem Perpendikel NL macht; ferner die Entfernung $ND = a$, um welche die obere Seite CD des Rechtecks vom Waſſerſpiegel abſteht. Man hat nun:

$$Kf = NL = DL + ND;$$

da nun, wenn $Df = v$ zum Radius genommen wird, DL der Koſinus des Winkels $fDL = \varphi$ iſt, ſo hat man, da $Kf = z$ iſt:

$$\text{IX)} \quad z = v \cdot \cos\varphi + a.$$

Es iſt alſo die zu integrirende Gleichung

$$\text{X)} \quad P = \int \varrho g (v \cdot \cos\varphi + a)\, b \cdot dv.$$

Es iſt aber $\int bvdv \cdot \cos\varphi = \frac{1}{2} b \cdot v^2 \cdot \cos\varphi$; und $\int ab \cdot dv = abv$; fügt man nun noch die Konſtante hinzu, und ſondert den gemeinſchaftlichen Faktor b ab, ſo hat man:

$$\text{XI)} \quad P = \varrho g b \left(\frac{1}{2} \cdot v^2 \cos\varphi + av\right) + C.$$

Nimmt man das Integral zwiſchen den Grenzen $v = 0$ und $v = l$ (vergl. S. 1749), ſo erhält man, indem die willkürliche Konſtante durch die Subtraktion verſchwindet:

$$\text{XII)} \quad P = \varrho g b \left(\frac{1}{2} l^2 \cdot \cos\varphi + al\right).$$

7 Sucht man jetzt den Mittelpunkt des Drucks, d. h. den Punkt, wo der Mitteldruck aller Elemente der Fläche dieſelbe trifft, und wo man annehmen kann, daß der ganze Druck angebracht ſei: ſo muß man zuerſt beachten, daß die Drucke aller Elemente einander parallel ſind; daß alſo der Angriffspunkt des Mitteldrucks in jedem beſondern Falle durch die Theorie der Momente dieſer Kräfte beſtimmt wird.

Würden alle Punkte der Wand gleich ſtark gedrückt, ſo würde der Mittelpunkt des Drucks mit dem Schwerpunkte der Fläche zuſammenfallen; weil ſich aber der Druck mit der Entfernung vom Niveau der Flüſſigkeit, oder vom Waſſerſpiegel vermehrt, ſo folgt: daß der Mittelpunkt des Drucks immer tiefer liegt als der Schwerpunkt.

Man ſieht ſogleich aus der Theorie der Momente, daß der Mittelpunkt des Drucks ſich auf der geraden Linie EH befinden muß, welche die Seite CD und AB halbirt. Auf EH muß alſo der Punkt G als Angriffspunkt des Drucks beſtimmt werden.

Digitized by Google

Weil nun die auf alle Punkte der Fläche ABCD ausgeübten Drucke als parallele Kräfte angeſehen werden, ſo hat man die Momente, und zwar in Beziehung auf die horizontale Linie CD in folgender Weiſe zu beſtimmen. Der Druck, den das Flächenelement abef erleidet, iſt gleich ϱgzbdv (nach Gleichung VIII, S. 2034); dies iſt alſo auch die wirkende Kraft, deren Moment aufgeſucht werden ſoll. Das Moment einer Kraft iſt aber in Beziehung auf einen Punkt, oder eine Linie, oder einer Ebene, das Produkt dieſer Kraft in die ſenkrechte Diſtanz ihrer Richtung von dem Punkte, oder der Linie, oder der Ebene (vergl. S. 1927 Nr. 13). Um daher das Moment der Kraft ϱgzbdv in Beziehung auf die Linie CD zu erhalten, muß man ſie mit dem von CD auf ihre Richtung gezogenen Perpendikel multipliziren. Zieht man die Direktionslinie der Kraft ϱgzbdv durch ihren Angriffspunkt γ, d. h. durch den Punkt, in welchem die Linie ef von der Linie EH durchſchnitten wird; zieht man ferner von E ein Perpendikel Eβ auf dieſe Direktionslinie, ſo hat man in dem bei β rechtwinkligen Dreiecke Eγ = Df = v, und den Winkel Eγβ = φ, als deſſen Wechſelwinkel. Macht man Eγ = v zum Radius, ſo iſt das Perpendikel Eβ = v · sin φ; demnach iſt das Moment der auf das Flächenelement abef wirkenden Kraft = ϱgzbdv · v · sin φ.

Bezeichnet man nun die Linie EG, d. h. die Entfernung des Mittelpunkts des Druckes von CD mit v', ſo hat man nach der Theorie der Momente:

XIII) $Pv'_{\bullet} \cdot \sin\varphi = \sin\varphi \cdot \int \varrho gzbv'dv$; oder $P \cdot v' = \int \varrho gzbvdv$.

Es folgt nämlich aus der Theorie der parallelen Kräfte (vergl. S. 1927 Nr. 13), daß, wenn man den Druck auf das Flächenelement abef mit der Entfernung v dieſes Elements von CD multiplizirt, und die Summe der ähnlichen Produkte für alle Elemente nimmt: dieſe Summe gleich iſt dem ganzen Druck multiplizirt mit der Entfernung des Mittelpunkts des Drucks von derſelben Linie CD; heißt alſo dieſe Entfernung EG = v', ſo hat man:

$$v' \cdot \int \varrho gzbdv = v \int \varrho gzbdv = \int \varrho gzbvdv.$$

Beide Integrale müſſen aber zwiſchen den Grenzen v = 0 und v = l genommen werden.

Setzt man zuvörderſt in die zweite Gleichung bei XIII den bei IX gefundenen Werth von z hinein, ſo erhält man:

XIV) $Pv' = \varrho gb \int (\cos\varphi \cdot v^2 \cdot dv + avdv)$.

Integrirt man dieſe Gleichung ſo iſt:

$$Pv' = \varrho gb \left(\cos\varphi \cdot \frac{v^3}{3} + \frac{av^2}{2}\right) + C.$$

Integrirt man ferner zwiſchen den Grenzen v = 0, und v = , ſo erhält man:

XV) $Pv' = \varrho gb \left(\cos\varphi \cdot \frac{l^3}{3} + \frac{al^2}{2}\right)$

Setzt man für P ſeinen Werth aus der Gleichung XII, und dividirt durch den gemeinſchaftlichen Faktor l, ſo ergiebt ſich:

Digitized by Google

$$\text{XVI)} \quad v' = \frac{\cos\varphi \cdot \frac{l^2}{3} + \frac{al}{2}}{\cos\varphi \cdot \frac{l}{2} + a}$$

Hat man auf ähnliche Weise den Druck gefunden, der auf die andern Seitenflächen, so wie den, der auf die Grundfläche und ihre Angriffsmittelpunkte ausgeübt wird, so nimmt man die Resultante aller dieser Kräfte, um den Gesammtdruck zu erhalten.

8 Es soll jetzt ein Körper betrachtet werden, welcher in eine schwere gleichartige Flüssigkeit getaucht wird. Der Druck, den diese Flüssigkeit gegen irgend einen Theil der Oberfläche des eingetauchten Körpers ausübt, wird auf dieselbe Weise bestimmt, wie derjenige, welcher gegen die Wände des Gefäßes wirkt. Will man aber den Gesammtdruck finden, so wendet man folgende vier Sätze an:

1) Die mannigfaltigen Drucke, welche auf den Körper wirken, haben eine einzige Resultante, welche senkrecht wirkt, und ihn in einer Richtung zu drücken sucht, die derjenigen der Schwere entgegengesetzt ist. Dieser Druck der schweren Flüssigkeit, wie z. B. des Wassers, von unten nach oben, heißt der Auftrieb.
2) Die horizontalen Drucke heben sich auf.
3) Die Intensität der Resultante aller Drucke ist dem Gewichte des Volumens der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit gleich.
4) Die Resultante aller Drucke geht durch den Schwerpunkt des Volumens der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit; und da sie senkrecht wirkt, so ist ihre Richtung bestimmt.

Diese Sätze sind sämmtlich höchst wichtig für die Theorie der schwimmenden Körper.

9 Zum Beweise dieser Sätze sei, Tafel XXXV, D, Fig. 199, das Gefäß ADE mit einer schweren Flüssigkeit angefüllt, welche sich im Gleichgewichte befindet. In derselben gehe ein Theil KL plötzlich aus dem flüssigen in den festen Zustand über; dadurch wird das Gleichgewicht nicht gestört. Dieser feste Theil oder Körper wird von oben nach unten durch eine senkrechte Kraft getrieben, welche seinem Gewichte gleich und an seinem Schwerpunkte angebracht ist; diese Kraft kann nur durch die Resultante aller normalen Drucke aufgehoben werden, welche die Flüssigkeit gegen den festen Körper ausübt. Hieraus folgt, daß die Resultante aller normalen Kräfte senkrecht ist, und eine einzige Kraft sein muß, da sie mit einer einzigen Kraft das Gleichgewicht hält; und da die Resultante aller Drucke senkrecht ist, so müssen sich die horizontalen Kräfte gegenseitig aufheben.

Das Gleichgewicht zwischen einem Körper und einer Flüssigkeit kann also nur stattfinden, wenn der Schwerpunkt des Körpers und der Schwerpunkt der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit sich auf der nämlichen senkrechten Linie befinden. Ist der Körper völlig in die Flüssigkeit eingetaucht, so ist das Volumen des Körpers und dasjenige der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit

Digitized by Google

ein und dasselbe, und beide Schwerpunkte liegen alsdann vollkommen in einander. Ist aber der Körper nur theilweise eingetaucht, so ist sein Schwerpunkt nicht mehr derselbe mit demjenigen der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit; alsdann müssen sie beide auf derselben senkrechten Linie liegen.

Es sei v das Volumen der aus ihrer Stelle vertriebenen Flüssigkeit, und 10
v' das des Körpers, der in dieselbe getaucht ist; ϱ die Dichtigkeit der Flüssigkeit, ϱ' diejenige des Körpers. Ist der letztere ganz in die Flüssigkeit eingetaucht, so hat man, unter der obigen Voraussetzung, daß der feste Körper ein plötzlich erstarrter Theil der Flüssigkeit ist:

$$g\varrho v = g\varrho' v';$$

da nun nach der Voraussetzung $v = v'$, so ist auch $\varrho = \varrho'$. Ist aber das Gewicht des Körpers leichter als das der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit, so hat man natürlich:

$$g\varrho' v' < g\varrho v.$$

Der Körper muß demnach in die Höhe steigen, und die Kraft, die ihn bewegt, wird gleich $g\varrho v - g\varrho' v'$ sein.

Hat man aber im Gegentheil

$$g\varrho' v' > g\varrho v$$

so wird der Körper sinken, und die Kraft, welche auf ihn drückt, ist:

$$g\varrho' v' - g\varrho v.$$

Demnach sinkt der Körper, wie wenn ein Gewicht $g\varrho' v' - g\varrho v$ auf ihn wirkt, das also dem Unterschiede des Gewichts des Körpers und desjenigen der Flüssigkeit gleich ist.

Fünftes Kapitel.

Theorie der schwimmenden Körper.

§. 292. Allgemeine Grundsätze.

Die beiden Grundsätze für die Theorie der schwimmenden Körper sind 1
diese:

1) Wenn ein Körper in das Wasser gesenkt wird, so kann er nur dann im Gleichgewicht bleiben, wenn sein Schwerpunkt mit demjenigen des aus der Stelle vertriebenen Wassers auf einer und derselben senkrechten Linie liegt.
2) Diejenige Wassermasse, welche das Volumen des eingetauchten Theils ausfüllt, hat dasselbe Gewicht wie der ganze Körper.

Der eingetauchte Theil eines schwimmenden Körpers, namentlich 2

Digitized by Google

eines Schiffes, heißt sein Wasserraum; er reicht von der untersten Fläche bis zur Ebene des Wasserspiegels; die senkrechte Tiefe des Wasserraums heißt die Wassertracht. Die Ebene des Wasserspiegels scheidet den Wasserraum von dem nicht eingesenkten Theile.

3 Es sei v das Volumen des aus der Stelle vertriebenen Wassers, p seine Dichtigkeit, und g die Schwere; P sei das Gewicht des schwimmenden Körpers ABCD, Fig. 200, Tafel XXXV, D; diesem Gewichte P wird das Gleichgewicht von einer senkrechten Kraft = pgv gehalten (vergl. S. 2037); damit sich also diese beiden Kräfte ins Gleichgewicht setzen, muß ein Theil des Körpers, nämlich ABD, im Wasser bleiben; dieser Theil ist der Wasserraum.

4 Ist sowohl der schwimmende Körper als auch das Wasser homogen, so fällt der Schwerpunkt des Wasserraums mit demjenigen des verdrängten Wassers zusammen. Ist die spezifische Schwere oder Dichtigkeit (vergl. S. 1895) des Körpers derjenigen des Wassers gleich, so ist der Satz von selbst einleuchtend. Ist aber die Dichtigkeit verschieden, so sei die Dichtigkeit des Körpers der n. Theil von derjenigen des Wassers. Ehe das Wasser verdrängt wird, denke man sich zwei seiner Molekule m und m' in irgend einem Abstande von einander; da sie gleich schwer sind, so geht ihre Resultante durch den Mittelpunkt der Verbindungslinie. Ist der Körper an die Stelle des Wassers getreten, so kommen zwei seiner Molekülen $\frac{m}{n}$ und $\frac{m'}{n}$ dorthin, wo vorher m und m' waren; da sie ebenfalls einander gleich sind, so kann ihre Resultante auch durch keinen andern Punkt, als den Mittelpunkt ihrer Verbindungslinie gehen, welcher derselbe wie für m und m' ist. Wendet man diese Betrachtung auf jedes andere Paar der Wasser- und Körper-Molekülen an, so zeigt sich von selbst, daß zuletzt auch die beiden Schwerpunkte, als die Angriffspunkte der beiden Hauptresultanten, zusammenfallen müssen.

5 Ist der Körper homogen, so liegt sein Schwerpunkt G, Fig. 200, über dem Schwerpunkte O des Wasserraums. Denn wenn g der Schwerpunkt des aus dem Wasser hervorragenden Theils ist, so muß sich der Schwerpunkt des ganzen Körpers auf der Verbindungslinie gO der beiden Theil-Schwerpunkte g und O befinden, demnach über O, d. h. über dem Schwerpunkte des Wasserraumes liegen.

6 Ist aber der schwimmende Körper ungleichartig, so kann es geschehen, daß sein Schwerpunkt G unter dem Schwerpunkte des Wasserraumes liegt. Damit nämlich das Gleichgewicht stattfindet, muß folgende Bedingung erfüllt sein: Das Gewicht einer Wassermasse von gleichem Volumen wie der Wasserraum des Körpers ist gleich dem Gewichte des ganzen schwimmenden Körpers.

Diese Gleichung bringt nicht nothwendig mit sich, daß das Gewicht des Körpers in seinem ganzen Volumen gleichförmig vertheilt sei. Nimmt man also den Körper als ungleichartig an, wie es z. B. bei einem Schiffe mit seiner verschiedenartigen Ladung geschehen muß: so ist es wohl möglich, daß der größere Theil des Totalgewichts in einem Theile von sehr kleiner Ausdehnung konzen-

Digitized by Google

trirt sei, wodurch es dann geschehen kann, daß der Schwerpunkt G des ganzen Körpers unter dem Schwerpunkte des Wasserraums zu liegen kommt. Es kann sich also überhaupt der Schwerpunkt des ganzen schwimmenden Körpers bald über, bald unter demjenigen seines Wasserraumes befinden.

Wenn der Wasserraum leichter ist, als das Volumen Wasser, das er aus 7
der Stelle treibt, so erhält er sich nur darum im Gleichgewicht, weil das Gewicht des übrigen Theils des Körpers den Unterschied zwischen dem Gewichte des verdrängten Wasservolumens und dem Gewichte des Wasserraumes ausgleicht. Vermehrt man alsdann die Ladung des schwimmenden Körpers, so wird er noch tiefer sinken, bis das aus der Stelle vertriebene Wasser das Gleichgewicht wieder hergestellt hat, und die Wassermasse, welche der Wasserraum ersetzt, dem Gewichte des schwimmenden Körpers gleich ist.

Es sei M dieses Gewicht, welches als eine Kraft angesehen werden kann, die an dem Schwerpunkte O des Wasserraumes angebracht ist, und in senkrechter Richtung wirkt. Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 201, der schwimmende Körper in eine etwas geneigte Flüssigkeit eingetaucht, so daß die wagrechte oder horizontale Linie AB (welche das Profil des wasserrechten Durchschnitts vom schwimmenden Körper anzeigt), durch die etwas geneigte Linie ab ersetzt wird. Die in O senkrecht auf ab angebrachte Kraft M stellt den Druck der Flüssigkeit vor, und wirkt von unten nach oben (vrgl. S. 2036 Nr. 8). Wird diese Kraft mit der aus dem Schwerpunkte auf ihre Direktion senkrecht gezogenen Linie GL multiplizirt: so erhält man (vergl. S. 2035) ihr Moment. Es ist also M · GL das Moment von M in Beziehung auf den Schwerpunkt G des ganzen Körpers. Man hat in dem rechtwinkligen Dreiecke GOL die Seite GL = GO · sin LOG; daher heißt das Moment

$$M \cdot GO \cdot \sin LOG.$$

Der Winkel LOG wird von den beiden Linien LO und GO gebildet, von denen die eine senkrecht auf ab, die andere senkrecht auf AB steht. Sieht man nun auf die beiden Dreiecke $\alpha\gamma C$, und $\beta\gamma O$, so haben sie rechte Winkel in β und α; und einen gemeinschaftlichen Winkel in γ, daher ist $\angle$ LOG = $\angle$ BCb, d. h. gleich dem Winkel, den die beiden Linien AB und ab mit einander bilden.

Bezeichnet man diesen Winkel mit ϑ, und ferner mit A die Entfernung OG des Schwerpunkts G des ganzen Körpers von dem Schwerpunkt O des Wasserraums, so wird das Moment zu

$$M \cdot A \cdot \sin \vartheta.$$

Betrachtet man den Druck des Wassers als eine positive Kraft, so würde das eben berechnete Moment in entgegengesetzter Richtung wirken, wenn der Punkt G unter O fiele.

Vergrößert sich der Faktor sin ϑ, so nimmt natürlich auch das Moment zu, und ebenso auch der Neigungswinkel ϑ; je größer aber dieser Neigungswinkel ist, desto mehr wird der schwimmende Körper streben unterzusinken. Bleibt dagegen der Winkel ϑ unverändert, so hängt die Intensität des Moments M · A · sin ϑ von dem Faktor MA ab. Dieser Faktor MA hat von

Digitized by Google

Euler den, seitdem allgemein angenommenen, Namen der Stabilität erhalten, weil er dazu dienen kann, den Grad der Stabilität oder Standhaftigkeit eines schwimmenden Körpers zu bestimmen, d. h. den Grad seiner Fähigkeit, sich von einem erhaltenen Stoße nicht umwerfen zu lassen, sondern sich nach einigen Schwingungen wieder in die erste aufrechtstehende Stellung zurückzubegeben.

8 Es sei F eine Kraft, deren Moment in Bezug auf den Punkt G, d. h. auf den Schwerpunkt des ganzen schwimmenden Körpers im Stande ist, die Wirkung von $M \cdot A \cdot \sin \vartheta$ aufzuheben. Das Moment dieser Kraft wird gefunden, wenn man, Fig. 201, die senkrechte GK auf ihre Direktion KR zieht; nennt man diese senkrechte k, so ist das gesuchte Moment kF. Da alle Kräfte nach der Voraussetzung auf die beiden M und F reduzirt sind, so müssen ihre beiden Momente gleich sein, man hat also:

$$\text{I)} \quad kF = M \cdot A \cdot \sin \vartheta; \text{ also } \sin \vartheta = \frac{kF}{M \cdot A}$$

Um diese Formel auf ein Schiff anzuwenden, nehme man an, daß der Neigungswinkel nicht 10° übersteigen soll. Setzt man kF gleich der Einheit, und statt sin ϑ den Sinus von 10° = 0,17365 oder nahe 1/6, so hat man:

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{M \cdot A}$$

Nimmt man eine geringere Zahl von Graden als 10, so wird sich mit der Verringerung des Sinus auch der Bruch, welcher seinen Werth angiebt, verringern; ist z. B. der Winkel $\vartheta = 9°$, so ist $\sin \vartheta = 0{,}1564$, es ist aber:

$$0{,}1564 = \frac{1}{6{,}394}$$

Für einen Neigungswinkel unter 10° muß also die Stabilität M · A sechsmal die größte Kraft übertreffen, welche das Schiff erträgt.

9 Um sich den Begriff der Stabilität auf die einfachste Weise geläufig zu machen, denke man sich einen auf dem Wasser schwimmenden Körper zuerst im Gleichgewicht. Erhält er darauf einen Druck oder Stoß, durch den er aus seiner Lage gebracht wird: so wird er entweder umfallen, oder von selbst wieder in die vorige Stellung zurückkommen.

Um zu wissen, in welchem Falle das eine, und in welchem das andere geschehen muß, so bemerke man: welche Richtung die Vertikallinie durch die beiden Schwerpunkte des ganzen Körpers und des Wasserraumes in der ersten Lage hatte; und welche Richtung diejenige Vertikallinie hat, die bei der neuen Lage des Körpers vom Schwerpunkte des alsdann untergetauchten Theiles, oder des neuen Wasserraums aufwärts geht.

Wird die erstere von der zweiten unterhalb des Schwerpunkts des ganzen Körpers geschnitten, so muß der Körper umfallen. Geschieht aber der Schnitt oberhalb des Schwerpunkts des ganzen Körpers, so kommt der Körper wieder von selbst in seine vorige Lage.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 202, ABCDEF der schwimmende Körper,

Digitized by Google

und K der Schwerpunkt seiner ganzen Masse; sein eingetauchter Theil oder sein Wasserraum bei der ersten Lage sei EDCB, und dessen Schwerpunkt H. Es erhalte der Körper einen Stoß von links nach rechts. Alsdann bekommt er auch eine andere Lage, und sein Wasserraum ist nicht mehr derselbe, sondern wird CDEF; d. h. links ragt noch das Stück αBC hervor, und rechts taucht noch das Stück αFE unter; der Schwerpunkt dieses neuen Wasserraums sei G. In der Figur ist, um die Zeichnung des Körpers deutlicher zu erhalten, die Lage des Wassers statt derjenigen des Körpers verändert. Man darf aber nur die Zeichnung etwas drehen, bis nicht mehr EB sondern FC horizontal ist, und den Wasserspiegel bei der neuen Lage des Körpers im Durchschnitt zeigt; alsdann sieht man, wie sich der Körper gedreht hat, während der Wasserspiegel unverändert geblieben ist. (Diese Bemerkung gilt auch für die Figur 201).

Zieht man jetzt die Vertikallinie GM, so schneidet sie die erste Vertikallinie HK in L, also *unterhalb* des Schwerpunkts K des ganzen Körpers. In diesem Falle muß der Körper noch weiter rechts hin umfallen. Denn hat man sich die Zeichnung so gedreht, daß EC horizontal ist, und zieht man die Linie GK, welche man sich als steif vorzustellen hat, so sieht man sogleich, daß K keine Unterstützung hat; daß sich also die steife Linie GK in vertikalen Richtungen bei G aufwärts und bei K niederwärts bewegen muß; der Körper dreht sich also noch weiter rechts.

Wäre aber der Schwerpunkt der ganzen Körpermasse in I, so daß der Schnitt L der beiden Vertikallinien oberhalb desselben liegt, so würde sich der Körper von selbst aufrichten. Denn zieht man auch hier die steife Linie IG, so sieht man, daß der Schwerpunkt I keine Unterstützung hat, daß also die steife Linie GI in vertikalen Richtungen bei G aufwärts, und bei I niederwärts bewegt werden muß; daß also der ganze Körper sich mit seinem obern Theile linkshin dreht. Da er nun den Stoß von links nach rechts hin bekam, so begiebt er sich durch diese Drehung von rechts nach links wieder in seine vorige Lage zurück; doch erreicht er das Gleichgewicht erst nach einigen vorhergehenden Schwingungen.

Trifft es sich aber, daß bei der neuen Lage der Schnittpunkt L in den Schwerpunkt der ganzen Körpermasse fällt, so bleibt der Körper auch dann stehen. Dies geschieht jedesmal bei einer schwimmenden Kugel von homogener Masse.

Je niedriger also der Schwerpunkt der ganzen Masse liegt, um desto sicherer ist der Körper gegen das Umstürzen: sein unterer Theil muß also am schwersten sein.

Man kann daher die Stabilität eines schwimmenden Körpers dadurch leicht prüfen, daß man sich vorstellt, er bekomme einen kleinen Stoß seitwärts, und weiche um Etwas von seiner ersten Lage ab. Liegt alsdann der Schnittpunkt L sehr hoch über dem Schwerpunkt der ganzen Masse, so hat der Körper Stabilität genug, weil er noch sehr gedreht werden kann, ehe der Schnittpunkt L unter den Schwerpunkt der ganzen Masse zu liegen kommt. Ist aber der Punkt L schon bei einer kleinen Drehung dem Schwerpunkte der ganzen Masse nahe,

Digitized by Google

ſo iſt nicht viel Stabilität vorhanden. Iſt L im Schwerpunkte ſelbſt, ſo kann der Körper nur ſehr geringe Drehungen ertragen; iſt aber L unterhalb des Schwerpunktes, ſo fällt der Körper bei dem geringſten Stoße um.

Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 203, ein Körper zum Theil im Waſſer eingetaucht, und habe durch einen ſchwachen Stoß ſeine Gleichgewichtslage verlaſſen; der Waſſerraum, welcher zuerſt ADB war, werde bei der neuen Lage zu aDb. Der Schwerpunkt G der ganzen Körpermaſſe bleibt natürlich derſelbe; in ihm vereinigt ſich die Wirkung vom Drucke des Waſſers, und vom Gewichte des ganzen Körpers; wenn ſich nun dieſe beiden Kräfte nicht aufheben, ſo können ſie nur eine kreisförmige Bewegung um den Punkt G hervorbringen. In Beziehung auf den Schwerpunkt O des anfänglichen Waſſerraums ſieht man gleich, daß er ſich bei der neuen Lage dem Theile bB des Körpers nähern muß. Denn da er ſich in O befand, als der Waſſerraum ADB war, ſo muß er, wenn ſich der Waſſerraum um ACa vermindert, und um bCB vermehrt hat, nach O′ gerückt, d. h. demjenigen Theile des Waſſerraums näher gekommen ſein, welcher demſelben hinzugekommen iſt. Man ziehe durch dieſen neuen Waſſerraum-Schwerpunkt O′ die Linie O′i ſenkrecht auf die neue Niveaulinie ab; ferner durch den Körper-Schwerpunkt G die Linie Gk ebenfalls ſenkrecht auf die neue Niveaulinie ab. Da dieſe beiden Linien die an den beiden Schwerpunkten angebrachten Kräfte darſtellen, von denen die bei i angebrachte der aufwärts wirkende Druck des Waſſers, die bei k angebrachte das niederwärts wirkende Gewicht des Körpers iſt: ſo müſſen dieſe beiden Kräfte, da ſie zu einem und demſelben Syſtem gehören, für den Fall des Gleichgewichts einander gleich und gerade entgegengeſetzt ſein. Dieſe letztere Bedingung wird erfüllt, wenn die Punkte k und i zuſammenfallen; fallen ſie aber nicht zuſammen, ſo können zwei Fälle eintreten.

1) Fällt der Punkt k zwiſchen C und i, ſo ſtrebt das von G nach k wirkende Gewicht des ganzen Körpers dahin, die beiden Linien Cb und CB einander zu nähern; dagegen der von O′ nach i wirkende Druck oder Auftrieb des Waſſers ſtrebt die beiden Linien Cb und CB von einander zu entfernen; die letztere Kraft muß aber ſiegen, weil ſie auf den längeren Hebelarm Ci wirkt. In dieſem Falle muß alſo der Körper ſich gegen B erheben, und demnach ſeine urſprüngliche Lage wieder einnehmen, und ſich im Zuſtande eines ſtabilen Gleichgewichts befinden.

2) Fällt dagegen der Punkt i zwiſchen k und C, ſo wirkt die Kraft Gk auf einen längern Hebelarm Ck; es ſiegt alſo das Gewicht des Körpers über den Auftrieb des Waſſers; es muß demnach der in das Waſſer eingetauchte Theil noch tiefer ſinken, wodurch der Zuſtand eines augenblicklichen Gleichgewichts hervorkommen wird.

§. 293. Vom Metazentrum.

Vergleicht man den Druck des Waſſers oder den Auftrieb deſſelben in der zweiten Lage, Tafel XXXV, D, Fig. 203, mit demjenigen in der erſten Lage,

Digitized by Google

so sieht man, daß die Linie OG senkrecht auf AB, und O'i senkrecht auf ab steht, daß sie also bei m einen Winkel mit einander bilden, welcher dem Winkel bCB gleich ist. Der Schnittpunkt m (oder in Figur 202 der Punkt L) heißt das Metazentrum.

Nach dem Vorigen befindet sich das Metazentrum stets auf der Vertikale, welche durch den Körperschwerpunkt und durch den Wasserraumsschwerpunkt gezogen wird. Soll demnach seine Lage bestimmt werden, so hat man nur die Entfernung des Metazentrums von einem der beiden Punkte G oder O zu bestimmen, deren Lage für bekannt gilt. 2

Es nehme, Tafel XXXV, D, Fig. 203, der schwimmende Körper eine sehr wenig geneigte Lage an, so daß seine Durchschnittsebene die Linie ab zur Horizontallinie erhält, und der Theil ACa des ersten Wasserraums aus dem Wasser hervorkommt, während der vorher außer dem Wasser befindliche Theil BCb jetzt unter Wasser ist. Die zu beiden Lagen gehörigen Wasserräume haben also einen gemeinschaftlichen Theil an dem Zwischenkörper aCBD; man hat also:

Alter Wasserraum = Zwischenkörper aCBD + ACa.
Neuer Wasserraum = Zwischenkörper aCBD + bCB.

Man bezeichne mit γ den Schwerpunkt des Zwischenkörpers; mit g den Schwerpunkt des Theils ACa, welcher beim neuen Wasserraume fehlt; mit g' den Theil bcB, welcher beim neuen Wasserraume hinzugekommen ist.

Wenn, Fig. 204, CB nach Cb kommt, so erhält auch die Linie BR, welche die rechtsliegenden Endpunkte des alten Wasserraums verbindet, die Lage br. In dem Sektor BCb bleibt also der leere Raum bBq, den man aber vernachlässigen kann, da er bei der angenommenen Kleinheit des Bogens Bb auch sehr klein ist; die Dreiecke qBs und Cbq haben bei q einen Scheitelwinkel, und außerdem $\angle$ Cbr = $\angle$ CBR, sind also ähnlich; daher auch $\angle$ qsB = $\angle$ C = $\angle$ ϑ (vergl. S. 2039 Nr. 7); da nun die Lagenveränderung, also auch der Winkel ϑ sehr klein angenommen ist, so muß auch die dem sehr kleinen Winkel qsB gegenüberliegende Seite qB sehr klein erscheinen; da nun ferner, wegen der sehr kleinen Lagenveränderung auch Bb sehr klein ist, so verhält es sich ebenso mit der dritten Seite bq des Dreiecks bqB, also auch mit seiner Höhe und seinem Flächeninhalte. Ist überdem ϑ unendlich klein, so wird dieser Flächeninhalt ein unendlich Kleines von der zweiten Ordnung (vergl. S. 1123 Nr. 16), was in Beziehung auf den Sektor CBb Null ist, und es auch dann bleibt, wenn man statt der Sehne br den Bogen br substituirt. Eine ähnliche Betrachtung gilt auch für den Sektor ACa in Fig. 203.

Bringt man nun an den Schwerpunkten γ, g und g' des Zwischenkörpers und der beiden Sektoren Kräfte an, welche diesen Körpern proportional sind, so theilt der Schwerpunkt O des alten Wasserraums die Linie gγ im umgekehrten Verhältnisse der an diesen Punkten angebrachten Kräfte; ebenso theilt der Schwerpunkt O' des neuen Wasserraums die Linie g'γ im umgekehrten Verhältnisse der an diesen Punkten angebrachten Kräfte. Dies folgt aus der Theorie des Schwerpunkts (S. 1947) und der Theorie des Hebels (S. 1967); man

Digitized by Google

kann nämlich die steife Linie $g\gamma$ wie einen Hebel betrachten, dessen Unterstützungspunkt in O liegt, und an dessen beiden Enden die Gewichte des Zwischenkörpers und des Sektors bCB angebracht sind.

Da der ganze Körper für homogen angenommen wird, so ist das Verhältniß der Gewichte seiner Theile auch zugleich das Verhältniß der Volumina dieser Theile (vergl. S. 1898); da sich nun die Gewichte umgekehrt wie die Lienientheile verhalten, so hat man:

I) Volumen des Zwischenkörpers aCBD : Volumen aCA = $Og : O\gamma$;
II) Volumen des Zwischenkörpers aCBD : Volumen bCB = $O'g' : O'\gamma$.

Die zweiten Glieder dieser Proportionen sind identisch; denn wenn der schwimmende Körper in seiner neuen Lage im Gleichgewichte ist: so muß er, da sein Totalgewicht nicht verändert ist, auch dieselbe Wassermenge aus der Stelle treiben; es müssen also beide Wasserräume in den beiden Lagen gleich sein; da nun der Zwischenkörper ein und derselbe ist, so müssen die beiden Theile aCA und bCB, wie verschieden sie auch an Gestalt sein mögen, dennoch an Volumen gleich sein; daher hat man aus den beiden Proportionen I und II:

III) $Og : O'g' = O\gamma : O'\gamma$.

Es werden also die beiden geraden Linien $g\gamma$ und $g'\gamma$ durch die gerade Linie OO' geschnitten; es ist daher OO' parallel mit gg' (vergl. S. 682 Nr. 4).

Die Ebene des Wasserspiegels heißt in Beziehung auf einen schwimmenden Körper *die Wassertrachtsebene* (vergl. S. 2038 Nr. 2); und noch genauer *Schwimmebene*, wenn sich der schwimmende Körper in schwankender Bewegung befindet, so daß der Durchschnitt des Körpers mit dem Wasserspiegel veränderlich ist.

Da in Fig. 203 die zweite Wassertrachtsebene eine sehr kleine Neigung gegen die erste haben soll, so kann man die Dicke der Volumina bCB und aCA unberücksichtigt lassen, und demnach annehmen, daß sich die gerade gg' in der ersten Wassertrachtsebene AB befinde; da ferner OO' mit gg' parallel ist, so kann man auch die Linie OO' für parallel mit der Wassertrachtsebene AB ansehn.

3 Um die Linie OO' zu bestimmen, welche die beiden Schwerpunkte des ersten und zweiten Wasserraums verbindet, nimmt man aus der Proportion I, (vergl. S. 539 Nr. 13):

IV) Zwischenkörper aCBD + Vol. aCA : Vol. aCA = $Og + O\gamma : O\gamma$.

oder:

Volumen des alten Wasserraums : Vol. aCA = $g\gamma : O\gamma$.

Die ähnlichen Dreiecke $gg'\gamma$ und $OO'\gamma$ geben:

V) $g\gamma : O\gamma = gg' : OO'$.

Nimmt man diese Proportion mit der bei IV zusammen, so erhält man:

VI) Vol. des alten Wasserraums : Vol. aCA = $gg' : OO'$;

Digitized by Google

$$\text{also VII)} \quad OO' = \frac{\text{Vol. } aCA \cdot gg'}{\text{Vol. des alten Wasserraums}}$$

Aus OO' läßt sich leicht Om erhalten, d. h. die Linie, welche den Schwer- 4
punkt des alten Wasserraums mit dem Metazentrum verbindet. Die geraden Linien Om und O'm (Tafel XXXV, D, Fig. 205) stehen auf den geraden Linien AC und aC senkrecht; da die Winkel C und m sehr klein sind, so können die beiden Dreiecke AaC und OmO' als gleichschenklig angesehn werden, und daher auch als ähnlich; man hat also:

$$\text{VIII)} \quad \text{Bogen } Aa : OO' = Ca : mO;$$

$$\text{daher IX)} \quad mO = \frac{OO' \cdot Ca}{\text{Bogen } Aa}$$

Die obere Oberfläche AB, Fig. 206, des ersten Wasserraums, welche an- 5
fänglich wasserrecht war, wird durch die obere Oberfläche ab des neuen Wasserraums so ersetzt, daß sich das Ende A aus dem Wasser erhebt, während sich das Ende B in dasselbe einsenkt. Diese beiden Wassertrachts- oder Schwimmebenen von einer Vertikalebene durchschnitten, geben den Schnitt ACa in Fig. 203.

Man kann aber unendlich viele senkrechte Ebenen parallel mit einander durch die Wassertrachtsebenen legen; alsdann wird der feste, zwischen den Ebenen KAL und KaL liegende Körper in eine unendliche Menge von Schnitten getheilt, welche sämmtlich mit der Ebene ACa parallel sind.

Hat sich nun die Ebene KAL, welche vorher an der Oberfläche des Wasserraums, also in dem Wasserspiegel war, aus demselben erhoben, und sich um die Linie KL wie um eine Axe gedreht: so muß auch jede in der Ebene liegende Gerade, wie AC, einen kleinen Kreisbogen beschrieben haben; die Parallelebenen werden demnach lauter Sektoren, aCA, a'C'A' u. s. w., zwischen den Ebenen KAL und KaL bilden.

Nimmt man den gemeinschaftlichen Durchschnitt KL zur Axe der x, und stellt die Axe der y senkrecht auf die der x in der Ebene KAL, so sind die Ordinaten y die senkrechten Linien AC, AC', AC'' u. s. w.

Der Winkel, den die beiden Ebenen KAL und KaL mit einander machen, soll nach der Annahme unendlich klein sein, und ist natürlich für alle parallelen Sektoren derselbe; der Bogen, welcher diesen Winkel mißt, heiße ω, und sei mit dem Radius = 1 beschrieben; alsdann findet man den Bogen eines jeden von den parallelen Sektoren durch die Proportion:

$$1 : \omega = AC \text{ oder } y : \text{Bogen } Aa;$$

daher:

$$\text{X)} \quad \text{Bogen } Aa = \omega \cdot y.$$

Multiplizirt man diesen Bogen mit der Hälfte des Radius y, so hat man (vergl. S. 722 und S. 734 Nr. 18), als Flächeninhalt eines solchen Sektors $\frac{1}{2} \cdot \omega y^2$. Multiplizirt man diesen Flächeninhalt mit der unendlich kleinen Dicke $CC' = dx$, welche zwischen zwei auf einander folgenden Sektoren liegt, so

Digitized by Google

hat man als körperlichen Inhalt eines solchen kleinen Körpers:

$$Aaa'A' = \frac{1}{2}\omega \cdot y^2 \cdot dx.$$

Dies ist das Element des gesuchten Körpers, daher hat man (Figur 203):

$$\text{XI)} \quad \text{Volumen } ACa = \frac{1}{2}\omega \cdot \int y^2 dx$$

Dies ist das zweite Glied der Proportion VI. Die gerade Linie Cg in Fig. 203 ist die Entfernung der Axe KL von dem Schwerpunkte g des Cylinderabschnitts KaLA; um diese Entfernung zu bestimmen, muß man die Summe der Momente der Elementarsektoren in Beziehung auf diese Axe nehmen.

Nimmt man den Sektor ACa in Fig. 207, so befindet sich der Schwerpunkt g dieses Sektors auf dem Radius CR = CA, Fig. 208, und zwar in einer Entfernung, welche (vergl. S. 1957 Nr. 19) folgenden Werth hat:

$$\frac{\frac{2}{3}\,CR \cdot \text{Sehne } Aa}{\text{Bogen } Aa}$$

Da aber der Winkel C sehr klein ist, so kann man den Bogen durch die Sehne ersetzen; es bleibt also nur $^2/_3$ CR übrig; da ferner CR = CA = y ist (Fig. 206), so hat man $\frac{2}{3}y$ als Entfernung des Schwerpunkts eines Sektors von der Axe KL. Multiplizirt man jetzt den Elementarkörper (nach XI) = $\frac{1}{2}\omega y^2 dx$ mit dieser Entfernung, so ist das Moment dieses Körpers in Beziehung auf die Axe KL gleich $\frac{1}{3}\omega y^3 \cdot dx$, man bekommt also:

$$\text{XII)} \quad \begin{cases} \int \frac{1}{2}\omega y^2 dx = \text{Summe der Elementarkörper} \\ \int \frac{1}{3}\omega y^3 dx = \text{Summe der Momente der Elementarkörper.} \end{cases}$$

Es ist also nach der Eigenschaft der Momente, welche Produkte sind, deren einer Faktor die senkrechte Entfernung ist (vergl. S. 2035), die Entfernung Cg des Schwerpunktes des kleinen Körpers CAa in Fig. 203, oder KALa in Fig. 206:

$$Cg = \frac{\int \frac{1}{3}\omega y^3 dx}{\int \frac{1}{2}\omega y^2 dx}$$

Da ω eine konstante Größe ist, so kann sie ebensowohl wie die Zahlenbrüche außerhalb des Integrals gesetzt werden (vergl. S. 1159 Nr. 3); die ω unten und oben heben sich, und $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$; daher:

$$\text{XIII)} \quad Cg = \frac{2\int y^3 dx}{3\int y^2 dx}$$

Digitized by Google

Hat man Cg durch Integration bestimmt, so erhält man auch durch die- 6
selbe Formel den Werth von Cg' in Figur 203. Hat aber der schwimmende Körper eine symmetrische Form, wie die Schiffe, so hat man geradezu:

$$Cg = Cg'.$$

Durch Verdoppelung des Werthes von Cg, da $2\,Cg = gg'$, erhält man:

$$\text{XIV)} \quad gg' = \frac{4 \int y^3 dx}{3 \int y^2 dx}$$

Um das Volumen des Wasserraums, welches in der Gleichung VII (S. 2045) 7
vorkommt, zu bestimmen, hat man, wenn der Körper regelmäßig ist, die gewöhnlichen Formeln der Differentialrechnung; es heiße dieses Volumen V; es wird alsdann die Gleichung VII, wenn man den Werth für ACa aus Gleichung XI, und für gg' aus Gleichung XIV nimmt, zu folgender:

$$\text{XV)} \quad OO' = \frac{2\,\omega \int y^3 dx}{3\,V}$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung IX, den Werth für Bogen Aa aus Gleichung X, und endlich y für Ca, so erhält man:

$$\text{XVI)} \quad mO = \frac{2 \int y^3 dx}{3\,V}$$

Dies ist die Formel, welche die Entfernung des Metazentrums vom Schwerpunkte O des Wasserraums angiebt.

Ist der schwimmende Körper gleichartig, und sind die von den senkrechten 8
parallelen Ebenen gemachten Schnitte ähnliche Figuren, so läßt sich das Metazentrum durch eine sehr einfache Formel bestimmen, bei welcher keine Integration nöthig ist.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 209, a^2 die Oberfläche des Schnittes AEB, welche durch geometrische Mittel gemessen worden; CA = b sei die halbe Breite dieses Schnittes; die andern Schnitte A'E'B', A''E''B'' u. s. w. haben zu halben Breiten C'A', C''A'' u. s. w., welche die auf einander folgenden Ordinaten y der Kurve KAL sind. Die Schnitte sind der Voraussetzung gemäß lauter ähnliche Figuren; sie sind also auch den Quadraten ähnlich liegender Seiten, also auch den Quadraten der Ordinaten y proportional (vergl. S. 699 Nr. 22); man hat also:

$$\text{Schnitt AEB} : \text{Schnitt A'E'B'} = AC^2 : A'C'^2;$$

oder:

$$\text{XVII)} \quad a^2 : \text{Schnitt A'E'B'} = b^2 : y^2;$$

$$\text{daher} \quad \text{Schnitt A'E'B'} = \frac{a^2 y^2}{b^2}$$

Da die Dicke CC', oder die Entfernung eines parallelen Schnitts zum nächstfolgenden unendlich klein ist, so hat man, wenn sie durch dx dargestellt wird:

$$\frac{a^2 y^2}{b^2} \cdot dx$$

als Element der parallelen Schnitte.

Digitized by Google

Es sei ferner g der Schwerpunkt des Durchschnitts AEB; derselbe befindet sich, da der Durchschnitt symmetrisch ist, auf der senkrechten Linie CE. Da dieser Schwerpunkt bestimmt ist, so kennt man auch seine Entfernung vom Niveau der Flüssigkeit; nennt man dieselbe n, so hat man wieder aus der Aehnlichkeit der Figuren:

b : y = n : Entfernung n' des Schwerpunktes des Durchschnitts A'E'B' von dem Wasserspiegel.

$$\text{daher: } n' = \frac{ny}{b}$$

Multiplizirt man diese Entfernung mit dem Elementardurchschnitt, so bekommt man zum Momente dieses Durchschnitts in Beziehung auf den Wasserspiegel

$$\frac{ny}{b} \times \frac{a^2y^2}{b^2} \cdot dx.$$

Hieraus folgt, daß die Summe aller in Beziehung auf den Wasserspiegel genommenen Momente $= \frac{na^2}{b^3} \cdot \int y^3 dx$ sei.

Diese Summe muß dem Momente des Schwerpunkts des ganzen Körpers in Beziehung auf den Wasserspiegel gleich sein; bezeichnet man mit O den Schwerpunkt des ganzen unter Wasser befindlichen Körpers; mit M = HG die Entfernung desselben vom Wasserspiegel; mit V das Volumen des ganzen Körpers, so hat man:

$$V \cdot M = \frac{na^2}{b^3} \cdot \int y^3 dx;$$

woraus folgt:

$$\text{XVIII)} \quad M = \frac{na^2}{b^3 V} \cdot \int y^3 dx.$$

Es ist nach Gleichung XVI $mO = \frac{2 \int y^3 dx}{3V}$, d. h. die Entfernung des Metazentrums vom Schwerpunkte O des Wasserraums. Vergleicht man diesen Werth mit demjenigen von M aus der Gleichung XVIII, so erhält man:

$$M : mO = \left(\frac{na^2}{b^3 V} \cdot \int y^3 dx\right) : \left(\frac{2 \int y^3 dx}{3V}\right)$$

oder nach beiderseitiger Hebung:

$$M : mO = 3na^2 : 2b^3;$$

hieraus folgt:

$$\text{XIX)} \quad mO = \frac{2b^3 M}{3na^2}$$

9 Zur Anwendung dieser Formel werde das Metazentrum eines rechtwinkligen Parallelepipedons ML, Tafel XXXV, D, Figur 210, gesucht. Es sei AF der Schnitt des Körpers von dem Wasserspiegel, welcher parallel mit der Grundfläche NL geht. Der Körper ist also um den Theil AN in das Wasser gesunken; die Größe dieses Wasserraums hängt natürlich von der Last ab, die es trägt; so daß nur der Versuch die Höhe AN des Wasserraums bestimmen

Digitized by Google

kann. Sobald man aber diese Höhe kennt, findet man auch leicht den senkrechten Durchschnitt BN, welcher durch a^2 bezeichnet sein mag; da alle mit BN parallel laufenden Durchschnitte diesem Parallelogramm gleich sind, so hat man:

$$a^2 = AB \cdot CE.$$

Da auf der andern Seite die halbe Breite des Durchschnitts gleich $\frac{1}{2}AB$ ist, so wird:

$$b = \frac{1}{2}AB = AC.$$

Da alle Schwerpunkte der senkrechten Durchschnitte des Wasserraums von dem Wasserspiegel AF um eine Entfernung $= \frac{1}{2}CE$ abstehen, so muß auch der Schwerpunkt O des ganzen Wasserraums um dieselbe Größe unter dem Wasserspiegel liegen; daher hat man, mit den Bezeichnungen der vorigen Nummer:

$$n = M = \frac{1}{2}CE.$$

Setzt man diese Werthe in die Formel XIX, so hat man als die Entfernung des Metazentrums m vom Schwerpunkte O des ganzen Wasserraums:

$$mO = \frac{2AC^3}{3AB \cdot CE}$$

Setzt man statt AB seinen Werth 2AC, und reduzirt, so erhält man:

$$mO = \frac{AC^2}{3 \cdot CE}$$

Zur zweiten Anwendung der Formel XIX diene ein dreiseitiges Prisma, 10
dessen senkrechter Durchschnitt ein gleichschenkliges und in E rechtwinkliges Dreieck AEB, Tafel XXXV, D, Fig. 211, ist. Zieht man EC senkrecht auf AB, so ist (vergl. S. 684 Nr. 12) Dreieck ACE ähnlich dem Dreieck AEB; demnach ist auch das Dreieck ACE gleichschenklig; die Höhe EC ist also gleich der halben Seite AB; die Größen, welche in die Formel XIX kommen, sind demnach:

a^2 = Flächeninhalt des Dreiecks $= AC^2$; $n = M = \frac{1}{3}CE$; $b = AC = CE$.

Daß nämlich der Schwerpunkt eines gleichschenkligen Dreiecks auf dem Drittel der Höhe von der Basis aus gerechnet liegt, folgt aus Nr. 7 auf S. 1950.

Die Formel XIX wird daher zu folgender:

$$mO = \frac{2CE}{3}$$

Zieht man hievon die Entfernung des Schwerpunkts vom Wasserspiegel, also $OC = \frac{1}{3}CE$ ab, so bleibt die Entfernung des Metazentrums vom Wasserspiegel, oder $Cm = \frac{1}{3}CE$.

Also bei einem symmetrischen Wasserraume, dessen Basis ein rechtwinkliges Dreieck ist, liegt das Metazentrum jedes senkrechten Durchschnitts eben so weit über dem Wasserspiegel, als der Schwerpunkt des Durchschnittes unter demselben.

Hat man also einen regelmäßigen Körper, dessen Durchschnitt ABE ist, 11
so zeigt sich, daß $b = AC$; daß die Oberfläche des Durchschnitts $a^2 = AC$.

Digitized by Google

$CE = CE^2$ ist; und endlich, daß der Schwerpunkt des Durchschnitts um $\frac{1}{3}CE$ vom Wasserspiegel entfernt liegt. Da nun alle Schwerpunkte der andern Durchschnitte um dieselbe Größe von dem Wasserspiegel entfernt sind, so muß es sich eben so mit dem Schwerpunkte des ganzen Wasserraums verhalten; es ist also auch $M = \frac{1}{3}CE$. Substituirt man diesen Werth in die Gleichung XIX, so hat man wieder:

$$mO = \frac{2}{3}CE;$$

es hat also auch das Metazentrum des ganzen Wasserraums dieselbe Entfernung vom Wasserspiegel, wie das Metazentrum eines Durchschnitts.

§. 294. Von den Schwingungen und von der Stabilität der schwimmenden Körper.

1 Soll ein schwerer Körper sich an der Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit im Gleichgewicht erhalten, so muß sein Gewicht kleiner sein, als das einer Wassermenge, die mit ihm gleiches Volumen hat (vergl. S. 2037). Ist diese Bedingung erfüllt, so senkt sich der Körper in die Flüssigkeit ein, bis das Gewicht der vertriebenen Flüssigkeit demjenigen des ganzen Körpers gleich geworden; sind beide Gewichte gleich, so bleibt der Körper in Ruhe, wenn sein Schwerpunkt und derjenige der vertriebenen Flüssigkeit in einer vertikalen Linie liegen (vergl. S. 2037). Bei homogenen Körpern fällt der Schwerpunkt der vertriebenen Flüssigkeit mit demjenigen des Wasserraums zusammen (vergl. S. 2038). Soll also das Gewicht der vertriebenen Flüssigkeit demjenigen des Körpers gleich sein, so müssen sich die Dichtigkeiten umgekehrt wie die Volumina verhalten (S. 1898); oder das Verhältniß des Wasserraums zum ganzen Körper muß dasselbe sein, wie das Verhältniß der Dichtigkeit des Körpers zur Dichtigkeit der Flüssigkeit. Die Aufsuchung der Lagen des Gleichgewichts eines homogenen Körpers, der auf die Oberfläche einer Flüssigkeit gelegt wird, deren Dichtigkeit größer als die seinige ist, reduzirt sich im Allgemeinen auf folgende geometrische Aufgabe: der Körper muß vermittelst einer Ebene so geschnitten werden, daß der Inhalt eines der Segmente zu dem des ganzen Körpers in einem gegebenen Verhältniß steht, und die Schwerpunkte des Körpers und des Segments sich auf einer Linie befinden, die senkrecht auf der schneidenden Ebene steht.

In jedem besondern Falle drückt man diese beiden Bedingungen durch Gleichungen aus, deren vollständige Auflösung alle Richtungen angiebt, die man den schneidenden Ebenen geben kann, und aus welchem eben so viel Lagen des Gleichgewichts entstehen. Zuweilen ist die Anzahl dieser Lagen unendlich, wie z. B. bei Körpern, die durch Umdrehung um eine horizontale Axe entstanden sind; ein ander Mal ist diese Anzahl endlich und bestimmt.

Rechtwinklige prismatische Körper können z. B. solche Lage haben, daß ihre Seitenflächen horizontal liegen, und ihre Grundflächen, seien sie drei- oder mehrseitig, senkrecht auf der schneidenden Ebene stehen, welche den Wasserraum von dem übrigen Körper scheidet. Sie können aber auch eine solche Lage an-

Digitized by Google

nehmen, daß ihre drei- oder mehrseitigen Grundflächen parallel mit der Wasserebene liegen, und ihre Seitenflächen senkrecht auf derselben stehen. Gerade Cylinder können ebenfalls entweder mit ihrer Axe senkrecht auf der schneidenden Ebene stehen, oder sie können dieselbe mit ihren kreisförmigen Grundflächen senkrecht schneiden. In beiden Arten von Lagen kann, nach den Formeln des vorigen Paragraphen das Gleichgewicht gefunden werden.

Sind die Seitenflächen eines Prismas von verschiedenem Flächeninhalte, d. h. von verschiedener Breite: so wird natürlich auch die schneidende Ebene bei einer horizontalen Lage der Seitenflächen bald höher bald tiefer zu liegen kommen; ist z. B. die unten liegende Seitenfläche schmal, so wird das Prisma tiefer einsinken müssen, um einen gleichen Wasserraum zu haben, als wenn seine unten liegende Seitenfläche breiter ist; schwimmt ein dreiseitiges Prisma auf einer Seitenfläche, so braucht es nicht so weit einzusinken, als wenn es auf einer Kante schwimmt u. s. w. Für das Schwimmen auf den Seitenflächen oder Kanten giebt es daher für jedes Prisma mehrere Gleichgewichtslagen. Für das Schwimmen auf einer der Grundflächen giebt es aber für Prismen und Cylinder nur zwei Lagen, indem von jeder Grundfläche aus, wenn sie die untere ist, der Wasserraum eine gewisse Höhe bekommen muß, um dem Gewichtsverhältnisse zu entsprechen.

Die durch Umdrehung erzeugten Körper können ebenfalls zwei Lagen des Gleichgewichts haben, bei denen die Axe der Figur senkrecht auf der Wasserebene steht; z. B. ein Kegel kann entweder mit der Basis, oder mit dem Scheitel eingetaucht sein; im erstern Falle wird der Wasserraum ein abgestumpfter Kegel sein; im zweiten ein kleinerer dem ganzen ähnlicher Kegel.

Die verschiedenen Lagen des Gleichgewichts eines schwimmenden Körpers 2
haben eine merkwürdige Eigenschaft, die sich ohne Rechnung beweisen läßt. Man lasse den Körper um eine bewegliche Axe drehen, die immer mit einer festen horizontalen Linie parallel bleiben muß, so daß er auf diese Art durch alle Lagen des Gleichgewichts geht, bei denen diese Axe diese Richtung hat; bei solcher Drehung folgen einander die Lagen des dauernden und diejenigen des augenblicklichen Gleichgewichts wechselweise; d. h. geht der Körper bei seiner Drehung von einer Lage des dauernden Gleichgewichts aus, so ist die zweite nicht dauernd, die dritte dauernd, die vierte nicht dauernd u. s. w., bis der Körper zu seiner ersten Lage zurückkommt.

So lange er seiner ersten Lage noch sehr nahe ist, sucht er wieder in dieselbe zurück zu kommen; dieses Streben nimmt ab; und endlich sucht der Körper sich von ihr zu entfernen; ehe aber dieses Streben sein Zeichen ändert, muß eine Lage eintreten, wo es Null ist, wo also der Körper sich weder seiner ersten Lage nähern, noch sich von ihr entfernen will; dies ist die zweite Lage des Gleichgewichts. So lange der Körper diese zweite Lage noch nicht erreicht hat, sucht er sich der erstern zu nähern, also von der zweiten zu entfernen; jenseits der zweiten Lage bekommt er aber ein Bestreben, sich sowohl von der ersten als der zweiten Lage zu entfernen, d. h. zur dritten überzugehn; demnach ist die zweite Lage des Gleichgewichts nicht dauernd, weil auf beiden

Digitized by Google

Seiten derſelben der Körper ſich von ihr zu entfernen ſucht. Iſt er über die zweite Lage hinaus, ſo nimmt das Beſtreben, ſich zu entfernen ab, bis es Null wird; hierauf ſucht der Körper zur zweiten Lage zurückzukehren. Die Lage wo dies Beſtreben Null wird, iſt die dritte Lage, welche dauernd iſt; denn diesſeits und jenſeits derſelben ſucht der Körper in dieſelbe zurückzukehren, indem er ſich entweder der zweiten nähern oder von derſelben entfernen will. Iſt die dritte Lage dauernd, ſo iſt es nach derſelben Schlußweiſe die vierte nicht; alsdann wird es wieder die fünfte ſein, u. ſ. f.

3 Es iſt wichtig, das dauernde Gleichgewicht eines ſchwimmenden Körpers von dem nicht dauernden zu unterſcheiden.

Wenn ein ſchwimmender Körper, wie Tafel XXXV, D, Fig. 203, aus der urſprünglichen Lage AB des Gleichgewichts in die zweite Lage ab gekommen: ſo iſt (vergl. S. 2043 Nr. 1) das Metazentrum m der Angriffspunkt für den Auftrieb oder vertikalen aufwärts gehenden Mitteldruck der Flüſſigkeit; der Körper wird alſo von zwei parallelen entgegengeſetzten Kräften getrieben, die an den Enden der Linie GO, d. h. der Verbindungslinie des Schwerpunkts des ganzen Körpers und des Schwerpunkts des Waſſerraums angebracht ſind; es kommt alsdann auf die Bewegung des Körpers an, ob die beiden Kräfte ihn zur Lage des Gleichgewichts zurückführen, oder ihn mehr davon entfernen.

Zuerſt bringen ſie eine ſchwingende Bewegung des Schwerpunktes G hervor; denn da der Schwerpunkt ſich ſo bewegen muß, als wären beide entgegengeſetzten Kräfte an ihm angebracht, ſo wird ſeine Bewegung, da er keine Anfangsgeſchwindigkeit hat (vergl. S. 842), geradlinig und vertikal ſein, und blos aus dem Ueberſchuß der größeren der beiden Kräfte über die kleinere entſtehen. Ueberwindet zu Anfang der Bewegung das Gewicht des Körpers den Stoß der Flüſſigkeit, ſo fängt der Punkt G an zu ſinken; und zwar iſt ſeine Bewegung anfangs beſchleunigt; je mehr aber der Körper einſinkt, deſto größer iſt die Menge der Flüſſigkeit, die er vertreibt; folglich vergrößert ſich der Auftrieb der Flüſſigkeit, und endlich kommt ein Augenblick, wo er dem Gewicht des Körpers gleich iſt. Der Punkt G wird ſich vermöge der erhaltenen Geſchwindigkeit in derſelben Richtung fortbewegen; da aber dann der Auftrieb der Flüſſigkeit das Gewicht des Körpers übertrifft, ſo wird ſeine Bewegung verzögert; der Punkt G ſteht endlich ſtill, wenn er ſeine ganze Bewegung verloren hat; dann ſteigt er zu ſeiner anfänglichen Lage zurück, und oſzillirt ſo hin und her, bis er durch den Widerſtand der Flüſſigkeit die Bewegung völlig verliert. Die Weite dieſer Schwingungen iſt um ſo kleiner, je kleiner der anfängliche Unterſchied zwiſchen dem Gewicht des Körpers und demjenigen der vertriebenen Flüſſigkeit im Verhältniß zum Körper war. Wurde der Körper nur ſehr wenig von der Gleichgewichtslage entfernt, ſo wird der Unterſchied ſehr gering ſein, und eben ſo auch die Weite der Schwingungen; dieſe werden alſo keinen Einfluß auf die Dauer oder die Stabilität des Gleichgewichts haben.

Während der Schwingungen des Punktes G dreht ſich der Körper um denſelben, als ob er feſt wäre (wovon tiefer unten); ſeine Umdrehung wird alſo durch den Stoß der Flüſſigkeit hervorgebracht, der am Punkte m und zwar

Digitized by Google

nach der Richtung O'm wirkt; der Zustand des Gleichgewichts ist dauernd, wenn bei dieser Bewegung die Linie GO wieder zur vertikalen Lage gelangt; der Zustand des Gleichgewichts ist aber nicht dauernd, wenn die Linie GO nicht wieder vertikal wird, sondern sich von der vertikalen Lage mehr entfernt. Dies trifft mit dem oben (S. 2010 u. S. 2048) über die Lage des Metazentrums Gesagten zusammen.

Die übrigen Bestimmungen der Stabilität und der Oszillationen lassen sich 4
erst dann vollständig einsehen, wenn einige Lehren der Dynamik bekannt geworden sind. Die bisher von den schwimmenden Körpern gefundenen Sätze lassen sich aber in folgenden Formeln zur leichtern Uebersicht bringen.

Wenn ein fester Körper sich im Wasser befindet, so sagt man gewöhnlich: er verliere Etwas von seiner Schwere; dies bedeutet nur, daß die Wirkung seiner Schwere ganz oder zum Theil durch die Gegenwirkung des Auftriebes aufgehoben wird.

Es sei P das Gewicht eines festen Körpers, und π das Gewicht eines gleichen Volumens vom Wasser; alsdann bleibt dem Körper unter Wasser nur die Schwere $P - \pi$ übrig.

1. Ist $P > \pi$, so ist der Rest der Schwere positiv, und der Körper bestrebt sich zu fallen; d. h. er sinkt mit verminderter Kraft auf den Grund.

2. Ist $P = \pi$, so ist $P - \pi = 0$, d. h. Schwere und Auftrieb heben sich gegenseitig auf; der Körper steigt nicht, und sinkt auch nicht.

3. Ist $P < \pi$, so ist $P - \pi$ eine negative Größe, d. h. der Körper erhält eine der Schwere entgegengesetzte Bewegung, oder er steigt; jedoch mit einer langsamern Geschwindigkeit, als derjenigen die dem ganzen Auftriebe entspricht, weil der letztere um einen bestimmten Theil durch die Schwere vermindert wird.

Um zu finden, wie tief ein schwimmender Körper unter Wasser sinkt, muß 5
man sich erinnern, daß er so weit sinkt, bis das verdrängte Wasser an Gewicht eben so viel beträgt, als das Gewicht des ganzen Körpers. Es sei a das Gewicht des schwimmenden Körpers, p die spezifische Schwere des Wassers, v das unbekannte Volumen des verdrängten Wassers; alsdann muß werden:

$$\text{A)} \quad vp = a; \quad \text{oder } v = \frac{a}{p}$$

Man dividirt also die Schwere des schwimmenden Körpers, die Ladung mitgerechnet, wenn er eine solche hat, durch die spezifische Schwere des Wassers; alsdann bekommt man das Volumen des Wasserraums. Daher sinkt ein Schiff im Flußwasser tiefer ein, als im salzigen und deswegen schwereren Seewasser; denn der geringere Divisor des Flußwassers ergiebt ein größeres Volumen des Wasserraums, d. h. ein tieferes Sinken.

Wenn die Last oder Ladung eines schwimmenden Körpers vermehrt oder 6
vermindert wird, so soll man finden, um wie viel der Körper sich tiefer eintaucht, oder emporsteigt.

Die Zunahme oder Abnahme des Wasserraums ist natürlich der Zunahme oder Abnahme des Gewichts des schwimmenden Körpers gleich. Ist also a' das

Digitized by Google

hinzukommende oder abgenommene Gewicht, p die spezifische Schwere des Waſſers, v' die Vergrößerung oder Verminderung des Waſſerraums, ſo hat man:

$$B) \quad v'p = a'; \text{ oder } v' = \frac{a'}{p}$$

7. Aus einem gegebenen Stücke feſter Materie ſoll ein Gefäß gemacht werden, welches auf einer gegebenen Flüſſigkeit ſchwimmen kann, welche ſpezifiſch leichter iſt, als die gegebene Materie.

Es wiege das gegebene Stück Materie α Pfund, und ein Kubikfuß des Flüſſigen π Pfund; es kommt nun darauf an, daß das Volumen der verdrängten Flüſſigkeit etwas mehr wiege, als α, damit das Gefäß ſchwimmen kann.

Es muß alſo ſein:

$$C) \quad v\pi > \alpha; \text{ oder } v > \frac{\alpha}{\pi}$$

Man dividirt alſo das Gewicht der gegebenen feſten Materie durch das Gewicht eines Kubikfußes der Flüſſigkeit, alsdann bekommt man ein Volumen ebenfalls in Kubikfußen. Man macht aus der gegebenen Materie die Wände eines Gefäßes, welches, die Wände mitgerechnet, etwas größer iſt, als das berechnete Volumen; alsdann wird dieſes Gefäß ſchwimmen.

Sollte das Gefäß eine kubiſche Geſtalt bekommen, ſo braucht man nur aus dem berechneten Volumen die Kubikwurzel zu ziehen, um die Flächenſeite des zu verfertigenden Würfels darnach etwas größer zu machen. Es verſteht ſich von ſelbſt, daß die Materie dehnbar oder in Scheiben zertheilbar ſein müſſe; und daß die Maſſe an ſich hinreiche, damit die Wände nicht zu dünn werden.

§. 295. Von der hydroſtatiſchen Waage und dem Aräometer.

1 Weil jeder Körper, der ſich ganz im Waſſer oder in einer waſſerartigen Flüſſigkeit befindet, von ſeinem Gewichte ſo viel verliert, als das Gewicht des verdrängten Flüſſigen beträgt, ſo kann man die ſpezifiſchen Schweren ſowohl feſter als flüſſiger Körper durch das bloße Abwägen derſelben im Waſſer und in freier Luft beſtimmen. Hierzu kann man eine gewöhnliche Waage mit zwei gleichen Armen und Schaalen gebrauchen, die ſchon von ſelbſt recht genau im Gleichgewicht ſind, und die man zu größerer Sicherheit an einem Fußgeſtell aufhängt. Die eine Schaale A iſt blos vorhanden, um der Schaale B das Gleichgewicht zu halten. Unter der Schaale A befindet ſich ein Haaken, an welchen man vermittelſt eines Haars den zu wägenden Körper anhängt; in die Schaale B kommt das Gewicht. Muß man ſtatt eines Haars einen ſtärkeren Faden gebrauchen, deſſen Gewicht ſchon neben demjenigen des Körpers bemerklich wird: ſo muß man unter der Schaale B ein kleines Gewicht anbringen, welches eben ſo ſchwer als der Faden iſt. Eine ſo eingerichtete Waage heißt eine hydroſtatiſche.

2 Soll vermöge derſelben das ſpezifiſche Gewicht eines feſten Körpers beſtimmt werden, ſo wiegt man ihn erſt in freier Luft. Es zeige das in der

Digitized by Google

Schaale B befindliche Gewicht seine Schwere = P; darauf tauche man den Körper, so wie er unter der Schaale A hängt in die Flüssigkeit, vermöge welcher das spezifische Gewicht gefunden werden soll; der Körper verliert alsdann von seinem Gewichte eine Größe, welche dem Volumen der Flüssigkeit gleich ist, das es aus der Stelle treibt. Man muß demnach einen Theil p von dem in der Schaale B liegenden Gewichte wegnehmen, um das Gleichgewicht der Waage herzustellen; dieser weggenommene Theil p ist also dem Gewichte des Volumens der aus ihrer Stelle vertriebenen Flüssigkeit gleich.

Wiegt z. B. eine Messingkugel in freier Luft 8 Pfund, und in Regenwasser versenkt nur noch 7 Pfund, so verhält sich die spezifische Schwere des Messings zu derjenigen des Regenwassers wie 8 zu 1.

Findet man weiter, daß diese Messingkugel in Olivenöl versenkt nur noch 7,09 Pfund wiegt, so beträgt das Gewicht des aus der Stelle vertriebenen Oels 0,91 Pfund. Da nun aus der vorigen Wägung schon bekannt ist, daß das gleiche Wasservolumen 1 Pfund gewogen: so sieht man, daß sich die spezifische Schwere des Wassers zu derjenigen des Olivenöls wie 1 : 0,91 verhält.

Soll mit Hülfe der hydrostatischen Waage das Verhältniß der spezifischen 3
Schwere eines festen Körpers und einer Flüssigkeit bestimmt werden, so hat man drei Fälle zu unterscheiden: entweder ist der feste Körper schwerer; oder er ist gleich schwer wie die Flüssigkeit; oder er ist leichter als dieselbe.

1) Ist seine spezifische Schwere größer als diejenige der Flüssigkeit, so verfährt man wie vorher gezeigt; man wägt ihn erst in freier Luft, und dann in der Flüssigkeit; alsdann verhält sich seine spezifische Schwere zu derjenigen der Flüssigkeit, wie das Gewicht des Körpers in freier Luft zu dem verlorenen.

Denn es sei das Volumen des Körpers v, seine spezifische Schwere p; alsdann ist sein Gewicht a = vp; es sei das spezifische Gewicht der Flüssigkeit p'; alsdann ist, weil das Volumen der verdrängten Flüssigkeit auch gleich v, das Gewicht dieses verdrängten Flüssigkeitsvolumens b = vp'; man hat also:

$$\text{I)}\quad a = vp \text{ und } b = vp'$$

also $a : b = vp : vp'$; oder $a : b = p : p'$; oder $p : p' = a : b$.

2) Hat der Körper dieselbe spezifische Schwere wie die Flüssigkeit, so wird, wenn man alles Gewicht aus der Schaale B genommen hat, der Körper in der Flüssigkeit weder steigen noch sinken. Dem Vorigen gemäß wird hier b = a,

$$\text{II)}\quad p : p' = a : b = a : a = 1 : 1; \text{ oder } p = p'.$$

3) Wenn der Körper spezifisch leichter als die Flüssigkeit ist, wie die Mehrzahl der Holzarten, so kann er natürlich nicht für sich allein in dieselbe eingesenkt werden. Man muß ihn alsdann mit einem schwereren Körper, z. B. mit Blei verbinden, so daß beide zusammen sinken. Den schwereren Körper wiegt man vorher ebensowohl in freier Luft, als in der Flüssigkeit. Darauf wiegt man beide verbundenen Körper sowohl im Freien, als in der Luft, und bemerkt, wie viel jedesmal am Gewichte verloren geht. Alsdann hat man fol-

Digitized by Google

gende Proportion: die ſpezifiſche Schwere des leichteren Körpers verhält ſich zur ſpezifiſchen Schwere der Flüſſigkeit, wie der Unterſchied der ganzen Gewichte in der Luft zum Unterſchied der verlorenen Gewichte.

Denn es ſei v das Volumen des leichteren Körpers, und p ſeine ſpezifiſche Schwere; alsdann iſt vp ſein Gewicht in der Luft. Es ſei p′ die ſpezifiſche Schwere der Flüſſigkeit; alsdann iſt vp′ das Gewicht der vom leichteren Körper verdrängten Flüſſigkeit. Wiegen nun beide Körper zuſammen in der Luft c, und der ſchwerere allein a, ſo iſt der Unterſchied dieſer beiden Gewichte gleich dem Gewichte des leichteren, alſo:

$$\text{III)} \quad vp = c - a.$$

Es verlieren ferner beide Körper im Waſſer das Gewicht d, der ſchwerere allein aber b, ſo iſt d das Gewicht der von beiden Körpern verdrängten Flüſſigkeit; hingegen b das Gewicht der Flüſſigkeit, welche bloß vom ſchwereren verdrängt iſt; daher iſt d − b das Gewicht der Flüſſigkeit, welche von dem leichteren verdrängt wird; daher:

$$\text{IV)} \quad vp' = d - b.$$

Aus beiden Gleichungen III und IV folgt:

$$\text{V)} \quad \begin{cases} vp : vp' = (c - a) : (d - b) \\ p : p' = (c - a) : (d - b) \end{cases}$$

Soll mit Hülfe der hydroſtatiſchen Waage das Verhältniß der ſpezifiſchen Schwere zweier feſter Körper beſtimmt werden, ſo ſucht man vermittelſt der vorigen Beſtimmungsweiſe, wie ſich die ſpezifiſche Schwere eines jeden Körpers zur ſpezifiſchen Schwere einer und derſelben Flüſſigkeit verhält.

In jedem Verhältniſſe dividirt man die Zahl, welche ſich auf den feſten Körper bezieht, durch die andere, welche ſich auf die Flüſſigkeit bezieht, d. h. man ſucht, wie viel mal jeder Körper mehr ſpezifiſche Schwere hat, als die Flüſſigkeit; es verhalten ſich alsdann die ſpezifiſchen Schweren beider Körper gerade wie die gefundenen Quotienten.

Es ſei p die ſpezifiſche Schwere des erſten Körpers, p′ diejenige der Flüſſigkeit, p″ diejenige des zweiten Körpers. Man habe gefunden:

$$p : p' = m : n; \text{ und } p'' : p' = q : r;$$

alsdann hat man:

$$p'm = pn; \text{ und } p'q = p''r;$$

daher:

$$p'm : p'q = pn : p''r; \text{ oder } m : q = pn : p''r;$$

$$\text{daher VI)} \quad \frac{m}{n} : \frac{q}{r} = p : p''; \text{ oder } p : p'' = \frac{m}{n} : \frac{q}{r}$$

welche letzte Gleichung in der obigen Regel ausgedrückt iſt.

Es beſteht ein feſter Körper aus zweierlei Materien; man ſoll finden, wie viel von einer jeden darin enthalten iſt.

Dieſe Aufgabe iſt ſchon oben (S. 1898 Nr. 7) nach ſtatiſchen Grundſätzen

Digitized by Google

vermöge der bekannten spezifischen Schweren beider Materien, und vermöge des bekannten Gewichtes und Volumens des zusammengesetzten Körpers aufgelöst; hier aber soll sie auf eine leichtere Weise durch die Hydrostatik aufgelöst werden.

Wie vorher (S. 2055 Nr. 2) gefunden, verhalten sich die verlornen Gewichte im Wasser gewogener Massen wie ihre Gewichte in der Luft. Dieser Satz ist nicht blos auf Körper verschiedener Materie, sondern auch auf verschiedene Volumina einer und derselben Materie anwendbar. Man wäge z. B. zwei verschiedene Stücke Blei, sowohl in der Luft als im Wasser. Die spezifische Schwere des Bleis sei p, diejenige des Wassers p'. Das Volumen des einen Stückes sei v, dasjenige des andern V; alsdann wiegt das erstere vp, und verliert im Wasser vp', d. h. so viel als das verdrängte Wasser wiegt; das zweite Stück Blei wiegt Vp und verliert Vp'. Man hat also:

$$vp' : Vp' = vp : Vp.$$

Es bestehe nun der Körper aus Blei und Zinn; und es sei a das Gewicht eines beliebigen Stücks Blei in der Luft; b eines beliebigen Stücks Zinn in der Luft; c der zusammengesetzten Masse ebenfalls in der Luft.

Es sei a', b', c' was von jedem dieser Gewichte abgeht, wenn man die drei Körper im Wasser wiegt. Es sei x das Gewicht des in der zusammengesetzten Masse enthaltenen Bleies, und y des Zinns; so ist:

$$\text{VII)} \quad x + y = c.$$

Es verhält sich ferner das Gewicht a des Bleistücks zum Gewicht x des in der Masse enthaltenen Bleis, wie der Verlust a' des Bleistückes zum unbekannten Gewichtverluste des in der Masse vorhandenen Bleis. Dieser ist demnach, wenn er mit x' bezeichnet wird:

$$a : x = a' : x'; \text{ also } x' = \frac{a'}{a} \cdot x.$$

Ebenso hat man, wenn y' den Verlust des in der Masse enthaltenen Zinns bezeichnet:

$$b : y = b' : y'; \text{ also } y' = \frac{b'}{b} \cdot x.$$

Beide in der Masse enthaltenen Materien verlieren also:

$$\text{VIII)} \quad c' = x' + y' = \frac{a'}{a} \cdot x + \frac{b'}{b} \cdot y.$$

Man hat also zwei Gleichungen zur Bestimmung von x und y, nämlich VII und VIII. Um hieraus die beiden Größen zu finden, multiplizirt man zuerst die Gleichung VII mit $\frac{a'}{a}$, und zieht das Produkt von VIII ab; alsdann erhält man y; multiplizirt man darauf VII mit $\frac{b'}{b}$ und zieht von dem Produkt die Gleichung VIII ab, so erhält man x; demnach:

Digitized by Google

$$\frac{a'}{a}x + \frac{b'}{b}y = c'; \qquad \frac{b'}{b}x + \frac{b'}{b}y = \frac{b'}{b}c.$$

$$\frac{\frac{a'}{a}\cdot x + \frac{a'}{a}y = \frac{a'}{a}\cdot c}{\left(\frac{b'}{b} - \frac{a'}{a}\right)y = c' - \frac{a'}{a}\cdot c} \qquad \frac{\frac{a'}{a}\cdot x + \frac{b'}{b}y = c'}{\left(\frac{b'}{b} - \frac{a'}{a}\right)x = \frac{b'}{b}\cdot c - c'}$$

IX) also $y = \dfrac{c' - \frac{a'}{a}\cdot c}{\frac{b'}{b} - \frac{a'}{a}}$ also $x = \dfrac{\frac{b'}{b}\cdot c - c'}{\frac{b'}{b} - \frac{a'}{a}}$

Multiplizirt man beide Werthe unten und oben mit ab, so hat man:

X) $x = \dfrac{ab'c - abc'}{ab' - a'b} = \dfrac{b'c - bc'}{ab' - a'b}\cdot a$; $y = \dfrac{abc' - a'bc}{ab' - a'b} = \dfrac{ac' - a'c}{ab' - a'b}\cdot b.$

Hiermit sind also x und y, d. h. die Quantitäten beider in der zusammengesetzten Masse enthaltenen Materien bestimmt.

Betrachtet man die Ausdrücke bei IX) genauer, so findet man zuerst, daß $\frac{a'}{a}c$ dasjenige bedeutet, was der vermischte Körper verlieren würde, wenn er mit unverändertem Gewichte, aber dafür mit verkleinertem Volumen ohne Mischung blos von Blei wäre.

Denn wenn a Pfund Blei a' Pfund verlieren, so ist für c Pfund Blei der Verlust c'':

$$a : a' = c : c''; \text{ also } c'' = \frac{a'}{a}\cdot c.$$

Ebenso ist:

$$b : b' = c : c'''; \text{ also } c''' = \frac{b'}{b}\cdot c;$$

das Letztere ist also der Verlust, den der vermischte Körper verlieren würde, wenn er blos von Zinn wäre.

Ferner ist $\frac{a'}{a}$ dasjenige, was 1 Pfund Blei im Wasser verliert; denn wenn a Pfund a' verlieren, so ist der Verlust für 1 Pfund oder a'':

$$a : a' = 1 : a''; \text{ also } a'' = \frac{a'}{a}$$

Ebenso hat man:

$$b : b' = 1 : b''; \text{ also } b'' = \frac{b'}{b};$$

der letzte Werth ist dasjenige, was 1 Pfund Zinn im Wasser an Gewicht verliert.

Nimmt man diese Werthe, so ergiebt die Formel bei IX folgende Regel: Um das Gewicht einer von beiden in der Mischung enthaltenen Materien zu finden, sucht man wie viel die Masse an Gewicht verlieren würde, wenn sie ganz aus der andern Masse bestände, und nehme den Unterschied zwischen diesem und dem wirklichen Verluste. Darauf sucht man, wie viel 1 Pfund von jeder Materie im Wasser verlieren würde, und nehme den Unterschied zwischen diesen beiden einfachen Verlusten; endlich dividirt man jenen ersten Unterschied durch

Digitized by Google

den zweiten; alsdann giebt der Quotient die Quantität derjenigen Materie, aus welcher man nicht annahmsweise für den ersten Unterschied die ganze Masse bestehen läßt.

Die Formel X ist eine leicht verständliche algebraische Umänderung der Formel IX, und bedarf keiner besondern Regel.

Um das Wiegen im Wasser zu erleichtern, haben die hydrostatischen Waa- 6
gen mancherlei Einrichtungen erhalten. Eine davon ist diese: sowohl das Fußgestell für die Waage, als auch dasjenige für das Wassergefäß mit einer gezahnten Stange (wie die Daumkraft S. 1980) und einem vermittelst einer Kurve drehbaren Triebrade zu versehen, so daß Waage und Wasser nach Erforderniß einander genähert und von einander entfernt werden können. Für solche Substanzen, welche nicht naß werden dürfen, wie Pulver u. dgl., hat man gläserne fest verschließbare Cylinder, die man erst leer und dann mit der betreffenden Substanz wiegt. Den Gewichtverlust des vollen Cylinders zieht man vom Gewichtverlust des leeren ab, und mit dem Unterschiede dividirt man das absolute Gewicht der Materie, welches sie in freier Luft hat.

Zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes tropfbarer Flüssigkeiten kann 7
man noch leichter und schneller, wenn auch nicht ganz mit derselben Genauigkeit durch die sogenannten Aräometer gelangen. Sie haben ihren Namen von dem griechischen Worte ἀραιὸς, dünn, locker; sie werden aber auch Senkwaagen, und auch zuweilen hydrostatische Waagen genannt, obgleich sie eine andere Einrichtung haben; man giebt ihnen zuweilen auch besondere Benennungen nach der Flüssigkeit, die sie vorzugsweise bestimmen sollen, wie Branntweinwaage, Bierwaage, Alkoholometer u. dgl. Es giebt ihrer zwei Hauptarten: Aräometer mit Gewichten, und Aräometer mit Skalen.

1. Der Aräometer mit Gewichten, zuweilen nach seinem Erfinder Nicholson das Nicholsonsche Hydrometer genannt. Es besteht, Taf. XXXV, D, Fig. 212, aus einem oben und unten durch gebogene Flächen geschlossenen Cylinder von Silberblech, Messingblech, oder Glas, A. Am obern Ende ist in der Richtung der Axe ein dünner Messingdrath befestigt, welcher oben vermittelst eines kleinen blechernen Ringes eine flache Schaale B trägt, und an einer geeigneten Stelle durch einen Feilstrich b gezeichnet ist. Am untern Ende trägt ein eingelötheter Drath einen Bügel, und dieser einen umgekehrten Kegel oder kleinen Eimer, dessen unteres Ende durch ein Gewicht beschwert ist. Soll dasselbe dazu dienen, die spezifischen Gewichte der Flüssigkeiten zu wägen, so muß sein absolutes Gewicht und dasjenige mit dem es oben in der Schaale beschwert ist, um bis an den Feilstrich in die Flüssigkeit einzusinken, bestimmt werden; es verhalten sich alsdann die spezifischen Gewichte zweier Flüssigkeiten wie die absoluten Gewichte des Werkzeuges beim Einsinken bis zum bezeichneten Punkte des Feilstrichs.

2. Das Aräometer mit Skalen, Tafel XXXV, D, Fig. 213, ist ein hohler Glas- oder Metallkörper mit einem kugelförmigen (oder auch cylindrischen oder auch birnförmigen) Bauche, und einer Skalenröhre, dem sogenannten Halse oder Stiele; damit es senkrecht in der Flüssigkeit steht, ist un-

Digitized by Google

ten noch eine kleinere Kugel angebracht, welche die gehörige Quantität Queckſilber enthält. Dieſe Quantität iſt zugleich ſo beſtimmt, daß das Inſtrument bis zu einem gewiſſen Punkte der Skalenröhre einſinkt.

Der Gebrauch des Werkzeugs beruht darauf, daß ein ſchwimmender Körper von unveränderlichem Gewichte in leichteren Flüſſigkeiten tiefer, in ſchwereren aber weniger tief einſinkt; in ſüßem Waſſer tiefer als in Salzwaſſer; in ſchwachem Branntwein tiefer als in ſüßem Waſſer; in ſtarkem Branntwein tiefer als in ſchwachem. Branntwein und jede andere geiſtige Flüſſigkeit iſt deſto ſtärker, und daher in der Regel deſto beſſer, je ſpezifiſch leichter ſie iſt, je tiefer alſo auch das Aräometer einſinkt.

Für ſolche Flüſſigkeiten richtet man deshalb das Aräometer ſo ein, daß es in ſüßem Waſſer nur bis zu einem dem Bauche nahe liegenden Punkte einſinkt; dieſer iſt dann der Nullpunkt der Abtheilungen oder Grade, die dann von dieſem nach oben hin bis zu einem gewiſſen Punkte am oberen Theile des Halſes gezählt werden. Letzterer Punkt bezeichnet dann den ſtärkſten Grad der Flüſſigkeit, z. B. den möglichſt entwäſſerten Weingeiſt. Solche für beſtimmte Flüſſigkeiten eingerichtete Aräometer erhalten dann die oben erwähnten beſondern Namen.

Dagegen für Salzwaſſer, Laugen, Moſt, Zuckerſaft u. dgl., deren Güte von ihrer Schwere abhängt, richtet man das Aräometer ſo ein, daß es in ſüßem Waſſer bis oben an einen gewiſſen Punkt des Halſes einſinkt, und ſetzt bei dieſem Null; die Zahlen der Abtheilungen oder Grade wachſen dann von oben nach unten, ſo daß unten die Zahl für die ſtärkſte Flüſſigkeit ſteht.

Man hat auch Aräometer mit Glasröhren ohne Bauch und einer geſchriebenen und dann in der Röhre eingeſchmolzenen Skala mit einer etwas weiteren als Eintauchungsgefäß dienenden Röhre.

8 Von der Schwere und dem Druck der Luft iſt ſchon oben (S. 233—235) das Nothwendige geſagt. Sowohl das Barometer als auch die Pumpen beruhen auf dieſem Luftdrucke. Ein anderes vielgebrauchtes Inſtrument iſt der Heber (Tafel XXXV, D, Fig. 214). Er beſteht aus einer gebogenen blechernen oder gläſernen Röhre, welche einen kürzern Schenkel ab und einen längern bc hat; den kürzern ab bringt man mit ſeiner Mündung a unter die Oberfläche des Waſſers oder einer Flüſſigkeit, und läßt den längeren Schenkel bc außer dem Waſſer oder der Flüſſigkeit. Bringt man nun durch Saugen oder auf andere Art die Luft aus der Röhre, und bildet dadurch einen luftleeren Raum, ſo wird durch den Luftdruck das Waſſer oder die Flüſſigkeit in den Schenkel ab hinaufgetrieben, und läuft von b ununterbrochen durch bc hinab und hinaus; indem nicht blos das für ein Mal in abc befindliche Waſſer dieſe Bewegung macht, ſondern durch den Luftdruck immer neues in die Röhre und die Bewegung gebracht wird. Jedoch geſchieht dies nur dann, wenn folgende vier Bedingungen erfüllt ſind: erſtens, daß a unter Waſſer bleibt; zweitens, daß die Höhe bd des umgebogenen Röhrentheils von dem Waſſerniveau an nicht über 30 bis 32 Fuß betrage (vergl. S. 235); drittens, daß die Mündung c tiefer liege als die Oberfläche des Waſſers beim Arme ba, oder im

Digitized by Google

Gefäße; viertens, daß die ganze Heberröhre vollkommen luftdicht sei, damit nicht die Luft sich eindränge, als leichtere Substanz den obern Theil bei b anfülle, und durch ihre Elastizität das Hinaufsteigen des Wassers in dem Arme ab hindere.

Die erste Bedingung ist an sich klar; die zweite ergiebt sich aus dem Verhältniß des Luftdrucks zur spezifischen Schwere des Wassers; soll eine andere Flüssigkeit gehoben werden, deren spezifisches Gewicht gleich p ist, so muß die Höhe bd nicht $\frac{30}{p}$ bis $\frac{32}{p}$ Fuß übersteigen; die vierte Bedingung ist bereits erklärt; die dritte aber ergiebt sich aus folgender Betrachtung. Die beiden Flüssigkeitssäulen in den Armen ab und bc können sich nur so lange das Gleichgewicht halten, als sie gleich hoch sind; wird aber eine der beiden Säulen länger, nämlich die in dem Arme bc, wenn c tiefer liegt als das Niveau am Arme ab: so muß diese längere Säule fallen, d. h. bei c herausströmen.

Um das Eindringen der Flüssigkeit in den Mund beim Saugen zu vermeiden, bringt man an dem Arme bc ein aufwärts gehendes Rohr an, an welchem das Saugen geschieht, indem man anfänglich die Oeffnung c mit dem Finger zuhält, bis sich die Röhre mit der Flüssigkeit gefüllt hat; nimmt man alsdann den Finger fort, so beginnt das Fließen, vermöge dessen die Flüssigkeiten leicht und schnell aus einem Gefäß in das andere hinüber gebracht werden.

Macht man die Biegung bei b so, daß die beiden Arme nach oben hin verlängert sich in einem stumpfen Winkel schneiden, so braucht der Arm bc nicht so sehr lang zu sein, indem er dann leicht eine solche Lage erhalten kann, daß c tiefer als das Niveau der auszuhebenden Flüssigkeit liegt.

Daß die Luft eine elastische Flüssigkeit sei, welche im Verhältnisse des 9
drückenden Gewichts merklich zusammengedrückt wird, ist schon oben (S. 1043 Nr. 12) durch den verschiedenen Stand nachgewiesen, den eine Quecksilbersäule in dem einen luftdicht verschlossenen Arme einer heberartigen Glasröhre einnehmen kann. Nimmt man nach und nach das Quecksilber fort, so dehnt sich die Luftsäule wieder aus.

§. 296. Von den Pumpen.

Eine Pumpe ist eine Maschine, welche aus einer Röhre besteht, in der 1
die Luft durch ihre Elastizität das Wasser zum Steigen bringt. Es giebt drei Hauptarten von Pumpen: die Saugpumpe; die Druckpumpe; die Saug- und Druckpumpe.

Die Saugpumpe ist die am Bord der Schiffe, namentlich der Kauffahrer, gewöhnlich gebrauchte (Tafel XXXV, D, Fig. 215 und Tafel XXXVI, C, Fig. 9). Sie besteht dem Haupttheile nach aus drei Röhren: die unterste A heißt die Saugröhre, gewöhnlich von Ulmenholz und von geringerem Durchmesser als die beiden andern Röhren. Die Saugröhre steht unmittelbar im Wasser, und hat an ihrem untern Ende zuweilen einen sogenannten Pum-

Digitized by Google

penkeſſel, d. h. einen kupfernen oder bleiernen Keſſel, welcher wie ein Sieb durchlöchert iſt, und dazu dient, die Unreinigkeiten des auszupumpenden Waſſers von der Pumpenröhre abzuhalten. Die zweite, Fig. 215 bei b beginnende, Röhre heißt der Stiefel, am Lande die Kolbenröhre. Sie hat einen bedeutend größeren Durchmeſſer oder iſt viel weiter als die Saugröhre, und gewöhnlich von Kupfer. Die oberſte von c bis h reichende Röhre heißt der Aufſatz, oder die Steigeröhre; ſie iſt gewöhnlich auch von Ulmenholz, und inwendig nicht viel weiter als die Saugröhre, ſo daß alſo der Stiefel der weiteſte Theil iſt.

An dem unteren Ende b des Stiefels, wo er ſich an die Saugröhre ſchließt, ſitzt der ſogenannte Pumpeneimer β am obern Ende der Saugröhre feſt. Dies iſt ein hölzerner oder kupferner Cylinder, welcher in der Mitte hohl, und an der oberen Fläche mit einem Klappenventil verſehen iſt, d. h. mit einer kupfernen Klappe, welche ſich an einem von unten überzogenen Leder wie an einem Scharniere auf und nieder bewegt, und wenn es niedergelaſſen iſt, die Höhlung des Pumpeneimers verſchließt; es kann alſo nur durch einen Stoß von unten her geöffnet werden; dagegen eine Kraft, welche die obere Fläche des Ventils trifft, drückt es zu, und verſchließt den Eimer. Iſt das Ventil von Holz, ſo wird es mit Blei belegt, um ſeinen Fall zu erleichtern. An der obern Seite hat der Eimer einen kupfernen Bügel, in welchem ein Haaken gehängt werden kann, um den Eimer bei etwa nöthiger Reparatur oder Reinigung herausziehen und wieder hineinſetzen zu können. Uebrigens muß der Eimer möglichſt genau in die Saugröhre paſſen.

Innerhalb des Stiefels oder der Kolbenröhre bewegt ſich der Pumpenſchuh, oder das Pumpenherz, oder der Kolben, γ, auf und nieder. Er iſt mit dem einzigen Unterſchiede der Beweglichkeit ganz ſo beſchaffen wie der Pumpeneimer, und paßt ebenfalls genau in den Stiefel; ſein Ventil öffnet ſich ebenfalls durch einen Stoß von unten, und ſchließt ſich durch einen Druck von oben. An ſeinem Bügel iſt die eiſerne Pumpenſtange befeſtigt, vermittelſt welcher der Schuh auf und niederbewegt wird. Bei kleinen Pumpen iſt dieſe Stange von Holz und heißt dann Pumpenſtock.

Iſt eine Pumpe von einiger Größe, ſo wird die Pumpenſtange vermittelſt eines Hebels in Bewegung geſetzt, wie Tafel XXXVI, C, Fig. 9. Derſelbe heißt am Bord Geckſtock oder Pumpenſpaake. Um den Stützpunkt zu erhalten trägt die Steigeröhre an ihrem oberen Ende ein gabelförmiges oben nach außen hin gekrümmtes Holz, die Pumpenmick. Die beiden Gabelarme ſind durchbohrt; durch dieſe Löcher wie durch die entſprechende Durchbohrung des Geckſtocks wird für den jedesmaligen Gebrauch ein kleiner Bolzen geſteckt, um welchen ſich der Geckſtock dreht; nach dem Gebrauche wird der Geckſtock wieder abgenommen, um freien Raum zu gewinnen. In ähnlicher Weiſe wird der Geckſtock am obern Ende der Pumpenſtange befeſtigt. Pumpen mit einem Geckſtock heißen Schlagpumpen, und jede einmalige Hebelbewegung, d. h. Hebung und Senkung des Schuhs, ein Pumpenſchlag.

Sind ſie dagegen klein, wie bei kleinen Fahrzeugen und Booten, oder

Digitized by Google

zum Auspumpen der Waſſer- und Oehlfäſſer: ſo haben ſie keinen Hebel, ſondern am obern Ende des Pumpenſtocks nur einen krückenartigen Handgriff, an welchem ſie auf- und niedergezogen werden. Solche Pumpen heißen Steekpumpen; und eine jedesmalige Hebung und Senkung des Pumpſchuhs ein Pumpenſteek.

Der ganze Raum im Stiefel, innerhalb deſſen der Schuh auf- und niederſteigen kann, heißt das Spiel des Schuhs.

An einer angemeſſenen Stelle der Steigeröhre iſt das Pumpengat, d. h. eine Oeffnung mit der kleinen Abgußröhre d angebracht, wodurch das aufgeſogene Waſſer abfließt.

Das Spiel der ganzen Maſchine iſt folgendes. Es befinde ſich anfänglich der Pumpenſchuh ſo tief unten als möglich; alsdann befindet ſich in der Saugröhre, zwiſchen dem Waſſerniveau und dem Pumpeneimer atmoſphäriſche Luft in ihrem gewöhnlichen Zuſtande; desgleichen befindet ſich in der Steigeröhre und dem Stiefel, ſoweit er nicht von dem Schuh und der Stange erfüllt iſt, atmoſphäriſche Luft, welche die beiden Ventile oder Klappen an Schuh und Eimer niederdrückt, in dem ſie der Elaſtizität der in der Saugröhre befindlichen Luft entgegenwirkt. Wird nun der Schuh emporgezogen, ſo verdünnt ſich zunächſt die zwiſchen Eimer und Schuh befindliche Luft, indem ſie ſich in dem weiteren frei gewordenen Raume ausbreitet. Sogleich ſtößt die in der Saugröhre befindliche, noch dicht gebliebene Luft das Ventil des Eimers auf, weil ſie elaſtiſcher als die jetzt über dem Ventil befindliche iſt; hiedurch wird der ganze Raum vom Schuh bis zur Waſſerfläche mit dünnerer als der atmoſphäriſchen Luft erfüllt; dadurch bleibt oben das Ventil des Schuhs geſchloſſen, da die dichtere atmoſphäriſche Luft es zudrückt; unten aber beginnt das Waſſer in die Saugröhre zu ſteigen, weil der äußere Luftdruck es hinauftreibt; dies Steigen dauert ſo lange, bis das eingedrungene Waſſer die Luft ſo weit verdichtet hat, daß ſie der äußeren wieder das Gleichgewicht hält. Iſt dieſer Punkt erreicht, ſo fällt zuerſt wieder das Ventil des Eimers zu, und die Saugröhre, zum Theil mit aufgeſtiegenem Waſſer, zum Theil mit gewöhnlich dichter Luft gefüllt, wird wieder von dem Spielraume im Stiefel abgeſchloſſen. Senkt ſich nun der Schuh wieder, ſo drückt er die zwiſchen ihm und dem Eimer befindliche Luft ſo lange ohne weitern Widerſtand zuſammen, bis ſie die Dichtigkeit der atmoſphäriſchen erlangt hat. Hat der Druck dieſen Punkt überſchritten, ſo ſtößt die nun dichter gewordene Luft von unten her das Ventil des Schuhs auf, ſtrömt zur äußeren Luft hinaus, und der Schuh ſinkt ſo tief, als er kann, und das Ventil ſchließt ſich.

Die Maſchinentheile haben nach dem vollendeten erſten Pumpenſchlage dieſelbe Stellung, wie vor ſeinem Anfange; der eingetretene Unterſchied iſt aber der, daß jetzt ſchon ein Theil der Saugröhre mit Waſſer gefüllt iſt.

Wird nun der Pumpſchuh zum zweitenmal gehoben, ſo entſteht wieder über dem Eimerventile im Stiefel ein, wenn auch nicht ganz luftleerer, doch ein ſehr luftverdünnter Raum. Die in der Saugröhre noch befindliche Luft ſtößt das Ventil des Eimers auf, und in den Stiefel ſtrömend breitet ſie ſich

Digitized by Google

bis zu einer bedeutenden Verdünnung aus. Sogleich steigt das Wasser in der Saugröhre noch höher als vorher, bis wieder das Gleichgewicht hergestellt ist. Alsdann fällt das Eimerventil zu, der Schuh kommt herab und drückt die noch im Stiefel vorhandene Luft zusammen, bis sie dichter werden soll, als die atmosphärische; alsdann stößt sie das Ventil des Schuhs auf; dieser sinkt so tief als er kann, sein Ventil schließt sich wieder, und der zweite Pumpenschlag ist zu Ende. Bei jedem neuen Pumpenschlage steigt daher das Wasser in der Saugröhre höher, bis es nach der erforderlichen Zahl der Schläge die ganze Saugröhre ausfüllt, das Eimerventil selbst aufstößt, und in den Stiefel tritt.

Kommt nun der Schuh hinab, so drückt das gar nicht elastische Wasser sogleich das Schuhventil auf, und der Schuh senkt sich im Wasser bis zu seiner tiefsten Stelle. Wird er dann wieder gehoben, so stößt das oberhalb befindliche Wasser das Schuhventil zu, und die über dem Schuh befindliche Wassersäule wird mit hinaufgehoben, bis sie an das Pumpengat kommt, und dort durch die Abgußröhre ausströmt. Hiedurch ist der eigentliche Zweck der Maschinenbewegung erreicht, indem die von da an fortgesetzten Pumpenschläge das Ausströmen fortdauern machen; das Herunterstoßen des Schuhs bringt das Wasser in den Stiefel, das Heraufziehen des Schuhs bringt es zur Ausgußröhre.

2 Wenn der Schuh oder Eimer nicht genau in die Röhren paßt, so drängt sich immer noch Luft zwischen Eimer und Schuh, und füllt zum Theil den vom hinaufgezogenen Schuh freigemachten Raum, so daß der äußere Luftdruck das Wasser nicht 30 bis 32 Fuß emportreiben kann. Man nennt einen solchen Raum, der zwischen Schuh und Wasser noch Luft enthält, *den schädlichen Raum*. Nur wenn die Pumpe ganz luftdicht gemacht, und der schädliche Raum möglichst vermindert ist, kann die Saugröhre und der Stiefel so lang gemacht werden, daß sich die untere Fläche des Schuhs bis zu 30 bis 32 Fuß über dem Wasserniveau erheben kann. Am sichersten und vortheilhaftesten bleibt es indessen immer, die Saugpumpe so einzurichten, daß der Schuh sich nicht mehr als 16 Fuß über dem Wasserniveau zu erheben braucht. *Das Spiel* oder *der Spielraum des Schuhs* zwischen seinem höchsten und niedrigsten Stande kann *vier Fuß* betragen; innerhalb desselben geschieht also das eigentliche *Saugen*, d. h. die Bewirkung eines luftleeren oder luftverdünnten Raumes, in welchen das Wasser oder eine andere Flüssigkeit durch den bloßen Druck der äußeren Luft hinaufsteigt.

3 Das Steigen desjenigen Wassers, welches einmal durch das Schuhventil gedrungen ist, hängt nicht mehr von dem Luftdruck, sondern von derjenigen Kraft ab, durch welche der Schuh heraufgezogen wird. Für die Steigeröhre giebt es daher kein beschränkendes Maaß ihrer Höhe, wenn man die arbeitende Kraft gehörig zu verstärken weiß. Bei den sogenannten *niedrigen Sätzen* gelangt das Wasser bald an die Ausgußröhre, bei den *hohen Sätzen*, welche vorzugsweise bei Bergwerken angebracht werden, wird es oft noch zu einer Höhe von 40 bis 60 und noch mehr Fuß über dem Schuh gehoben, ehe es zum Ausströmen kommt. Natürlich muß zur Hebung einer solchen Wassersäule eine bedeutende Kraft vorhanden sein.

Digitized by Google

Um die Pumpenröhren vor Beschädigung zu schützen, und zu machen, daß 4
sie weniger bersten, werden sie mit Tauen umwunden; diese Umwindung heißt das Pumpenkleid oder die Pumpenwuhling.

Eine andere Sicherung ist der sogenannte Koker, d. h. eine hölzerne Röhre, viereckig oder rund, welche um die Pumpenröhren, von ihrem untersten Ende bis unter das Deck, aus dem sie hervorragen, errichtet, wird (vergl. Band II, Tafel CV, S. 434, zweite Kolumne, Pumpensood). Der Pumpenkoker wird auch zuweilen Pumpensood genannt. Im genauen Sinne ist dies aber nur der tiefste Ort des Schiffsraumes, rund um den großen Mast und die beiden zu seinen Seiten stehenden Pumpenröhren, in welchem, weil er der tiefste ist, das eingedrungene und auszupumpende Wasser sich ansammelt.

Das ausgepumpte Wasser läuft über die Deckplanken durch die Speigatten hinaus, d. h. durch die runden Löcher an den Seiten der Verdecke, welche durch die äußersten Deckplanken, oder die sogenannten Wassergänge, und durch die Seitenplanken gebohrt und inwendig mit Blei oder Kupfer ausgefüllt sind. Auf Kriegsschiffen haben die Speigatten des untersten Decks eine sogenannte Mamiering, d. h. eine kurze von Leder oder getheertem Segeltuch gemachte Röhre, welche zu dem Zwecke an den äußern Rand der Speigatten angespickert (angenagelt) wird, damit auch bei schiefer Lage des Schiffs und hohem Wellenschlage der See kein Wasser von außen eindringen kann; indem die Mamieringen dann, wann sie nicht vom ausströmenden Wasser gefüllt und gehoben sind, zusammenfallen und die Gatten verschließen. Zuweilen finden sich in der Seitenrichtung der Pumpe rinnenartige hölzerne Röhren, um dem ausgepumpten Wasser einen bestimmten Lauf nach den Speigatten zu geben; solche Rinnen heißen dann das Pumpendaal. Bei großen Kettenpumpen (welche tiefer unten beschrieben sind) befindet sich da, wo das Wasser unmittelbar aus der Pumpenröhre kommt, ein großer hölzerner Kasten, in welchem es sich sammelt, ehe es in die Pumpendaal läuft; ein solcher Kasten heißt Pumpenback.

Der Pumpeneimer ist des festeren Einpassens wegen mit Tauwerk umwunden; damit dieses Tauwerk aufquelle, und die Röhre luftdichter werde, oder damit der Eimer schneller Wasser ziehe, gießt man beim Anfange des Pumpens etwas Wasser von oben her in die Pumpenröhre; dies heißt die Pumpe anschlagen, oder anstechen; oder auf holländisch Laf in die Pumpe gießen. Die Pumpe faßt, wenn so viel Wasser über den Schuh gehoben ist, daß keine Luft mehr durchdringt, und der Stiefel voll Wasser ist. Die Pumpe ist lens, wenn das Wasser so weit ausgepumpt worden, daß keines mehr in die Saugröhre steigt. Die Pumpe heißt unklar, wenn sie Sand oder andere Unreinigkeiten eingesogen hat, und entweder ganz unbrauchbar wird, oder doch Eimer und Schuh durch die Reibung und Verstopfung großen Schaden leiden.

Um die eingedrungenen Unreinigkeiten entfernen zu können, hat man theils 5
den Pumpenhaaken, theils den Pumpenschraper. Der Pumpschuh kann an der Pumpenstange herausgezogen werden, wenn man ihn reinigen will;

Digitized by Google

dagegen hat man, wie schon erwähnt, zur Herausnahme des Eimers einen eigenen Haaken nöthig, welcher in den Bügel des Eimers eingehaakt wird. Für gewöhnliche Fälle ist der Haaken an einer genügend langen Stange befestigt, an welcher man alsdann den Eimer herauszieht. Sitzt aber der Eimer zu fest, so bringt man an dem Haaken eine Talje an (vergl. S. 1973).

Der Pumpenschraper ist eine runde eiserne Platte, die in der Mitte an einer genügend langen Stange befestigt ist, und an derselben in den Pumpenstiefel hineingestoßen wird, um etwa eingedrungene Unreinigkeiten, welche das Spiel des Schuhs hindern, zu entfernen.

6 Die Spicker oder Nägel, welche kaum ½ Zoll lang sind, und mit denen die Bekleidung des Pumpschuhs und der Ventile festgespickert werden, heißen Pumpspicker. Statt der Klappenventile hat man auch zuweilen andere, die nach ihrer Form Kegelventile oder Kugelventile heißen.

Das Kegelventil (Tafel XXXV, D, Fig. 215, ξ) besteht aus einem massiven, abgestumpften, gewöhnlich messingenen Kegel, dessen kleinere Basis nach unten gekehrt ist, und in die Oeffnung des Eimers und Schuhs hineinpaßt. Damit er nicht ganz aus der Richtung gebracht werden kann, hat er an seinem untern Ende einen kleinen Stab, welcher durch das runde Loch eines kleinen Stegs führt, welcher mitten über den Rand der Eimer und Schuhöffnung gelegt ist. In diesem Stegloche fährt der Ventilstab auf und nieder, und macht, daß der Kegel weder rechts noch links abschwanken kann; an seinem untern Ende hat der Stab einen breiten Kopf, der ihn hindert, aus dem Loch gehoben zu werden; der von unten stoßende Luft- oder Wasserdruck hebt, der von oben kommende senkt den Kegel. Ist statt des Kegels eine Kugel oder Halbkugel genommen, so ist es ein Kugelventil.

7 Die Saug- und Druckpumpe, Tafel XXXV, D, Fig. 216, hat folgende Einrichtung. Der Stiefel ab hat eine kurze Seitenröhre c, welche mit einer Steigeröhre cd verbunden ist. Diese Steigeröhre hat ein sich aufwärts öffnendes Ventil. Der Pumpenschuh ist solid, d. h. ohne alle Oeffnung. Wird er hinaufgezogen, so dringt, wie bei der Saugpumpe, das Wasser allmälig in den Stiefel; wird der Schuh hinabgedrückt, so drängt er das zwischen ihm und dem Saugröhrventile befindliche Wasser in die Seitenröhre c, welches bei gehöriger Anhäufung das Ventil der Steigeröhre öffnet, und zuletzt zur Ausgußröhre herausströmt. Die einfache Druckpumpe wird tiefer unten beschrieben.

8 Häufig findet man, namentlich auf Kriegsschiffen, die Kettenpumpen, Tafel XXXVI, C, Fig. 8, welche eine viel größere Menge Wasser geben, und dabei leichter zu bearbeiten sind; dagegen haben sie im Vergleich mit den Saugpumpen den Nachtheil, daß sie wegen ihrer Zusammensetzung leichter zerbrechlich und schwerer zu repariren sind, und eine stärkere Reibung bei ihnen stattfindet. Sie gehören zu der Art von Pumpen, welche man Paternosterwerke nennt, weil sie wie die Rosenkränze zum Beten, kein Ende haben. Ihre Haupteinrichtung ist diese.

Zwischen einem festen Gestelle befinden sich in einer solchen Entfernung,

Digitized by Google

wie die Höhe ist, zu der das Wasser gehoben werden soll, zwei Sternräder k und l über einander, von denen das untere im Wasser liegt. Um diese Sternräder, und durch zwei nahe neben einander stehende Pumpenröhren, hh und ii, geht eine Kette, so weit ausgespannt, daß, wenn das obere Rad ver, möge einer Kurbel oder eines Triebrades in Bewegung gesetzt wird, auch die Kette um das Rad läuft, nnd das untere Rad mit zur Drehung bringt.

Die Kette besteht entweder aus einfachen Gliedern, wie a in der Hauptfigur 8, oder aus doppelten, wie in der Nebenfigur d.

Die einfachen Glieder e, welche genauer unter der Fignr d dargestellt sind, bestehen aus folgenden Theilen: c ist das eigentliche Kettenglied, bis auf seine Mitte wird eine kreisförmige, genau in die Pumpenröhre passende Scheibe von starkem Leder geschoben, und über und unter derselben eine metallene Scheibe; beide Scheiben werden durch Splinten befestigt, und geben der ledernen Scheibe die erforderliche Festigkeit; bei f sind die Scheiben in der Fläche, bei e ist das ganze einfache Glied mit den drei Scheiben von der Seite zu sehen. Die doppelten Glieder haben erstlich einen einfachen Theil a, an welchem die Scheiben stecken, und einen doppelten Theil b, welcher vermittelst Splinten zwei einfache Theile an ihren Enden verbindet; in der Figur d sind mehrere zusammenhängende Glieder von doppelter Art in ihrem Zusammenhange dargestellt. A ist die Pumpenback; B das Pnmpendaal. Auf jeder Seite des Masts steht eine solche Doppelröhre mit ihren beiden Sternrädern und ihrer Kette.

Sobald das obere Sternrad in Drehung gesetzt wird heben die heraufsteigenden Lederscheiben, welche unten durch das Wasser gehen, sämmtlich Wassersäulen in die Höhe, und gießen sie oben bei der Wendung in die Back. Die Sternräder sind beide tief eingekerbt, so daß sich die ledernen Scheiben nicht beschädigen können.

Das m unten in der Hauptfigur 8 ist das Kolschwinn, d. h. der von innen über dem Kiel und den Bauchstücken oder Liegern der Spannten liegende Balken.

Daß immer zwei Pumpenröhren von beiden Seiten des Mastes gestellt werden, geschieht theils der Vorsicht wegen, wenn eine Pumpenröhre unbrauchbar werden sollte; theils um auch bei schiefer Lage des Schiffes auf einer Seite dennoch pumpen zu können.

Es ist möglich, daß eine Saugpumpe solche Dimensionen hat, daß sich das 9
Wasser nicht über eine gewisse Höhe heben kann. Um zu finden, wann dieser Fall eintritt, sei Tafel XXXV, D, Fig. 217, HB eine Pumpenröhre, die überall denselben Durchmesser hat; der Spielraum des Schuhs reiche von HL bis MN, und das Wasser sei auf der Horizontalebene ZX.

Es sei die Höhe des Spielraums LN = a; die Höhe der ganzen Röhre LB = b; die Entfernung vom obern Röhrenrande bis zum Wasserniveau oder LX = x.

Hat der Stempel seinen ganzen Weg von MN nach HL durchgemacht, so nimmt die Luft, welche anfänglich in dem Raume ZN enthalten war, jetzt den Raum ZL ein, und nimmt daher an Elastizität in dem Verhältnisse von NX

zu LX ab, so daß, wenn R die Elastizität der anfänglich in ZN enthaltenen Luft bezeichnet, und R' die Elastizität der jetzt in ZL ausgebreiteten und daher verdünnten Luft, so hat man, da die Elastizität im umgekehrten Verhältnisse mit dem Raume steht:

$$\text{I)}\quad LX : NX = R : R'; \text{ oder } x : (x - a) = R : R';$$

daher:

$$R' = \frac{x - a}{x} \cdot R.$$

Es kommt nun darauf an, den Werth von R zu bestimmen. Denkt man sich den Stempel vollkommen luftdicht, und anfänglich in der Lage bei MN, so hält die zwischen ZN enthaltene Luft, welche der äußern atmosphärischen an Dichtigkeit gleich ist, nicht durch ihr Gewicht, sondern allein durch ihre Elastizität dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht. Dieser äußere Luftdruck ist aber, in Beziehung auf die Röhre AL, dem Gewichte einer Wassersäule gleich, welche zur Grundfläche c einen Kreis mit dem Durchmesser MN und zur Höhe h eine senkrechte gerade Linie von ohngefähr 32 Fuß oder 10,4 Meter hat, bis zu welcher Höhe, vom äußeren Niveau an gerechnet, der äußere Luftdruck das Wasser in einem luftleeren Raume hinauftreiben kann (vergl. S. 235). Da nun das Volumen eines Cylinders (S. 1842) das Produkt seiner Grundfläche mit seiner Höhe ist, so hat man, wenn das Volumen vorläufig für das Gewicht genommen wird:

$$\text{II)}\quad R = ch.$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung I, so hat man:

$$\text{III)}\quad R' = \frac{x - a}{x} \cdot ch.$$

Es zeigt sich nun ferner, daß die Elastizität R' der in ZL eingeschlossenen Luft, zusammen mit dem in ZB enthaltenen Wasser, dem äußeren Luftdrucke ebenfalls das Gleichgewicht hält.

Das in ZB enthaltene Wasser hat zum Volumen das Produkt aus der Grundfläche c mit der Höhe $BX = (b - x)$, oder das Volumen dieses Wassers ist gleich $c \cdot (b - x)$.

Da nun nach dem eben Gesagten der hier in Betracht kommende äußere Luftdruck gleich ch ist, so hat man:

$$\text{IV)}\quad R' + c \cdot (b - x) = ch.$$

Setzt man hierin für R' seinen Werth aus der Gleichung III, so ist:

$$\text{V)}\quad \frac{x - a}{x} \cdot ch + c\,(b - x) = ch.$$

Läßt man den gemeinschaftlichen Faktor c fort, so hat man:

$$\text{VI)}\quad h\left(\frac{x - a}{x}\right) + b - x = h.$$

In diesem Falle wird also ein Gleichgewicht zwischen der äußeren Luft und der Wassersäule stattfinden. Soll aber das Wasser noch steigen, so kann es

Digitized by Google

nur durch den Ueberschuß geschehen, den der Druck der äußeren Luft über denjenigen hat, den die in ZL eingeschlossene Luft und das in ZB enthaltene Wasser ausübt; man muß daher haben:

$$\text{VII)}\quad h\left(\frac{x-a}{x}\right)+b-x<h.$$

Bezeichnet man mit z den Ueberschuß des zweiten Theils dieser Ungleichheit über den ersten, so hat man:

$$\text{VIII)}\quad h\left(\frac{x-a}{x}\right)+b-x+z=h.$$

Durch Fortschaffung des Nenners x und durch Reduzirung erhält man:

$$-ah+bx-x^2+xz=0.$$

Hieraus folgt:

$$\text{IX)}\quad x^2-x(b+z)=-ah.$$

Ergänzt man diese unvollständige quadratische Gleichung (vergl. S. 615), so hat man:

$$x^2-x(b+z)+\frac{(b+z)^2}{4}=-ah+\frac{(b+z)^2}{4}$$

daher:

$$\text{X)}\quad x=\frac{b+z}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{b+z}{2}\right)^2-ah}$$

Macht man $z=0$, so bleibt das Wasser in ZX stehen, und man hat:

$$\text{XI)}\quad x=\frac{b}{2}\pm\sqrt{\frac{b^2}{4}-ah}.$$

Diese beiden Werthe von x werden immer reell sein, wenn $\frac{b^2}{4}$ größer als ah ist; bei Erfüllung dieser Bedingung kann also das Wasser auf zwei Punkten stehen bleiben. Ist dagegen ah größer als $\frac{b^2}{4}$, so werden beide Wurzeln von x imaginär; das Wasser kann also nicht stehen bleiben, sondern die Pumpe hat ihre volle Wirkung.

Die einfachen Druckpumpen beruhen auch auf der Bildung eines luftleeren Raumes und dem Hineintreiben des Wassers in denselben durch den Druck der äußern Luft. Das hineingetretene Wasser wird alsdann durch einen andern Druck in die Höhe getrieben. Die gewöhnlichen Spritzen sind die einfachste Art von Druckpumpen, so lange sie nämlich blos aus einer Röhre und einem mit der Hand beweglichen soliden Stempel bestehen. Vorn hat die einfache Röhre eine Verengerung als Saugröhre. Wird diese unter Wasser getaucht, und dann der Stempel aufgezogen, so entsteht in der Kolbenröhre ein luftleerer Raum, in welchen der äußere Luftdruck das Wasser hineintreibt. Stößt man alsdann den Kolben wieder hinein, so spritzt das Wasser mit Heftigkeit aus der Saugröhre hinaus.

Digitized by Google

Sechstes Kapitel.

Dynamik.

§. 297. Allgemeine Bestimmungen und Sätze.

1 Die Dynamik lehrt die Bewegung fester Körper bestimmen (vergl. S. 1892), Allen diesen Bestimmungen liegt das durch Erfahrung bekannte Naturgesetz zum Grunde: daß jeder Körper in seinem Zustande der Ruhe oder der Bewegung bleiben muß, wenn ihn nicht eine fremde Kraft zwingt, diesen Zustand zu verlassen. Dieses Beharrungsvermögen der Materie heißt, wie schon oben (S. 1902) gesagt, die Kraft der Trägheit, vis inertiae.

2 Vermöge dieser Trägheitskraft widersteht jeder Körper anfänglich der Mittheilung einer Bewegung; ebenso muß die Bewegung selbst eine geradlinige sein, wenn kein abändernder Grund eintritt (vergl. S. 1903); endlich muß auch die Bewegung eine gleichförmige sein, wenn kein Grund der Beschleunigung oder Verzögerung eintritt.

3 Als die einfachste Art der Bewegung gilt also die geradlinige und gleichförmige; jede andere setzt eine Zusammenwirkung mehrerer Kräfte voraus. Die übrigen allgemeinen Bestimmungen der Dynamik finden sich von S. 1892 bis S. 1908.

§. 298. Von der geradlinigen gleichförmigen Bewegung.

1 Die Gleichung für die gleichförmige geradlinige Bewegung (vrgl. S. 837) ist:

$$\text{I)} \quad s = ct.$$

wo s den während der Zeit t durchlaufenen Raum, c die Geschwindigkeit, oder den in der Zeiteinheit durchlaufenen Raum bezeichnet.

2 Es seien zwei Körper in Bewegung, und haben denselben Ausgangspunkt A, oder Anfangspunkt der Bewegung; der eine Körper habe die Geschwindigkeit c, und laufe die Zeit t hindurch; der andere habe die Geschwindigkeit c', und laufe die Zeit t' hindurch; alsdann hat man die beiden Gleichungen:

$$\text{für den ersten } s = ct\text{; für den zweiten } s' = c't'.$$

Hieraus folgt:

$$\text{II)} \quad s : s' = ct \quad c't'\text{; oder } \frac{s}{s'} = \frac{ct}{c't'}$$

Sind die Zeiten gleich, so reduzirt sich die Gleichung auf $\frac{s}{s'} = \frac{c}{c'}$, d. h. die durchlaufenen Räume verhalten sich wie die Geschwindigkeiten.

3 Hat der bewegte Körper schon einen Raum o durchlaufen, ehe die Zeit t

Digitized by Google

anfing, so ist die folgende die allgemeinere Gleichung der gleichförmigen Bewegung:

$$\text{III)} \quad s = \sigma + ct.$$

Vermittelst dieser Gleichung lassen sich alle Aufgaben lösen, welche die geradlinige gleichförmige Bewegung betreffen.

Erste Aufgabe. 4

Ein Körper hat nach Verlauf der Zeit t' einen Raum s' durchlaufen; nach Verlauf einer zweiten Zeit t'' ist der Raum s'' geworden; man verlangt die Geschwindigkeit c und den anfänglichen Raum σ.

Man hat nach Gleichung III:

$$s' = \sigma + ct'; \quad s'' = \sigma + ct'';$$

durch Subtraktion der ersten von der zweiten Gleichung erhält man:

$$s'' - s' = c\,(t'' - t'); \quad \text{daher } c = \frac{s'' - s'}{t'' - t'}$$

Setzt man diesen Werth von c in die erste der obigen Gleichungen, so hat man:

$$s' = \sigma + \frac{s'' - s'}{t'' - t'} \cdot t'; \quad \text{oder } \sigma = s' - \frac{s'' - s'}{t'' - t'} \cdot t'.$$

Bringt man den zweiten Theil der Gleichung auf eine Benennung, so ist:

$$\sigma = \frac{s't'' - s''t'}{t'' - t'}$$

Die veränderliche Größe t kann positiv und negativ sein; ihre positiven 5
Werthe beziehen sich auf die Epochen, die auf den Augenblick folgen, von welchem an die Zeit gerechnet wird; ihre negativen Werthe auf die Epochen, welche dem Anfangsaugenblicke vorangehen.

Bezeichnet man mit s die Entfernung des Körpers in irgend einem Augen- 6
blicke von einem festen Punkte C, Tafel XXXV, D, Fig. 218, welcher beliebig auf der geraden Linie AB genommen ist, welche er beschreibt, indem er von A nach B geht. Es sei D der Punkt, in welchem sich der Körper in dem Augenblicke befindet, von welchem an die Zeit gezählt wird; der Abstand CD werde durch σ bezeichnet; c sei wieder die Geschwindigkeit; man hat alsdann den in der Zeit t durchlaufenen Raum $= s - \sigma$; also die Geschwindigkeit $c = \frac{s - \sigma}{t}$ und $s = ct + \sigma$ wie in Gleichung III.

Die veränderliche Größe s hat ihre positiven Werthe von C nach B, ihre negativen von C nach A hin. Auf solche Weise läßt sich nach Gleichung III für alle möglichen Augenblicke die Lage des Körpers auf der unbegrenzten Linie AB finden.

Es bewege sich ein anderer materieller Punkt auf derselben Linie mit der 7
Geschwindigkeit c', und befinde sich in dem Augenblicke, von welchem an die Zeit gerechnet wird in D'; alsdann ist, wenn $CD' = \sigma'$, und s' die Entfer-

Digitized by Google

nung von C bedeutet, die Gleichung der Bewegung dieſes zweiten materiellen Punktes:

$$s' = c't + \sigma'.$$

Durch Verbindung dieſer Gleichung mit der obigen für den erſten Punkt, laſſen ſich alle Aufgaben löſen, die ſich auf die relative Bewegung zweier Körper beziehen.

8 **Zweite Aufgabe.**

Man ſoll beſtimmen, in welcher Zeit ſich zwei bewegte Körper M und M' begegnen, welche beide in derſelben Richtung gehen, und von denen M die Geſchwindigkeit c, M' die Geſchwindigkeit c' hat. In dem Augenblicke der Begegnung haben ſie offenbar einerlei Entfernung vom Punkte C, man hat alſo $s = s'$, alſo auch $ct + \sigma = c't + \sigma'$; hieraus ergiebt ſich:

$$t(c - c') = \sigma' - \sigma; \text{ alſo } t = \frac{\sigma' - \sigma}{c - c'}$$

Iſt der Werth von t *negativ*, ſo findet die Begegnung *vor* dem Zeitpunkte ſtatt, von welchem an die Zeit gerechnet wird; iſt der Werth von t *poſitiv*, ſo findet die Begegnung *nach* dem Zeitpunkte ſtatt, von welchem an die Zeit gerechnet wird. Iſt c=c', ſo hat man $t = \frac{1}{0} = \infty$, welches anzeigt, daß die beiden Körper niemals zuſammenkommen werden, und auch niemals zuſammengekommen ſind; was ſich von ſelbſt verſteht, da ſie in derſelben Richtung mit gleicher Geſchwindigkeit fortgehn.

9 Differenzirt man die Gleichung $s = \sigma + ct$, in welcher σ und auch die gleichförmige Geſchwindigkeit c konſtant ſind, ſo hat man:

$$\text{IV)} \quad ds = cdt; \text{ oder } \frac{ds}{dt} = c.$$

Die Geſchwindigkeit bei der gleichförmigen Bewegung iſt alſo der Differential-Koeffizient des Raumes in Beziehung auf die Zeit genommen.

§. 299. Von der ungleichförmigen Bewegung.

1 Wenn ein Körper eine während ihrer ganzen Dauer unregelmäßige Bewegung in gerader Linie hat, ſo konnte er aus der Ruhe in dieſen Zuſtand nur durch eine *beſchleunigende Kraft* gebracht werden (vergl. S. 837 Nr. 5). Eine ſolche wird in jedem Zeittheilchen die Geſchwindigkeit vergrößern; die *erlangte Geſchwindigkeit* iſt (vergl. S. 838) diejenige, welche der Körper in einem beſtimmten Augenblicke erhalten hat, und mit welcher er von da an ſich gleichförmig fortbewegen würde, wenn die beſchleunigende Kraft zu wirken aufhörte.

2 Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 219, der bewegte Körper nach dem Verlaufe von t in dem Punkte B angelangt; bezeichnet man den durchlaufenen Raum AB durch s, ſo iſt dieſe veränderliche Größe eine Funktion von t. Man

Digitized by Google

kann daher s als die Ordinate einer Kurve ansehn, von welcher t die Abszisse ist (vergl. S. 1192); ist also t zu t + dt geworden, so muß s zu ds geworden sein; der während dt durchlaufene Raum ist also ds.

Hörte nun die beschleunigende Kraft in dem Punkte B auf zu wirken, so würde der Körper mit der dort erlangten Geschwindigkeit fortfahren sich zu bewegen; dies geschehe so, daß während eines jeden auf t folgenden Zeittheilchens dt ein Raumtheilchen ds durchlaufen werde. Der Raum BC = v entspreche der Zeiteinheit; alsdann muß derselbe aus so vielmal wiederholten ds als die Zeiteinheit aus dt bestehen; man hat also:

$$v : 1 = ds : dt;$$

$$\text{daher V)} \quad v = \frac{ds}{dt}$$

Man kann auch den ganzen Raum BC in Differentiale theilen; es sei also Bb = ds nach Verlauf der Zeit dt; Bb' = 2ds nach Verlauf von 2dt; Bb'' = 3ds nach 3dt u. s. f. bis BC = nds nach Verlauf der Zeit ndt; da nun der Körper nach Verlauf der Zeiteinheit in C sein soll, so kann man ndt = 1 setzen, oder $n = \frac{1}{dt}$; demzufolge, da die Geschwindigkeit v gleich dem in der Zeiteinheit durchlaufenen Raume (vergl. S. 1901 Nr. 7), also hier gleich BC = nds ist, so hat man:

$$v = nds = \frac{1}{dt} ds = \frac{ds}{dt}$$

welches mit der vorigen Gleichung übereinstimmt (vergl. S. 838). Es ist also auch bei der ungleichförmigen Bewegung die Geschwindigkeit gleich dem Differential-Koeffizienten des Raumes in Beziehung auf die Zeit genommen, wie bei der gleichförmigen (vergl. S. 2072 Nr. 9).

Ist v die von dem Körper nach Verlauf der Zeit erlangte Geschwindigkeit, so wird nach Verlauf von t + dt die Geschwindigkeit gleich v + dv; es ist also dv die im Zeittheilchen mitgetheilte Geschwindigkeit. Wird am Ende von t die beschleunigende Kraft plötzlich konstant, so theilt sie dem Körper in dem auf t folgenden Zeittheilchen dt die Geschwindigkeit dv mit, und fährt damit gleichförmig fort; daher entsprechen den Augenblicken dt, 2dt, 3dt u. s. w. die Geschwindigkeiten dv, 2dv, 3dv u. s. w., und ndt die Geschwindigkeit ndv. Wenn nun, wie vorher, ndt die Zeiteinheit anzeigt, so ist ndt = 1, also $n = \frac{1}{dt}$; folglich auch $ndv = \frac{1}{dt} \cdot dv = \frac{dv}{dt}$; dies ist also die Wirkung der beschleunigenden Kraft in der Zeiteinheit; bezeichnet man diese Wirkung mit φ, so hat man:

$$\text{VI)} \quad \varphi = \frac{dv}{dt}$$

Man kann (vergl. S. 1904 Nr. 15) eine Kraft durch ihre Wirkung darstellen, es wird also auch φ die beschleunigende Kraft bezeichnen; es ist also:

$$\varphi dt = dv.$$

Digitized by Google

Nimmt man aus der Gleichung V den Werth v und differenzirt so, daß dt als konstant angesehen wird, so erhält man (vergl. S. 1114 Nr. 7, 2):

$$dv = \frac{d^2s}{dt}; \text{ daher } \varphi dt = \frac{d^2s}{dt}$$

$$\text{oder VII)} \quad \varphi = \frac{d^2s}{dt^2}$$

4 Nimmt man aus Gleichung V den Werth $dt = \frac{ds}{v}$, und aus VI den Werth $dt = \frac{dv}{\varphi}$ so ist durch Elimination von dt:

$$\text{VIII)} \quad \frac{ds}{v} = \frac{dv}{\varphi}; \text{ also } \varphi ds = v dv.$$

Dies ist also eine neue Gleichung der ungleichförmigen Bewegung.

§. 300. Von der gleichförmig veränderlichen Bewegung.

1 Die beschleunigende Kraft verleiht dem bewegten Körper in jedem Augenblicke einen neuen Stoß (vergl. S. 837); sind diese Stöße konstant, so wird der Körper nach der Zeit t in einer Zeitsekunde dieselbe Geschwindigkeit erhalten, wie nach jeder andern Zeit t'. Bezeichnet man diese Geschwindigkeit mit g, so hat man $\varphi = g$, und daher nach Gleichung VI:

$$dv = g dt.$$

Integrirt man, und bezeichnet die willkürliche Konstante mit a, so ist:

$$\text{IX)} \quad v = a + gt.$$

Da nach Gleichung V auch $v = \frac{ds}{dt}$, so hat man durch Elimination des v

$$ds = (a + gt) \cdot dt.$$

Durch Integration erhält man:

$$\text{X)} \quad s = b + at + \frac{1}{2} gt^2.$$

Je nachdem g positiv oder negativ ist, wird die Bewegung gleichförmig beschleunigt oder verzögert. Die Konstante b ist der vor dem Anfange der Zeit von dem Körper durchlaufene Raum; denn setzt man $t = 0$, so wird $s = b$.

Die willkürliche Konstante a ist die Anfangsgeschwindigkeit; denn setzt man in Gleichung IX $t = 0$, so hat man $v = a$.

Mit dieser Herleitung ist die auf S. 841 für die Ordnung der Sekunden gegebene zu vergleichen.

2 Ist der anfängliche Raum b und auch die Anfangsgeschwindigkeit $a = 0$, so hat man statt der Gleichung IX die folgende:

$$\text{XI)} \quad v = gt.$$

statt der Gleichung X die folgende:

$$\text{XII)} \quad s = {}^1/_2 gt^2;$$

Digitized by Google

der Körper mußte sich also in Ruhe befinden, als er von der beschleunigenden Kraft in Bewegung gesetzt wurde.

Es seien s und s' die in den Zeiten t und t' durchlaufenen Räume; die 3
Gleichung XII giebt:

$$\text{XIII)} \quad s = \tfrac{1}{2}gt^2; \text{ und } s' = \tfrac{1}{2}gt'^2;$$

$$\text{daher XIV)} \quad s : s' = \tfrac{1}{2}gt^2 : \tfrac{1}{2}gt'^2 = t^2 : t'^2.$$

Es verhalten sich also die Räume, welche eine konstant beschleunigende Kraft einen Körper, welcher aus der Ruhe kommt, in verschiedenen Zeiten durchlaufen läßt, wie die Quadrate dieser Zeiten.

Man hat ferner nach der Gleichung XI die nach Verlauf von t und t' er- 4
langten Geschwindigkeiten:

$$v = gt, \; v' = gt'; \text{ daher } v : v' = t : t',$$

oder nach Gleichung XIV, indem man die Räume nimmt:

$$\text{XV)} \quad v : v' = \sqrt{s} : \sqrt{s'}$$

Es verhalten sich also die Geschwindigkeiten wie die Zeiten, oder wie die Quadratwurzeln der in diesen Zeiten durchlaufenen Räume.

Setzt man $t = 1$, so ist nach XII $s = \tfrac{1}{2}g$. Es ist also s der in der 5
Zeiteinheit durchlaufene Raum; das Doppelte dieses Raums ist also der Werth von g, d. h. von der beschleunigenden Kraft. Man hat gefunden, daß ein den Wirkungen der Schwere preisgegebener Körper in einer Zeitsekunde in der Breite von Paris und bei der Temperatur des schmelzenden Eises einen Raum von 15,097 Pariser Fuß, oder 4,9044 Metres durchläuft; daher:

$g = 9,8088$ Metres $= 30,195$ Pariser Fuß $= 31,253$ Fuß Rheinisch.

Mit diesen Angaben sind die obigen (S. 839 u. 841) zu vergleichen.

Aus dem eben angeführten Werthe der sogenannten Fallhöhe in einer 6
Sekunde und den vorangegangenen Gleichungen lassen sich die von S. 839 bis S. 848 gezeigten Berechnungen der fallenden und in die Höhe geworfenen Körper machen.

§. 301. Von der senkrechten Bewegung eines Körpers mit Berücksichtigung der Verschiedenheit der Schwere.

Wenn man sich vom Mittelpunkte der Erde entfernt, so nimmt die Schwere 1
ab (vergl. S. 1948 Nr. 2), und zwar nach dem Quadrate der Entfernung; d. h. sie wirkt im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 219, ein Körper bei dem Punkte A aus seiner Ruhe getreten, und in dem Punkte B angekommen; es soll seine Geschwindigkeit an diesem Punkte bestimmt werden.

Es sei g die Schwere an der Oberfläche M der Erde; φ die Schwere an dem Punkte B, $r = MC$ der Radius der Erde; x die Entfernung von B nach

Digitized by Google

C; endlich ſei AC = 1, um für die Rechnungen eine Einheit zu haben. Man hat wegen des Geſetzes der Abnahme der Schwere:

$$g : \varphi = x^2 : r^2; \text{ alſo } \varphi = \frac{gr^2}{x^2}$$

Da nun nach Gleichung VI (S. 2073) $\varphi = \frac{dv}{dt}$, ſo iſt:

$$\text{XVI)} \quad \frac{dv}{dt} = \frac{gr^2}{x^2}$$

Es iſt ferner nach Gleichung V (S. 2073) $v = \frac{ds}{dt}$, d. h. die Geſchwindigkeit iſt gleich dem Differential des durchlaufenen Raums dividirt durch dasjenige der Zeit. Es iſt aber in dem Punkte B der durchlaufene Raum = AC − BC = 1 − x; differenzirt man dieſen Werth, ſo erhält man − dx; daher:

$$\text{XVII)} \quad v = -\frac{dx}{dt}$$

Multiplizirt man die Gleichung mit XVI, und zwar das erſte Glied mit dem erſten, das zweite mit dem zweiten, und läßt den gemeinſchaftlichen Nenner fort, ſo iſt:

$$v dv = -gr^2 \frac{dx}{x^2}$$

Integrirt man, ſo iſt:

$$\frac{v^2}{2} = \frac{gr^2}{x} + C.$$

Die Integration des letzten Gliedes erkennt man aus der Differentiationsregel eines Bruches mit konſtantem Zähler, wie hier gr^2, und variabelm Nenner, wie hier x (vergl. S. 1115 Nr. 7).

Um die Konſtante zu beſtimmen, bemerke man, daß wenn x = AC = 1 iſt, die Geſchwindigkeit v = 0 iſt, weil der Körper bei A erſt aus der Ruhe tritt; man hat daher:

$$0 = gr^2 + C; \text{ alſo } C = -gr^2.$$

Setzt man dieſen Werth in die vorige Gleichung, ſo hat man:

$$\text{XVIII)} \quad \frac{v^2}{2} = gr^2 \left(\frac{1}{x} - 1\right)$$

Dieſe Gleichung beſtimmt alſo die Geſchwindigkeit in einem beliebigen Punkte der ſenkrechten Linie.

2 Um die Zeit zu finden, in welcher der Körper den Raum AB durchlaufen hat, muß man aus XVII und XVIII die Geſchwindigkeit v eliminiren; dazu quadrirt man den Werth aus XVII, und dividirt das Quadrat durch 2; man hat alsdann:

$$\frac{dx^2}{2dt^2} = gr^2 \left(\frac{1}{x} - 1\right)$$

Hieraus erhält man, wenn man die beiden Faktoren des neuen Nenners ſcheidet.

Digitized by Google

$$dt^2 = \frac{1}{2gr^2} \times \frac{dx^2}{\frac{1}{x} - 1}$$

Zieht man beiderseits die Wurzel aus, und zieht r unter dem Wurzelzeichen hervor, so ist:

$$dt = \pm \frac{1}{r}\sqrt{\frac{1}{2g}} \times \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{x} - 1}}$$

Integrirt man, so ist:

$$\text{XIX)} \quad t = \pm \frac{1}{r}\sqrt{\frac{1}{2g}} \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{x} - 1}}$$

Um die Integration wirklich ausführen zu können, hat man zuerst den Nenner zu vereinfachen:

$$\text{XX)} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{x} - 1}} = \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{1-x}{x}}} = \int \frac{dx}{\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{x}}} = \int \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}$$

Um das Wurzelzeichen des Nenners wegzuschaffen, setzt man $1 - x = z^2$; hieraus erhält man $dx = -2zdz$; $\sqrt{1-x} = z$; $\sqrt{x} = \sqrt{1-z^2}$; setzt man diese Werthe in die letzte Gleichung bei XX, so ist:

$$\int \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} = \int \frac{-2zdz \cdot \sqrt{1-z^2}}{z} = \int -2dz \cdot \sqrt{1-z^2}$$

Nimmt man (vergl. S. 1159 Nr. 3) den konstanten Faktor -2 vor das Integralzeichen, so hat man:

$$\text{XXI)} \quad \int \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} = -2\int dz \cdot \sqrt{1-z^2}$$

Wenn man die Gleichung $z\sqrt{1-z^2}$ differenzirt, so erhält man (vergl. S. 1137 Nr. 2), da $\sqrt{1-z^2} = (1-z^2)^{1/2}$, ein zweitheiliges Differential (S. 1114 Nr. 6), weil die Funktion aus zwei Faktoren besteht; daher:

$$d\left(z \cdot (1-z^2)^{1/2}\right) = dz \cdot \sqrt{1-z^2} - z^2dz \cdot (1-z^2)^{-1/2} = dz \cdot \sqrt{1-z^2} - \frac{z^2dz}{\sqrt{1-z^2}}$$

Man kann eine Integration einer algebraischen Summe durch Integration der einzelnen Theile erhalten (vergl. S. 1159 Nr. 4); daher:

$$\int dz \cdot \sqrt{1-z^2} - \int \frac{z^2dz}{\sqrt{1-z^2}} = z \cdot (1-z^2)^{1/2} = z \cdot \sqrt{1-z^2}$$

$$\text{daher XXII)} \quad \int dz \cdot \sqrt{1-z^2} = z \cdot \sqrt{1-z^2} + \int \frac{z^2dz}{\sqrt{1-z^2}}$$

Digitized by Google

Wenn man den Ausdruck $\int dz \cdot \sqrt{1-z^2}$ mit $\sqrt{1-z^2}$ zugleich multiplizirt und dividirt, so bleibt natürlich sein Werth derselbe; seine Form aber ändert sich in folgende:

$$\int dz \cdot \sqrt{1-z^2} = \int \frac{dz \cdot (1-z^2)}{\sqrt{1-z^2}} = \int \frac{dz - z^2 dz}{\sqrt{1-z^2}}$$

Trennt man wieder die Integrale beider Theile, so erhält man:

$$\text{XXIII)} \quad \int dz \cdot \sqrt{1-z^2} = \int \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}} - \int \frac{z^2 dz}{\sqrt{1-z^2}}$$

Addirt man die beiden Gleichungen XXII und XXIII, so erhält man:

$$2 \int dz \cdot \sqrt{1-z^2} = z \cdot \sqrt{1-z^2} + \int \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}}$$

Es ist (vergl. S. 1156 Nr. 11) $\int \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}} = \text{Arc} \cdot \sin z$; daher, wenn man die beiden Zeichen der letzten Gleichung ändert:

$$\text{XXIV)} \quad -2 \int dz \cdot \sqrt{1-z^2} = -z \cdot \sqrt{1-z^2} - \text{Arc sin } z.$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung bei XXI, so erhält man:

$$\int \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} = -z \cdot \sqrt{1-z^2} - \text{Arcsin } z$$

Setzt man ferner diesen Werth in die Gleichung XIX, so hat man:

$$\text{XXV)} \quad t = \mp \frac{1}{r} \sqrt{\left(\frac{1}{2g} \cdot (z \cdot \sqrt{1-z^2} + \text{Arc sin } z)\right)}$$

Eine Konstante ist nicht zu addiren, weil, wenn $t = 0$ ist $x = 1$, d. h. gleich der ganzen Entfernung AC in Fig. 219, es giebt alsdann die Gleichung $\sqrt{1-x} = z$ dieses $z = 0$; bei dieser Voraussetzung verschwindet der zweite Theil der Gleichung XXV. Da ferner die Zeit nothwendig positiv ist, so nimmt man nur das untere, d. h. das + Zeichen. Es ist $z^2 = 1 - x$, d. h. gleich dem durchlaufenen Raume AB, welchen man durch s vorstellen kann; es ist also $z = \sqrt{s}$; alsdann giebt die Gleichung XXV die Zeit als Funktion des Raumes:

$$\text{XXVI)} \quad t = \frac{1}{r} \sqrt{\left(\frac{1}{2g} (\sqrt{s} \cdot \sqrt{1-s} + \text{Arc sin } \sqrt{s})\right)}$$

Nimmt man an, daß AB und AM in Vergleich mit AC und MC sehr klein sind, so kann man ohne merklichen Irrthum $\sqrt{1-s}$ durch die Einheit, und den Bogen durch den Sinus ersetzen, d. h. man nimmt $\sqrt{s}$ statt Arc sin $\sqrt{s}$; ist ferner AM so klein, so kann man auch $r = 1$ setzen; alsdann wird:

$$\text{XXVII)} \quad t = \sqrt{\frac{1}{2g} \cdot 2\sqrt{s}}$$

Digitized by Google

Quadrirt man diese Gleichung, so hat man:

$$t^2 = \frac{1}{2g} \cdot 4s$$

Hieraus ergiebt sich:

$$\text{XXVIII)} \quad s = \frac{gt^2}{2}$$

Unter dieser Voraussetzung geht also die Bewegung vor sich, als wenn die Schwere nicht veränderlich wäre (vergl. S. 839).

§. 302. Von der senkrechten Bewegung in Widerstand leistenden Mitteln.

Die Erfahrung hat gezeigt, daß der Widerstand, den ein Körper erlei- 1
det, welcher sich in einer Flüssigkeit bewegt, dem Quadrate der Geschwindigkeit des Körpers proportional sei. Ist also der Widerstand m, wenn der Körper nur die Einheit der Geschwindigkeit hat, so wird dieser Widerstand, zu mv^2, wenn die Geschwindigkeit m wird. Diese Kraft mv^2 ist der Schwerkraft entgegengesetzt, welche man als konstant ansehn kann, daher:

$$\varphi = g - mv^2.$$

Setzt man für φ seinen Werth $\frac{dv}{dt}$ aus Gleichung VI (S. 2073) so ist:

$$\frac{dv}{dt} = g - mv^2$$

also:

$$\text{XXIX)} \quad dt = \frac{dv}{g - mv^2}$$

Um die Gleichung zu integriren muß man den Nenner umwandeln. Es ist (vergl. S. 446 Nr. 8) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$; nimmt man nun $g = \sqrt{g} \cdot \sqrt{g}$; $m = \sqrt{m} \cdot \sqrt{m}$, und $v^2 = v \cdot v$, so ist:

$$g - mv^2 = (\sqrt{g} + v\sqrt{m}) \cdot (\sqrt{g} - v\sqrt{m})$$

Löst man den Bruch in XXIX nach den Regeln auf S. 1083 auf, so hat man:

$$\text{XXX)} \quad \frac{dv}{g - mv^2} = dv \cdot \left(\frac{A}{\sqrt{g} + v\sqrt{m}} + \frac{B}{\sqrt{g} - v\sqrt{m}}\right)$$

Hieraus erhält man, wenn der zweite Theil auf den gleichen Nenner gebracht, beiderseitig mit den Nennern multiplizirt und mit dv dividirt wird:

$$1 = A \cdot \sqrt{g} - A \cdot v\sqrt{m} + B \cdot \sqrt{g} + B \cdot v\sqrt{m}$$

Sammelt man diejenigen Produkte, welche v^0, und diejenigen, welche v^1 enthalten, so ist (vergl. S. 1083 u. 1084), wenn man den ersten Theil auch zweigliedrig macht:

Digitized by Google

$$1 + 0 = \begin{pmatrix} + A \cdot \sqrt{g} \\ + B \cdot \sqrt{g} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} - A \cdot \sqrt{m} \\ + B \cdot \sqrt{m} \end{pmatrix} v'.$$

daher:

$$\text{für } v^0 \text{ ist } (A + B) \cdot \sqrt{g} = 1;$$
$$\text{für } v^1 \text{ ist } (- A + B) \cdot \sqrt{m} \cdot = 0.$$

Aus der letzten Gleichung folgt $A \cdot \sqrt{m} = B \cdot \sqrt{m}$; also $A = B$; setzt man diesen Werth in die Gleichung für v^0, so ist:

$$A \cdot 2\sqrt{g} = 1; \text{ also } A = B = \frac{1}{2\sqrt{g}}$$

Setzt man diesen Werth der unbestimmten Koeffizienten in die Gleichung bei XXX, so hat man:

$$\text{XXXI)} \quad \frac{dv}{g - mv^2} = \frac{1}{2\sqrt{g}} \cdot \left(\frac{dv}{\sqrt{g} + v\sqrt{m}} + \frac{dv}{\sqrt{g} - v\sqrt{m}} \right)$$

Multiplizirt und dividirt man den zweiten Theil mit $\sqrt{m}$, und setzt ihn in die Gleichung XXIX, so hat man:

$$\text{XXXII)} \quad dt = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{m} \cdot \sqrt{g}} \cdot \left(\frac{dv\sqrt{m}}{\sqrt{g} + v\sqrt{m}} + \frac{dv\sqrt{m}}{\sqrt{g} - v\sqrt{m}} \right)$$

Nach den Differentiationsregeln für Logarithmen hat man $d(ly) = \frac{dy}{y}$ (vergl. S. 1149 Nr. 6 u. 1165), also $\int \frac{dy}{y} = ly + C$; demnach hat man:

$$t = \frac{1}{2\sqrt{mg}} \cdot \left(\log (\sqrt{g} + v\sqrt{m}) - \log (\sqrt{g} - v\sqrt{m}) \right)$$

Man darf nur die beiden Logarithmen differenziren (von denen der zweite zwar ein negatives Differential giebt, welches aber durch das Vorzeichen zu einem positiven Addendus wird), so erhält man den Werth von XXXII. Da ferner die Differenz zweier Logarithmen gleich dem Logarithmus des entsprechenden Quotienten ist (vergl. S. 562 Nr. 8), so erhält man:

$$\text{XXXIII)} \quad t = \frac{1}{2\sqrt{mg}} \cdot \log \frac{\sqrt{g} + v\sqrt{m}}{\sqrt{g} - v\sqrt{m}}$$

2 Man läßt die Konstante weg, weil $t = 0$, wenn $v = 0$ ist.

Wenn man die beiden Theile der letzten Gleichung mit $2\sqrt{mg}$, und den ersten allein mit dem natürlichen Logarithmus der Basis e des natürlichen Systems multiplizirt (vergl. S. 1147 Nr. 2), welcher Logarithmus selbst $= 1$ ist, so hat man:

$$2t\sqrt{mg} \cdot \log e = \log \frac{\sqrt{g} + v\sqrt{m}}{\sqrt{g} - v\sqrt{m}}$$

Multiplizirt man den Logarithmus der Basis oder Grundzahl eines loga-

Digitized by Google

rithmischen Systems mit einem Faktor, so ist das Produkt der Logarithmus für diejenige Zahl, welche dann entsteht, wenn die Basis zu derjenigen Potenz erhoben wird, deren Exponent jener Faktor ist; daher hat man:

$$2\,t\,\sqrt{mg}\cdot\log e = \log e^{2t\sqrt{mg}} = \log\frac{\sqrt{g}+v\sqrt{m}}{\sqrt{g}-v\sqrt{m}}$$

Geht man zu den Zahlen selbst, so hat man:

$$e^{2t\sqrt{mg}} = \frac{\sqrt{g}+v\sqrt{m}}{\sqrt{g}-v\sqrt{m}}$$

Kehrt man den Bruch um, so ist:

$$\text{XXXIV)}\quad \frac{1}{e^{2t\sqrt{mg}}} = \frac{\sqrt{g}-v\sqrt{m}}{\sqrt{g}+v\sqrt{m}}$$

Je mehr nun t zunimmt, um so mehr nähert sich $e^{2t\sqrt{mg}}$ dem Unendlichen; es strebt also die Gleichung XXXIV zu folgendem Werthe, indem $\frac{1}{\infty}$ der Null unendlich nahe kommt (vergl. S. 1122).

$$\text{XXXV)}\quad 0 = \sqrt{g}-v\sqrt{m}$$

Wenn nämlich t wirklich unendlich würde, so wäre der erste Theil Null, und man könnte den Divisor $\sqrt{g}+v\sqrt{m}$ fortlassen; die letzte Gleichung giebt:

$$v = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{m}} = \text{Konstante.}$$

Dieser Werth von v bei $t=\infty$ zeigt, daß je mehr t zunimmt, desto mehr die Geschwindigkeit dahin strebt, konstant zu werden.

Soll der Raum als Funktion der Geschwindigkeit bestimmt werden, so multiplizirt man die beiden Gleichungen (S. 2073 u. S. 2079)

$$\frac{dv}{dt} = g - mv^2,\quad \text{und}\quad v = \frac{ds}{dt}$$

und zwar das erste mit dem ersten, das zweite mit dem zweiten Gliede; man erhält, indem der gemeinschaftliche Nenner dt fortfällt:

$$vdv = (g - mv^2)\,ds;$$

hieraus ergiebt sich:

$$\text{XXXVI)}\quad ds = \frac{vdv}{g-mv^2}$$

Setzt man $g - mv^2 = z$, und differenzirt, so ist, indem man die Glieder vertauscht d. h. indem man $mv^2 - g = -z$ nimmt:

$$2mvdv = -dz;\ \text{also}\ vdv = -\frac{dz}{2m}$$

Hiedurch erhält man aus XXXVI, indem man statt des Nenners z setzt:

$$ds = -\frac{dz}{2mz}$$

Digitized by Google

Das Integral dieser Gleichung ist (vergl. S. 1163, Integral 1):

$$s = -\frac{1}{2m} \cdot \log z + C.$$

Setzt man wieder statt z seinen Werth:

$$s = -\frac{1}{2m} \cdot \log (g - mv^2) + C$$

Um die Konstante zu bestimmen, setzt man $s = 0$, und $v = 0$; alsdann hat man (vergl. S. 1104):

$$0 = -\frac{1}{2m} \cdot \log g + C; \text{ daher } C = \frac{1}{2m} \cdot \log g$$

Dieser Werth von C giebt also:

$$s = -\frac{1}{2m} \cdot \left(\log (g - mv^2) - \log g\right)$$

da nun (vergl. S. 562 Nr. 8) die Differenz der Logarithmen zweier Zahlen gleich dem Logarithmus des Quotienten dieser Zahlen ist, so hat man:

XXXVII) $$s = -\frac{1}{2m} \cdot \log \frac{g - mv^2}{g} = -\frac{1}{2m} \cdot \log \left(1 - \frac{mv^2}{g}\right)$$

3 Die Bewegungen eines Körpers auf einer schiefen Ebene sind S. 855 u. 856, u. S. 1983 behandelt. Die krummlinigen Bewegungen, so wie die von der Centrifugal- und Centripetal-Kraft abhängigen sind S. 1059—1068, S. 1328—1354 und S. 1707—1764 erklärt. Bei den Darstellungen der Keplerschen Gesetze (namentlich S. 1353 Nr. 28) sind noch einige dynamische Sätze über die Bewegungen in Kegelschnitten unbewiesen und unerörtert geblieben. Ihre Erläuterung verlangt eine Vervollständigung der Lehren von den Gleichungen (S. 599—618), und der Lehren von den Kegelschnitten (vergl. S. 1197—1199); so wie die Anführung einiger andern Kurven.

§. 303. Die Parabel.

1 Die Parabel ist (S. 1197 Nr. 3) eine krumme Linie, bei welcher für rechtwinklige Koordinaten $y^2 = px$ ist. Die beständige Linie p ist der Parameter; die Ordinate y ist also die mittlere Proportionallinie zwischen dem Parameter und der Abszisse.

2 Weil $y = \pm \sqrt{px}$ ist, so gehören zu jeder Abszisse zwei gleiche aber entgegengesetzte Ordinaten. Wird die Axe zur Abszissenlinie genommen, so ergiebt sich sogleich, daß diese Axe die Parabel in zwei ähnliche und gleiche Hälften theilt.

3 Weil für ein positives x die Größe px immer positiv bleibt, und mit dem x wächst, so wachsen die Ordinaten $= \sqrt{px}$ mit den Abszissen ins Unendliche; oder die Parabel geht auf jeder Seite der Axe mit einem unendlichen Schenkel

Digitized by Google

fort. Dieſer letztere geht über alle Perpendikel hinaus, die man auf die Axe fällen, und über alle Parallelen, die man mit der Axe ziehen kann. Die Schenkel gehen daher immer weiter längs der Axe fort, doch ſo daß ſie ſich immer weiter von einander entfernen. Auf der einen, poſitiven, Seite des Scheitels, wo die unendlichen Schenkel liegen, iſt alſo der Raum, den die Parabel durchſtreift, unbegrenzt.

Für ein negatives x wäre px negativ; da aber $\sqrt{-px}$ eine unmögliche Größe iſt: ſo giebt es keine Ordinaten für die negativen Abſziſſen, d. h. die ganze Parabel liegt auf der einen Seite des Scheitels. 4

Die Abſziſſen der Parabel verhalten ſich wie die Quadrate der ihnen zugehörigen Ordinaten. 5

Beweis. Tafel XXX, Fig. 13, ſeien Df und DE zwei Abſziſſen, und fp' und EG ihre zugehörigen Ordinaten. Man durchſchneidet den Kegel durch fp' parallel mit der Grundfläche; alsdann iſt der Durchſchnitt ebenſo wie die Grundfläche ein Kreis (vergl. S. 1196 Nr. 2), und fp' ſteht ſenkrecht auf dem Durchmeſſer mn dieſes Kreiſes (vergl. S. 1815 Nr. 37 u. S. 1814 Nr. 26); man hat alſo (vergl. S. 684 Nr. 12; S. 707 Nr. 7, 8; S. 709 Nr. 11; S. 1194 Nr. 6):

$$p'f^2 = mf \cdot fn; \text{ und } EG^2 = AE \cdot EB.$$

Es iſt ferner (S. 680, Nr. 3) DE : Df = EB : fn, auch iſt AE = mf, als Parallellinien zwiſchen Parallellinien; daher (S. 538 Nr. 8):

$$DE : Df = (AE \cdot EB) : (mf \cdot fn) = EG^2 : p'f^2.$$

Da dieſer Beweis von jedem andern Paare Abſziſſen und ihren Ordinaten gilt, ſo iſt allgemein:

$$\text{I)} \quad x : x' = y^2 : y'^2; \text{ und } y : y' = \sqrt{x} : \sqrt{x'}.$$

Im Brennpunkte f iſt die Ordinate fp dem halben Parameter gleich; daher, wenn p den Parameter bezeichnet, $px = p \cdot Df = \frac{1}{4}p^2$; alſo $Df = \frac{1}{4}p$. 6

Nimmt man die Abſziſſe Dh = x, und hi = y, ſo findet man den Radius Vektor fi durch folgende Gleichung: 7

$fi^2 = fh^2 + hi^2$; oder $fi^2 = (x - \frac{1}{4}p)^2 + y^2$; oder da $y^2 = px$; $fi^2 = x^2 - \frac{1}{2}xp + \frac{1}{16}p^2 + xp = x^2 + \frac{1}{2}xp + \frac{1}{16}p^2$;

daher:

$$\text{II)} \quad fi = \sqrt{(x^2 + \tfrac{1}{2}xp + \tfrac{1}{16}p^2)} = x + \tfrac{1}{4}p.$$

Aufgabe. 8

Eine Parabel zu konſtruiren.

Erſte Auflöſung.

Man zieht, Tafel XXXV, D, Fig. 220, eine beliebige gerade Linie zur Axe, nimmt eine andere p zum Parameter, und theilt die Axe in beliebig viele Abſziſſen AP, AQ, AR, AS u. ſ. w.; darauf ſucht man (vergl. S. 648

Digitized by Google

Nr. 15) zwiſchen jeder Abſziſſe und dem Parameter die mittlere Proportionallinie, und errichtet dieſelbe zu beiden Seiten der Axe ſenkrecht auf AB; endlich zieht man aus A durch die Endpunkte aller Abſziſſen, d. h. durch p, q, r, s u. ſ. w. und durch p', q', r', s' u. ſ. w. die beiden Parabelzweige As und As'. Je näher die Punkte P, Q, R, S u. ſ. w. auf der Axe genommen werden, deſto genauer kann die durch p, q u. ſ. w. und durch p', q' u. ſ. w. gezogene Parabel werden.

Zweite Auflöſung.

Man halbirt, in derſelben Figur 220, irgend eine Ordinate, z. B. Ss in D, und zieht vom Scheitel A aus die gerade Linie AD; darauf zieht man DB perpendikulär auf AD. Den Theil SB der Axe trägt man vom Scheitel an nach beiden Seiten auf die Axe, ſo daß AC = AP = SB; der Punkt P iſt alsdann der Fokus oder Brennpunkt.

Darauf errichtet man beliebig viele Perpendikel auf beiden Seiten der Axe, wie pp', qq', rr'. Darauf macht man CP zum Radius, und beſchreibt vom Fokus aus zwei kleine Bogen, welche bei p und p' das durch P gehende Perpendikel ſchneiden; alsdann iſt pp' der Parameter; darauf beſchreibt man mit Radius CQ wieder aus dem Centrum P die Bogen q und q', und erhält die Ordinaten Qq und Qq' für den Axenpunkt Q, oder die Abſziſſe AQ.

Beweis. Das Dreieck ADB iſt bei D rechtwinklig; daher (S. 684 Nr. 12) $DS^2 = AS \cdot SB$, oder da $DS = \frac{1}{2}y$, und $AS = x$; $\frac{1}{4}y^2 = x \cdot SB$; weil aber $y^2 = px$, ſo iſt:

$$\text{III)} \quad \tfrac{1}{4}y^2 = x \cdot \tfrac{1}{4}p;$$

daher iſt $SB = \frac{1}{4}p$, da nun AP = SB, ſo iſt, wie bei Nr. 6 gefunden, P der Brennpunkt, d. h. er iſt um $\frac{1}{4}p$ vom Scheitel entfernt.

Da ferner AB = AS + SB = AS + AC = CS, ſo iſt der Radius Ps = CS (mit welchem man den Bogen für die Ordinate Ss, vom Brennpunkte P als Mittelpunkt aus, beſchreibt) auch gleich der Hypotenuſe des rechtwinkligen Dreiecks ADB.

Da nun die Gleichung III ganz allgemein iſt, ſo braucht man nur zu jeder Abſziſſe $\frac{1}{4}p$ hinzuzunehmen; um ſowohl die Hypotenuſe eines ſolchen rechtwinkligen Dreiecks zu bekommen, welches zu einem dem obigen gleichen Beweiſe dient, als auch den betreffenden Radius, um vom Brennpunkte aus den die Ordinaten ſchneidenden Bogen zu erhalten. Es giebt alſo die Spannung CR den Radius Pr und Pr', die Spannung CQ den Radius Pq und Pq' u. ſ. w.

Da ferner jeder dieſer Radien ein Radius Vektor iſt, ſo hat man auch wie die Gleichung II zeigt, einen jeden $= x + \frac{1}{4}p$; z. B. CR = AR + AC $= x + \frac{1}{4}p$, wenn AR = x.

9 Iſt in einer gegebenen Parabel der Parameter zu finden, ſo nimmt man nur zu einer beliebigen Abſziſſe und ihrer Ordinate die dritte Proportionallinie. Dies geſchieht folgendermaaßen am leichteſten.

Es ſeien, Tafel XXXV, D, Fig. 221, die beiden Linien AB und AC ge-

Digitized by Google

geben, zu denen die dritte Proportionallinie gefunden werden soll. Man legt beide Linien in einem beliebigen Winkel zusammen, und verlängert sie nöthigenfalls; darauf zieht man BC und macht ferner Ac = AC, und zieht cD parallel mit BC; es ist alsdann (vergl. S. 680 Nr. 3) AB : AC = Ac : AD = AC : AD. Es ist also AD die dritte, wenn AC die mittlere Proportionallinie ist.

Zieht man, Tafel XXXV, D, Fig. 220, durch den Punkt C ein Perpen- 10
dikel MN auf die Axe, und zieht man ferner pa parallel mit der Axe, so ist CP = pa. Zieht man ferner qb parallel mit der Axe so ist qb = CQ = Pq; ferner CR = rc = pr. Diese Gleichheit der Vektoren mit den Abständen ihrer Peripheriepunkte von der Linie MN giebt eine neue Art, die Parabel zu konstruiren.

Man zieht die Axe CB und den Perpendikel MN; ist alsdann der Brennpunkt P gegeben, so halbirt man CP in A, und hat den Scheitel der Parabel. Darauf zieht man beliebig viele Linien parallel mit MN, also senkrecht durch die Axe; darauf verfährt man wie in der zweiten Auflösung.

Vergleicht man die Parabel mit der Ellipse, so sei y die Ordi- 11
nate der Ellipse, z die Ordinate der Parabel, welche beide zu derselben Abszisse x gehören; beide Kurven sollen denselben Scheitel, und denselben Parameter p haben. Alsdann werden die Ordinaten y und z desto weniger von einander verschieden sein, je größer die Axe der Ellipse ist, während alles Uebrige unverändert bleibt.

Beweis. Es ist $z^2 = px$, und $y^2 = px - \frac{px^2}{a}$ (vrgl. S. 1202 Nr. 10); daher:

$$\text{IV)}\quad z^2 - y^2 = \frac{px^2}{a};\quad \text{oder}\quad (z + y) \cdot (z - y) = \frac{px^2}{a};$$

$$\text{daher}\quad z - y = \frac{px^2}{a(z + y)}$$

Es wird also der Unterschied der Ordinaten desto kleiner, je größer a, d. h. die Axe wird. Völlig verschwinden kann freilich dieser Unterschied niemals; aber er kann, indem a wächst, kleiner als jede gegebene Größe werden. Der Bogen der Ellipse kann also durch die Vergrößerung von a dem parabolischen so nahe kommen als man will; oder: der parabolische Bogen ist einem elliptischen gleich, dessen Axe unendlich wäre.

Je kleiner die Abszissen sind, desto kleiner ist aber auch der Unterschied; was man ebenfalls aus der Gleichung für z — y erkennt.

Die Subtangente PS, Tafel XXXV, D, Fig. 222, (vergl. S. 1197 12
Nr. 3) ist doppelt so groß als die Abszisse AP, vom Scheitel auf der Axe genommen.

Beweis. Es sei PS = s; AP = x; PD = y; es sei die Ordinate mq unendlich nahe an PD, und Dn parallel mit der Axe gezogen; alsdann läßt sich der unendlich kleine Bogen Dm der Parabel als gerade Linie ansehn, und das Dreieck SPD ist ähnlich dem Dreieck Dmn (vergl. S. 681).

Digitized by Google

Es ist $Pq = Dn$ das Differential der Abszisse x, oder $= dx$; mn das Differential der Ordinate y, oder $= dy$; man hat also:

$$s : y = dx : dy.$$

Ferner ist $Aq : AP = qm^2 : PD^2$ (vergl. S. 2083 Gleichung 1); oder:

$$(x + dx) : x = (y + dy)^2 : y^2;$$

folglich (vergl. S. 539 Nr. 13):

$$(x + dx - x) \quad ((y + dy)^2 - y^2) = x : y^2$$
$$dx : 2ydy + dy^2 = x : y^2.$$

Läßt man dy^2 als unendlich Kleines von der zweiten Ordnung unberücksichtigt, so hat man:

$$dx : 2ydy = x : y^2$$

multiplizirt mit $dy : dx = y : s$ (das Umgekehrte obiger Proportion);

also $dxdy : 2ydxdy = xy : sy^2$ (vergl. S. 538 Nr. 11);

oder (S. 538 Nr. 9) $1 : 2y = x : sy$; also $sy = 2xy$; daher:

$$V) \quad s = 2x.$$

13 Hieraus ergiebt sich das Verfahren eine Tangente an einen Punkt D einer Parabel zu ziehen. Man fällt das Perpendikel DP auf die Axe AB, verlängert die Axe über den Scheitel und macht $AS = AP$; endlich zieht man SM, alsdann ist dieses die Tangente; der Beweis liegt im Vorigen.

14 Um die Parabel zu rektifiziren, oder einen Bogen derselben seiner Länge nach zu berechnen (vergl. 1208 Nr. 27), verwandelt man die Gleichung $px = y^2$ in folgende: $x = p^{-1}y^2$, und differenzirt sie; also:

$$dx = 2p^{-1}ydy.$$

Diese Gleichung quadrirt giebt:

$$dx^2 = 4p^{-2}y^2dy^2; \text{ oder } dx^2 + dy^2 = 4p^{-2}y^2dy^2 + dy^2 = (4p^{-2}y^2 + 1)\,dy^2.$$

Bezeichnet man das Element des paraboliſchen Bogens mit dz, so ist (vergl. S. 1208 Nr. 27):

$$dz = \sqrt{dx^2 + dy^2} = dy \cdot \sqrt{(4p^{-2}y^2 + 1)}.$$

Die Integration läßt sich nur näherungsweise, d. h. durch eine Entwickelung in eine Reihe erlangen; es ist:

$$\sqrt{(4p^{-2}y^2 + 1)} = (1 + 4p^{-2}y^2)^{\frac{1}{2}} = 1 + 2p^{-2} \cdot y^2 - 2p^{-4} \cdot y^4 + 4p^{-6} \cdot y^6 - 10 \cdot p^{-8} \cdot y^8 + \text{ꝛc.}$$

Um diese Entwickelung nach dem binomiſchen Satze (vergl. S. 503), d. h. nach der Formel $(a + b)^m$ einzusehn, bemerke man zuerst, daß hier $a = 1$, also auch alle seine Potenzen $= 1$ sind; zweitens, daß $b = 4p^{-2}y^2$, also $b^2 = 16p^{-4}y^4$, $b^3 = 64p^{-6}y^6$ u. ſ. f. (S. 506 Nr. 1); drittens, daß $m = 1/2$, woraus die Binomial-Koeffizienten entstehen, die man auch mit den entspre-

Digitized by Google

chenden Koeffizienten von b, b^2, b^3 u. ſ. w. zu multipliziren hat. Die ganze Entwickelung giebt die obige Reihe. Multiplizirt man dieſelbe mit dy, ſo erhält man:

$$dy \cdot \sqrt{(1 + 4p^{-2}y^2)} = dy + 2p^{-2}y^2dy - 2p^{-4}y^4dy + 4p^{-6}y^6dy - \text{ꝛc.}$$

Integrirt man Glied für Glied, und ſetzt die Konſtante C hinzu, ſo iſt:

$$\text{VI)} \quad z = \int dy \cdot \sqrt{(1 + 4p^{-2}y^2)} = y + \frac{2y^3}{3p^2} - \frac{2y^5}{5p^4} + \frac{4y^7}{7p^6} - \frac{10y^9}{9p^8} + \text{ꝛc.} + C.$$

Die Diviſoren entſtehen theils aus den negativen Potenzexponenten von p (vergl. S. 497), theils aus den poſitiven Potenzexponenten von y (vergl. S. 1159 Nr. 5).

Soll der Bogen $z = 0$ werden, wenn $y = 0$ iſt, ſo wird auch $C = 0$, und die unendliche Reihe drückt den Bogen in einer Funktion der Ordinate y aus.

Wenn eine Kurve, hier die Parabel, wie angenommen, auf einer Ebene beſchrieben wird, ſo iſt auch der Flächenraum zwiſchen einem Bogen und den ihn beſtimmenden Koordinaten eine Ebene. Kann man ſolchen Flächenraum berechnen, ſo läßt ſich auch nöthigenfalls ein Quadrat machen, das ihm gleich iſt; deshalb heißt die Berechnung der Ebene zwiſchen einer Kurve und ihren Koordinaten die Quadratur oder Quadrirung der Kurve.

Es ſei, Tafel XXX, Fig. 23, der zu berechnende Flächenraum F eingeſchloſſen zwiſchen dem Bogen ah und den Koordinaten ab und bh; dieſer Raum nehme zu um den Theil bcefhb = ΔF.

Dieſer Zuwachs ΔF beſteht aus drei kleineren Theilen: dem Rektangel bcgh; dem Dreiecke geh; und dem Segmente efhe.

Das Rektangel bcgh hat $bc = \Delta x$ zur Baſis, und $bh = y$ zur Höhe; alſo iſt ſein Flächeninhalt $= y\Delta x$. Das Dreieck geh hat $hg = bc = \Delta x$ zur Baſis, und $ge = \Delta y$ zur Höhe; alſo iſt ſein Flächeninhalt $\frac{1}{2}\Delta x \cdot \Delta y$. Das Segment efhe hat auch eine Größe, die ſich aber nicht ſo leicht angeben läßt; jedenfalls aber kleiner iſt, als das Dreieck geh. Man hat alſo:

$$\Delta F = y\Delta x + \tfrac{1}{2}\Delta x\Delta y + \text{efhe.}$$

Nimmt man ſtatt der Differenzen Δx und Δy die Differentiale dx und dy, ſo beträgt das Produkt dxdy ſchon ein unendlich Kleines der zweiten Ordnung; und da alsdann efhe noch kleiner iſt, ſo kann es zur Vergrößerung des Rektangels ydx nichts Merkliches beitragen; ſo lange indeſſen ydx noch wirklichen Werth hat, werden dxdy und efhe nicht wirklich zu Null werden, ſich ihr aber unendlich nähern. Man hat alſo als Grenze des Zuwachſes:

$$\text{VII)} \quad dF = ydx.$$

Die Grenze der Raumdifferenz, oder das Differential derſelben iſt hier in einer Funktion von y und dx gegeben; da aber y eine Funktion von x, oder dx eine Funktion von y und dy iſt, ſo iſt dF ebenſowohl in einer Funktion von x und dx, als in einer von y und dy beſtimmt.

Digitized by Google

Vermittelst der Intregalrechnung läßt sich alsdann der Flächenraum F selbst ausdrücken, nachdem man anstatt y dessen Werth in einer Funktion von x, oder anstatt dx dessen Werth in einer Funktion von y und dy gesetzt hat.

16 **Aufgabe.**

Die gemeine Parabel zu quadriren.

Auflösung.

Man hat $y^2 = px$; also $y = \sqrt{px} = \sqrt{p} \cdot \sqrt{x} = p^{1/2} \cdot x^{1/2}$; also $ydx = p^{1/2} \cdot x^{1/2} \cdot dx$; $\int ydx = \frac{p^{1/2} x^{3/2}}{3/2} + C = \frac{2p^{1/2} x^{3/2}}{3} + C = \frac{2}{3} x \cdot p^{1/2}$

$$\therefore x^{1/2} + C = \frac{2}{3} \cdot x \sqrt{px} + C.$$

Setzt man statt $\sqrt{px}$ seinen Werth y, so hat man:

$$\text{VIII)} \quad F = \int ydx = \frac{2}{3} xy + C.$$

Rechnet man den Raum vom Ursprunge der Kurve an, so wird er gleich Null, wenn x und $y = 0$; folglich wird $C = 0$, und der paraboliſche Flächenraum iſt daher nur $\frac{2}{3} xy$, d. h. $\frac{2}{3}$ des Rektangels aus beiden Koordinaten.

§. 304. Die Hyperbel.

1 Die Hyperbel (vergl. S. 1198 Nr. 5) iſt eine krumme Linie, bei welcher für rechtwinklige Koordinaten $y^2 = px + \frac{px^2}{a}$, wo p den Parameter, und a die Hauptaxe, oder Queraxe oder Transverſalaxe bezeichnet.

Wenn man alſo in der Gleichung für die Ellipſe $-a$ ſtatt $+a$ ſetzt, ſo erhält man aus ihr die Gleichung der Hyperbel; man kann daher die Hyperbel als eine Ellipſe anſehen, deren Axe negativ iſt.

2 Sieht man, Tafel XXX, Fig. 17, sb als poſitive Abſziſſe an, ſo wird die Axe $sS = -a$, und der andere Scheitel S fällt auf die entgegengeſetzte Seite.

3 Da $y = \pm \sqrt{\left(px + \frac{px^2}{a}\right)}$, ſo gehören zu jeder Abſziſſe zwei entgegengeſetzte ſonſt gleiche Ordinaten; alſo theilt die Axe die Hyperbel in zwei ähnliche Hälften.

4 Für jedes bejahte x, das größer als 0 iſt, giebt es mögliche Ordinaten, die immer wachſen, wenn x wächst. Alſo geht die Hyperbel mit zwei unendlichen Schenkeln, die immer weiter auseinander gehen, längs der Axe hin, wie die Parabel.

Digitized by Google

Weil $y^2 = px\left(1 + \frac{x}{a}\right) = \frac{px}{a} \cdot (a + x)$, so ist für jedes negative x, wel- 5
ches zwischen 0 und $-a$ fällt, das Quadrat der Ordinate negativ, weil der Faktor $\frac{px}{a}$ für ein negatives x negativ, der Faktor $a + x$ positiv ist, so lange x zwischen s und S genommen wird, oder kleiner als a ist; es wird also die Ordinate zwischen s und S eine unmögliche Größe; oder es giebt keine Punkte der Hyperbel, deren Ordinaten zwischen s und S liegen.

Sobald aber ein negatives x größer als a ist, wird der Faktor $(a + x)$ 6
auch negativ, daher $\frac{px}{a} \cdot (a + x)$ als ein Produkt aus zwei negativen Faktoren positiv, und die Ordinate wird wieder möglich. Es giebt also für solche negative Abszissen mögliche Ordinaten, oder ihnen gehören wirkliche Punkte der Hyperbel an.

Diese Ordinaten wachsen beständig, wenn die negativen x wachsen; denn alsdann wird $(a + x)$ ein immer größeres Negatives, und $\frac{px}{a}$ ebenfalls, daher das Produkt ein immer größeres Positives.

Es geht also die Hyperbel auch von dem Scheitel S aus mit zwei Schenkeln die sich immer weiter ausbreitend ins Unendliche streifen.

Die zweite oder konjugirte Axe (vergl. S. 1193 Nr. 5) b ist 7
die mittlere Proportionallinie zwischen der Hauptaxe und dem Parameter, oder:

$$\text{I)} \quad b^2 = ap; \; b = \sqrt{ap}; \text{ oder } \frac{b^2}{a} = p.$$

Nimmt man diesen Werth vom Parameter in die Gleichung der Ordinate, 8
so hat man:

$$\text{II)} \quad px + \frac{px^2}{a} = y^2 = \frac{b^2}{a} \cdot x + \frac{b^2x^2}{a^2}$$

Wenn $sM = \frac{1}{2}sS$, so ist M der Mittelpunkt der Hyperbel. Es kann bei 9
der Hyperbel keine Ordinate durch den Mittelpunkt geben, wie bei der Ellipse; die Hyperbel hat nämlich, wie vorher gezeigt, im Vergleich mit der Ellipse eine negative Axe a; eine kleine Axe $= \sqrt{-ap}$ wäre aber unmöglich.

Nimmt man die Abszissen vom Mittelpunkte aus, so daß z. B. $Mb = u$, 10
so ist $x = u - \frac{1}{2}a$, daher:

$$\text{III)} \quad y^2 = \frac{b^2u^2}{a^2} - \frac{1}{4}b^2.$$

Für den Brennpunkt b oder B ist die Ordinate $= \frac{1}{2}p$, also $y^2 = \frac{1}{4}p^2$ 11
$= \frac{b^4}{4a^2} = \frac{b^2u^2}{a^2} - \frac{1}{4}b^2$; bezeichnet man mit u die Abszisse vom Mittelpunkt aus für den Brennpunkt, so hat man aus dieser letzten Gleichung:

$$\frac{b^4}{4a^2} + \frac{1}{4}b^2 = \frac{b^4 + a^2b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{a^2}\left(\frac{b^2 + a^2}{4}\right) = \frac{b^2u^2}{a^2}$$

Digitized by Google

$$\text{also IV)}\quad u^2 = \frac{b^2 + a^2}{4};\quad \text{oder}\quad u = \pm\frac{\sqrt{b^2 + a^2}}{2}$$

Dieser letzte Werth ist derjenige für die beiden Exzentrizitäten, oder Abstände der Brennpunkte vom Mittelpunkte (S. 1198 Nr. 5), Mb und MB. Zieht man von diesem Werthe die halbe Hauptaxe ab, so hat man für die Apside sb, d. h. für den Abstand des Brennpunkts b von dem Scheitel s den Werth:

$$\text{V)}\quad bs = -\frac{\sqrt{(b^2 + a^2)} - a}{2};\ \text{und}\ bS = \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)} + a}{2}$$

d. h. die Entfernung desselben Brennpunkts b von dem andern Scheitel S ist natürlich um die halbe Hauptaxe größer.

12 Nimmt man, Tafel XXXV, D, Fig. 223, MP als Abszisse = u, GP als Ordinate = y, so hat man $BP = u - \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)}}{2}$, d. h. die Abszisse weniger der Exzentrizität (nach Gleichung IV), man hat daher für den Radius Vektor BG (vergl. S. 1198 Nr. 5) folgende Gleichung, indem man für y^2 seinen Werth aus III setzt:

$$BG^2 = \left(u - \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)}}{2}\right)^2 + y^2 = u^2 - u\cdot\sqrt{(b^2 + a^2)} + \frac{b^2 + a^2}{4} + \frac{u^2\cdot b^2}{a^2} - \frac{1}{4}b^2;\ BG^2 = \frac{a^2 + b^2}{a^2}\cdot u^2 - u\cdot\sqrt{(b^2 + a^2)} + \frac{1}{4}a^2;\ \text{daher:}$$

$$\text{VI)}\quad AG = \frac{u\cdot\sqrt{(a^2 + b^2)}}{a} - \frac{1}{2}a.$$

Um nun auch den andern Radius Vektor bG zu finden, hat man nur zu bemerken, daß die Linie $bP = u + \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)}}{2}$ ist, daher:

$$\text{VII)}\quad bG^2 = \left(u + \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)}}{2}\right)^2 + y^2;\ \text{und daraus}\ bG = \frac{u\cdot\sqrt{(a^2 + b^2)}}{a} + \frac{1}{2}a.$$

Man hat daher bG — BG = a; d. h. der Unterschied der beiden Vektoren eines Punktes der Hyperbel ist gleich der großen Axe, wie bei der Ellipse die Summe (vergl. S. 1205 Nr. 19). Hieraus ergiebt sich eine Art, die Hyperbel zu konstruiren.

Aufgabe.

13 Eine Hyperbel zu konstruiren, wenn die Hauptaxe und die doppelte Exzentrizität gegeben ist.

Erste Auflösung.

Man beschreibt, Tafel XXX, Fig. 17, aus dem einen Brennpunkt B mit einem beliebigen Halbmesser, z. B. mit BH einen Bogen in H; darauf verlängert man die Zirkelspannung BH um die Länge der Hauptaxe sS, und be-

Digitized by Google

ſchreibt aus dem andern Brennpunkte b mit dem Halbmeſſer bH = BH + sS einen zweiten Bogen, welcher den vorigen in H ſchneidet; alsdann gehört dieſer Schnittpunkt H zur Hyperbel; man trägt dieſelben beiden Radien unterhalb BS hin, und eben ſo nach b und unter bs; ſo hat man für jede der beiden entgegengeſetzten Hyperbeln zwei Punkte. Auf ähnliche Weiſe verfährt man mit den Punkten P und p, G und g u. ſ. f. Je mehr ſolcher Punkte beſtimmt ſind, um deſto genauer läßt ſich durch dieſelben die Hyperbel ziehen.

Zweite Auflöſung.

Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 224, gegeben die Hauptaxe Ss = a, und der Parameter RR′ = p; man ſucht zwiſchen beiden die mittlere Proportionallinie; alsdann hat man die konjugirte Axe NO = b (vergl. S. 648 Nr. 15 u. S. 2089 Nr. 7); darauf errichtet man in dem Scheitel S auf der Hauptaxe den Perpendikel ST = ½b; oder da ½a : ½b = ½b : ½p, ſo iſt ½b = $\sqrt{¼ap}$ = ½$\sqrt{ap}$.

Beſchreibt man mit dem Radius MT aus dem Mittelpunkte M einen Kreis, ſo ſchneidet dieſer die Axe in zwei Punkten B und b; dieſe ſind die Brennpunkte der Hyperbel. Darauf nimmt man auf der beiderſeits verlängerten Hauptaxe verſchiedene Punkte, wie L, P, Q, W u. ſ. w., l, p, q, w u. ſ. w., und beſchreibt mit den Radien SL und sL aus den Brennpunkten B und b Bogen, die ſich ſchneiden; eben ſo mit den Radien SP, sP u. ſ. w., wie bei der erſten Konſtruktion: die Schnittpunkte dieſer Bogen geben die einzelnen Punkte der Hyperbel.

Beweis. Zieht man in dem Halbkreiſe bTB die beiden Sehnen bT und TB, ſo hat man (vergl. S. 709 Nr. 11):

BS : ST = ST : Sb; oder BS : ST = ST : (bs + sS) = ST : (BS + Ss).

Da ST = ½b = ½$\sqrt{ap}$; da ferner BS + Ss = bS, und BS = bs, ſo hat man:

$$\text{VIII)} \quad bs \cdot bS = ¼ap.$$

Da nun nach Gleichung V auch

$$bs \cdot bS = \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)} - a}{2} \cdot \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)} - a}{a} = \frac{b^2 + a^2 - a^2}{4} = \frac{b^2}{4};$$

da ferner $b^2 = ap$, alſo $\frac{b^2}{4} = ¼ap$, ſo zeigt ſich die zweite Konſtruktionsweiſe auch als richtig.

Unter einer Aſymptote verſteht man überhaupt eine gerade Linie, die 14
ſich einer krummen beſtändig nähert, aber nicht eher als im Unendlichen, d. h. niemals wirklich mit ihr zuſammenfällt (vergl. S. 1199 Nr. 5).

Errichtet man, Tafel XXXV, D, Fig. 225, in dem Scheitel S der Hyperbel ST ſenkrecht auf der Hauptaxe sS, und zwar ſo, daß ST = ½b, d. h. gleich der halben konjugirten Axe, und zieht durch den Mittelpunkt M der Hyperbel, und den Endpunkt T des Perpendikels eine gerade Linie MA, ſo iſt dieſe eine Aſymptote der Hyperbel.

Digitized by Google

Beweis. Man fällt von irgend einem Punkte A der Asymptote ein Perpendikel AP auf die verlängerte Axe; alsdann ist in den ähnlichen Dreiecken MPA und MST (S. 680 Nr. 3) MS : ST = MP : PA; oder $\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}b = u : PA$, wo a und b die beiden Axen, u die Abszisse vom Mittelpunkt aus bezeichnet; folglich:

$$\text{IX)}\quad PA = \frac{bu}{a};\ \text{und}\ PA^2 = \frac{b^2u^2}{a^2} = \frac{pu^2}{a}$$

Es ist ferner Pm = y; daher $Pm^2 = y^2 = \frac{b^2u^2}{a^2} - \frac{1}{4}b^2 = \frac{pu^2}{a} - \frac{1}{4}ap$.

Es ist also $PA^2 > Pm^2$, also auch Pa > Pm, es liegt also jeder Punkt der Asymptote **außerhalb der Hyperbel**.

Es ist ferner $PA^2 - Pm^2 = \frac{1}{4}ap$ oder $(PA + Pm) \cdot (PA - Pm) = \frac{1}{4}ap = \frac{1}{4}b^2$.

Bezeichnet man PA mit z, und Pm mit y, so hat man:

$$\text{X)}\quad z - y = Am = \frac{\frac{1}{4}ap}{z + y} = \frac{ap}{4(z + y)} = \frac{b^2}{4(z + y)}$$

Die Größe $\frac{1}{4}ap$ ist konstant; z und y wachsen aber immer je größer die Abszisse wird; folglich wird der Bruch, welcher den Werth von Am ausdrückt, immer kleiner, je größer die Abszisse wird, d. h. der Abstand der Asymptote von der Hyperbel wird desto kleiner, je länger die Hyperbel geworden; aber erst wenn u oder x unendlich geworden, und also auch z und y unendlich sind, wird Am = 0, oder fällt die Asymptote mit der Hyperbel zusammen.

Verlängert man MA nach a hin, so ist Ma die eine Asymptote der entgegengesetzten Hyperbel. Macht man SV = ST, und zieht durch M und V die gerade Linie Cc, so giebt diese die zweiten Asymptoten der beiden entgegengesetzten Hyperbeln.

Der Winkel TMV heißt der **Asymptotenwinkel**; er wird von der Hauptaxe halbirt.

Weil mp = y + z, so ist $mp \cdot Am = (z + y) \cdot (z - y) = \frac{1}{4}b^2$, also seine konstante Größe.

Zieht man mn parallel mit der Asymptote MC, so ist $\angle nmA = \angle MpA = \angle MAP$, weil PA = Pp, und bei P rechte Winkel sind; daher auch nA = nm.

Ferner ist $MT^2 = MS^2 + ST^2$; also $MT = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$, und TV = b; man hat ferner Mn : pm = nA : mA = MT : TV; oder $Mn = \frac{(z + y) \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}{2b}$

Man hat ferner TV : VM = Am : mn; oder da VM = MT, so ist $mn = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2b} \cdot \frac{b^2}{4(z + y)}$ (vergl. Gleichung X); daher $Mn \cdot nm = \frac{a^2 + b^2}{16}$

Man kann Mn als Abszisse auf der Asymptote, vom Mittelpunkte aus gerechnet, und nm als die dazu gehörige Ordinate ansehen; bezeichnet man diese Abszisse mit ξ, die Ordinate mit v, so ist:

$$\text{XI)}\quad \xi v = \frac{a^2 + b^2}{16}$$

Digitized by Google

Dies ist die Gleichung der Hyperbel zwischen den Asymptoten.

Geht Sk vom Scheitel nach der Asymptote auch parallel mit der andern 16
Asymptote MC, so hat man ∠ MSk = ∠ SMV = ∠ SMT. Es ist also Mk = Sk und ferner Mk · Sk = Sk^2. Da nun aber nach der Gleichung der Hyperbel zwischen den Asymptoten, jedes Produkt aus zwei Koordinaten (deren Abszissenlinie oder Direktrisse die eine Asymptote ist) eine konstante Größe ist, wie sie die Gleichung XI zeigt, so ist auch:

$$\text{XII)} \quad Sk^2 = \frac{a^2 + b^2}{16}$$

Dieses Quadrat der Linie Sk nennt man die Potenz der Hyperbel; diese Potenz ist jedem Produkte aus einem auf der Asymptote genommenen Koordinatenpaare gleich.

Durchschneidet man eine Hyperbel hSi, Tafel XXXV, D, Fig. 226, an 17
beliebiger Stelle mit einer geraden Linie GK, welche die Hyperbel in h und i, die Asymptoten in G und K trifft: so sind die Theile dieser Linie zwischen den Hyperbelschenkeln und Asymptoten gleich, d. h. Gh = Ki.

Beweis. Man zieht bi und hn parallel mit MK, und dh und mi parallel mit MG; alsdann hat man bi = Mm, und dh = Mn. Da alle Produkte zusammengehöriger Koordinaten auf der Asymptote gleich sind, so hat man: bi · mi = dh · hn; also bi : hn = dh : mi; ferner bi : hn = Gi : Gh, daher: dh : mi = Gi : Gh

ferner: dh : mi = Kh : Ki daher (S. 539 Nr. 13)

Gi : Gh = Kh : Ki; also auch (Gi − Gh) : (Kh − Ki) = Gh : Ki; oder hi : hi = Gh : Ki; folglich

$$\text{XIII)} \quad Gh = Ki.$$

Denkt man sich die Linie GK um den Punkt h drehend, so rücken die beiden Punkte h und i immer näher aneinander; dabei bleibt aber immer Gh = Ki; fallen endlich i und h in einen Punkt zusammen, so wird GK eine Tangente, und alsdann ist Gh = Ki = ½GK. Hieraus ergiebt sich leicht, wie man eine Tangente an die Hyperbel zu ziehen hat.

Aufgabe. 18

An einen Punkt H einer Hyperbel eine Tangente zu ziehen.

Auflösung.

Man zieht, Tafel XXXV, D, Fig. 227, aus H nach einer der beiden Asymptoten eine Parallele mit der andern Asymtote, z. B. Hd parallel mit MG; ferner macht man de = Md; alsdann ist die gerade Linie durch e und H die gesuchte Tangente.

Beweis. Man verlängert die Tangente eH, bis sie die andere Asymptote in T schneidet; alsdann ist (S. 680 Nr. 3) Md : de = eH : HT. Da

Digitized by Google

nun Md = de, ſo iſt eH = HT; alſo nach dem vorigen Satze Te eine Tangente an dem Punkte H.

19 Zieht man aus dem Mittelpunkte M durch den Berührungspunkt H eine gerade Linie MD, ſo halbirt dieſe alle mit der Tangente parallelen Sehnen der Hyperbel, wie z. B. hi eine iſt.

Beweis. Verlängert man hi zu beiden Seiten bis an die Aſymptoten ſo iſt, MH : He = Mf : fK; ferner MH : HT = Mf : fG; daher He : HT = fK : fG; da nun He = HT, ſo iſt auch fK = fG; da ferner nach dem vorigen Satze Gh = Ki, ſo iſt auch fK − Ki = fG − Gh; oder fi = fh. Die Linie MD heißt wegen dieſer Eigenſchaft auch ein Diameter der Hyperbel.

20 Die gleichſeitige Hyperbel heißt eine ſolche, deren Axen unter ſich, alſo auch beide dem Parameter gleich ſind.

Es iſt alſo in ihr, wenn man Fig. 225 als eine ſolche anſieht, MS = ST, daher Winkel SMT ein halber Rechter, und daher der Aſymptotenwinkel TMV ein Rechter; man nennt daher auch dieſe Hyperbel die rechtwinklige. Ihre Gleichung iſt (vergl. S. 2089 Nr. 10), für Abſziſſen aus dem Mittelpunkte:

XIV) $y^2 = u^2 - \frac{1}{4}a^2$.

21 Bezeichnet man die halbe große Axe mit a, die halbe kleine Axe mit b, und die Abſziſſe aus dem Mittelpunkt mit x, ſo hat man ſtatt der Gleichung III (S. 2089):

XV) $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(x^2 - a^2)$.

Dieſe hat die größte Aehnlichkeit mit der Gleichung für die Ellipſe, wenn die Abſziſſen vom Mittelpunkte aus gerechnet werden (vergl. S. 1209), ſie heißt nämlich $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$, und unterſcheidet ſich nur durch das Zeichen der Größen in der Klammer. Wegen dieſer Aehnlichkeit geſchieht auch die Rektifikation der Hyperbel in ganz ähnlicher Weiſe, wie diejenige der Ellipſe.

22 Aufgabe.

Einen Bogen der Hyperbel zu rektifiziren.

Auflöſung.

Aus der Gleichung XV erhält man $y = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{(x^2 - a^2)}$. Differenzirt man ferner die Gleichung XV, ſo iſt:

$$2ydy = \frac{2b^2xdx}{a^2}; \text{ oder } dy = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x}{y} \cdot dx.$$

Setzt man hierin für y ſeinen Werth, ſo iſt:

$$dy = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x \cdot dx}{\frac{b}{a} \cdot \sqrt{(x^2 - a^2)}} = \frac{b}{a} \cdot \frac{x}{\sqrt{(x^2 - a^2)}} \cdot dx.$$

Digitized by Google

$$\text{daher} \quad dy^2 = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x^2}{(x^2 - a^2)} \cdot dx^2.$$

Setzt man das Differential des Bogens der Hyperbel = dz, so ist dieses nach den obigen Regeln (vergl. S. 1208 Nr. 27 und S. 2086 Nr. 14):

$$dz = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}; \text{ oder } dz^2 = dx^2 + dy^2.$$

Man hat also:

$$dz^2 = dx^2 + dy^2 = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x^2 dx^2}{(x^2 - a^2)} + dx^2.$$

Bringt man diesen Werth auf eine Benennung, und sondert dann den gemeinschaftlichen Faktor x^2 ab, so wird:

$$dz^2 = \frac{(b^2x^2 + a^2x^2 - a^4)\, dx^2}{a^2 (x^2 - a^2)} = \frac{((b^2 + a^2)\, x^2 - a^4)}{a^2 (x^2 - a^2)} \cdot dx^2.$$

$$\text{also} \quad dz = \frac{dx \cdot \sqrt{(b^2 + a^2)\, x^2 - a^4}}{a \cdot \sqrt{(x^2 - a^4)}}$$

Bezeichnet man die Exzentrizität der Hyperbel mit e, so hat man, nach Gleichung IV (S. 2090), indem man wieder a die halbe große, b die halbe kleine Axe bedeuten läßt:

$$e^2 = a^2 + b^2.$$

Setzt man ferner die halbe Hauptaxe a = 1, so ist $e^2 = 1 + b^2$; dieser Werth in die Gleichung für dz gesetzt giebt:

$$\text{XVI)} \quad dz = \frac{dx \cdot \sqrt{(e^2x^2 - 1)}}{\sqrt{(x^2 - 1)}}$$

Daher hat man für den Bogen der Hyperbel:

$$z = \int \frac{dx \cdot \sqrt{(e^2x^2 - 1)}}{\sqrt{(x^2 - 1)}} + C.$$

Diese Gleichung hat wieder die größte Aehnlichkeit mit derjenigen für den elliptischen Bogen (vergl. S. 1210); sie kann auch eben so wenig durch einen geschlossenen Ausdruck dargestellt werden, sondern gehört zu derjenigen Art von transszendenten Funktionen, welche elliptische Funktionen heißen.

Ist eine Differentialfunktion Xdx gegeben, in welcher sich die Funktion X in solche zwei Faktoren P und Q zerlegen läßt, daß man das Differential Qdx integriren kann (vergl. S. 1211), und bezeichnet man $\int Qdx$ mit v, so ist:

$$\int Xdx = \int PQdx = Pv - \int vdP.$$

Setzt man nun in der Differentialfunktion XVI den Theil $\frac{dx}{\sqrt{(x^2 - 1)}} = Qdx$, so kann man diesen Ausdruck in eine Reihe entwickeln; diese giebt:

$$\text{XVII)} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 - 1)}} = \log \cdot \text{nat} \cdot x - \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot x^2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot x^4} -$$

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot x^6} - \text{ꝛc.} + \text{Const.}$$

Digitized by Google

Dieſe Reihe, welche den natürlichen Logarithmus von x, alſo eine transſzendente Größe enthält, iſt deſto konvergenter, d. h. die folgenden Glieder werden deſto kleiner, und können um ſo eher unberückſichtigt bleiben, je größer x iſt.

Man kann aber auch eine algebraiſche Reihe erhalten, welche deſto konvergenter iſt, je weniger ſich x von der Einheit unterſcheidet; man ſetzt nämlich $x = 1 + u$; alſo $u = x - 1$, und entwickelt den entſprechenden Ausdruck.

Nimmt man aber die Reihe XVII = v, ſo iſt, indem l den natürlichen Logarithmus bezeichnet:

$$\text{XVIII)} \quad Pv = \sqrt{(e^2x^2 - 1)} \cdot \left(lx - \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot x^2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot x^4} - \text{ꝛc.}\right)$$

Um nun $-\int v dP$ zu erhalten, muß man erſt $P = \sqrt{(e^2x^2 - 1)}$ differenziren, das Differential mit v multipliziren, und dann die einzelnen Glieder integriren; es iſt aber (vergl. S. 1115 Nr. 10):

$$dP = \frac{e^2x}{\sqrt{(e^2x^2 - 1)}} \cdot dx.$$

Demnach iſt:

$$\text{XIX)} \quad -\int v dP = -\left(e^2 \int \frac{x dx}{\sqrt{(e^2x^2 - 1)}} lx - \frac{1 \cdot e^2}{1 \cdot 2} \cdot \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{(e^2x^2 - 1)}} - \text{ꝛc.}\right)$$

Hat man alſo die Integrationen dieſer Reihe ausgeführt, und ihren Werth zuſammengefaßt, ſo zieht man denſelben von dem Werthe der Reihe XVIII ab, und erhält im Reſte den Werth des hyperboliſchen Bogens.

Um das erſte Glied zu integriren, gebraucht man die S. 1174, oben, angeführte Integralformel:

$$\text{XX)} \quad \int lqp dx = lq \int p dx - \int \frac{dq}{q} \int p dx.$$

Nach Anwendung dieſer Formel, und indem man den leztern Theil des durch die Anwendung hervorkommenden Ausdrucks oben und unten mit $\sqrt{(e^2x^2 - 1)}$ multiplizirt und ferner bemerkt, daß:

$$d \cdot \text{Arc} \cdot \sin \frac{1}{ex} = -\frac{e dx}{e^2x^2 \sqrt{\left(1 - \frac{1}{e^2x^2}\right)}}$$

iſt, erhält man:

$$\text{XXI)} \quad \int \frac{x \cdot dx \cdot lx}{\sqrt{(e^2x^2 - 1)}} = \frac{1}{e^2} \cdot \sqrt{(e^2x^2 - 1)} \cdot lx - \frac{1}{e^2} \cdot \sqrt{(e^2x^2 - 1)} - \frac{1}{e^2} \cdot \text{Arc} \cdot \sin \frac{1}{ex}$$

Da aber das erſte Glied der Reihe XIX mit e^2 multiplizirt werden ſoll, ſo fallen die Brüche $\frac{1}{e^2}$ fort.

Digitized by Google

Die Integration des zweiten Gliedes von XIX ergiebt $+\frac{1\cdot e^2}{1\cdot 2}\text{Arc sin}\frac{1}{ex}$

Für die Integration der übrigen Glieder von XIX dienen folgende beiden Formeln, welche dieselbe Herleitung, wie die auf S. 1212 und 1213 gegebenen haben; insofern unterscheiden sie sich jedoch von ihnen, als die Potenzen von x im Zähler des Differentials vorkommen; die obere gilt für unpaarige, die untere für paarige Exponenten von x:

XXII)
$$\begin{cases} \int \frac{dx}{x^{2m+1}\sqrt{(a+bx^2)}} = -\frac{\sqrt{(a+bx^2)}}{2max^{2m}} - \frac{b}{a}\frac{2m-1}{2m}\cdot \\ \qquad \int \frac{dx}{x^{2m-1}\sqrt{(a+bx^2)}} \\ \int \frac{dx}{x^{2m}\sqrt{(a+bx^2)}} = -\frac{\sqrt{(a+bx^2)}}{(2m-1)ax^{2m-1}} - \frac{b}{a}\frac{2m-2}{2m-1}\cdot \\ \qquad \frac{dx}{x^{2m-2}\sqrt{(a+bx^2)}} \end{cases}$$

Setzt man $a=-1$ und $b=e^2$, so ist die obere Formel auf die sämmtlichen vom dritten an folgenden Glieder der Reihe XIX anwendbar, nur muß man dabei beachten, daß -1 die Vorzeichen auf der rechten Seite der Gleichung ändert (welche Aenderung freilich wieder durch das $-$ Zeichen vor der ganzen Reihe aufgehoben wird).

Faßt man sämmtliche Integrationen zusammen, so hat man für den hyperbolischen Bogen z folgenden Werth:

$$z=\int \frac{dx\cdot\sqrt{(e^2x^2-1)}}{\sqrt{(x^2-1)}}+C.$$

$$=\sqrt{(e^2x^2-1)}\cdot\left(lx-\frac{1}{2\cdot 2\cdot x^2}-\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 4\cdot x^4}-\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 6\cdot x^6}-\text{ꝛc.}\right)$$

$$-\left\{\begin{array}{l} \sqrt{(e^2x^2-1)}\cdot lx-\sqrt{(e^2x^2-1)}-\text{Arc}\cdot\sin\frac{1}{ex} \\ +\frac{1\cdot e^2}{1\cdot 2}\cdot\text{Arc}\cdot\sin\frac{1}{ex} \\ -\frac{1\cdot 3\cdot e^2}{2\cdot 2\cdot 4\cdot 4\cdot x^2}\cdot\sqrt{(e^2x^2-1)}+\frac{1\cdot 3\cdot e^4}{2\cdot 2\cdot 4\cdot 4}\cdot\text{Arc}\cdot\sin\frac{1}{ex} \\ \text{ꝛc.} \qquad\qquad \text{ꝛc.} \end{array}\right\}+C.$$

Aufgabe. 23

Die Hyperbel zu quadriren.

Auflösung.

Die Quadrirung der Hyperbel (vergl. S. 1208 Nr. 26 u. S. 2087 Nr. 15) beruht ebenfalls auf der Gleichung

$$dF=ydx.$$

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 228, GC eine gleichseitige Hyper-

Digitized by Google

bel (vergl. S. 2094 Nr. 20), und zwar zwiſchen ihren Aſymptoten MN und ME (vergl. S. 2092 Nr. 15); man ſetze Sk = Mk = β (vergl. S. 2093 Nr. 16).

Man nehme anfänglich als Abſziſſe auf der Aſymptote vom Mittelpunkte M aus MF = x, und als die zugehörige Ordinate FB = y.

Es iſt (vergl. S. 2093 Nr. 16) das Quadrat von Sk, oder die Potenz der Hyperbel gleich dem Produkte der Koordinaten, alſo:

$$\beta^2 = x \cdot y; \text{ daher } \frac{\beta^2}{x} = y; \text{ oder } \beta^2 \cdot x^{-1} = y.$$

Multiplizirt man beiderſeits mit dx, ſo erhält man als Gleichung des Flächendifferentials:

$$dF = ydx = \beta^2 x^{-1} dx = \frac{\beta^2 dx}{x}$$

Integrirt man den dritten Ausdruck nach der gewöhnlichen Weiſe, ſo hat man (vergl. S. 1160 oben):

$$\frac{\beta^2 x^{-1+1}}{-1+1} = \frac{\beta^2 x^0}{0} = \frac{\beta^2}{0} \text{ (vergl. S. 503 Nr. 5).}$$

Dies giebt (vergl. S. 1122) eine unendliche Größe, d. h. es giebt an, daß der Raum NMFBG ſich nach N und G hin ins Unendliche erſtreckt; was ſich aus der Erklärung der Aſymptoten von ſelbſt ergiebt (vrgl. S. 2091 Nr. 14).

Um daher eine paſſendere Gleichung zu erhalten, ſetzt man den Urſprung der Koordinaten nicht in den Mittelpunkt M, ſondern in irgend einen Punkt der Aſymptote ME, z. B. in H; alsdann iſt MH = c eine konſtante Größe; HF = x, FB = y, Sk = Mk = β; man hat nun:

$$\beta^2 = (c + x)\, y = cy + xy; \text{ oder } \frac{\beta^2}{c + x} = y.$$

Multiplizirt man beide Seiten des letzten Ausdrucks mit dx, um die Gleichung für das Flächendifferential zu erhalten, ſo iſt:

$$\frac{\beta^2}{c + x} \cdot dx = ydx.$$

Wenn man den Bruch der linken Seite durch gewöhnliche Diviſion (vergl. S. 468 Nr. 7), oder durch unbeſtimmte Koeffizienten (vergl. S. 1163 Nr. 9 und S. 1165 Formel 2) in eine unendliche Reihe entwickelt, ſo iſt:

$$\frac{\beta^2}{c + x} \cdot dx = \frac{\beta^2}{c} \cdot dx - \frac{\beta^2}{c^2} xdx + \frac{\beta^2}{c^3} x^2 dx - \frac{\beta^2}{c^4} x^3 dx + \text{ꝛc.}$$

$$\frac{\beta^2}{c + x} \cdot dx = \beta^2 \left(\frac{dx}{c} - \frac{xdx}{c^2} + \frac{x^2 dx}{c^3} - \frac{x^3 dx}{c^4} + \frac{x^4 dx}{c^5} - \text{ꝛc.}\right)$$

Integrirt man die einzelnen Glieder, ſo erhält man (vrgl. S. 1114 Nr. 7, 2):

XXIII) $$\int \frac{\beta^2}{c + x} \cdot dx = \int ydx = F = \beta^2 \left(\frac{x}{c} - \frac{x^2}{2c^2} + \frac{x^3}{3c^3} - \frac{x^4}{4c^4} + \text{ꝛc.}\right) + C.$$

Soll der geſuchte Flächenraum bei dem Punkte H mit der Ordinate HI anfangen, ſo iſt er gleich Null, wenn x = 0; es iſt alſo dann auch die Konſtante C = 0; es drückt alſo die Reihe XXIII den Raum HFBIH aus. Es ſei ferner Sk = β = 1, und ſtatt c nehme man auch MH = Mk = Sk = β = 1, ſo erhält man für den Raum kFBSk folgende Reihe:

Digitized by Google

XXIV) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \text{ꝛc.}$

Dieſe Reihe drückt aber auch den natürlichen Logarithmus von $1 + x$ aus (vergl. S. 1150 Nr. 7); aus dieſem Grunde nennt man auch zuweilen den natürlichen oder Napierſchen Logarithmus einer Zahl den hyperboliſchen Logarithmus.

Außer den Axen, dem Parameter, den Koordinaten und den Aſymptoten 24
kommen bei den Kegelſchnitten auch häufig die Tangenten, Subtangenten, Normalen und Subnormalen (vergl. S. 1723) zur Anwendung. Ferner hat man noch mannigfaltige Berechnungsweiſen bei der Ellipſe und der Hyperbel vermittelſt der konjugirten Diameter.

Zieht man in der Ellipſe einen Diameter von einem Peripheriepunkte durch den Mittelpunkt zum entgegengeſetzten Peripheriepunkte, ferner eine Tangente an den einen Endpunkt des Diameters, und endlich einen zweiten Diameter parallel mit der Tangente, ſo heißt dieſer zweite Diameter der konjugirte und der erſte heißt der Hauptdiameter.

Tafel XXXV, D, Fig. 229, iſt MM' der Hauptdiameter, MT die Tangente, NN' der konjugirte Diameter.

Nimmt man einen beliebigen Theil des Hauptdiameters vom Mittelpunkt C aus, wie CO, ſo iſt dieſer eine Abſziſſe des Diameters. Zieht man ferner Om und Om' parallel mit der Tangente MT, ſo ſind beide die zur Abſziſſe CO gehörigen gleichen aber entgegengeſetzten Ordinaten. Die dritte Proportionallinie zum Hauptdiameter und zum konjugirten Diameter heißt der Parameter des Hauptdiameters.

Zieht man, Tafel XXXV, D, Fig. 230, durch den Mittelpunkt C einer Hyperbel eine gerade Linie MCM', ſo daß ſie ſich beiderſeits in der Peripherie der Hyperbel endigt, ſo iſt dieſes ein Diameter der Hyperbel.

Nimmt man zwiſchen den beiden Theilen der Hauptaxe BP und AP die mittlere Proportionallinie CR, errichtet in R ſenkrecht auf der Hauptaxe das Perpendikel RN', und zieht durch den Mittelpunkt C parallel mit der Tangente die Linie NN', ſo iſt dieſe der konjugirte Diameter der Hyperbel.

Zieht man den Diameter CM durch den Hyperbelſchenkel hindurch bis O, ſo iſt CO eine Abſziſſe auf dem Diameter, vom Mittelpunkte aus; zieht man ferner mO und m'O parallel mit der Tangente MT, ſo ſind ſie die zur Abſziſſe CO gehörigen Ordinaten.

Man ſieht, daß bei dieſen konjugirten Diametern, wie ſchon oben bei den Aſymptoten, der Koordinatenwinkel nur in den ſeltenſten Fällen ein rechter ſein wird. Uebrigens haben die Koordinaten auf den Diametern dieſelben Eigenſchaften, wie diejenigen auf den Axen; da ferner die Diameter manche geometriſche Vortheile darbieten, ſo gebraucht man ſie zu vielen Beſtimmungen der Kegelſchnitte.

Da die Parabel keinen Mittelpunkt hat, ſo muß ſie als eine Hyperbel oder Ellipſe angeſehen werden, deren anderer Brennpunkt in einer unendlichen Entfernung liegt; daher iſt auch der Mittelpunkt unendlich entfernt; der Dia-

Digitized by Google

meter wird also mit der Axe parallel, und ein konjugirter Diameter findet nicht statt.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 231, MX parallel mit der Axe; alsdann ist es ein Diameter; da ferner der Parameter für die Axe viermal so groß ist, als die Entfernung des Ursprungs A der Axe vom Brennpunkt F (vergl. S. 2083 Nr. 6), so muß auch hier 4MF der Parameter des Diameters genannt werden. Zieht man die Tangente MT, nimmt man auf dem Diameter MX den willkürlichen Theil MO, und zieht durch O die Linie mm' parallel mit der Tangente, so sind Om und Om' die zur Abszisse MO gehörigen Ordinaten, welche sich ebenfalls so, wie diejenigen auf der Axe verhalten.

Die Differentialgleichungen für die Tangente, Subtangente, Normale und Subnormale der Kegelschnitte finden sich auf S. 1723.

§. 305. Von den Linien der zweiten Ordnung.

1 Es werden folgende beiden Gleichungen des ersten Grades zwischen zwei unbekannten Größen mit einander multiplizirt (vergl. S. 605):

$$\begin{array}{r} \alpha y + \beta x + \gamma = 0 \\ \delta y + \varepsilon x + \zeta = 0 \\ \hline \alpha\delta y^2 + \beta\delta yx + \gamma\delta y \\ \quad + \alpha\varepsilon yx \quad + \beta\varepsilon x^2 + \gamma\varepsilon x \\ \quad + \alpha\zeta y \quad + \beta\zeta x + \gamma\zeta \end{array}$$

so erhält man:

$$(\alpha\delta)y^2 + (\beta\delta + \alpha\varepsilon)yx + (\gamma\delta + \alpha\zeta)y + (\beta\varepsilon)x^2 + (\gamma\varepsilon + \beta\zeta)x + \gamma\zeta = 0.$$

Drückt man die zusammengesetzten Koeffizienten durch einfache Buchstaben aus, und ordnet die Glieder nach den Dimensionen der unbekannten Größen, so hat man:

$$\text{I)} \quad ay^2 + bxy + cx^2 + dy + ex + f = 0.$$

Das ist die allgemeinste Form einer Gleichung zweiten Grades zwischen zwei unbekannten Größen. Die bekannten Größen, welche die Koeffizienten und das letzte Glied bilden, können eben so wohl positiv als negativ sein; obgleich in der allgemeinen Form überall das + Zeichen gesetzt ist, was in speziellen Fällen mit den passenden Zeichen vertauscht werden muß.

Läßt sich die Gleichung zwischen den Koordinaten einer Kurve auf diese allgemeine Gleichung zurückführen, sei es unmittelbar, oder mit Veränderung der Koeffizienten: so heißt die Kurve eine Linie zweiter Ordnung.

Es zeigt sich nun noch weiter, daß diese allgemeine Gleichung (mit zwei Ausnahmen) entweder zur Ellipse, oder zum Kreise, oder zur Hyperbel, oder zur Parabel gehört; daß also, wenn man den Kreis als eine Ellipse mit gleichen Axen ansieht, nur drei Arten von Linien zweiter Ordnung vorhanden sind: Ellipsen, Hyperbeln und Parabeln.

Vergleicht man aber ihre Gleichungen (S. 1199 u. S. 2085) mit dieser

Digitized by Google

allgemeinen Gleichung 1: so zeigt sich sogleich, daß mehrere Glieder dieser letzteren völlig verändert werden müssen, um den Gleichungen der drei Kegelschnitte

$$\text{der Ellipse } y^2 = px - \frac{px^2}{a}; \quad \text{der Hyperbel } y^2 = px + \frac{px^2}{a}$$

$$\text{der Parabel } y^2 = px.$$

zu entsprechen.

Die erste Umwandlung der Reihe I ist die Division sämmtlicher Glieder 2
durch den Koeffizienten des ersten (vergl. S. 603 Nr. 10); zugleich sammelt man die Koeffizienten für y, und ordinirt die Gleichung nach den Potenzen von y; man erhält;

$$\text{II)} \quad y^2 + \left(\frac{d + bx}{a}\right) y + \left(\frac{cx^2 + ex + f}{a}\right) = 0.$$

Man sieht sogleich, daß das zweite Glied fortgeschafft werden muß, um einer der drei Gleichungen für die Kegelschnitte zu entsprechen.

Um das allgemeine Verfahren bei dieser Fortschaffung einzusehen, sei die 3
gegebene Gleichung

$$\text{A)} \quad y^m + py^{m-1} + qy^{m-2} + \ldots + \lambda y^{m-n} + \mu y^{m-n-1} + \ldots + \varrho y^2 + \sigma y + \tau = 0.$$

worin die Koeffizienten alle als bekannt angenommen werden. Man nimmt nun für y eine andere zweitheilige Größe in die Gleichung; z. B. man setzt $y = u + g$, entwickelt dieses Binomium für die m. Potenz, und setzt die entsprechenden Glieder in die Reihe A, also (vergl. S. 513):

$$\text{B)} \quad \left\{ \begin{array}{l} y^m = (u+g)^m = u^m + m \cdot g \cdot u^{m-1} + \frac{m \cdot (m-1)}{1 \cdot 2} \cdot g^2 u^{m-2} + \ldots\ldots \text{ ꝛc.} \\ py^{m-1} = p(u+g)^{m-1} = + p \cdot u^{m-1} \ldots + p \cdot (m-1) \cdot g \cdot u^{m-2} + \ldots\ldots \text{ ꝛc.} \\ qy^{m-2} = q(u+g)^{m-2} = \ldots\ldots + q \cdot u^{m-2} \ldots\ldots \text{ ꝛc.} \\ \text{ꝛc.} \qquad \text{ꝛc.} \qquad \text{.c.} \end{array} \right.$$

Das zweite Glied dieser Reihe hat den Koeffizienten $(mg + p)$, soll also dieses Glied wegfallen, so muß $mg + p = 0$ sein; dies giebt $g = -\frac{p}{m}$. Man muß also zur Verwandlung von A in ein solches B, worin das zweite Glied fortfällt, setzen:

$$\text{C)} \quad y + \frac{1}{m} p = u; \text{ oder } y = u - \frac{1}{m} p.$$

Die allgemeine Regel zur Fortschaffung des zweiten Gliedes einer Gleichung ist also: man bringt in die Gleichung statt der Unbekannten eine andere Größe, welche kleiner ist um den gegebenen Koeffizienten des zweiten Gliedes, dividirt durch den Exponenten der Unbekannten.

Digitized by Google

Man habe im entgegengesetzten Falle statt ein Glied fortzuschaffen, ein in der Reihe A fehlendes, z. B. das dritte hineinbringen sollen, um die Gleichung vollständig zu machen. Das dritte Glied in der Reihe B würde Null sein, wenn seine Koeffizienten gleich Null wären, d. h. wenn

$$\frac{m \cdot (m-1)}{1 \cdot 2} \cdot g^2 + p \cdot (m-1) \cdot g + q = 0.$$

Diese Gleichung gehörig eingerichtet, hat nicht mehr als 2 Wurzeln (vergl. S. 606 Nr. 16); wenn man daher statt g eine Größe setzt, die keine dieser Wurzeln ist, so wird auch der ganze Koeffizient nicht Null, oder die Reihe B wird das Glied enthalten, welches in A fehlte.

Um also ein fehlendes Glied einer gegebenen Reihe zu ergänzen, bringt man in dieselbe eine andere unbekannte Größe, welche um ein solches g kleiner ist, das keine der Wurzeln darstellt, die den Binomial-Koeffizienten des entsprechenden Gliedes der neuen Entwickelung zu Null macht.

4 Um nun aus der Reihe II das Glied $\left(\frac{d + bx}{a}\right) y$ fortzuschaffen, setzt man:

$y = u - \frac{1}{2}\left(\frac{d + bx}{a}\right)$; es wird also aus den einzelnen Gliedern der Reihe II:

$$y^2 = u^2 - u\left(\frac{d + bx}{a}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{d + bx}{a}\right)^2$$

$$\left(\frac{d + bx}{a}\right) \cdot y = \ldots\ldots + u\left(\frac{d + bx}{a}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{d + bx}{a}\right)^2$$

daher $y^2 + \left(\frac{d + bx}{a}\right) \cdot y = u^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{d + bx}{a}\right)^2$; und die Reihe II wird zu folgender:

$$\text{III)} \quad u^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{d + bx}{a}\right)^2 + \frac{cx^2}{a} + \frac{ex}{a} + \frac{f}{a} = 0; \text{ oder}$$

$$u^2 - \frac{1}{4}\frac{d^2}{a^2} - \frac{1}{2}\frac{dbx}{a} - \frac{b^2x^2}{4a^2} + \frac{cx^2}{a} + \frac{ex}{a} + \frac{f}{a} = 0.$$

Um die gebrochenen Exponenten wegzuschaffen (vergl. S. 607), multipliziert man alle Glieder mit $4a^2$, daher:

$$4a^2u^2 - d^2 - 2adbx - b^2x^2 + 4acx^2 + 4aex + 4af = 0.$$

Sammelt man die Glieder nach den Potenzen von x, und setzt sie auf die rechte Seite, so ist:

$$4a^2u^2 = (d^2 - 4af) + (2adb - 4ae)x + (b^2 - 4ac)x^2.$$

Zur Abkürzung sei $(d^2 - 4af) = r$; $(2adb - 4ae) = q$; $(b^2 - 4ac) = m$; daher:

$$\text{IV)} \quad 4a^2u^2 = mx^2 + qx + r;$$

$$\text{daher} \quad u^2 = \frac{mx^2 + qx + r}{4a^2}; \quad \text{und} \quad u = \pm\sqrt{\frac{mx^2 + qx + r}{4a^2}}$$

$$= \pm\frac{\sqrt{mx^2 + qx + r}}{2a}$$

Digitized by Google

Man sieht aus der Lehre vom Unendlichen (S. 1122 Nr. 14) leicht ein, daß, wenn man in dem letzten Ausdrucke x unendlich setzt, der Werth von u sich ganz allein nach dem Gliede mx^2 richtet, indem das Uebrige in Vergleich mit diesem Theile verschwinden wird.

Ist nun $m = (b^2 - 4ac)$ eine positive Größe, so hat die krumme Linie 5
mögliche Ordinaten, sowohl für die positiven als für die negativen unendlichen Abszissen, da sowohl $+x$ als $-x$ ein positives x^2 geben; die Kurve erstreckt sich also nach zwei Seiten hin ins Unendliche; sie ist also keine Ellipse. Ferner hat die Kurve für jedes x zwei Koordinaten, was durch $\pm$ vor dem Wurzelzeichen angezeigt ist; also hat sie vier unendliche Schenkel, zwei für die positiven, und zwei für die negativen Abszissen. Da nun die Parabel nur zwei unendliche Schenkel, auf der Seite der positiven Abszissen, hat, so muß diejenige Kurve, bei welcher $(b^2 - 4ac)$ eine positive Größe ist, eine Hyperbel sein.

Ist dagegen $(b^2 - 4ac)$ eine negative Größe, so wird $\sqrt{-mx}$ eine un- 6
mögliche Größe (vergl. S. 500 Nr. 7), d. h. die Kurve hat keine Ordinaten für unendliche Abszissen; sie hat also keine unendlichen Schenkel, oder sie ist eine Ellipse.

Aus den beiden vorigen Sätzen ergiebt sich schon von selbst, daß eine 7
Kurve, bei welcher $b^2 = 4ac$ ist, eine Parabel sein muß. Alsdann ist $u = \pm \frac{\sqrt{qx + r}}{2a}$. Ist nun q eine positive Größe, so sind für jedes positive unendliche x zwei Ordinaten möglich, wie das $\pm$ vor dem Wurzelzeichen angiebt; dagegen für unendliche negative Abszissen wird $\sqrt{-qx}$ eine unmögliche Größe (vergl. S. 500 Nr. 7). Ist dagegen q negativ, so wird nur für ein negatives x die Größe $\sqrt{qx}$ eine mögliche. Es mag also q positiv oder negativ sein, so hat die Kurve nur zwei unendliche Schenkel, und ist also eine Parabel.

Es zeigt sich demnach, daß diese Merkmale jeder Gattung der Linien zweiter 8
Ordnung auf den Koeffizienten derjenigen Glieder der Gleichung beruhen, in denen sich y^2, yx und x^2 befinden.

Fehlt xy, oder ist $b = 0$, so müssen a und c für die Hyperbel verschiedene Zeichen, für die Ellipse gleiche Zeichen haben; für die Parabel muß eines von beiden gleich Null sein; beides zugleich kann nicht fortfallen, wenn die Gleichung vom zweiten Grade bleiben soll.

Die allgemeine Gleichung 1, $ay^2 + bxy + cx^2 + dy + ex + f = 0$, 9
gehört also:

1) Zur Ellipse, wenn $b^2 - 4ac$ eine negative Größe ist;
2) Zum Kreise, wenn $b^2 - 4ac$ eine negative Größe, und dabei $a = c$, und der Koordinatenwinkel ein rechter ist;
3) Zur Hyperbel, wenn $b^2 - 4ac$ eine positive Größe ist;
4) Zur Parabel, wenn $b^2 - 4ac = 0$ ist.

Hiedurch sind die oben (S. 1234) bei den orthographischen Projektionen der Kartenzeichnung gegebenen Formeln erklärt.

Digitized by Google

10 Ein wichtiger Gegenstand bei der Lehre von den Kurven ist die Veränderung der Gleichungen für ein Paar Koordinaten, in diejenige für ein andres Paar, welche auf andern Abszissen- und Ordinatenlinien genommen sind.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 232, zuerst die Kurve GNMH durch die Abszissenlinie CS und die Ordinatenlinie NO bestimmt; und zwar sei AP = x, und PM = y, der Winkel APM = φ.

Es sei die zweite Abszissenlinie CQ, die neue Ordinate MQ = u, und die neue Abszisse BQ = t.

Es sei die dritte Abszissenlinie BK, also parallel mit der ersten; dagegen die neue Ordinate KM = u', und die neue Abszisse BK = t'.

Erste Aufgabe.

Es soll die Gleichung für die Ordinate u, und die Abszisse t gefunden werden, wenn die Lage der neuen Abszissenlinie CQ und der neuen Ordinate MQ gegeben ist.

Mit der Lage von CQ ist auch der Punkt C bekannt, also auch die Linie AC = f; es sei ferner BC = g; ferner ∠ TCQ = γ, der Winkel den die neue Abszissenlinie mit der alten macht; ∠ BQM = ϰ, der Winkel, den die beiden neuen Koordinaten mit einander machen; ferner sei Winkel CTQ = τ der Winkel, den die neue Ordinate mit der alten Abszissenlinie macht; endlich sei ∠ PMT = μ der Winkel, den die neue Ordinate mit der alten macht, und zwar an demselben Punkte M der Kurve.

Man hat nun τ = 2R. − γ − ϰ; ferner μ = 2R. − MPT − MTP; es ist aber MPT = 2R. − φ und MTP = 2R. − τ; daher μ = 2R. − (2R. − φ) − (2R. − τ), oder μ = φ − γ − ϰ. Mit diesen Bestimmungen hat man nun folgende Resultate: In dem Dreiecke PTM hat man nach dem ersten Satze der ebenen schiefwinkligen Trigonometrie (vergl. S. 805 Nr. 2) PT : PM = sin μ : sin PTM. Da aber PM = y; da ferner der Sinus eines Winkels dem Sinus seines Supplementswinkels gleich ist (vergl. S. 656 Nr. 8), und 180° − PTM = CTQ = τ, so wird die Proportion:

$$\text{V)}\quad PT : y = \sin\mu : \sin\tau;\ \text{oder}\ PT = \frac{y \cdot \sin\mu}{\sin\tau}$$

Die neue Abszissenlinie CQ = CB + BQ = g + t; in dem Dreieck CTQ ist aber:

$$\text{VI)}\quad CT : CQ = \sin\varkappa : \sin\tau;\ \text{oder}\ CT = \frac{CQ \cdot \sin\varkappa}{\sin\tau} = \frac{(g+t)\cdot\sin\varkappa}{\sin\tau}$$

Da ferner CT = AC + AP + PT = f + x + PT, so hat man, wenn für PT sein Werth aus V gesetzt wird:

$$\text{VII)}\quad CT = f + x + \frac{y \cdot \sin\mu}{\sin\tau} = \frac{(g+t)\sin\varkappa}{\sin\tau}$$

In dem Dreieck PMT ist der Winkel MPT das Supplement des Winkels φ, und der Winkel PTM das Supplement des Winkels τ, daher:

MT : PM = sin MPT : sin PTM; oder MT : y = sin φ : sin τ;

Digitized by Google

$$\text{oder VIII)}\quad MT = \frac{y \cdot \sin \varphi}{\sin \tau}$$

In dem Dreieck CTQ hat man $TQ : CT = \sin \gamma : \sin \varkappa$; alſo:

$$\text{IX)}\quad TQ = \frac{CT \cdot \sin \gamma}{\sin \varkappa}$$

Es iſt ferner $MT + TQ = MQ = u$; man hat alſo aus VIII und IX:

$$\text{X)}\quad u = \frac{y \cdot \sin \varphi}{\sin \tau} + \frac{(g + t) \cdot \sin \gamma}{\sin \tau}; \text{ daraus:}$$

$$\text{XI)}\quad y = \frac{u \cdot \sin \tau - (g + t) \cdot \sin \gamma}{\sin \varphi};$$

weil nun $AP = x = CT - CA - PT$, und $CA = f$, ſo iſt aus den Gleichungen V, VII und XI:

$$\text{XII)}\quad x = \frac{(g + t) \cdot \sin \varkappa}{\sin \tau} - f - \frac{(u \cdot \sin \tau - (g + t) \cdot \sin \gamma) \cdot \sin \mu}{\sin \tau \cdot \sin \varphi}$$

Setzt man dieſe beiden Werthe von x und y aus XI und XII in die Gleichung I (S. 3000), ſo erhält man eine Gleichung zwiſchen u und t, und die geſuchte Verwandlung iſt gemacht.

Zweite Aufgabe.

Es ſoll die Gleichung zwiſchen der Abſziſſe t' und der Ordinate u' gefunden werden, wenn die neue Abſziſſenlinie BK mit der erſten CS parallel geht; der Koordinatenwinkel iſt $BKM = \varkappa'$; $BK = t'$, die neue Abſziſſe; $KM = u'$, die neue Ordinate; das Uebrige wie vorher.

Man zieht BD parallel mit MQ, und ſetzt $DA = h$; $BD = TK = k$; da nun $PM = y$, ſo hat man in dem Dreiecke MTP erſtlich $y : MT = \sin PTM : \sin MPT$. Nimmt man für beide Winkel ihre Supplemente, ſo hat man:

$$y : MT = \sin \tau : \sin \varphi; \text{ alſo } y = \frac{MT \cdot \sin \tau}{\sin \varphi}$$

$MT = MK - TK = u' - k$; daher:

$$\text{XIII)}\quad y = \frac{(u' - k) \cdot \sin \tau}{\sin \varphi}$$

Ferner iſt $x = AT - PT = AD + BK - PT = h + t' - \frac{y \cdot \sin \mu}{\sin \tau}$

Setzt man in den letzten Ausdruck ſtatt y den zuletzt gefundenen Werth, ſo iſt:

$$\text{XIV)}\quad x = h + t' - \frac{(u' - k) \cdot \sin \mu}{\sin \varphi}$$

Wenn die Werthe von x und y aus XI, XII oder XIII, XIV in die allgemeine Gleichung I geſetzt werden, ſo entſteht wieder eine Gleichung des zweiten Grades von folgender Geſtalt: 11

$$\text{XV)}\quad Au^2 + Btu + Ct^2 + Du + Et + F = 0.$$

Digitized by Google

Hier können einige Koeffizienten = 0 sein, oder es können Glieder fehlen; aber mehr Glieder, als hier angegeben, kann die Reihe nicht haben, woraus sich ergiebt, daß t und u ebenso in ihr vorhanden sind, wie x und y in der Reihe I. Diese Reihe I enthält also alle Gleichungen für jede Kurve der zweiten Ordnung, was auch der Koordinatenwinkel sein, und welche Lage auch die Abszissenlinie haben mag; sobald man nur für jeden Fall die Koeffizienten gehörig bestimmt.

12 Die beiden Ausnahmen (vergl. S. 2100 Nr. 1), wo eine Gleichung der zweiten Ordnung nicht durch einen Kegelschnitt dargestellt oder konstruirt werden können, sind:

1) Wenn die Gleichung eine unmögliche Größe darstellt.
2) Wenn die Gleichung aus der Multiplikation zweier solcher einfachen Gleichungen des ersten Grades entstanden ist, von denen jede eine gerade Linie darstellt.

§. 306. Von den Diametern der Kegelschnitte.

1 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 229, die ganze große Axe AB = a; auf diese fällt man senkrecht MP, mp und OQ, und parallel mit AB zieht man mS. Die Abszisse auf der Axe vom Mittelpunkt oder CP = z; die zugehörige Ordinate PM = y; Qp = g; CQ = k; demnach hat man: $AP = \frac{1}{2}a - z$; $PB = \frac{1}{2}a + z$; $Ap = CA - Cp = AC - CQ - Qp = \frac{1}{2}a - k - g$; $pB = CB + Cp = \frac{1}{2}a + k + g$.

Wegen des Parallelismus der Seiten sind die Dreiecke TPM und mSO ähnlich, daher:

$$A)\quad TP : PM = mS : SO = pQ : SO.$$

Weil TP die Subtangente ist, so kann man diese Proportion erfolgreich verändern.

2 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 233, SMs eine halbe Ellipse; TM die Tangente für den Punkt M; PM = y die Ordinate desselben Punktes; NM die Normale, also senkrecht auf TM; PT die Subtangente; PN die Subnormale; F und f sind die Brennpunkte, also FM und fM die Vektoren des Punktes M. Man hat nun in dem Dreiecke MPF, wenn man mit e die Exzentrizität CF = Cf bezeichnet, und PC = x, die Abszisse vom Mittelpunkt ist:

$$B)\quad MF^2 = MP^2 + PF^2;\ \text{oder}\ MF^2 = y^2 + (e - x)^2 = y^2 + e^2 - 2ex + x^2.$$

Nach der Konstruktion der Tangente (vergl. S. 1206 Nr. 20) ist Mm = MF; auch ist ∠ mMF durch die Tangente halbirt, daher muß mF senkrecht auf TM, also auch parallel mit NM sein; folglich sind die Dreiecke fMN und fmF einander ähnlich, woraus:

$$C)\quad fm : fF = Mm : FN = MF : FN.$$

Digitized by Google

Da nun fm die Summe der beiden Vektoren, und diese gleich der großen Axe a ist (vergl. S. 1205 Nr. 19), und fF die Summe der beiden Exzentrizitäten ist, so hat man, wenn α die halbe große Axe bedeutet, also $a = 2\alpha$ ist:

$$D)\quad 2\alpha : 2e = MF : FN.$$

In dem Dreieck fMF hat man nach der ebenen schiefwinkligen Trigonometrie (vergl. S. 809 Nr. 8):

$$E)\quad fF : (fM + MF) = (fM - MF) : (fP - PF)$$

Es ist ferner $(fP - PF) = (fF - PF) - PF = fF - 2PF = 2CF - 2PF = 2(CF - PF) = 2CP = 2x$; man hat also aus E, da $fM + MF = 2\alpha$:

$$F)\quad 2e : 2\alpha = (fM - MF) : 2x$$

$$\text{da nun:}\quad fM + MF = 2\alpha$$

$$\text{und aus F abgezogen:}\quad fM - MF = \frac{2ex}{\alpha}$$

$$\text{so hat man:}\quad +2MF = 2\alpha - \frac{2ex}{\alpha};\ \text{daher:}$$

$$G)\quad MF = \alpha - \frac{ex}{\alpha}$$

Setzt man diesen Werth von MF in die Proportion bei D, so hat man:

$$H)\quad 2\alpha : 2e = \left(\alpha - \frac{ex}{\alpha}\right) : FN = \alpha : e;\ \text{also}\ FN = e - \frac{e^2x}{\alpha^2}$$

Es ist nun die Subnormale $PN = FN - PF$; da $PF = CF - CP = e - x$; so ist $PN = FN - CF + CP = FN - e + x$; also:

$$PN = \left(e - \frac{e^2x}{\alpha^2}\right) - e + x = x - \frac{e^2x}{\alpha^2} = \frac{x(a^2 - e^2)}{\alpha^2};\ \text{oder}$$

$$J)\quad PN = \frac{(\alpha + e)\cdot(\alpha - e)}{\alpha^2}\cdot x.$$

In dem Dreieck MPF hat man $MF^2 = MP^2 + PF^2$; nimmt man für alle drei Linien ihre eben gefundenen Werthe, so hat man:

$$\alpha^2 - 2ex + \frac{e^2x^2}{\alpha^2} = y^2 + e^2 - 2ex + x^2;$$

$$\text{daher}\quad y^2 = (a^2 - e^2) + \left(\frac{e^2 - \alpha^2}{\alpha^2}\right)\cdot x^2 = (\alpha^2 - e^2) - \left(\frac{\alpha^2 - e^2}{\alpha^2}\right)\cdot x^2;$$

multiplizirt man beiderseits mit α^2, so ist;

$$\alpha^2 y^2 = \alpha^2(\alpha^2 - e^2) - (\alpha^2 - e^2)x^2 = (\alpha^2 - x^2)\cdot(\alpha^2 - e^2);$$

$$\text{folglich K)}\quad y^2 = \frac{(\alpha^2 - x^2)\cdot(a^2 - e^2)}{\alpha^2} = \frac{(\alpha+x)\,.\,(\alpha-x)\,.\,(\alpha+e)\,.\,(\alpha-e)}{\alpha^2}$$

Man hat oben (S. 1200 Nr. 8) folgende Proportion: $fp^2 : Df\cdot Ef = CG^2 : DC^2$, wo fp eine Ordinate, Df und Ef die durch die Ordinate entstandenen Abschnitte der großen Axe, CG die halbe kleine, und DC die halbe große Axe bedeutet.

Digitized by Google

Bezeichnet man die halbe große Axe wie hier mit α, die halbe kleine mit β, sp mit y; und setzt ferner, da hier die Abszissen vom Mittelpunkte gerechnet werden, $Ef = (\alpha + x)$, $Df = (\alpha - x)$, so hat man aus jener Proportion:

$$L) \quad y^2 = \frac{(\alpha + x) \cdot (\alpha - x) \cdot \beta^2}{\alpha^2}$$

Vergleicht man die beiden Gleichungen K und L, so hat man:

$$M) \quad (\alpha + e) \cdot (\alpha - e) = \beta^2.$$

Es sind aber $(\alpha + e)$ und $(\alpha - e)$ die beiden Apsiden; daher hat man für die Ellipse den Satz: das Rektangel der beiden Apsiden ist gleich dem Quadrate der halben kleinen Axe. Es wird demnach die Gleichung J zu folgender:

$$N) \quad PN = \frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot x.$$

Dies ist also die Gleichung für die Subnormale der Ellipse, wenn die Abszissen auf der großen Axe vom Mittelpunkte aus genommen werden. Will man sie vom Scheitel aus nehmen, so sei $SP = x'$; es ist alsdann $x' = \alpha - x$, und $x = \alpha - x'$, daher:

$$O) \quad PN = \frac{\beta^2}{\alpha^2} (\alpha - x') = \frac{\beta^2}{\alpha} - \frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot x'.$$

Will man statt der kleinen Axe den Parameter gebrauchen, so ist (vergl. S. 1202 Nr. 10), wenn p den Parameter bezeichnet: $2\alpha : 2\beta = 2\beta : p$; also $p = \frac{2\beta^2}{\alpha}$, oder $\frac{\alpha p}{2} = \beta^2$; daher wird aus dem zweiten Ausdruck bei O:

$$P) \quad PN = \frac{p}{2} - \frac{px'}{2\alpha}$$

Diese beiden letzten Gleichungen lassen sich mit der Differentialgleichung für die Subnormale auf S. 1723 vergleichen, welche sie $= \frac{ydy}{dx}$ giebt, wobei die Abszissen auch vom Scheitel aus auf der großen Axe genommen sind.

3 Für die Hyperbel findet man, wenn x die Abszissen vom Mittelpunkt, und x' die Abszissen vom Scheitel aus bezeichnet, für die Subnormale PN:

$$Q) \quad PN = \frac{(e + \alpha) \cdot (e - \alpha)}{\alpha^2} \cdot x; \quad PN = \frac{\beta^2}{\alpha^2} x = \frac{p}{2} + \frac{px'}{2\alpha} = \frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot x'.$$

Es unterscheiden sich die beiden letztern Gleichungen nur durch das + Zeichen von denen der Ellipse.

4 Für die Parabel ergiebt sich die Subnormale, weil in ihr $2\alpha = \infty$, also $\frac{px'}{\infty} = 0$ ist:

$$R) \quad PN = \frac{p}{2}$$

5 Um die Subtangente für jeden Punkt eines Kegelschnitts zu finden, kann man zuerst bemerken, daß, wie in Fig. 233, in jeder Kurve, deren Ko-

Digitized by Google

ordinaten rechtwinklig sind, die Tangente TM; die Normale MN, und das Stück TN der Axe ein rechtwinkliges Dreieck bilden; und da aus dem Scheitel des rechten Winkels das Perpendikel MP senkrecht auf die Hypotenuse fällt, so ist (vergl. S. 686 Nr. 15):

$$\text{S)}\quad PN : PM = PM : PT$$

d. h. die Subnormale verhält sich zur Ordinate, wie die Ordinate zur Subtangente.

In der Ellipse und Hyperbel ist aber nach den vorangehenden Sätzen:

$$PN = \frac{p}{2} \mp \frac{px'}{a}$$

wo p den Parameter, a die große Axe, x' die Abszisse vom Scheitel aus bedeutet; das — Zeichen für die Ellipse, das + für die Hyperbel gilt.

Faßt man ferner die Gleichungen für die Ordinate der Ellipse und Hyperbel (S. 1202 Gleichung II, u. S. 2089 Gleichung II) zusammen, und bezeichnet jetzt die Abszissen vom Scheitel durch ein einfaches x, so hat man, indem wieder — für die Ellipse, + für die Hyperbel gilt:

$$MP = y = \sqrt{\left(\frac{apx \mp px^2}{a}\right)}$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung bei S, so hat man:

$$\left(\frac{p}{2} \mp \frac{px}{a}\right) : \sqrt{\left(\frac{apx \mp px^2}{a}\right)} = \sqrt{\left(\frac{apx \mp px^2}{a}\right)} : PT$$

$$\text{also}\quad \left(\frac{apx \mp px^2}{a}\right) = \left(\frac{p}{2} \mp \frac{px}{a}\right) \cdot PT.$$

Bringt man auf der rechten Seite den Ausdruck in der Klammer auf eine Benennung, und multiplizirt dann alle Glieder mit a, so erhält man:

$$apx \mp px^2 = \left(\frac{ap}{2} \mp px\right) \cdot PT.$$

Dividirt man ferner sämmtliche Glieder mit p und sondert im ersten den gemeinschaftlichen Faktor x ab, so ist:

$$ax \mp x^2 = \left(\frac{a}{2} \mp x\right) \cdot PT = (a \mp x) \cdot x;\ \text{daher}$$

$$\text{T)}\quad PT = \frac{(a \mp x)\, x}{\frac{1}{2}a \mp x};\ \text{oder}\ (\tfrac{1}{2}a \mp x) : (a \mp x) = x : PT.$$

Also in der Ellipse und Hyperbel verhält sich die Differenz oder Summe der halben großen Axe und der Abszisse zur Differenz oder Summe der ganzen großen Axe und der Abszisse, wie die Abszisse zur Subtangente.

In der Parabel ist (vergl. S. 3008 Gleichung R, und S. 2082 Nr. 1):

$$PN = \frac{p}{2},\ \text{und}\ MP = y = \sqrt{px}.$$

Digitized by Google

daher: $\frac{p}{2} : \sqrt{px} = \sqrt{px} : PT$; also $px = \frac{p}{2} PT$; oder $2px = p \cdot PT$, folglich:

$$U) \quad 2x = PT;$$

d. h. in der Parabel ist die Subtangente gleich der doppelten Abszisse.

6 Nimmt man jetzt, Tafel XXXV, D, Fig. 229, die Abszissen auf der großen Axe der Ellipse vom Mittelpunkte aus, so daß $CP = z$ ist, so hat man aus der Proportion bei T für die Ellipse:

$$(AC - AP) : (AB - AP) = AP : PT = CP : PB; \text{ daher:}$$

$$V) \quad z : (\tfrac{1}{2}a + z) = (\tfrac{1}{2}a - z) : PT; \text{ also } PT = \frac{\frac{1}{4}a^2 - z^2}{z}$$

Setzt man diesen Werth von PT in die Gleichung A (S. 3006) so erhält man:

$$W) \quad \frac{\frac{1}{4}a^2 - z^2}{z} : y = g : SO; \text{ also } SO = \frac{gzy}{\frac{1}{4}a^2 - z^2}$$

Nimmt man die S. 2106 Nr. 1 gewählten Bezeichnungen, so ist in den ähnlichen Dreiecken CMP und COQ:

$$CP : PM = CQ : QO; \text{ oder } z : y = k : QO; \text{ daher } QO = \frac{yk}{z}$$

$$\text{Es ist ferner } pm = QS = QO - SO = \frac{yk}{z} - \frac{gzy}{\frac{1}{4}a^2 - z^2}$$

Man hat, wenn man die Abschnitte der großen Axe nimmt (vergl. S. 1200 Nr. 8):

$$X) \quad pm^2 : PM^2 = (Ap \cdot pB) : (AP \cdot PB); \text{ oder nach obigen Werthen:}$$

$$y^2 \left(\frac{k}{z} - \frac{gz}{\frac{1}{4}a^2 - z^2}\right)^2 : y^2 = (\tfrac{1}{4}a^2 - (k+g)^2) : (\tfrac{1}{4}a^2 - z^2).$$

Dividirt man die beiden ersten Glieder durch y^2; bringt man ferner das erste Glied auf eine Benennung, und bezeichnet das Quadrat vom Zähler und Nenner allein (vergl. 502 Nr. 14), so erhält man:

$$\frac{(k \cdot (\frac{1}{4}a^2 - z^2) - gz^2)^2}{z^2 \cdot (\frac{1}{4}a^2 - z^2)^2} : 1 = (\tfrac{1}{4}a^2 - (k+g)^2) : (\tfrac{1}{4}a^2 - z^2);$$

$$\text{daher: } \tfrac{1}{4}a^2 - (k+g)^2 = \frac{k^2(\frac{1}{4}a^2 - z^2)^2 - 2gkz^2 \cdot (\frac{1}{4}a^2 - z^2) + g^2z^2}{z^2 \cdot (\frac{1}{4}a^2 - z^2)}$$

Reduzirt man, so ist:

$$\tfrac{1}{4}a^2 - k^2 - 2kg - g^2 = \frac{k^2 \cdot (\frac{1}{4}a^2 - z^2)}{z^2} - 2gk + \frac{g^2z^2}{\frac{1}{4}a^2 - z^2}$$

$$\tfrac{1}{4}a^2 - k^2 - 2kg - g^2 = \frac{\frac{1}{4}a^2k^2}{z^2} - k^2 - 2gk + \frac{g^2z^2}{\frac{1}{4}a^2 - z^2}$$

$$Y) \quad \tfrac{1}{4}a^2 - g^2 = \frac{\frac{1}{4}a^2k^2}{z^2} + \frac{g^2z^2}{\frac{1}{4}a^2 - z^2}$$

7 Den Theil CO des Hauptdiameters MM' kann man so groß oder so klein nehmen, wie man will; man nehme an, es werde $CO = 0$; alsdann wird

Digitized by Google

MO = MC, also auch mO = NC. Ferner ist bei dieser Annahme auch CQ = k = 0, und Qp = g = CR, weil dann das Perpendikel mp sich verwandelt hat in das Perpendikel NR. Setzt man nun in der letzten Gleichung k = 0, so ist:

$$\tfrac{1}{4}a^2 - g^2 = \frac{g^2z^2}{\tfrac{1}{4}a^2 - z^2}\text{; oder } \tfrac{1}{4}a^2(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2) - g^2(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2) = g^2z^2;$$

$$\text{oder } \tfrac{1}{16}a^4 - \tfrac{1}{4}a^2z^2 - \tfrac{1}{4}a^2g^2 + g^2z^2 = g^2z^2\text{; also } \tfrac{1}{16}a^4 - \tfrac{1}{4}a^2z^2 - \tfrac{1}{4}a^2g^2 = 0\text{; oder } \tfrac{1}{16}a^2 - \tfrac{1}{4}z^2 - \tfrac{1}{4}g^2 = 0 = \tfrac{1}{4}a^2 - z^2 - g^2;$$

daher Z) $\tfrac{1}{4}a^2 - z^2 = g^2 = (\tfrac{1}{2}a - z)\cdot(\tfrac{1}{2}a + z)$; oder $AP \cdot PB = CR^2$.

Wenn man also von beiden Enden M und N der konjugirten Diameter senkrechte Linien MP und NR auf die Hauptaxe fällt: so ist das Quadrat von CR gleich dem Rektangel aus AP und PB, d. h. aus den beiden durch PM entstandenen Abschnitten der Hauptaxe.

Setzt man die Hälfte des Hauptdiameters, d. h. $CM = \tfrac{1}{2}a'$; die Hälfte 8
des konjugirten Diameters $CN = \tfrac{1}{2}b'$, $mO = y'$, $CO = z'$, so hat man aus den ähnlichen Dreiecken CPM und CQO:

$$CM : CO = CP : CQ\text{; oder } \tfrac{1}{2}a' : z' = z : k\text{; also } k = \frac{z'z}{\tfrac{1}{2}a'}\text{; und}$$

$$A')\quad k^2 = \frac{z'^2z^2}{\tfrac{1}{4}a'^2}$$

Die Dreiecke CNR und mSO sind wegen des Parallelismus ihrer Seiten ähnlich: daher:

$$mO : mS = CN : CR\text{; oder } y' : g = \tfrac{1}{2}b' : CR\text{; also } CR = \frac{\tfrac{1}{2}b'g}{y'}\text{; und}$$

$$CR^2 = \frac{\tfrac{1}{4}b'^2g^2}{y'^2} = \tfrac{1}{4}a^2 - z^2 \text{ (nach der Gleichung bei Z); daher:}$$

$$B')\quad g^2 = \frac{y'^2(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)}{\tfrac{1}{4}b'^2}$$

Setzt man die in A' und B' gefundenen Werthe für k^2 und g^2 in die Gleichung Y, so hat man mit Vertauschung der Hauptglieder:

$$\frac{z^2\cdot z'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2}\cdot\frac{\tfrac{1}{4}a^2}{z^2} + \frac{y'^2\cdot(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)}{\tfrac{1}{4}b'^2}\cdot\frac{z^2}{\tfrac{1}{4}a^2 - z^2} = \tfrac{1}{4}a^2 - \frac{y'^2(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)}{\tfrac{1}{4}b'^2}$$

$$\text{oder } \frac{\tfrac{1}{4}a^2\cdot z'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2} + \frac{z^2y'^2}{\tfrac{1}{4}b'^2} = \tfrac{1}{4}a^2 - \frac{\tfrac{1}{4}a^2y'^2}{\tfrac{1}{4}b'^2} + \frac{z^2y'^2}{\tfrac{1}{4}b'^2}$$

$$\text{oder } \frac{\tfrac{1}{4}a^2z'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2} = \tfrac{1}{4}a^2 - \frac{\tfrac{1}{4}a^2y'^2}{\tfrac{1}{4}b'^2}$$

Dividirt man beiderseits mit $\tfrac{1}{4}a^2$, so hat man:

$$\frac{z'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2} = 1 - \frac{y'^2}{\tfrac{1}{4}b'^2}\text{; oder } \frac{y'^2}{\tfrac{1}{4}b'^2} = 1 - \frac{z'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2} = \frac{\tfrac{1}{4}a'^2 - z'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2}\text{; daher:}$$

$$C')\quad y'^2 = \frac{\tfrac{1}{4}b'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2}\cdot(\tfrac{1}{4}a'^2 - z'^2) = \frac{b'^2}{a'^2}\cdot(\tfrac{1}{2}a' + z')\cdot(\tfrac{1}{2}a' - z').$$

Digitized by Google

Diese Gleichung für die Ordinate y' des Hauptdiameters ist derjenigen für die Ordinaten der großen Axe (S. 1201 Gleichung I) ganz ähnlich, wenn man den Unterschied beachtet, daß dort die Abszissen vom Scheitel aus genommen sind. Es haben also die Ordinaten auf den Diametern dieselbe Eigenschaft, wie die Ordinaten auf der Axe.

9 Setzt man in der letzten Gleichung $y' = 0$, so ist:

$\frac{b'^2}{a'^2} \cdot (\frac{1}{4}a'^2 - z'^2) = 0$; oder $\frac{1}{4}a'^2 - z'^2 = 0$, also $z'^2 = \frac{1}{4}a'^2$, daher:

$$D') \quad z' = \pm \tfrac{1}{2}a'.$$

Wenn also z' diesen Werth bekommt, so ist die Abszisse gleich dem halben Diameter geworden; wo aber $y' = 0$, da schneidet die Kurve den Diameter MM', welcher zur Abszissenlinie oder Direktrisse gemacht worden. Da ferner z' einen positiven und einen negativen Werth hat, so schneidet die elliptische Kurve den Diameter an zwei Punkten, M und M', welche beide gleich weit vom Mittelpunkte abstehen. Es halbiren also auch alle Diameter der Ellipse einander im Mittelpunkte.

10 Aus der Gleichung C' hat man $y' = \pm \frac{b'}{a'} \cdot \sqrt{(\frac{1}{4}a'^2 - z'^2)}$

Zu jeder Abszisse CO gehören also zwei gleiche Ordinaten von entgegengesetztem Werthe, die eine positive mO, und die andere negative Om', welche eine Verlängerung der positiven ist. Es halbirt also ein Diameter jede gerade Linie, d. h. hier jede Sehne, welche parallel mit einer solchen Tangente MT ist, die durch den Peripheriepunkt M des Hauptdiameters geht. Von dieser Halbirung kommt auch der Name Diameter (vergl. S. 2099 Nr. 24).

Da nun der Hauptdiameter MM' von dem konjugirten NN' halbirt wird, so muß der erstere MM' parallel mit derjenigen Tangente NI gehen, welche durch den Peripheriepunkt N des Diameters NN' geht. und die Axe in I' schneidet.

11 Aus der Gleichung C' sieht man, daß die Ordinate mO auf einem Diameter MM' erhalten wird, wenn man die Ordinaten eines Kreises nimmt (vergl. S. 1195 Gleichung II), und dieselben nach dem Verhältnisse von a' zu b' verkleinert oder vergrößert, und dieselben in einer schiefen Lage aufstellt; diese Lage wird durch den Winkel bestimmt, den beide konjugirten Diameter mit einander bilden.

Ist $a' = b'$, d. h. sind beide konjugirten Diameter gleich, so sind die Ordinaten völlig den Ordinaten des angeführten Kreises gleich.

Die Gleichung C' giebt nämlich $y' = \pm \frac{b'}{a'} \cdot \sqrt{(\frac{1}{4}a'^2 - z'^2)}$; die angeführte Gleichung des Kreises giebt $y = \pm \sqrt{(r^2 - x^2)}$, wo r den Radius und x die Abszisse vom Mittelpunkte aus bezeichnet; es ist also $x = z'$, $r = \frac{1}{2}a'$, daher $r^2 = \frac{1}{4}a'^2$; man hat daher:

$$y : y' = \sqrt{(\tfrac{1}{4}a'^2 - z'^2)} : \frac{b'}{a'} \cdot \sqrt{(\tfrac{1}{4}a'^2 - z'^2)} = 1 : \frac{b'}{a'}$$

was die obigen Bestimmungen beweist.

Digitized by Google

Will man wissen, an welcher Stelle der Ellipse die konjugirten Diameter 12
gleich sein können, so sucht man, wo $CP = CR$, oder $CP^2 = CR^2$ ist; da nun, nach obiger Annahme, $CP = z$, also $CP^2 = z^2$, da ferner (vergl. S. 2111 Gleichung Z) $CR^2 = \frac{1}{4}a^2 - z^2$, so setzt man nur $z^2 = \frac{1}{4}a^2 - z^2$; also $2z^2 = \frac{1}{4}a^2$; oder $z^2 = \frac{1}{8}a^2$.

Diesen Werth von z kann man folgendermaaßen konstruiren. Ueber der großen Axe AB, Tafel XXXV, D, Fig. 234, beschreibt man den Halbkreis ANB; darauf nimmt man den Bogen $AN = 45°$. Aus N fällt man NP senkrecht auf AB, und verlängert dieses Perpendikel, bis es die Ellipse zweimal in M und M' geschnitten hat; nach diesen beiden Punkten zieht man alsdann die beiden Diameter CM und CM', welche alsdann konjugirt und gleich sind.

Beweis. Es sei $CP = z$; das Dreieck CPN ist rechtwinklig und auch gleichschenklig, weil die Winkel bei C und N = 45° sind; man hat also:

$$CP^2 + PN^2 = 2CP^2 = CA^2, \text{ oder } 2z^2 = \tfrac{1}{4}a^2, \text{ oder } z^2 = \tfrac{1}{8}a^2,$$

wie vorher gefunden.

Die Parallelogramme, welche von den Tangenten an den Enden der kon- 13
jugirten Diameter gebildet werden, sind dem Rektangel aus beiden halben Axen gleich; daher sind solche Parallelogramme in derselben Ellipse alle einander gleich.

Beweis. Man verlängert, Tafel XXXV, D, Fig. 229, die Tangente TM über M hinaus, und fällt auf diese Verlängerung das Perpendikel CF. Alsdann ist Δ TPM ähnlich Δ TFC, weil beide rechtwinklig sind, und bei T einen gemeinschaftlichen Winkel haben, daher ist:

$$E') \quad TM : PM = TC : CF; \text{ also } CF = \frac{PM \cdot CT}{TM}$$

Ferner sind die Dreiecke TPM und CNR ähnlich, weil ihre Seiten parallel gehen, daher:

$$F') \quad PT : TM = CR : CN; \text{ also } CN = \frac{TM \cdot CR}{PT}$$

Multiplizirt man die beiden Gleichungen E' und F', so hat man:

$$CF \cdot CN = \frac{PM \cdot CT}{TM} \cdot \frac{TM \cdot CR}{PT} = \frac{PM \cdot CT \cdot CR}{PT}$$

$$G') \quad CF^2 \cdot CN^2 = \frac{PM^2 \cdot CT^2 \cdot CR^2}{PT^2}$$

$PM^2 = y^2 = \frac{b^2}{a^2}(\frac{1}{4}a^2 - z^2)$; $PT^2 = \frac{(\frac{1}{4}a^2 - z^2)^2}{z^2}$ (vgl. S. 2110 Gleichung V).

$$CT = PT + CP = \pm\frac{\frac{1}{4}a^2 - z^2}{z} + z = \frac{\frac{1}{4}a^2}{z}; \text{ also } CT^2 = \frac{\frac{1}{16}a^4}{z^2}$$

$CR^2 = \frac{1}{4}a^2 - z^2$ (vergl. Gleichung Z S. 2111); daher wird aus der Gleichung bei G':

$$CF^2 \cdot CN^2 = \frac{\frac{b^2}{a^2}(\frac{1}{4}a^2 - z^2) \cdot \frac{\frac{1}{16}a^4}{z^2} \cdot (\frac{1}{4}a^2 - z^2)}{\frac{(\frac{1}{4}a^2 - z^2)^2}{z^2}}$$

Digitized by Google

$$CF^2 \cdot CN^2 = \frac{b^2}{a^2} \cdot (\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)^2 \cdot \frac{\tfrac{1}{16}a^4}{z^2} \cdot \frac{z^2}{(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)^2} = \frac{b^2}{a^2} \cdot \tfrac{1}{16}a^4.$$

H') $CF^2 \cdot CN^2 = \tfrac{1}{16}a^2b^2$; also $CF \cdot CN = \tfrac{1}{4}ab = \tfrac{1}{2}a \cdot \tfrac{1}{2}b$.

Zieht man nun die Tangente NI, welche die Tangente TM in I schneidet, so entsteht aus beiden Tangenten und beiden Diametern das Parallelogramm MCNI, dessen Basis CN, und dessen Höhe CF ist, daher ist der Flächeninhalt:

J') $CN \cdot CF = \square CNIM = \tfrac{1}{4}ab = \tfrac{1}{2}a \cdot \tfrac{1}{2}b$,

d. h. gleich dem Produkte aus beiden halben Axen.

14 Die Summe der Quadrate zweier konjugirten halben Diameter in der Ellipse ist gleich der Summe der Quadrate beider halben Axen; oder die Summe der Quadrate der ganzen Diameter ist gleich der Summe der Quadrate der ganzen Axen. Daher ist die Summe solcher Quadrate immer gleich; oder sie ist in einer und derselben Ellipse eine konstante Größe.

Beweis. Es ist, Tafel XXXV, D, Fig. 229, wegen Aehnlichkeit der Dreiecke TPM und CRN, deren Seiten parallel sind:

$$PT : PM = CR : RN; \text{ also } RN = \frac{CR \cdot PM}{PT}; \text{ und } RN^2 = \frac{CR^2 \cdot PM^2}{PT^2}$$

Setzt man für CR^2 seinen Werth aus Z; für $PM^2 = y^2$ seinen Werth aus G'; für PT^2 seinen Werth aus V, S. 2110, so hat man:

$$K') \quad RN^2 = \frac{(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2) \cdot \frac{b^2}{a^2}(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)}{\frac{(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)^2}{z^2}} = \frac{b^2}{a^2} \cdot z^2.$$

Aus den rechtwinkligen Dreiecken CRN und CPM erhält man:

$$CR^2 + RN^2 = CN^2; \text{ und } CP^2 + PM^2 = CM^2; \text{ daher:}$$

$$\tfrac{1}{4}a^2 - z^2 + \frac{b^2}{a^2} \cdot z^2 + z^2 + \frac{b^2}{a^2}(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2) = CN^2 + CM^2$$

$$\tfrac{1}{4}a^2 + \frac{b^2}{a^2} \cdot z^2 + \tfrac{1}{4}b^2 - \frac{b^2z^2}{a^2} = \tfrac{1}{4}a^2 + \tfrac{1}{4}b^2 = CN^2 + CM^2$$

L') $(\tfrac{1}{2}a)^2 + (\tfrac{1}{2}b)^2 = CN^2 + CM^2$,

welche Gleichung den obigen Satz ausdrückt.

15 Wenn nach einem beliebigen Punkte P der Ellipse, Tafel XXXV, D, Fig. 235, ein Vektor PF, ferner an den Punkt P die Tangente PT, und mit dieser parallel der Diameter NN' gezogen wird: so ist das durch den Diameter NN' abgeschnittene Stück PD des Vektors gleich der halben Hauptaxe CA.

Beweis. Man beschreibt aus dem Mittelpunkte C der Ellipse mit der halben großen Axe CA als Radius den Kreis AZRA, und fällt aus dem andern Brennpunkte S auf die Tangente PT die senkrechte Linie ST. Der Schnittpunkt T muß alsdann jedesmal in die Peripherie des Kreises fallen. Ferner zieht man CT.

Es ist nämlich (vergl. S. 1206 Nr. 20 u. 21): $ST = \tfrac{1}{2}SK$, und $SC =$

Digitized by Google

½SF; daher sind die Dreiecke STC und SKF ähnlich. Es ist aber TC parallel mit KF (vergl. S. 682 Nr. 4); ferner ist TC = ½FK; da aber FK als Summe der beiden Vektoren (vergl. S. 1205 Nr. 19 u. 1206 Nr. 20) gleich der großen Axe ist, so hat man:

M') $TC = \frac{1}{2}FK = \frac{1}{2}(FP + PS) = AC.$

Es ist aber TCPD ein Parallelogramm; also PD = TC = AC.

Ein ähnlicher Beweis läßt sich bei der Hyperbel führen, wenn man den 16
Kreis auf der Hauptaxe, d. h. zwischen beiden Scheiteln beschreibt. Bei der Parabel ist die Axe unendlich lang. Statt des Kreisbogens RT bekommt man eine gerade Linie, die auf AR senkrecht steht, und durch den Scheitel R geht; PD wird mit NN' parallel, und schneidet sie nirgends. Wenn man aber die Parabel als Grenze aller Ellipsen ansieht, so kann man annehmen, daß die unendlich gewordene Linie PD die Hälfte der unendlichen Axe RA sei.

Die eben angeführten Sätze von den Diametern der Kegelschnitte reichen 17
hin, um folgenden, bei Erläuterung des dritten Keplerschen Gesetzes der Planetenbewegung (S. 1353 Nr. 28) unbewiesen gebliebenen Satz, zu beweisen.

Wenn sich zwei Körper in zwei verschiedenen Kegelschnitten um denselben Brennpunkt bewegen; und wenn sich die Wirkungen der Centralkraft umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen verhalten: so verhalten sich die beschriebenen Sektoren wie die Quadratwurzeln der Parameter der beiden Hauptaxen.

Es seien, Tafel XXXV, D. Fig. 236, ABPA und A'B'P'A' zwei verschiedene Ellipsen in denen sich die beiden Körper bewegen. Die beiden Ellipsen sind der Deutlichkeit wegen neben einander gezeichnet; sie müssen aber so gedacht werden, als läge die kleinere in der größeren, und zwar in der Weise, daß S' auf S liegt, und die Axe S'A' einen Theil der Axe SA bedeckt.

PX ist auf Nn und pU auf SP senkrecht; ebenso P'X' auf n'N' und p'U' auf S'P'. Es seien ferner q und q' die Parameter der beiden großen Axen; CB die halbe kleine Axe.

Zieht man zu beiden Diametern Nn und Pv ihre Tangenten PFZ und nZ, und parallel mit PF die Linie pli: so ist Pp ein kleiner Bogen, den der Körper in einer unendlich kleinen Zeit t beschreibt; indem ihn die Centrifugalkraft während dieser Zeit mit einförmiger Bewegung längs der Tangente PF hintreiben, und die Centripetal- oder Anziehungskraft von S ihn in derselben Zeit mit einförmig beschleunigter Bewegung um das Stück Pl nach S hinbringen würde.

Man hat nun zuerst:

1) $(q \,.\, PI) : (q \,.\, Pi) = PI : Pi = PD : PC = AC : PC;$

denn es ist (vergl. obige Gleichung M') PD = AC:

2) $(q \,.\, Pi) : (vi \,.\, Pi) = q : vi.$

Da pi die Ordinate des Diameters vP ist, so hat man nach der Gleichung C' auf S. 2111:

Digitized by Google

$$pi^2 = \frac{Nn^2}{vP^2} \cdot (vi \,.\, Pi) = \frac{CN^2}{PC^2} \quad (vi \,.\, Pi);\ \text{daher}$$

3) $(vi \,.\, Pi) : pi^2 = PC^2 : CN^2.$

Die Dreiecke pIU und PDX sind ähnlich, weil sie beide rechte Winkel haben, und weil die Winkel DIp oder UIp und IDX oder PDX als Wechselwinkel gleich sind, daher ist:

4) $pI : pU = PD : PX.$

Wenn aber die Punkte p und P unendlich nahe kommen, so ist pI = pi, so ist auch:

5) $pi : pU = PD : PX$; also auch $pi^2 : pU^2 = PD^2 : PX^2.$

Da aber nach Gleichung M' (S. 2115) PD = AC, so ist:

6) $pi^2 : pU^2 = AC^2 : PX^2.$

Es ist ferner das Parallelogramm CPZn, welches von den beiden Tangenten der beiden konjugirten Diameter, nämlich von PZ und Zn gebildet wird, und Cn = CN zur Basis, und PX zur Höhe hat, gleich dem Rektangel aus den beiden halben Axen CA und CB (vergl. S. 2114 Gleichung J'), also:

$CN \cdot PX = AC \cdot CB$; also: $AC : PX = CN : CB$; also:

7) $AC^2 : PX^2 = CN^2 : CB^2$; oder nach 6, $pi^2 : pU^2 = CN^2 : CB^2.$

Multiplizirt man nun die Gleichungen bei 1, 2, 3 und 7, in ihren Sätzen nach der Ordnung mit einander, und läßt die gemeinschaftlichen Faktoren fort, so hat man:

$$\begin{aligned}
(q \cdot PI) &: (q \cdot Pi) = AC : PC \\
(q \cdot Pi) &: (vi \cdot Pi) = q : vi \\
(vi \cdot Pi) &: (pi^2) = PC^2 : CN^2 \\
(pi^2) &: (pU^2) = CN^2 : CB^2
\end{aligned}$$

8) $(q \cdot PI) : (pU^2) = (AC \cdot q \cdot PC^2) : (PC \cdot vi \cdot CB^2)$

Da nun der ganze Parameter die dritte Proportionallinie zur ganzen großen und zur ganzen kleinen Axe ist (vergl. S. 1202 Nr. 10), so ist der halbe Parameter die dritte Proportionallinie zur halben großen Axe AC und zur halben kleinen Axe CB; daher $AC \cdot \frac{1}{2}q = CB^2$; dadurch wird die Proportion 8 zu folgender:

9) $(q \cdot PI) : (pU^2) = (2CB^2 \cdot PC^2) : (PC \cdot vi \cdot CB^2)$

Dividirt man die beiden letzten Sätze mit CB^2 und PC, so hat man:

10) $(q \cdot PI) : (pU^2) = 2PC : vi$; oder $(q \cdot PI) : pU^2 = Pv : vi.$

Da nun Pi unendlich klein angenommen wird, so ist vi = Pv; also auch

11) $q \cdot PI = pU^2$; oder $PI = \frac{pU^2}{q}$

Auf ähnliche Art findet man in der kleineren Ellipse:

12) $P'I' = \frac{p'U'^2}{q'}$

Digitized by Google

Bezeichnet man nun die Wirkung der Centralkraft in P mit f, und in P' mit f': so verhalten sich diese Wirkungen wie PI : P'I', oder:

$$13)\quad f : f' = PI : P'I'.$$

Es ist ferner angenommen, daß diese Wirkungen sich umgekehrt verhalten, wie die Quadrate der Entfernungen; diese Entfernungen sind aber SP und S'P'; daher:

$$14)\quad f : f' = S'P'^2 : SP^2$$

Aus 13 und 14 folgt: 15) $S'P'^2 : SP^2 = PI : P'I'$.

Aus 11 und 12 erhält man: 16) $S'P'^2 : SP^2 = \frac{pU^2}{q} : \frac{p'U'^2}{q'}$

folglich auch $S'P' : SP = \frac{pU}{\sqrt{q}} : \frac{p'U'}{\sqrt{q'}}$; oder $\frac{S'P' \cdot p'U'}{\sqrt{q'}} = \frac{SP \cdot pU}{\sqrt{q}}$

daher 17) $(SP \cdot pU) : (S'P' \cdot p'U') = \sqrt{q} : \sqrt{q'}$

oder 18) $(\frac{1}{2}SP \cdot pU) : (\frac{1}{2}S'P' \cdot p'U') = \sqrt{q} : \sqrt{q'}$

Nun sind SP und S'P' die Grundlinien, und pU und pU' die Höhen der unendlich kleinen Dreiecke SPp und S'P'p'; es sind daher die beiden Größen $\frac{1}{2}SP \cdot pU$ und $\frac{1}{2}S'P' \cdot p'U'$ die kleinen Dreiecke oder die in der Zeit beschriebenen Sektoren; und diese verhalten sich daher, nach 18, wie die Quadratwurzeln der Parameter.

Betrachtet man nun in beiden Bahnen oder Ellipsen solche Sektoren, die in gleichen Zeiten beschrieben werden, so bestehen sie aus lauter unendlich kleinen Dreiecken, von denen jedes in der einen Ellipse zu jedem entsprechenden in der andern das angegebene Verhältniß hat; es verhalten sich also auch die beiderseitigen entsprechenden Sektoren auf dieselbe Weise.

Der obige Beweis gilt zwar eigentlich nur für Ellipsen. Aber aus 18
den obigen Betrachtungen der Kegelschnitte (vergl. S. 2082 bis S. 2100) ist es bekannt, daß die Hyperbel bei gehöriger Veränderung der Linien und Zeichen dieselben Größenverhältnisse ergiebt. Die Parabel ist aber eine Ellipse mit unendlicher Axe; daher läßt sich der obige Satz auch auf sie anwenden.

Nimmt man nun den eben bewiesenen Satz mit den oben (S. 1328 bis S. 19
1354) über die Planetenbahnen gegebenen, und mit denjenigen zusammen, welche zur Erläuterung der Refraktionstabellen (S. 1704 bis S. 1753) bewiesen worden; so ergeben sich die im folgenden Paragraphen zusammengestellten Gesetze als die wichtigsten für die Bewegungen in den Kegelschnitten.

§. 307. Allgemeine Gesetze für die Bewegungen in den Kegelschnitten.

Wenn ein Körper ein für allemal einen Stoß in einer beliebigen Richtung 1
erhält (welche nur nicht durch den Kraftpunkt der Centralkraft geht); und wenn er zugleich durch eine Centralkraft beständig nach deren Kraftpunkt hingezogen

Digitized by Google

oder getrieben wird, so verhalten sich die vom Vektor beschriebenen Räume wie die dazu gebrauchten Zeiten.

2 Wenn man für zwei beliebige Punkte der Bahn die Tangenten zieht, und auf dieselben aus dem Kraftpunkte senkrechte Linien fällt: so verhalten sich diese umgekehrt wie die Geschwindigkeiten in den beiden genannten Punkten.

3 Die Winkelgeschwindigkeiten verhalten sich umgekehrt, wie die Quadrate der Vektoren, oder der Entfernungen des Körpers vom Kraftpunkte; also ist die Geschwindigkeit in der größten Entfernung am kleinsten, und in der kleinsten Entfernung am größten.

4 Wenn die Bahn eine geschlossene Linie bildet, und wenn man aus dem Kraftpunkte einen Kreis beschreibt, dessen Flächeninhalt dem Flächeninhalte der Bahn gleich ist: so schneidet die Peripherie des Kreises die Bahnperipherie an solchen Stellen, wo die wahre Winkelgeschwindigkeit der mittleren gleich ist.

5 Ist die Bahn geschlossen und symmetrisch: so erfordert der Weg von einer Apside zur andern die halbe Zeit des ganzen Umlaufs; und die Zeit, die der Körper braucht, um von einem beliebigen Punkte der Bahn zum entgegengesetzten zu kommen, ist größer oder kleiner als die Zeit des halben Umlaufs, je nachdem der Weg durch die obere oder untere Apside geht.

6 Wenn die Bahn ein Kegelschnitt ist, dessen Brennpunkt zugleich der Kraftpunkt ist: so verhält sich die Centralkraft immer umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung oder des Vektors.

7 Die Wirkung der Centripetal- und der Centrifugalkraft in einem gegebenen Punkte der Bahn kann bestimmt werden, wenn man sich vorstellt: die Centripetalkraft oder Centralkraft nehme nicht näher an dem Kraftpunkte zu, sondern sie bleibe unverändert, so wie sie in der gegebenen Entfernung ist, und der Körper falle, vermöge derselben, bis zum Kraftpunkte, also mit einförmig beschleunigter Bewegung. Auf diese Weise erhält der Körper eine gewisse letzte Geschwindigkeit, welche von der anfänglichen und fortgesetzten Beschleunigung abhängt. Diese letzte Geschwindigkeit läßt sich mit derjenigen vergleichen, welche die Centrifugalkraft dem Körper in dem gegebenen Punkte mittheilt. *Diese Geschwindigkeit ist in der Ellipse immer kleiner als jene; in der Hyperbel größer; in der Parabel sind beide gleich.*

8 Wenn zwei Körper sich in zwei Kegelschnitten um denselben Kraftpunkt bewegen, der zugleich ein Brennpunkt beider Kegelschnitte ist; und wenn sich die Wirkungen der Centralkraft umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen verhalten: so beschreiben die Vektoren in gleichen Zeiten solche Sektoren, die sich verhalten wie die Quadratwurzeln der Parameter der Hauptaxen bei den Kegelschnitten.

9 Es verhalten sich die absoluten Geschwindigkeiten beider Körper, zu allen Zeiten und in allen Stellen, *gerade* wie die Quadratwurzeln der Parameter der Hauptaxen; und *umgekehrt*, wie die senkrechten Linien, welche aus dem Kraftpunkte auf die Tangenten zu den gewählten Punkten gefällt werden.

10 Sind beide Bahnen Ellipsen, so stehen die Flächen der Bahnen im zusammengesetzten Verhältnisse der Quadratwurzeln der Parameter und der einfachen

Digitized by Google

Umlaufszeiten. Die Quadratzahlen der Umlaufszeiten verhalten sich aber wie die Kubikzahlen der Hauptaxen.

Die beiden letzten Sätze finden sich S. 1353 Nr. 28 bewiesen.

§. 308. Allgemeine Sätze von den algebraischen Kurven verschiedener Ordnungen.

Eine veränderliche Größe y, die auf irgend eine Art durch eine andere 1
veränderliche Größe x, und durch beständige Größen bestimmt ist, heißt eine algebraische Funktion, wenn die Potenzen und Wurzeln von x, welche vorkommen, beständige Exponenten haben. Kommen dagegen bei den bestimmenden Größen veränderliche Exponenten, und damit zusammenhängende Logarithmen vor, so heißt y eine transszendente Funktion, d. h. eine solche, deren Bestimmung die sechs gewöhnlichen Operationen der Algebra, Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzerhebung und Wurzelausziehung ohne Logarithmen, überschreitet. Solche krumme Linien nun, deren Koordinatengleichungen algebraische Funktionen ergeben, heißen algebraische Kurven; solche, deren Koordinatengleichungen veränderliche Exponenten enthalten, werden dagegen transszendente Kurven genannt.

Wenn zwischen den Koordinaten x und y eine algebraische Gleichung 2
stattfindet: so gehört zu jedem x eine bestimmte Menge von y; nämlich so viele, als y in der Gleichung Dimensionen oder Abmessungen hat, oder der höchste Exponent Einheiten enthält; steigt z. B. in einer Koordinatengleichung y auf die n. Potenz, so gehören zu jedem bestimmten Werthe, den x hat, n Werthe von y, von denen vielleicht mehrere unmöglich sind. Es kann aber auch zuweilen x als eine Funktion von y betrachtet werden, und dann gehören auch zu einem y mehrere x, wenn x auf eine höhere Potenz steigt. Wenn 2, oder 3, oder 4, u. s. w. Werthe von y zu jedem x gehören, so sagt man: y sei eine zweiförmige, dreiförmige, vierförmige, u. s. w. Funktion.

Kann man dagegen nachweisen, daß zu einem x eine größere Menge von y, als deren Zahl man angeben kann, oder unzählig viele y gehören, so ist y eine transszendente Funktion.

Eine algebraische Linie heißt von der zweiten, dritten, vierten, 3
u. s. w. Ordnung, je nachdem die Gleichung auf den ersten zweiten, dritten, vierten, u. s. w. Grad steigt. Die Gleichung selbst heißt aber bekanntlich dann vom n. Grade, wenn die höchste Potenz von x, oder diejenige von y, oder von beiden zugleich den Exponenten n hat; oder wenn Produkte von x und y in der Gleichung vorkommen, in denen die Dimensionen oder Abmessungen von x und y zusammengerechnet n ausmachen, aber nicht überschreiten. Die gerade Linie gehört, wie schon oben gezeigt (vergl. S. 1729 Nr. 33), zur ersten Ordnung.

Wenn man senkrecht auf den Diameter AB eines Kreises, Tafel XXXV, 4

Digitized by Google

D, Fig. 237, in B die Tangente BC in beliebiger Länge errichtet; wenn man nach beliebigen Punkten H, D, u. s. w. dieser Tangente, vom andern Endpunkte A des Diameters gerade Linien, AH, AD, u. s. w. zieht, welche die Peripherie des Kreises in I, E, u. s. w. schneidet; wenn man ferner die Länge der Theile AI, AE, u. s. w, d. h. die Theile der Linien AH, AD, u. s. w., welche Sehnen des Kreises darstellen, rückwärts von H und von D nach A hin absetzt, so daß HF = AI, DG = AE; wenn endlich die Punkte A, F, G, u. s. w. durch eine krumme Linie verbindet: so heißt diese Kurve AFG die Cissoide.

5 Um die Gleichung der Cissoide zu finden, sei AM = x, MF = y, und AB = 2r; man zieht FM und IL senkrecht auf AB, und IK senkrecht auf BC. Weil durch die Konstruktion AI = HF, so ist AI — FI = HF — FI, d. h. AF = IH. Die Dreiecke AMF und IKH sind kongruent; wegen des Parallelismus von AM und IK, FM und HK, wegen der rechten Winkel bei M und K, der korrespondirenden Winkel bei A und I, und weil AF = IH. Man hat also:

IK = AM = LB = x. Die Differentialgleichung des Kreises giebt (vergl. S. 1194 Nr. 6) $y = \pm \sqrt{(2rx - x^2)}$.

Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke AMF und ALI, und aus der Gleichung des Kreises hat man, da auch LI die mittlere Proportionallinie zwischen den Abschnitten des Diameters ist:

AM : MF = AL : LI = LI : LB; folglich AM : MF = LI : LB; oder

$$\text{I)}\quad x : y = \sqrt{(2rx - x^2)} : x;\ \text{also}\ x^2 = y \cdot \sqrt{(2rx - x^2)}$$

$$x^4 = y^2 \cdot x(2r - x);\ x^3 = y^2 \cdot (2r - x);\ y^2 = \frac{x^3}{(2r - x)}$$

oder wenn man 2r = a setzt:

$$\text{II)}\quad y^2 = \frac{x^3}{a - x};\ y = \pm \sqrt{\left(\frac{x^3}{a - x}\right)}$$

Die Cissoide ist also eine Linie von der dritten Ordnung, und der Durchmesser AB = a als die Abszissenlinie theilt sie in zwei ähnliche Hälften. Dies läßt sich nicht allein an dem doppelten Zeichen vor der Wurzelgröße, sondern auch daran erkennen, daß man ganz dieselbe Konstruktion mit dem Halbkreise auf der andern Seite des Durchmessers machen kann.

6 Eine verneinte Abszisse, oder eine bejahte, die größer als a wäre, gäbe das Quadrat der Ordinate als eine verneinte Größe, also einen unmöglichen Werth; daher befindet sich von der Cissoide weder Etwas unter A, noch Etwas über B.

7 Für x = 0 ist auch y = 0. Auch wächst y mit x, weil dann der Dividendus x^3 wächst, und der Divisor, da x stets kleiner als a bleibt, immer abnimmt. Die Kurve geht also mit dem Schenkel AFG ohne Ende weiter von AB weg, und näher nach BC, erreicht dieselbe aber nie; daher ist BC ihre Asymptote.

8 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 238, die gerade Linie AB ihrer Lage nach

Digitized by Google

gegeben, und außerhalb derselben der feste Punkt C. Aus C zieht man durch AB einige gerade Linien von unbestimmter Länge, unter ihnen CG senkrecht, und schneidet von denselben gleiche Theile über und unter AB ab, so daß $HG = IE = KF$, oder $HG' = IE' = IF'$. Durch die Punkte G, E, F, G', E', F' zieht man eine krumme Linie; diese Kurve heißt die Konchoide, oder Muschellinie.

Man kann sich auch vorstellen, die Linie CG bewege sich um den Punkt C, und in ihr bewege sich ein Punkt G oder G', so daß er von dem Orte, wo CG die AB schneidet, immer gleich weit entfernt bleibt. Man sieht sogleich ein, daß AB die Asymptote sowohl der obern als der untern Konchoide ist.

Es sei $HG = a$, $CH = b$, $HL = x$, $LE = y$; alsdann hat man in der 9
obern Konchoide

$$mE^2 = IE^2 - Im^2;\ mE^2 = HG^2 - HL^2;\ \text{oder}\ mE^2 = a^2 - x^2;\ \text{also}$$

$$mE = \sqrt{(a^2 = x^2)}.$$

Es ist ferner $Im : mE = CL : LE$; oder $x : \sqrt{(a^2 - x^2)} - b + x : y$; daher:

$$\text{III)}\quad y = \frac{(b + x) \cdot \sqrt{(a^2 - x^2)}}{x};\ \text{oder}\ y^2 = \frac{(b + x)^2 \cdot (a^2 - x^2)}{x^2}$$

In der untern Konchoide sei ebenfalls $HG' = a$, $CH = b$, $HL' = x$, $L'E' = y$; alsdann ist:

$$m'I^2 = IE'^2 - m'E'^2;\ m'I^2 = G'H^2 - HL'^2;\ \text{oder}\ m'I^2 = a^2 - x^2$$

Es ist ferner $m'E' : m'I = CL' : L'E' = x : \sqrt{(a^2 - x^2)} = (b - x) : y$; daher:

$$\text{IV)}\quad y = \frac{(b - x) \cdot \sqrt{(a^2 - x^2)}}{x};\ \text{oder}\ y^2 = \frac{(b - x)^2 \cdot (a^2 - x^2)}{x^2}$$

Diese Gleichung für die untere Konchoide weicht also von derjenigen für die obere bei III nur durch das — Zeichen zwischen b und x ab; man hat daher für beide Konchoiden zusammen:

$$\text{V)}\quad y^2 = \frac{(b \pm x)^2 \cdot (a^2 - x^2)}{x^2}$$

wo das + für die obere, — für die untere Konchoide gilt. Die Abszissen sind auf CG genommen, welche auf AB senkrecht steht, und der Ursprung der Koordinaten ist in G.

Wenn $x = 0$, so ist $y = \infty$; daher ist AB die Asymptote der Konchoide.

Da $y = \frac{(b \pm x)}{x} \cdot \pm \sqrt{(a^2 - x^2)}$, so gehören zu jedem x zwei gleiche 10
und entgegengesetzte y, so daß CG die Konchoide in zwei ähnliche Hälften theilt.

Aus der letzten Gleichung für y sieht man, daß x nicht größer werden darf 11
als a, weil sonst eine unmögliche Quadratwurzel entsteht. Man kann dieses auch in der Konstruktion erkennen; denn $IE = HG = a$ ist entweder die Hypotenuse in dem Dreiecke mEI, also größer als $Im = HL = x$; oder es kommt bei der Drehung IE bis in die Lage GH, und da ist es $= a$.

Digitized by Google

12 Man kann jede Gleichung zwischen zwei veränderlichen Größen durch Linien ausdrücken oder konstruiren.

Man drückt nämlich die bekannten oder beständigen Größen durch Zahlen aus, giebt dem x nach und nach verschiedene Werthe, und sucht die dazu gehörigen Werthe in Zahlen. Man zieht darauf eine beliebige Direktrisse oder Abszissenlinie, und nehme in derselben einen beliebigen Punkt zum Ursprunge der Koordinaten. Die angenommenen Werthe von x trägt man als Abszissen auf diese Direktrisse vom angenommenen Punkte aus; am Ende jeder Abszisse errichtet man eine senkrechte Linie, als Ordinate, und macht sie dem zur Abszisse gehörigen Werthe von y gleich. Hat man auf solche Weise eine hinreichende Menge von Koordinaten erhalten, so zieht man durch die Enden der Ordinaten eine krumme Linie; diese Kurve drückt dann die gegebene Gleichung aus.

13 Beispiel.

Es sei $y^3 = ax^2$. Man setzt $a = 10$; alsdann ist $y^3 = 10x^2$, oder $y = \sqrt[3]{10x^2}$. Nimmt man nun für x folgende Werthe, so wird y zu folgenden Größen:

$x = 0$ giebt $y = \sqrt[3]{10 \cdot 0} = \sqrt[3]{0} = 0$;

$x = 1$ giebt $y = \sqrt[3]{10 \cdot 1} = \sqrt[3]{10} = 2{,}1544$;

$x = 2$ giebt $y = \sqrt[3]{10 \cdot 4} = \sqrt[3]{40} = 3{,}4200$;

$x = 3$ giebt $y = \sqrt[3]{10 \cdot 9} = \sqrt[3]{90} = 4{,}4814$;

2c. 2c.

Man nimmt alsdann, Tafel XXXV, D, Fig. 239, AB zur Direktrisse, und macht nach irgend einem gleichtheiligen Maaßstabe:

$AC = 1$, $CD = 2{,}1544$; $AE = 2$, $EF = 3{,}4200$; $AG = 3$, $GH = 4{,}4814$ 2c.

Zieht man nun die Kurve AH durch die Punkte D, F, H u. s. w., so stellt dieselbe die Gleichung $y = \sqrt[3]{10x^2}$, oder $y^3 = 10x^2$ dar. Anstatt 10 kann der beständigen Größe auch jeder andere bestimmte Werth beigelegt werden.

14 Will man die algebraischen Linien verschiedener Ordnungen als ein vollständiges System darstellen: so gehört die gerade Linie zur ersten Ordnung, und sie ist die einzige ihrer Art (vergl. S. 1729 Nr. 33); jede Gleichung des ersten Grades kann also, wenn sie nur überhaupt einen möglichen Werth darstellt, vermittelst der geraden Linie konstruirt werden.

Die krummen Linien fangen also bei der zweiten Ordnung an; die n. Ordnung der algebraischen Linien überhaupt ist also die $(n - 1)$. Ordnung der krummen Linien überhaupt.

15 Außer den verschiedenen Ordnungen werden die algebraischen Linien noch in ihre verschiedenen Gattungen eingetheilt. Zu einer und derselben Gattung gehören alle die Linien, deren Gleichungen sich

Digitized by Google

durch nichts Anderes als durch die Exponenten der Potenzen von x und y unterſcheiden. Man pflegt eine ſolche Gattung durch eine allgemeine Gleichung auszudrücken, in welcher die Exponenten unbeſtimmt gelaſſen werden, während die Form und Zahl der Glieder die Gattung anzeigt.

Beiſpiele.

1) $y^m = a^n \cdot x^{m-n}$ iſt die allgemeine Gleichung der Parabeln.

Im zweiten Gliede machen beide Exponenten $n + m - n = m$ aus. Welche Werthe alſo auch m und n haben mögen, ſo werden die Dimenſionen oder Exponentenſummen beiderſeits gleich ſein. Es ſei $m = 2$, $n = 1$, ſo hat man $y^2 = ax$, welches die gemeine Parabel iſt, wenn man unter a den Parameter verſteht (vergl. S. 1199 Nr. 6). Es ſei $m = 3$, $n = 2$, ſo iſt $y^3 = a^2x$; es ſei $m = 3$, $n = 1$, ſo iſt $y^3 = ax^2$; beides ſind kubiſche Parabeln, oder von der dritten Ordnung.

2) $y^m = a^n x^{m-n} - x^m$ iſt die allgemeine Gleichung für die Gattung der Kreiſe.

Iſt $m = 2$, $n = 1$, ſo hat man: $y^2 = ax - x^2$, der gemeine Kreis (vergl. S. 1194 Nr. 6). Iſt $m = 3$, $n = 2$, ſo iſt $y^3 = a^2x - x^3$; iſt $m = 3$, $n = 1$, ſo iſt $y^3 = ax^2 - x^3$; beides ſind kubiſche Kreiſe, oder Kreiſe von der dritten Ordnung. Solche Kreiſe von höheren Ordnungen haben aber nicht die runde Figur, und auch nicht die andern Eigenſchaften des gemeinen Kreiſes.

3) $y^m = p^n x^{m-n} - \left(\frac{p}{a}\right) x^m$ iſt die allgemeine Gleichung für die Gattung der Ellipſen.

Es ſei $m = 2$, $n = 1$, ſo iſt $y^2 = px - \frac{px^2}{a}$, die gemeine Ellipſe (vergl. S. 1199 Nr. 6). Der Bruch $\frac{p}{a}$ beſteht aus beſtändigen Größen, bildet alſo keine Dimenſion im obigen Sinne, welche nur bei den Veränderlichen gezählt wird.

4) $y^m = p^n x^{m-n} + \left(\frac{p}{a}\right) x^m$ iſt die allgemeine Gleichung für die Gattung der Hyperbeln.

Es ſei $m = 2$, $n = 1$, ſo iſt $y^2 = px + \frac{px^2}{a}$, die gemeine Hyperbel (vergl. S. 1199 Nr. 6).

5) $x^n \cdot y^m = a^{m+n}$ iſt die allgemeine Gleichung für die Gattung der Hyperbeln zwiſchen ihren Aſymptoten. Wenn $m = 1$ und $n = 1$, ſo iſt $xy = a^2$ für die gemeine Hyperbel zwiſchen den Aſymptoten (vergl. S. 2092 Nr. 15 u. 16).

Wie man bei den Berechnungen des Kreiſes den Radius deſſelben gleich 1 16
zu ſetzen pflegt, ſo wird bei den Gleichungen der Kurven überhaupt ſehr oft der Parameter, oder eine andere beſtändige Größe gleich 1 geſetzt. Die arithmetiſchen Operationen erhalten dadurch in vielen Fällen eine große Erleichterung.

Digitized by Google

17 Kommt bei der Gleichung einer krummen Linie eine beständige Größe vor, die sonst keinen besondern Namen hat, so kann sie **Parameter** genannt werden; welcher Name alsdann eine viel weitere Bedeutung als bei den Kegelschnitten hat. Ist z. B. $y^3 = axy + 4x^3$ die Gleichung einer Kurve, so ist a der Parameter derselben. Kommen in einer solchen Gleichung mehrere beständige Größen vor, wie a, b, c, so kann man setzen $b = ma$, $c = na$, wo dann m und n gewisse Zahlen bezeichnen. Es lassen sich also alle Parameter derselben Kurve auf eine einzige reduziren.

18 Wie sehr auch die Gleichung einer Kurve verändert, und wie auch die Lage der Koordinaten einer Kurve beschaffen sein mag, so bleibt dennoch jede krumme Linie so an ihre Ordnung gebunden, daß das Verhältniß der Koordinaten stets durch eine Gleichung vom selben Grade ausgedrückt wird.

19 Wie für die einzelnen Gattungen, so lassen sich auch für **die einzelnen Ordnungen** der Linien **allgemeine Gleichungen** aufstellen:

1) $a + by + cx = 0$ ist **die allgemeine Gleichung der Linien der ersten Ordnung**, oder der geraden Linien.

2) $a + by + cx + dy^2 + exy + fx^2 = 0$ ist **die allgemeine Gleichung der Linien der zweiten Ordnung.**

3) $a + by + cx + dy^2 + exy + fx^2 + gy^3 + hxy^2 + ix^2y + kx^3 = 0$ ist **die allgemeine Gleichung der Linien der dritten Ordnung.**

Diese allgemeinen Gleichungen kann man nun leicht nach dem binomischen Satze, namentlich nach der S. 515 Nr. 11 dargestellten Reihenfolge der Potenzen, weiter bilden. Zu dieser Bildung ist das sogenannte **analytische** oder **algebraische Dreieck** erfunden:

$$\begin{array}{ccccc} & & a & & \\ & & by & cx & \\ & & dy^2 & exy & fx^2 \\ & gy^3 & hxy^2 & ix^2y & kx^3 \\ ly^4 & & mxy^3 & nx^2y^2 & px^3y \quad qx^4. \end{array}$$

Man sieht leicht, wie es beliebig fortgesetzt werden kann; jede horizontale Reihe giebt Potenzen von einerlei Grad, und wie der Exponent von y abnimmt, nimmt derjenige von x zu. Die schiefliegenden Seiten geben in der einen Richtung die Aufeinanderfolge der Potenzen einer Veränderlichen; in der andern Richtung die Glieder, in denen die gleichen Potenzen der Veränderlichen enthalten sind.

Eine **Aufgabe** heißt **unbestimmt**, wenn die Gleichung, durch welche sie aufgelöst wird, zwei oder mehr unbekannte Größen enthält. Sind nur **zwei** darin enthalten, so läßt sich die Gleichung dieser unbestimmten Aufgabe durch eine Linie konstruiren, und diese Linie heißt dann **der geometrische Ort** dieser Aufgabe.

Digitized by Google

§. 309. Allgemeine Sätze von den transſzendenten Kurven.

Wenn eine veränderliche Größe y ſo durch eine andere veränderliche x be- 1
ſtimmt wird, daß ſich zwiſchen beiden keine algebraiſche Gleichung (vrgl. S. 2119 Nr. 1 u. 2) geben läßt: ſo heißt y eine transſzendente Funktion von x.

Es gehört alsdann auch zu einem x eine größere Menge von y, als de-
ren Zahl angegeben werden könnte. Eine Linie heißt transſzendent, wenn ihre Punkte durch transſzendente Funktionen beſtimmt werden. Es giebt in ihnen für jede Abſziſſe unzählig viele Ordinaten. Die transſzendenten Funktionen enthalten nämlich veränderliche Exponenten der veränderlichen Größen (vergl. S. 2119 Nr, 2).

Eine transſzendente Linie iſt alſo eine Linie von einer unendlichen 2
Ordnung anzuſehn; obgleich viele von den unzähligen Ordinaten unmögliche ſein können.

Es ſei die krumme Linie, Tafel XXXV, D, Fig. 232, von der n. Ordnung; 3
man will wiſſen, in wie viel Punkten aufs höchſte ſie von einer gegebenen geraden Linie PMN geſchnitten werden kann.

Man ſtelle ſich eine Reihe von Koordinaten vor, welche mit der geraden Linie PMN parallel gehen, und ſuche die Gleichung der krummen Linie für dieſelben, und die Abſziſſe AP auf einer willkürlichen Abſziſſenlinie. In dieſer Gleichung kann keine höhere Potenz von y als die n. enthalten ſein (vergl. S. 2119 Nr. 2). Es kann alſo die Abſziſſe AP nicht mehr als n Ordinaten haben; folglich kann auch keine gerade Linie die Kurve in mehr als n Punkten ſchneiden.

Hieraus folgt, daß eine transſzendente Linie, welche gleichſam von einer unendlichen Ordnung iſt, auch in unzählig vielen Punkten von einer geraden Linie geſchnitten werden kann.

Läßt ſich umgekehrt von einer Kurve beweiſen, daß ſie von einer geraden 4
Linie in unzählig vielen Punkten geſchnitten werden kann, ſo iſt damit dargethan, daß die Kurve eine transſzendente Linie iſt. Weil die Berechnung der transſzendenten Größen durch Logarithmen geſchieht, ſo heißen die transſzendenten Linien auch logarithmiſche Linien. Die beiden am häufigſten vorkommenden transſzendenten Linien ſind die Spirallinie oder Schneckenlinie, und die Radlinie oder Cykloide.

Die bisher betrachteten Kurven hatten ihre Ordinaten parallel; bei der 5
Spirallinie entſpringen die Ordinaten ſämmtlich aus einem Punkte, und bilden daher einen veränderlichen Winkel.

Stellt man ſich vor, daß ſich eine gerade Linie um einen unverrückten Punkt 6
in einer Ebene herumdreht, und daß ein beweglicher Punkt, welcher in derſelben geraden Linie allmälig ſeine Lage ändert, eine krumme Linie beſchreibt: ſo heißt der unverrückte Punkt der Pol der krummen Linie. Der Theil der geraden Linie vom Pole bis zum beweglichen Punkte iſt ein Vektor; der Winkel den die gerade Linie ſeit dem Anfange ihrer Bewegung beſchrieben hat,

Digitized by Google

heißt der Polarwinkel; und eine auf solche Art beschriebene Kurve kann man Polarlinie nennen.

7 Es giebt zwei Arten der Spiral- oder Schneckenlinie: die gemeine, oder nach dem berühmten Griechischen Mathematiker Archimedes, welcher sie zuerst behandelte, die Archimedische Spirallinie genannt, die andere Art heißt die logarithmische Spirallinie.

8 Die gemeine oder Archimedische Schneckenlinie entsteht folgendermaaßen.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 240, A ein fester Punkt, um welchen sich die Linie AE mit gleichförmiger Bewegung dreht, und den Kreis EDGE beschreibt. In derselben Linie befinde sich der Punkt C, welcher vom Mittelpunkte A aus mit gleichförmiger Bewegung bis zur Peripherie des Kreises geht, so daß er dieselbe etwa in E erreicht.

Die Bewegung der Linie AE um den Punkt A heißt Winkelbewegung, und ist eine gleichförmige, wenn sie in gleichen Zeiten ihre Lage um gleiche Winkel ändert.

Es können nun zwischen der Winkelgeschwindigkeit der Linie AE und der Geschwindigkeit des Punktes C die verschiedensten Verhältnisse stattfinden.

Es kann z. B. ein solches sein, daß der Punkt C den Halbmesser AE in derselben Zeit durchläuft, in welcher sich dieser Radius selbst einmal um A bewegt, und den Kreis vollendet; alsdann bildet der krumme Weg des Punktes eine Spirallinie, wie die im ersten Kreise von Fig. 240.

Es kann aber auch das Verhältniß ein solches sein, daß der Punkt C schon dann in E die Peripherie erreicht, wenn der Radius AB sich erst bis zur Lage AE gedreht hat, wie im zweiten Kreise von Fig. 240.

Endlich kann das Verhältniß zwischen der Winkelgeschwindigkeit des Halbmessers AE und der Geschwindigkeit des Punktes C auf dem Radius ein solches sein, daß der Halbmesser AE zwei oder mehrmal die Peripherie beschreibt, ehe der Punkt C den Halbmesser einmal durchläuft. Dreht sich z. B. der Halbmesser zweimal von E durch D bis E, bevor der Punkt C einmal den Radius durchläuft, und die Peripherie bei E erreicht: so entsteht eine solche Spirallinie, wie im dritten Kreise von Fig. 240.

9 **Aufgabe.**

Eine Gleichung der Spirallinie zu finden.

Auflösung.

Da beide Bewegungen, durch welche die Spirallinie erzeugt wird, einförmig sind, so folgt, daß in der Zeit, da der Punkt D einen gewissen Theil, z. B. $\frac{2}{3}$ des Bogens BE (im mittleren Kreise der Fig. 240) durchläuft, der Punkt C zugleich einen ähnlichen Theil, z. B. $\frac{2}{3}$ des Halbmessers durchlaufen müsse, damit er in E eintrifft, wenn der Radius die Lage AE erreicht hat, es ist also:

$$BE : BD = AD : AC; \text{ oder } BE : AD = BD : AC.$$

Digitized by Google

Es ſei nun der bekannte Radius AD = r; der bekannte Bogen BE = c für den Radius 1, alſo für den Radius r iſt BE = rc; der Bogen oder Polarwinkel BD = φ für den Radius 1, alſo für den Radius r iſt BD = rφ.

Bezeichnet man nun den Vektor AC mit v, ſo iſt die obige Proportion:

I) $rc : r = r\varphi : v$; oder $c : 1 = r\varphi : v$; alſo $v = \frac{r}{c} \cdot \varphi$.

Sieht man den Quotienten $\frac{r}{c} = n$ als bekannt an, ſo iſt $v = n\varphi$.

Dies iſt die Gleichung für die gemeine Spirallinie. Je nachdem der Bogen BE kleiner, oder eben ſo groß, oder größer iſt, als die Peripherie, ſo iſt das Verhältniß $n = \frac{r}{c}$ größer, oder eben ſo groß, oder kleiner als das Verhältniß der Peripherie zum Radius.

Verlängert man im erſten Kreiſe der Fig. 240 die Spirallinie über die 10
Peripherie des Kreiſes hinaus, etwa bis M, und zieht den Vektor AM, und bezeichnet ſeinen Schnittpunkt mit der Peripherie durch P, ſeinen Schnittpunkt mit der Spirallinie innerhalb des Kreiſes ebenfalls wieder durch M, ſo hat man:

II) $360^\circ : \angle EAP = r : AM = r : v$; alſo $v = \frac{r}{360^\circ} \cdot \varphi$.

Da hier ſtatt des c in der Gleichung I die ganze Peripherie in die Proportion kommt, ſo wird das Verhältniß $\frac{r}{c} = \frac{r}{360^\circ}$, wie oben geſagt.

Setzt man AM = y, und den Bogen EP = x, und die Peripherie = p, 11
ſo hat man:

III) $p : x = r : y$; alſo $py = rx$; oder $y = \frac{rx}{p}$

Dies iſt ebenfalls eine Gleichung für die Schneckenlinie, bei welcher aber die Koordinatenbezeichnungen andre Werthe als bei den vorigen Linien haben, denn es iſt y = v der Vektor, und x = φ der Polarwinkel für dieſen Vektor.

Für x = 0 iſt auch y = 0. So lange x kleiner als p, iſt $y < r$; es 12
fällt daher M innerhalb des Kreiſes; für x = p iſt y = r, d. h. der Endpunkt des Vektors fällt in die Peripherie: für $x > p$ fällt M außerhalb des Kreiſes (ſiehe tiefer unten bei 15).

Wenn zwei Zeiten T und t, die beiden in ihnen beſchriebenen Winkel oder 13
Bogen S, s ſind, ſo hat man: T : t = S : s.

Bezeichnet man die Zeit des ganzen Umlaufs, oder des Weges durch den 14
ganzen Radius mit T; die Zeit, in welcher der Winkel EAP = x beſchrieben wird, mit t, ſo hat man T : t = p : x; aber auch nach Gleichung III, r : AM = p : x; oder r : y = p : x; daher:

IV) $T : t = r : y$; alſo $y = \frac{rt}{T}$

Nachdem die Linie AE ihren Umlauf vollendet hat, kann ſie ſich noch wei- 15
ter drehen; kommt ſie nun zum zweiten Male in die Lage AP, ſo iſt der Po-

Digitized by Google

larwinkel $360° + EAP$, und der zugehörige Bogen $= p + x$. Der bewegliche Punkt C kann ſeine Bewegung über das Ende des Radius hinaus verlängern, und alſo nun in dem äußern M ſein, das mit 2M bezeichnet werden mag; man hat alſo: $p : (p + x) = r : (A2M)$; oder $A2M = \frac{r \cdot (p + x)}{p} = r + \frac{rx}{p} = r + AM = y$.

Nach Vollendung des zweiten Umlaufs kann der Umlauf zum dritten Male wiederholt werden; und wenn die Linie zum dritten Male in die Lage AP kommt, ſo hat ſie den Polarwinkel $= 720° + EAP = 2p + x$ beſchrieben; der bewegliche Punkt muß ſich dann in 3M befinden, und es wird ſeine Entfernung von A oder der Vektor $y = 2r + AM$.

Man ſieht alſo im Allgemeinen, daß der bewegliche Punkt um die Länge $n \cdot r + AM$ von A entfernt ſein muß, wenn die Linie nach n vollendeten Umläufen zum $n + 1$. Mal in die Lage AP kommt, da aber n ſo groß werden kann als man will, ſo giebt es in einer Linie AP unzählig viele Punkte M, 2M, 3M u. ſ. f.

Sieht man nun den Bogen $EP = x$ als Abſziſſe an, und die jedesmalige Entfernung M, 2M, 3M u. ſ. f. als y oder Ordinate an: ſo gehört eine unendliche Menge y zu einem x; es iſt alſo (vergl. S. 2125 Nr. 1) die Spirallinie eine transſzendente Kurve.

16 Die Theile der Kurve ſelbſt, welche beim erſten, zweiten, dritten u. ſ. w. Umlaufe des Halbmeſſers beſchrieben werden, heißen zuweilen die erſte, zweite, dritte u. ſ. w. Spirallinie, genauer die erſte, zweite u. ſ. w. Windung derſelben.

17 Zwiſchen den beiden Geſchwindigkeiten des Punktes P auf der Peripherie, und des Punktes M auf dem Radius und deſſen Verlängerung, oder zwiſchen x und y kann man auch ein anderes Verhältniß annehmen, als das obige $p : r$; z. B. man kann ſetzen $y : x = \sqrt[m]{r^n} : \sqrt[m]{p^n} = y^m : x^m = r^n : p^n$; daher $r^n \cdot x^m = p^n \cdot y^m$, eine Gleichung, welche unzählig viele Spirallinien enthält.

18 Es beſchreibe, Tafel XXXV, D, Fig. 241, der Halbmeſſer AB einen Kreis mit gleichförmiger Bewegung um den Punkt A. In dieſem Halbmeſſer ſei ein Punkt D, der ſich dem Mittelpunkte A nähert, doch ſo, daß AD nach einer geometriſchen Progreſſion abnimmt; alsdann wird die vom Punkte D beſchriebene Kurve BDE eine logarithmiſche Spirallinie.

Es kann auch die Entfernung AD nach einer geometriſchen Progreſſion zunehmen; alsdann fällt die logarithmiſche Spirallinie außerhalb des Kreiſes.

Soll der Vektor AD nach einer geometriſchen Progreſſion abnehmen, deren Sätze ohne Ende abnehmen, ſo fällt die logarithmiſche Spirallinie niemals in ihren Pol, ſondern wendet ſich ohne Ende um denſelben herum. Wenn ſie außerhalb des Kreiſes fortgeſetzt wird, ſo windet ſie ſich ebenfalls ohne Ende um ihn herum, und breitet ſich immer weiter und weiter aus.

19 Weil der Bogen BC nach einer arithmetiſchen Progreſſion zunimmt, und

Digitized by Google

der Vektor nach einer geometrischen abnimmt, so ist (vergl. S. 534 Nr. 8, S. 539 Nr. 14 u. S. 541 Nr. 2):

V) $BC = \text{Log} \cdot AD$.

Es sei der Halbmesser $AB = r$; der Bogen $BC = \varphi$ für den Radius 1, also für den Radius r ist $BC = r\varphi$; es sei $AD = v$. Der natürliche Logarithmus von v sei lv, so ist der Logarithmus von $v = M\,lv$ in einem andern Systeme, welches M zum Modulus hat (vergl. S. 573 und S. 1149). Man hat also:

VI) $r\varphi = M\,lv$; ist $r = 1$ und $M = 1$, so hat man $lv = \varphi$.

Es werde, Tafel XXXV, D, Fig. 242, ein Kreis α in einer Ebene längs 20
einer geraden Linie AB so gerollt, daß er dieselbe beständig berührt. Während dieser Bewegung wird jeder bestimmte Punkt des Umkreises, wie E' oder C, auf der Ebene eine krumme Linie beschreiben, welche die einfache Cykloide, oder einfache Radlinie heißt. Um diese Linie ganz zu erhalten, muß man den Kreis so lange rollen, bis der beschreibende Punkt, welcher die gerade Linie im Anfange bei A berührte, sie wieder in B berührt. Eine solche Linie beschreibt z. B. jeder Nagel am Umfange eines Wagenrades, wenn der Wagen gerade fortfährt; daher der Name der Radlinie.

Die gerade Linie AB heißt die Basis der Cykloide; die senkrechte Linie CD, welche gerade über der Mitte von AB steht, heißt die Axe; der Kreis α heißt der beschreibende oder erzeugende Kreis. Er hat die Axe CD zum Diameter. Der Punkt E' heißt der beschreibende Punkt; der Punkt C ist der Scheitel der Cykloide.

Während der Kreis α, Tafel XXXV, D, Fig. 243, mit dem Ende C oder 21
E seines Halbmessers αC oder KE die einfache Cykloide ACB beschreibt, möge der verlängerte Halbmesser αI oder KL ebenfalls eine krumme Linie GLIH beschreiben; diese wird dann die verkürzte Cykloide genannt, weil die Basis GH in Vergleich mit dem Umfange der krummen Linie kürzer ist, als bei der einfachen Cykloide. Es ist hierbei der erzeugende Kreis nicht mehr der Kreis α, sondern ein größerer, dessen Radius αI oder KL, und dessen Durchmesser die Axe IF ist.

Während der Kreis α, Tafel XXXV, D, Fig. 244, mit dem Ende C seines 22
Halbmessers αC die einfache Cykloide ACB beschreibt, sei in diesem Halbmesser ein Punkt H, welcher näher am Mittelpunkt liegt, und ebenfalls eine krumme Linie FHG beschreibt; diese heißt die verlängerte Cykloide, weil die Basis FG im Vergleich mit dem Umfange der Kurve länger ist, als bei der einfachen Cykloide. Der erzeugende Kreis ist hier derjenige, welcher αH zum Halbmesser, oder die Axe HE zum Durchmesser hat.

Zur mechanischen Beschreibung der Cykloide dient eine runde Scheibe von 23
Holz oder Metall, die man längs einem Lineale rollt, nachdem man einen Stift an der Scheibe befestigt hat; befindet sich der Stift am Umfange, so giebt er eine einfache; befindet er sich weiter vom Mittelpunkt, an einem verlängerten Arme, so giebt er die verkürzte; befindet er sich näher am Mittelpunkte, so

Digitized by Google

giebt er die verlängerte Cykloide. Bei der verkürzten muß entweder das Lineal wenig Breite haben, oder etwas erhöht sein, damit der verlängerte Arm mit dem Stifte unter demselben durchgehn kann, um die Kurve bis zur Basis zu verlängern. Damit die Scheibe nicht ausgleitet, oder zurückbleibt, kann man einen Faden mit dem einen Ende am Umfange der Scheibe, mit dem andern am Ende des Lineals befestigen, ihn dann auf die Scheibe aufwinden, und dann, straff gehalten, längs dem Lineal abwickeln, wodurch sowohl das Ausgleiten, als auch das Zurückbleiben der Scheibe verhindert ist.

24 In der einfachen Cykloide, Fig. 242, ist der Bogen EF des erzeugenden Kreises, welcher die Grundlinie AB schon berührt, und auch schon den Theil AE der Cykloide beschrieben hat, gleich dem Theil AF der Basis, auf welcher er gerollt ist.

Anfänglich war nämlich der Punkt E' der unterste, und traf mit dem Punkte A der Grundlinie AB zusammen, und der Punkt F hatte damals die Stellung welche jetzt G hat; nachdem der Kreis angefangen zu rollen, haben alle einzelnen Theile des Bogens EF nach und nach auf den einzelnen Theilen der Linie AF gelegen, oder dieselben gedeckt; daher sind diese Theile beiderseits gleich, also auch ihre Summen einander gleich, d. h. der Bogen EF = der Geraden AF.

In der einfachen Cykloide ist also auch die ganze Basis gleich der ganzen Peripherie des erzeugenden Kreises; und die halbe Basis gleich dem halben Umkreise, indem alle kleinsten Theile des ganzen oder des halben Umkreises nach und nach auf allen kleinsten Theilen der ganzen oder der halben Basis gelegen haben.

25 **Aufgabe.**

Wenn der Radius aF' = r des beschreibenden Kreises, und die Länge AF der Basis gegeben ist, den Winkel EaF zu finden, um welchen sich der beschreibende Kreis gedreht hat, damit sein Peripheriepunkt F den Punkt F der Basis deckt.

Auflösung.

Es sei $2\pi r$ die Peripherie des beschreibenden Kreises (vrgl. S. 732 Nr. 15); ferner AF = EF = n, d. h. gleich dem Bogen, um welchen der Kreis gerollt ist; man hat alsdann (vergl. S. 734 Nr. 17):

$$n : 2r\pi = \angle EaF : 360^\circ; \text{ also } \angle EaF = \frac{360^\circ \cdot n}{2r\pi} = \frac{180^\circ \cdot n}{r\pi}$$

26 Für jede Stelle des Mittelpunktes α oder a ist also auch die Stelle von E gegeben, sobald man weiß, welch ein Winkel in einem gegebenen Kreise zu einem Bogen von gegebener Länge gehört (vergl. Bd. II, Tafel XLI, S. 303).

27 Für $n = r\pi$ ist $\angle EaF = 180^\circ$; d. h. hat sich der beschreibende Kreis gerade um die Hälfte seiner Peripherie gerollt: so ist die Stelle des beschreibenden Punktes C. Der Halbkreis CHD ist dann derselbe, welcher in der ersten Lage D'E'F' war, nämlich D' ist nach unten, und E' nach oben in C gekommen.

Digitized by Google

Durch einen beliebigen Punkt E der Cykloide ziehe man Eα′ parallel mit 28
der Baſis AB; dieſe Linie Eα′ ſchneidet den Durchmeſſer des beſchreibenden Kreiſes in α und α′.

Es iſt (nach 24) AD = AF′D′, d. h. gleich dem halben Umfange, und AF = dem Bogen EF = Bogen DH. Daher: AD — AF = FD = CHD — HD = Bogen CH. Es iſt aber FD = Eα′ — Eα = Eα′ — Hα′ = EH; man hat alſo:

VII) FD = EH = Bogen CH.

Nimmt man die Ordinaten von der Axe aus bis zu den einzelnen Punkten der Cykloide, ſo iſt Eα′ eine Ordinate; alsdann iſt EH derjenige Theil derſelben, welcher zwiſchen der Cykloide und dem auf der Axe beſchriebenen erzeugenden Kreiſe liegt; CH iſt aber derjenige Bogen, welcher vom Scheitel C an gerechnet, und durch die Ordinate abgeſchnitten wird. Mit Worten ausgedrückt heißt alſo die Gleichung VII: in der einfachen Cykloide iſt derjenige Theil einer Ordinate, welcher zwiſchen der Cykloide und dem auf der Axe beſchriebenen erzeugenden Kreiſe liegt, gleich demjenigen Bogen dieſes Kreiſes, welcher zwiſchen dem Scheitel der Cykloide und der Ordinate liegt. Bezeichnet man ſolchen Theil jeder beliebigen Ordinate mit u, und ſolchen Bogen mit β, ſo hat man im Allgemeinen:

VIII) $u = \beta$,

welches eine von den Gleichungen der Cykloide iſt.

Bezeichnet man die ganze Ordinate Eα′ mit y, und nimmt die Abſziſſen 29
vom Scheitel aus; alſo Cα′ = x, ſo ſieht man, daß x der Sinus verſus des von der Ordinate abgeſchnittenen Bogens β iſt. Setzt man ferner die ganze Axe CD = 2, ſo hat man nach der Koordinatengleichung für den Kreis (vergl. S. 1194 Nr. 6) $H\alpha' = \sqrt{(2x - x^2)}$.

Die ganze Ordinate Eα′ beſteht aus den beiden Stücken EH und Hα′; nun iſt nach der Gleichung VII, EH = CH = Arc sin vers x, und nach der zuletzt erwähnten Kreisgleichung iſt $H\alpha' = \sqrt{(2x - x^2)}$, man hat alſo:

IX) $y = \text{Arc sin vers } x + \sqrt{(2x - x^2)}$;

dies iſt alſo die Gleichung für die einfache Cykloide, wenn die Abſziſſen vom Scheitel aus auf der Axe und die Ordinaten parallel mit der Grundlinie genommen werden.

Aus dem Vorigen ergiebt ſich eine Art, die Cykloide zu beſchreiben. Es 30
ſei AD gleich dem halben Umfange des beſchreibenden Kreiſes, und CD ſenkrecht auf AD gleich dem Durchmeſſer des Kreiſes. Man beſchreibt um AD als Durchmeſſer den Kreis CHDC; man nimmt von C aus einen willkürlichen Bogen CH, zieht durch den Punkt H parallel mit der Baſis AB die Linie Eα′, und macht EH = Bogen CH; der Punkt E gehört dann zur Cykloide; auf dieſe Art kann man auf der andern Seite von CD einen entſprechenden Punkt, und durch mehrere Bogen auf beiden Seiten mehrere Punkte finden.

Bei dem Punkte B der Baſis hat der beſchreibende Kreis völlig die Lage 31
wieder, wie bei A, und kann eine neue rollende Bewegung beginnen, und dieſe

Digitized by Google

ohne Ende fortsetzen. Es besteht also die Radlinie aus unzählig vielen ähnlichgleichen Stücken; und wird von der Basis und von den mit der Grundlinie parallel laufenden Linien, deren Abstand von ihr kleiner als der Durchmesser des beschreibenden Kreises ist, in unzählig vielen Punkten geschnitten; daher ist die Cykloide eine transszendente Linie.

32 In der verlängerten oder verkürzten Cykloide verhält sich der Kreisbogen, welcher schon einen Theil der Cykloide beschrieben hat, zu dem dazu gehörigen Theile der Grundlinie, wie der ganze Umfang des erzeugenden Kreises zur ganzen Grundlinie, oder wie der halbe Umfang zur halben Grundlinie.

1) Es werde, Tafel XXXV, D, Fig. 243, eine einfache Cykloide ACB von einem Kreise beschrieben, welcher KE zum Halbmesser hat. Zugleich werde eine verkürzte Cykloide vom Halbmesser KL beschrieben.

Wenn der erzeugende Kreis der einfachen Cykloide deren Grundlinie in A oder B berührt, so muß der Halbmesser KE oder KL senkrecht auf AB stehen; es muß auch AG = BH = EL sein; hieraus folgt, daß AB und GH einander parallel und gleich sind. Zieht man MN senkrecht auf beide Grundlinien AB und GH, so ist auch AM = GN. Daher ist mit Berücksichtigung von 24:

$$AM = GN = \text{Bogen } ME.$$

Es ist ferner (vergl. S. 733) Bogen ME : Bogen NL = KM : KN; also auch GN : Bogen NL = KM : KN; es verhalten sich aber die Radien wie die Umkreise, also KM : KN = Kreis MEM : Kreis NLN.

Es ist aber nach 24 auch der Kreis MEM = AB = GH; daher KM : KN = GH : Kreis NLN. Da nun auch GN : Bogen NL = KM : KN, so hat man:

$$X)\quad GN : \text{Bogen } NL = GH : \text{Kreis } NLN.$$

Es ist aber NLN der Umkreis des erzeugenden Kreises der verkürzten Cykloide von ihr bewiesen.

2) Es werde ferner, Tafel XXXV, D, Fig. 244, eine einfache Cykloide ACB von einem Kreise beschrieben, welcher αC zum Halbmesser hat. Zugleich werde eine verlängerte Cykloide vom Halbmesser αE beschrieben.

Wenn der erzeugende Kreis der einfachen Cykloide deren Grundlinie in A oder B berührt, so muß auch der Halbmesser αD oder αE senkrecht auf AB stehen; es muß auch FA = BG = ED sein; hieraus folgt, daß AB und FG gleich und parallel sind.

Zieht man ED senkrecht auf AB und FG, so ist auch AD = FE. Daher ist nach 24:

$$AD = FE = \text{Bogen } DC$$

Es ist ferner (vergl. S. 733) Bogen DC : Bogen EH = αD : αE; also auch FE : Bogen EH = αD : αE; es verhalten sich aber die Radien wie die Umkreise, also αD : αE = Kreis DCD : Kreis EHE.

Es ist aber nach 24 auch Kreis DCD = AB = FG; daher αD : αE = FG : Kreis EHE. Da nun auch FE : Bogen EH = αD : αE, so hat man:

$$XI)\quad FE : \text{Bogen } EH = FG : \text{Kreis } EHE.$$

Digitized by Google

Es ist aber EHE der Umkreis des erzeugenden Kreises der verlängerten Cykloide, demnach ist auch von ihr der obige Satz bewiesen.

Bezeichnet man den Bogen des beschreibenden Kreises, welcher schon einen Theil einer verkürzten oder verlängerten Cykloide beschrieben hat, mit β; den dazu gehörigen Theil der Grundlinie mit g; die ganze Grundlinie mit G, und den Umkreis des beschreibenden Kreises mit U, so hat man aus den beiden Gleichungen X und XI, wenn man die Glieder ein wenig versetzt:

$$\text{XII)} \quad \beta : g = U : G.$$

Wenn man in der verlängerten wie in der verkürzten Cykloide den erzeu- 33
genden Kreis auf der Axe beschreibt, so verhält sich der zwischen diesem Kreise und der Cykloide befindliche Theil der Ordinate zu dem zwischen ihr und dem Scheitel liegenden Kreisbogen, wie die Grundlinie zum Umkreise des erzeugenden Kreises.

Es ist, Tafel XXXV, D, Fig. 245, sowohl in der verkürzten wie in der verlängerten Cykloide, BD : Bogen DGE = BA : Bogen AC; oder BD : BA = Bogen DGE : Bogen AC; oder da Bogen AC = Bogen DG; BD : BA = Bogen DGE : Bogen DG; folglich hat man (vergl. S. 539 Nr. 13):

$$(BD - BA) : BD = (DGE - DG) : DGE,$$

oder AD : BD = Bogen GE : Bogen DGE; oder AD : Bogen GE = BD : Bogen DGE.

Es ist AD = HI, und HI + HG = CG + GH, da beide Kreise sich gleich sind, also HI = CG, oder AD = CG. Setzt man in die letzte Proportion CG statt AD, so hat man:

$$CG : \text{Bogen } GE = BD : \text{Bogen } DGE; \text{ oder } CG : \text{Bogen } GE = 2BD : 2\,\text{Bogen } DGE.$$

Da 2BD die ganze Grundlinie, und 2 Bogen DGE der ganze Umkreis des erzeugenden Kreises ist, so enthält die letzte Proportion den obigen Satz.

Es verhalte sich die Grundlinie der verkürzten oder verlängerten Cykloide 34
zum Umfange des erzeugenden Kreises wie b : c, alsdann hat man nach dem letzten Satze:

$$\text{XIII)} \quad CG : \text{Bogen } GE = b : c; \text{ also } CG = \frac{b}{c} \cdot \text{Bogen } GE.$$

Nimmt man nun die Abszissen vom Scheitel E aus, so ist EI = x, und IC = y; es ist ferner y = CG + GI; es ist auch der Bogen GE derjenige, dessen Sinus versus x ist; ferner ist nach der Koordinatengleichung für den Kreis (vergl. S. 1194 Nr. 6), wenn man die ganze Axe, oder den ganzen Diameter ED = 2 setzt; $GI = \sqrt{(2x - x^2)}$; daher:

$$\text{XIV)} \quad y = \frac{b}{c} \cdot \text{Arc sin vers } x + \sqrt{(2x - x^2)}.$$

Diese Gleichung gilt für alle drei Arten der Cykloide; denn ist b = c, so ist es die einfache Cykloide; ist b < c, so ist es die verkürzte Cykloide; ist b > c, so ist es die verlängerte Cykloide.

Digitized by Google

35 Um die Cykloide zu rektifiziren hat man (vergl. S. 1208 Nr. 27), wenn dz das Differential ihres Bogens bezeichnet, die Gleichung $dz = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$ Es ist zuerst (vergl. S. 1158 Nr. 17) $d \cdot \text{Arc sin vers } x = \frac{dx}{\sqrt{(2x - x^2)}}$. Ferner ist $d\sqrt{(2x - x^2)} = d(2x - x^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{2dx - \frac{2x dx}{\sqrt{(2x - x^2)}}}{2}$, oder wenn man die 2 oben und unten hebt, und den gemeinschaftlichen Faktor dx absondert: $d(2x - x^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{(1 - x)}{\sqrt{(2x - x^2)}} \cdot dx$; man hat also aus der Differentiation der Gleichung XIV:

$$dy = \frac{\left(\frac{b}{c} + 1 - x\right) \cdot dx}{\sqrt{(2x - x^2)}}; \text{ also } dy^2 = \frac{\left(\frac{b}{c} + 1 - x\right)^2 \cdot dx^2}{2x - x^2}$$

$$\text{also: } dz^2 = dx^2 + dy^2 = dx^2 + \frac{\left(\frac{b}{c} + 1 - x\right)^2 \cdot dx^2}{2x - x^2}; \text{ oder}$$

$$dx^2 + dy^2 = \frac{(2x - x^2)\,dx^2 + \left(\frac{b}{c} + 1 - x\right)^2 \cdot dx^2}{2x - x^2}$$

Quadrirt man die dreitheilige Größe $\frac{b}{c} + 1 - x$ (vergl. S. 519 u. 520), so hat man:

$$\left(\frac{b}{c} + 1 - x\right)^2 = \frac{b^2}{c^2} + 2 \cdot \frac{b}{c} + 1 - 2 \cdot \frac{b}{c} x - 2x + x^2;$$

$$\text{daher } dx^2 + dy^2 = dx^2 \cdot \frac{2x - x^2 + \frac{b^2}{c^2} + 2\frac{b}{c} + 1 - 2 \cdot \frac{b}{c} x - 2x + x^2}{2x - x^2}$$

$$\text{oder } dx^2 + dy^2 = dx^2 \cdot \frac{\frac{b^2}{c^2} + 2\frac{b}{c} + 1 - 2 \cdot \frac{b}{c} x}{2x - x^2}$$

Die drei ersten Glieder des Zählers machen das Quadrat eines Binomiums aus, daher:

$$dx^2 + dy^2 = dx^2 \cdot \frac{\left(\frac{b}{c} + 1\right)^2 - \frac{2b}{c} \cdot x}{2x - x^2}$$

Zieht man die Wurzel aus, so hat man:

$$dz = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx \cdot \sqrt{\left(\frac{\left(\frac{b}{c} + 1\right)^2 - \frac{2b}{c} \cdot x}{2x - x^2}\right)}$$

Dieses Element könnte durch eine unendliche Reihe integrirt werden, wenn man vorher die irrationale Größe vermöge willkürlicher Koeffizienten in eine solche Reihe verwandelte.

36 Weil in der einfachen Cykloide $b = c$, so wird:

$$\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx \cdot \sqrt{\frac{4 - 2x}{2x - x^2}} = dx \cdot \sqrt{\frac{2(2 - x)}{x(2 - x)}}$$

Digitized by Google

oder XV) $\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx \cdot \sqrt{\frac{2}{x}} = x^{-\frac{1}{2}} \cdot dx \cdot \sqrt{2}$

Es ist ferner:

$$z = \int x^{-\frac{1}{2}} \cdot dx \cdot \sqrt{2} = \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} \cdot \sqrt{2} + C = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{2} + C.$$

$$\int x^{-\frac{1}{2}} \cdot dx \cdot \sqrt{2} = 2x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{2} + C = 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{2} + C = 2\sqrt{2x} + C.$$

Soll der Bogen der einfachen Cykloide vom Scheitel an gerechnet werden, wo $x = 0$, so wird auch dort der Bogen $= 0$; daher $0 = 0 + C$, also $C = 0$, daher:

XVI) $z = 2\sqrt{2x}.$

Dies ist also der durch x bestimmte Theil der Cykloide, vom Scheitel an gerechnet; wird nun $x = 2$, d. h. gleich der Axe, so hat man:

XVII) $z = 2\sqrt{4} = 4,$

d. h. die halbe Cykloide ist der doppelten Axe gleich; also die ganze Cykloide viermal so groß als ihre Axe; eine merkwürdige Eigenschaft der einfachen Cykloide, indem es vielleicht keine andre Kurve giebt, die sich so leicht rektifiziren läßt.

Zur Quadratur oder Flächenberechnung hat man (vergl. S. 2087 37 Nr 15), wenn dF das Element der Fläche bezeichnet, die Gleichung $dF = ydx$, demnach für die Cykloide, nach Gleichung XIV, S. 2133:

XVIII) $dF = ydx = \frac{b}{c} \cdot \text{Arc sin vers } x dx + dx\sqrt{(2x - x^2)}.$

Um dieses Element zu integriren, müßte man den Bogen, der x zum Sinus versus hat, durch eine unendliche Reihe ausdrücken (vergl. S. 1177 Gleichung VII), und $\sqrt{(2x - x^2)}$ in eine unendliche Reihe verwandeln.

Wenn, Tafel XXXV, D, Fig. 246, der Halbmesser AH einen Viertelkreis 38 GHC beschreibt, und sich zu gleicher Zeit die gerade Linie FI = AH von DG nach CA bewegt, so daß sie das Quadrat DCAG beschreibt, und daß die beiderseitige Bewegung gleichförmig ist: so wird der Punkt E, wo sich der bewegliche Radius AH und die bewegliche Linie FI einander schneiden, eine krumme Linie GEB beschreiben, welche die Dinostratische Quadratrisse, (Quadratrix) heißt. Setzt man die Bewegung bis L, d. h. bis zur Bildung des Halbkreises fort, so ist die Linie noch deutlicher.

Wegen der Gleichförmigkeit der erzeugenden Bewegung hat man:

$$GH : GC = GF : GA$$

Es sei der Bogen GH für den Halbmesser $1 = \varphi$; folglich $r\varphi$ für den Halbmesser r. Es sei ferner der Viertelkreis $GC = \frac{1}{2}\pi$ für den Halbmesser 1, folglich $\frac{1}{2}r\pi$ für den Halbmesser r, so ist:

$r\varphi : \frac{r\pi}{2} = GF : r$; also $GF = \frac{r\varphi}{\frac{1}{2}\pi}$; es ist auch $FA = GA - GF$, oder

Digitized by Google

$FA = r - \frac{r\varphi}{\frac{1}{2}\pi}$; ferner $FA : AE = GA : AK$. Es ist AK die Sekante des Bogens GH, daher:

$$FA : AE = r : r \cdot \sec\varphi = 1 : \sec\varphi.$$

Es sei nun der Vektor $AE = v$, so ist, indem man für FA seinen obigen Werth setzt:

$$\left(r - \frac{r\varphi}{\frac{1}{2}\pi}\right) : v = 1 : \sec\varphi;$$

$$\text{also } v = \left(r - \frac{r\varphi}{\frac{1}{2}\pi}\right) \cdot \sec\varphi = r \cdot \left(1 - \frac{\varphi}{\frac{1}{2}\pi}\right) \cdot \sec\varphi.$$

Da ferner nach der Trigonometrie $\text{cosin} : 1 = 1 : \sec$, also $\sec = \frac{1}{\text{cosin}}$ so ist:

$$\text{XIX)} \quad v = \frac{r\left(1 - \frac{\varphi}{\frac{1}{2}\pi}\right)}{\text{cosin}\,\varphi} = \frac{r\left(\frac{1}{2}\pi - \varphi\right)}{\frac{1}{2}\pi \cdot \text{cosin}\,\varphi} = \frac{r\,(\pi - 2\varphi)}{\pi \cdot \text{cosin}\,\varphi}$$

39 Es drehe sich, Tafel XXXV, D, Fig. 247, eine gerade Linie AB um den Mittelpunkt A, und beschreibe mit einförmiger Bewegung den Kreis GBE. In diesem Halbmesser sei ein Punkt B, um welchen sich ebenfalls mit einförmiger Bewegung eine andere gerade Linie BC herumdreht, während der Punkt B allmälig mit der Linie AB fortrückt. Alsdann beschreibt das Ende C der Linie BC die krumme Linie DCH, welche eine Epizykloide heißt.

Man nehme an, daß beide Halbmesser AB und BC anfänglich in einer geraden Linie AGD gelegen haben; daß sie aber hernach einen Winkel ξ machen, der beständig zunimmt. AC ist der Vektor der Epizykloide. Der Polarwinkel ist eigentlich DAC; man kann indessen den leichter zu bestimmenden Winkel $DAB = \varphi$ nehmen, und ihn vorläufig als Polarwinkel ansehen. Der Kreis GBE, den der größere Halbmesser AB beschreibt, heißt der unbewegliche Kreis, der andere kleinere Kreis, den der Halbmesser BC um den Punkt B beschreibt, heißt der bewegliche Kreis.

Es sei $AB = a$ der Halbmesser des unbewegten, $BC = b$ der Halbmesser des beweglichen Kreises; ferner sei der Vektor $AC = v$.

Man ziehe BC und CL senkrecht auf BF.

Weil die beiden Halbmesser einförmige Bewegung haben, so muß das Verhältniß zwischen φ und ξ immer dasselbe sein; nämlich so vielmal geschwinder oder langsamer sich BC dreht als AB, so vielmal größer oder kleiner ist der Winkel ξ als der Winkel φ. Verhalten sich die Geschwindigkeiten der Umwendungen wie $m : n$, so ist immer $\varphi : \xi = m : n$, also $\xi = \frac{n\varphi}{m}$.

Im rechtwinkligen Dreiecke BCL ist $BC : BL = 1 : \text{cosin}\,\xi$; oder $b : BL = 1 : \text{cosin}\,\frac{n\varphi}{m}$; also $BL = b \cdot \text{cosin}\,\frac{n\varphi}{m}$; es ist ferner $BC : LC = 1 : \sin\xi$; oder $b : LC = 1 : \sin\frac{n\varphi}{m}$; also $LC = b \cdot \sin\frac{n\varphi}{m}$.

Digitized by Google

In dem rechtwinkligen Dreiecke ALC ist $AC^2 = AL^2 + LC^2$, da nun $AC = \nu$, so hat man: $\nu^2 = (AB + BL)^2 + LC^2$; oder wenn man die obigen Werthe dieser Linien setzt:

$$\nu^2 = \left(a + b \,.\, \cos \frac{n}{m} \varphi\right)^2 + \left(b \,.\, \sin \frac{n}{m} \varphi\right)^2$$

$$\nu^2 = a^2 + 2ab \cos \frac{n}{m} \varphi + b^2 \cos^2 \frac{n}{m} \varphi + b^2 \sin^2 \frac{n}{m} \varphi$$

$$\nu^2 = a^2 + 2ab \cdot \cos \frac{n}{m} \varphi + b^2 \left(\cos^2 \frac{n}{m} \varphi + \sin^2 \frac{n}{m} \varphi\right)$$

Da nun $\cos^2 + \sin^2 = 1$, so hat man:

$$\text{XX)} \quad \nu^2 = a^2 + 2ab \cdot \cos \frac{n}{m} \varphi + b^2.$$

Dies ist die Gleichung für die Epizykloide, wo der Vektor $AC = \nu$ in einer Funktion des Winkels φ, oder des Bogens, der denselben mißt, und 1 zum Radius hat, ausgedrückt wird.

§. 310. Von den Polargleichungen der Kurven im Allgemeinen.

Außer der Spirallinie, der Quadratrisse und der Epizykloide 1
lassen sich auch viele von den Kurven, deren Eigenschaft sonst durch parallele Koordinaten bestimmt wird, durch Gleichungen zwischen einem Polarwinkel und einem Vektor, oder durch Polargleichungen erklären.

Um eine Polargleichung für die Konchoide zu erhalten, sei Ta- 2
fel XXXV, D, Fig. 238, der Winkel $GCF = \varphi$; ferner $KF = KF' = b$, $CH = a$; und der Vektor entweder CF oder CF'; daher $\nu = CK \pm b$, je nachdem man ihn für die obere oder untere Konchoide haben will. Man hat nun in dem rechtwinkligen Dreiecke CHK: $CH : CK = 1 : \sec \varphi$; oder $a : CK = 1 : \sec \varphi$; daher $CK = a \,.\, \sec \varphi$; setzt man diesen Werth in die vorher gegebene Gleichung von ν, und auch statt $\sec \varphi$ den Bruch $\frac{1}{\cos \varphi}$, so ist:

$$\text{I)} \quad \nu = a \,.\, \sec \varphi \pm b; \text{ oder } \nu = \frac{a}{\cos \varphi} \pm b.$$

Die Polargleichung für die Ellipse ist S. 1346—1348 ausführlich 3
erklärt worden; sie giebt zunächst:

$$\text{II)} \quad \nu = \frac{a^2 - \varepsilon^2}{a + \varepsilon \cdot \cos \varphi}$$

wo a die halbe große Axe, ε die Exzentrizität, φ den Polarwinkel, ν den Vektor bezeichnet.

Um die Polargleichung für die Hyperbel zu finden, sei Tafel 4
XXXV, D, Fig. 248, $GC = GA = a$, $GF = GB = e$, die Exzentrizität; $GR = x$; $FS = \nu$ der Vektor, und Winkel $SFG = \varphi$ und $SR = y$.

Digitized by Google

[illegible] rechtwinkligen Dreiecken SER und SFR hat man (vergl. [illegible] $= SE^2 + RE^2$, und $SF^2 = SR^2 + RF^2$, oder $(2a + v)^2$ [illegible] und $v^2 = y^2 + (e - x)^2$; weil nämlich $SE - SF = 2a$, [illegible] $SE + SF = 2a + v$:

[illegible] Gleichung giebt: $4a^2 + 4av + v^2 = y^2 + (e + x)^2$
Dann die zweite abgezogen $v^2 = y^2 + (e - x)^2$

Rest: $4a^2 + 4av = (e + x)^2 - (e - x)^2$

$4a^2 + 4av = e^2 + 2ex + x^2 - e^2 + 2ex - x^2 = 4ex$; daraus

$a^2 + av = ex$; $av = ex - a^2$

$$\text{III)} \quad v = \frac{ex - a^2}{a}$$

In dem rechtwinkligen Dreiecke FRS hat man $FS : FR = 1 : \cos\varphi$; also da $FS = v$ hat man $FR = v \cdot \cos\varphi$; da ferner $GR = x = GF - FR = e - v \cdot \cos\varphi$, so ist:

$$v = \frac{e(e - v\cos\varphi) - a^2}{a}, \text{ oder}$$

$av = e \cdot (e - v \cdot \cos\varphi) - a^2 = e^2 - ev\cos\varphi - a^2$; also $av + ev\cos\varphi = e^2 - a^2$; daher:

$$\text{IV)} \quad v = \frac{e^2 - a^2}{a + e\cos\varphi}$$

5 Um die Polargleichung für die Parabel zu finden, sei Tafel XXXV, D, Fig. 249, $BD = v$, $BC = z$; der Parameter $= p$; und Winkel $CBD = \varphi$. Nach der Natur der Parabel (vergl. S. 2085 Nr. 10) ist $v = BD = DE = CF = FB - BC = {}^1/_2 p - z$, wenn nämlich FB die Direktrisse der Parabel ist; da nun $BD : BC = 1 : \cos\varphi$; oder $v : z = 1 : \cos\varphi$; also $z = v\cos\varphi$.

Setzt man diesen Werth von z in die Gleichung für $v = {}^1/_2 p - z$ so hat man:

$v = {}^1/_2 p - v\cos\varphi$; oder $v + v\cos\varphi = {}^1/_2 p = v(1 + \cos\varphi)$; daher

$$\text{V)} \quad v = \frac{{}^1/_2 p}{1 + \cos\varphi}$$

Wenn der Winkel φ stumpf ist, so wird $\cos\varphi$ negativ, und dann hat man:

$$\text{VI)} \quad v = \frac{{}^1/_2 p}{1 - \cos\varphi}$$

6 Um die Tangente für jeden Punkt einer Polarlinie zu ziehen, sei Tafel XXXV, D, Fig. 250, die krumme Linie um den Pol I beschrieben, vermittelst einer geraden Linie, deren Lage anfänglich IN war. Es sei die Tangente DO für irgend einen Punkt D zu ziehen.

Man zieht den Vektor ID, und noch einen zweiten CI in einiger Entfernung. Aus dem Mittelpunkte I beschreibt man den Kreisbogen DE. Durch C und D zieht man die gerade Linie CDL; errichtet IO senkrecht auf DI und IL senkrecht auf CI, so schneiden diese die beiden andern Linien DO in O, und CI. in L. Aus E errichtet man EM senkrecht auf CI.

Digitized by Google

Es sei DI $= v$, so ist CE $= \Delta v$, d. h. der meßbaren Differenz des Vektors. Es sei φ der Bogen, welcher den Winkel NID mißt, wenn der Halbmesser $= 1$; alsdann ist $\Delta\varphi$ der Bogen, welcher den Winkel DIC oder DIE für den Halbmesser 1 mißt. Es ist also für den Halbmesser v der Bogen DE $= v\Delta\varphi$. Es ist DI der Vektor; der Winkel ODI ist derjenige, den die Tangente mit dem Vektor macht; er sei $= \xi$, also auch sein Bogen für den Halbmesser 1 ist $= \xi$. Die beiden Dreiecke CEM und CIL sind ähnlich, daher CE : EM = CI : IL. Nimmt man an, der Vektor CI nähere sich dem Vektor DI immer mehr, so nähert sich auch EM immer mehr dem Bogen DE oder dem Werthe $v\Delta\varphi$; ferner CI dem DI, und IL dem IO. Es ist aber DI : IO $= 1 :$ tang ξ; oder $v :$ IO $= 1 :$ tang ξ; also IO $= v$ tang ξ; folglich nähert sich IL dem Werthe v tang ξ. Setzt man diese Werthe in die Proportion CE : EM = CI : IL, so hat man CE : DE = DI : IO $= v : v$ tang $\xi = 1 :$ tang ξ, oder $\Delta v : v\Delta\varphi = 1 :$ tang ξ; wird nur Δv und $\Delta\varphi$ sehr klein, so kann man die Grenze nehmen, d. h. statt der Differenzen die Differentialien; also:

$$\text{VII)}\quad dv : vd\varphi = 1 : \text{tang}\,\xi;\ \text{also}\ \text{tang}\,\xi = \frac{vd\varphi}{dv} = v\cdot\frac{d\varphi}{dv}$$

Diese Gleichung wird wahr, wenn $d\varphi$ und dv verschwinden, und die Tangente von ξ für den Halbmesser 1 giebt, wenn man nach den gewöhnlichen Regeln der Differentialrechnung das Verhältniß $\frac{d\varphi}{dv}$ in einer Funktion von v ausdrückt (vergl. S. 1738—1746). Nimmt man für jede beliebige Kurve die Werthe von v und φ, so läßt sich die Tangente von ξ also auch ξ selbst leicht finden.

§. 311. Von den Bewegungen eines materiellen Punktes in einer gegebenen Kurve.

Es giebt viele Fälle, wo die auf einen materiellen Punkt wirkenden Kräfte ihn in keine andere Bahn bringen können, als in die durch eine bestimmte Kurve dargestellte. Wenn sich z. B. ein fester Körper um eine feste Axe dreht, so beschreibt ein jeder Punkt desselben eine Kreislinie.

Es sei ein materieller Punkt genöthigt, sich in der krummen Linie AB, Tafel XXXV, D, Fig. 251, zu bewegen. Seine Anfangsgeschwindigkeit in A sei $=$ V, mit welcher er in der Tangente AC fortgehen würde, wenn er nicht durch die Krümmung der Bahn AB abgelenkt würde. Man ziehe an B die Tangente BD. Der Bogen zum Winkel BDC für den Radius $= 1$ sei $= \alpha$. Man ziehe die Sehnen AE, EF, FG, ... , ZB, so daß eine gebrochene Linie, oder ein Theil eines Polygons AEF . . . u. s. w. entsteht, und daß die Verlängerungen der Sehnen EH, FI, GL u. s. w. lauter gleiche Winkel CAH $=$ HEI $=$ IFL u. s. w. $= \delta$ bilden; daß man also, wenn ihre Zahl $= n$ ist, und wenn man von D aus Parallellinien mit AH, EI u. s. w. zieht, der Winkel BDC in n gleiche Theile getheilt wird, so daß BDC $= \alpha = n\delta$.

Digitized by Google

Nimmt man nun an, der Punkt durchlaufe ſtatt der Kurve AB die gebrochene Linie AEFG .... B, ſo läßt ſich ſeine Geſchwindigkeit in jedem Punkte dieſer Linie durch den Winkel δ beſtimmen.

Es werde die anfängliche Geſchwindigkeit V, mit welcher der Punkt in der Tangente AC fortgehn würde, durch die Linie Au vorgeſtellt; dieſe läßt ſich zerlegen in die beiden Seitengeſchwindigkeiten AE und Eu, welche letztere normal auf die Richtung AE geht. Nimmt man $Au = V$ zum Radius, ſo iſt $AE = V \cdot \cos\delta$, und $Du = V \cdot \sin\delta$; dieſe letztere Geſchwindigkeit Eu wird durch den Widerſtand von AE aufgehoben; es bleibt alſo nur übrig die Geſchwindigkeit $AE = V \cdot \cos\delta$; dieſe hat alſo der Punkt in der Linie AE. Bei E angelangt iſt demnach $V \cdot \cos\delta$ als die Anfangsgeſchwindigkeit für die neue Richtung EF; bei ihrer Zerlegung ergiebt ſich für die neue Geſchwindigkeit in der Linie EF die Größe $V \cdot \cos\delta \cdot \cos\delta = V \cdot \cos^2\delta$: ebenſo iſt in der Linie FG die Geſchwindigkeit $= V \cdot \cos^3\delta$ u. ſ. f.; alſo langt der Punkt in B mit der Geſchwindigkeit $= V \cdot \cos^n\delta$ an. Zieht man dieſe endliche Geſchwindigkeit von der anfänglichen V ab, ſo ergiebt ſich der ganze Geſchwindigkeitsverluſt $= V - V \cdot \cos^n\delta = V(1 - \cos^n\delta) = V(1 - \cos\delta) \cdot (1 + \cos\delta + \cos^2\delta + \cos^3\delta + ...)$. Da nun $\cos\delta$ kleiner iſt als 1, ſo iſt auch der Geſchwindigkeitsverluſt kleiner als $V(1 - \cos\delta) \cdot (1 + 1 + 1 + 1 \ldots)$. Es iſt ferner (vergl. S. 746 Nr. 5 Gleichung 2) $V(1 - \cos\delta) = 2 \cdot V \sin^2\frac{\delta}{2}$; und da die Anzahl der Glieder in der letzten Klammer $= n$, ſo iſt der Geſchwindigkeitsverluſt kleiner als $V \cdot 2\sin^2\frac{\delta}{2} \cdot n$. Da ferner $\sin\frac{\delta}{2}$ kleiner als $\frac{\delta}{2}$, ſo iſt der Geſchwindigkeitsverluſt kleiner als $\frac{1}{2} \cdot V \cdot \delta \cdot n \cdot \delta$, alſo auch kleiner als $\frac{1}{2} V \cdot \delta\alpha$. Enthält nun die gebrochene Linie unendlich viele Seiten, ſo daß ſie der krummen Linie AB gleich geſetzt werden kann, ſo iſt δ unendlich klein, folglich auch $\frac{1}{2} V \cdot \delta\alpha$ eine verſchwindende Größe, oder der Geſchwindigkeitsverluſt nahe $= 0$.

Man erhält alſo den wichtigen Satz: der Geſchwindigkeitsverluſt, den ein Punkt während ſeiner Bewegung in einer krummen Linie erleidet, iſt gleich Null; ſeine Bewegung iſt demnach, wenn keine Kraft auf ihn wirkt, gleichförmig.

Durch die allmälige Aenderung in der Richtung eines Punkts, welche in unendlich kleinen Graden vor ſich geht, wird alſo keine Aenderung in ſeiner Geſchwindigkeit hervorgebracht.

2 Iſt ein Punkt genöthigt, durch eine plötzliche Wendung, wie in B, Tafel XXXV, D, Fig. 252, aus einer krummen Linie AB in eine andere BC überzugehen, ſo erleidet er einen Geſchwindigkeitsverluſt, der gleich iſt dem Produkte aus der Geſchwindigkeit mit welcher er in B anlangt, in den Sinus verſus des Winkels, den die Tangente BE an BC mit der Verlängerung BF der Tangente DB an die Bahn AB macht.

Digitized by Google

Es sei nämlich die Geschwindigkeit, mit welcher der Punkt in B anlangt = v, dargestellt durch die Linie Bn; zerlegt man sie in Bm und mn, letztere normal auf BE, so ist Bm = Bn . cos mBn; bezeichnet man nun Bn mit v, und den Winkel mBn mit ω, so ist Bm = v . cos ω die neue Geschwindigkeit; also der Geschwindigkeitsverlust = v − v . cos ω = v (1 − cos ω); es ist aber (vergl. S. 650 Nr. 5) 1 − cos ω = sin vers ω; daher, wie oben gesagt, der Geschwindigkeitsverlust = v . sin vers ω.

Es sei ein Punkt genöthigt in einer krummen Linie AB, Tafel XXXV, D, 3 Fig. 253, sich zu bewegen; dabei wirke eine kontinuirliche Kraft auf ihn, deren Richtung in jedem Punkte mit der Tangente an der Bahn zusammen fällt. Nimmt man wieder statt der Kurve ein Polygon, so wirkt die Kraft in jedem Augenblicke nach der Richtung der Polygonseite, in welcher sich der bewegte Punkt gerade befindet; und beim Uebergang aus einer Polygonseite in die andere findet kein Geschwindigkeitsverlust statt.

Der Punkt folgt also in jeder Polygonseite der Wirkung der Kraft so, als wenn er ganz frei wäre, und in einer geraden Linie, der Polygonseite, fortginge; seine Bewegung kann also nach den Gesetzen der freien geradlinigen Bewegung eines Punktes bestimmt werden.

Weil bei keinem Uebergange in eine andere Polygonseite ein Geschwindigkeitsverlust stattfindet, so fängt der Punkt an, sich in jeder Seite mit derselben Geschwindigkeit zu bewegen, als wenn keine Aenderung der Richtung stattgefunden hätte. Er tritt also in jede Polygonseite mit der am Ende der vorhergehenden erlangten Geschwindigkeit. Es ergiebt sich daher folgender Satz:

Die Bewegung eines Punktes in einer krummen Linie, auf welchen eine kontinuirliche Kraft in jedem Augenblicke nach der Tangente der Bahn wirkt, ist in Rücksicht der Zeit, der Geschwindigkeit und der Länge des nach der Krümmung der Kurve gemessenen zurückgelegten Weges dieselbe, als wenn sie in einer geraden Linie vor sich gienge, und die Richtung der Kraft unaufhörlich mit dieser zusammenfiele. Zwischen den genannten Größen finden auch dieselben Gleichungen statt, wie bei der geradlinigen Bewegung.

Ist die Kraft nicht gerade nach der Tangente gerichtet, so gilt der Satz für ihre nach der Tangente gerichtete Komposante.

Wenn die auf den Punkt wirkenden Kräfte in den einzelnen Stellen der 4 Bahn A, D, E u. s. f. der Länge des Weges bis zu C hin proportional sind, d. h. sich wie die Längen der krummen Linie ADEC, DEC, EC u. s. w. verhalten: so gelangt der Punkt in der gleichen Zeit nach C, man mag ihn auf der krummen Linie AC von der Ruhe aus gehen lassen, wo man will; nämlich von E nach C braucht er dieselbe Zeit, wie von A nach C u. s. w.

Beweis. Man nehme auf der Kurve von C aus zwei Bogen CE und CD, die sich verhalten wie 1 : N, und lasse von E und D aus zwei materielle Theile M und M′ von gleicher Masse sich von dem Zustande der Ruhe aus bewegen. Man theile jeden der beiden Bogen CE und CD in n gleiche Theile, die so klein sind, daß sie als gerade Linien angesehen werden können, und die Kraft während der Zeit, daß sich der materielle Theil in einem solchen Theile

Digitized by Google

befindet, für unveränderlich gelten kann. Die Länge eines Theils auf dem Bogen CE verhält sich zur Länge eines Theils auf dem Bogen CD wie 1 : N. Die Zeiten, in welchen die Theile von CE durchlaufen werden, seien der Ordnung nach t', t'', t''' u. s. w., und für die Theile von CD seien sie T', T'', T''' u. s. w.

Da die Kräfte sich wie die Entfernungen verhalten sollen, so ist ihr Verhältniß ebenfalls wie 1 : N.

Es ist nun nach den Gesetzen der konstant beschleunigenden Kräfte (vergl. S. 838 u. 839), wenn v die am Ende der Zeit t' erlangte Geschwindigkeit, a die anfängliche Geschwindigkeit, g die Zunahme der Geschwindigkeit in jeder Zeiteinheit, s den während der Zeit t' durchlaufenen Raum bezeichnet:

$$v = a + gt'; \text{ und } s = at' + \frac{gt'^2}{2}.$$

Quadrirt man die erste Gleichung, so erhält man:

$$v^2 = a^2 + 2agt' + g^2t'^2 = a^2 + 2g \cdot \left(at' + \frac{gt'^2}{2}\right) = a^2 + 2gs.$$

Ebenso hat man für T':

$$V = A + GT'; \text{ und } S = AT' + \frac{GT'^2}{2}$$

$$V^2 = A^2 + 2GS$$

Verhält sich nun $s : S = a : A = g : G = 1 : N$, so hat man:

$$V^2 = N^2a^2 + 2Ng \cdot Ns = (a^2 + 2gs) \cdot N^2 = v^2N^2;$$

daher auch $V = v \cdot N$; woraus sich ergiebt $v : V = 1 : N$.

Man hat ferner $V = Na + NgT' = Nv$; also:

$v = a + gT'$; da aber auch $v = a + gt'$, so ergiebt sich:

$$\frac{v - a}{g} = T' = t'.$$

Wenn also die Anfangsgeschwindigkeiten von zwei Punkten dasselbe Verhältniß haben, wie ihre Wege und ihre Kräfte, so haben die Endgeschwindigkeiten, oder erlangten Geschwindigkeiten dasselbe Verhältniß, und die Zeiten sind gleich.

In dem vorliegenden Falle der beiden bewegten Punkte M und M' in den beiden Bogen CE und CD sind zwar für t' und T die Anfangsgeschwindigkeiten gleich Null, aber es bleibt das Verhältniß $s : S = g : G = 1 : N$. Man erhält also:

$$v = gt'; \; s = \frac{gt'^2}{2}; \; V = GT'; \; S = \frac{GT'^2}{2}$$

$v^2 = g^2t'^2 = 2gs$; $V = G^2T'^2 = 2GS = 2Ng \cdot Ns = N^2v^2$; also auch $V = Nv = NgT'$; also $v = gT' = gt'$, daher auch $t' = T'$.

Es werden sich nach Verlauf dieser Zeiten die erlangten Geschwindigkeiten, also auch die Anfangsgeschwindigkeiten für die Zeiten t'' und T'' ebenfalls wie 1 : N verhalten.

Digitized by Google

Daſſelbe Verhältniß haben nach der Annahme auch die folgenden Theile der Linien CE und CD, welche in den Zeiten t'' und T'' durchlaufen werden; ferner verhalten ſich die Entfernungen dieſer Theile vom Punkte C wie $\frac{n-1}{n}$ · EC : $\frac{n-1}{n}$. DC = EC : DC = 1 : N. Da nun die Kräfte und auch die Anfangsgeſchwindigkeiten dieſes Verhältniß haben, ſo iſt nach dem vorhergehenden Beweiſe t'' = T''.

Dieſer Schluß fortgeſetzt ergiebt t' + t'' + t''' + ... = T' + T'' + T''' + ...; es ſind alſo die Zeiten zur Zurücklegung von EC und DC einander gleich.

Es ſei F ein ſolcher Punkt in der Kurve AC, daß FC = N' . EC; alſo DC : FC = N : N', ſo folgt aus dem Vorigen, daß die Zeiten für FC und EC einander gleich ſind, alſo auch diejenigen für FC und DC.

Eine ſolche Bewegung heißt nun ſynchroniſch, oder iſochroniſch, oder tautochroniſch, d. h. von gleicher Zeitdauer, und die Linien, welche die Eigenſchaft haben, daß die auf in ihnen liegende Punkte wirkenden Kräfte dem angegebenen Bewegungsgeſetze folgen, heißen ſynchroniſche, iſochroniſche oder tautochroniſche Linien.

Ein in einer gegebenen Linie oder Fläche ſich bewegender Punkt würde, 5
wenn er den auf ihn wirkenden Kräften frei folgen könnte, im Allgemeinen einen andern Weg durchlaufen. Die Linie oder Fläche ſetzt ihm alſo einen beſtimmten Widerſtand entgegen, deſſen Größe und Richtung ſich jeden Augenblick zu ändern pflegt; nur in ſeltenen Fällen bleibt Größe und Richtung unveränderlich. Die Richtung fällt jeden Augenblick mit der Normallinie auf die Kurve oder Fläche zuſammen. Der genannte Widerſtand iſt dem Drucke gleich und entgegengeſetzt, den der bewegte Punkt gegen die Linie oder Fläche ausübt. Denkt man ſich ſtatt des Widerſtandes eine demſelben gleiche Kraft in der Richtung der Normale angebracht, ſo iſt die Bewegung des Punktes als eine freie anzuſehen, und der Widerſtand läßt ſich nach den Gleichungen der freien Bewegung berechnen.

Wenn ein ſchwerer Körper längs einer krummen Linie heruntergleitet, die 6
in einer vertikalen Ebene liegt, ſo hat er an jeder Stelle die nämliche Geſchwindigkeit, als wenn er von derſelben Höhe frei herunter gefallen wäre.

Es gleite der Körper, Tafel XXXV, D, Fig. 254, längs dem Polygon ABCD herunter. Iſt er bis zum Punkte B gekommen, ſo hat er dort dieſelbe Geſchwindigkeit erhalten, als wäre er von der ſenkrechten Höhe FB herabgefallen, denn (vergl. S. 849 u. 855) es verhält ſich die gleitende Geſchwindigkeit zur ganzen des freien Falles, wie der Sinus des Neigungswinkels zum Radius oder Sinus totus. Aendert ſich die Geſchwindigkeit bei B nicht (vergl. S. 2140 Nr. 1), ſo kann man ſich vorſtellen, er ſei von G bis B geglitten, und gleite auf BC, als der Verlängerung von GB, fort. In C wird er die Geſchwindigkeit erhalten, als wäre er ſenkrecht in der Linie EC herunter gefallen, oder längs HC herunter geglitten, welches die Verlängerung von DC iſt. Man

Digitized by Google

kann sich also wieder vorstellen, als wäre er HD heruntergeglitten, oder MD senkrecht herabgefallen. Am Ende des Polygons wird also die erlangte Geschwindigkeit so groß sein, als wäre der Körper von der Höhe senkrecht heruntergefallen, bis zu welcher sich der Anfangspunkt seiner Bewegung in der Kurve erhebt.

Nimmt man nun statt des Polygons die krumme Linie AD, so gilt bei ihr (vergl. S. 2140 Nr. 1) noch genauer, daß sich die Geschwindigkeit nicht ändert; es wird also die erlangte Geschwindigkeit derjenigen des senkrechten Falles in der Linie MD gleich sein.

Wenn also verschiedene Körper längs verschiedenen krummen Linien von derselben Höhe heruntergeglitten sind, so haben sie zuletzt dieselbe Geschwindigkeit. Die Zeiten jedoch, während welcher sie bis dahin herabkommen, sind nicht gleich.

7 Wenn ein Körper mit einer gewissen anfänglichen Geschwindigkeit längs einer krummen Linie, die in einer vertikalen Ebene liegt, hinaufsteigt, so gelangt er bis zur nämlichen Höhe, wohin er gekommen wäre, wenn er mit derselben anfänglichen Geschwindigkeit senkrecht hinaufgestiegen wäre. Gesetzt es steige ein Körper aus D, Fig. 254, mit einer gewissen anfänglichen Geschwindigkeit längs der krummen Linie DA; zugleich steige ein anderer Körper mit derselben anfänglichen Geschwindigkeit senkrecht aufwärts in der Linie DM. Es seien DC, CB, BA die unendlich kleinen Polygonalseiten, welche den Bogen der Kurve entsprechen. Man ziehe die Parallellinien MF, KB, IC.

Die Geschwindigkeiten beider Körper sind natürlich abnehmende, und werden wie bei den aufwärts geworfenen Körpern berechnet (vergl. S. 846). Für die beiden Wege ID und DC, wenn v und v' die übrig bleibenden Geschwindigkeiten in F und C bezeichnen, und a die anfängliche Geschwindigkeit bedeutet:

$$v^2 = a^2 - 2gDI; \quad v'^2 = a^2 - 2g \cdot DC \cdot \sin ICD$$

Da nun $ID = DC \cdot \sin ICD$, so ist $v^2 = v'^2$; also auch $v = v'$; es steigt also der eine Körper mit der gleichen Geschwindigkeit von I nach K, wie der andere von C nach B, weil durch die unendlich kleine Abweichung kein Geschwindigkeitsverlust hervorgebracht wird; in K und B haben sie nach dem vorigen Beweise wieder gleiche Geschwindigkeit. Ist also in M die Geschwindigkeit Null geworden, so ist sie auch in A gleich Null, und beide Körper sind gleich hoch gestiegen. Anstatt der zwei Körper kann man sich natürlich einen und denselben Körper zu verschiedenen Zeiten, einmal längs der krummen Linie, das andere Mal gerade aufwärts steigend denken.

Steigen verschiedene Körper in verschiedenen Linien mit einer gleichen anfänglichen Geschwindigkeit, so gelangen sie zur selben Höhe.

8 Wenn ein Körper längs einer krummen Linie heruntergleitet, die sich wieder aufwärts biegt, so steigt er im aufwärts gehenden Theile bis zur selben Höhe, von welcher er herunter gekommen.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 255, A der niedrigste Punkt der krummen Linie CAD, so daß die Tangente bei A horizontal ist. Wenn ein Körper von

Digitized by Google

D bis A geglitten, so hat er dieselbe Geschwindigkeit, als wenn er von B bis A senkrecht gefallen wäre. Mit dieser Geschwindigkeit fängt er an sich in dem andern Zweige AC der Kurve zu bewegen; er steigt also auch nach dem vorigen Satze bis zur selben Höhe, bis zu welcher er senkrecht aufgestiegen wäre, d. h. bis zur Höhe der Linie CBD.

In beiden Zweigen hat der auf- und abgehende Körper in einerlei Höhe 9
auch einerlei Geschwindigkeit. Denn z. B. von D herabkommend hat er in F dieselbe Geschwindigkeit, wie ein fallender Körper in K haben würde; und bis E hinaufgestiegen hat er wieder dieselbe Geschwindigkeit, die ein bis K gestiegener Körper haben würde. Diese aber ist im Fallen und Steigen gleich. Denn es sei v die Geschwindigkeit bei K im Fallen, und V beim Steigen; alsdann hat man (vergl. S. 839) $v = gt$; $v^2 = g^2t^2$; da ferner $BK = s = \frac{gt^2}{2}$, so ist $2s = gt^2$; also $2gs = g^2t^2$, und $v^2 = 2gs = 2g \cdot BK$.

Dagegen (vergl. S. 846 Nr. 11) $V^2 = a^2 - 2g \cdot KA$. Es ist $BK = AB - KA$, also $2g \cdot BK = 2g \cdot AB - 2g \cdot KA$; also:

$$v^2 = 2g \cdot BA - 2gKA.$$

Es ist ferner hierbei a^2 die durch den Fall längs AB erhaltene Geschwindigkeit; also $a^2 = 2g \cdot AB$; daher $V^2 = 2g \cdot BA - 2gKA$; daher:

$$v^2 = V^2; \text{ also auch } v = V.$$

Wenn beide Theile BAD und BAC der Figur ähnlich gleich sind, so sind 10
auch die Zeiten des Gleitens längs DA und das Aufsteigen längs AC gleich.

Zieht man in beliebiger Höhe zwei horizontale Linien GH und FE unendlich nahe an einander, alsdann ist nach dem Vorigen die Geschwindigkeit in F und E, und in G und H einerlei. Sie sei $= v$ in F und E, ferner $= c$ in G und H. Es steigt also der Körper von H bis E auf einer kleinen schiefen Ebene deren Neigung $= \varphi$ sei, mit einer anfänglichen Geschwindigkeit $= c$, bis er die Geschwindigkeit v erhalten hat. Dazu braucht er eine Zeit t; diese ist (vergl. S. 844 u. S. 855 Nr. 13):

$$t = \frac{c - v}{g \cdot \sin \varphi}$$

Beim Heruntergehen hatte der Körper in F schon die Geschwindigkeit v; diese wurde durch die fortgesetzte Wirkung der Schwere größer, und in G war sie $= c$. Die Schwere hat also von F bis G eine Geschwindigkeitszunahme $= c - v$ veranlaßt. Wäre also die Geschwindigkeit v in F nicht vorhanden gewesen, so hätte der Körper durch sein Gleiten auf der kleinen schiefen Ebene nur die Geschwindigkeit $c - v$ erhalten. Dazu braucht die Schwere ebenfalls die Zeit

$$t = \frac{c - v}{g \cdot \sin \varphi}$$

Da nun die beiden Hälften der Kurve ähnlich gleich sind, so sind auch die Zeiten t gleich; und der Körper bleibt eben so lange beim Steigen in HK, als beim Fallen in FG.

Digitized by Google

Daſſelbe gilt von allen übrigen entſprechenden Theilen der Kurve; daher dauert die Bewegung in dem einen Zweige eben ſo lange als in dem andern.

11 Wenn der Körper bis C geſtiegen iſt, ſo geht er wieder bis A herunter, und bekommt dieſelbe Geſchwindigkeit, die dem Falle in BA entſpricht. Vermittelſt dieſer Geſchwindigkeit ſteigt er von A bis D, bis zur Höhe des Punktes B, d. h. eben ſo hoch, als er mit derſelben Geſchwindigkeit ſenkrecht hinaufgekommen wäre. Dann geht er wieder bis A hinab, und ſteigt von da bis C u. ſ. w. Jeder Hingang von einem höchſten Punkte C bis zum andern höchſten Punkte D oder umgekehrt heißt eine Schwingung, oder ein Pendelſchlag, und die dazu erforderliche Zeit die Schwingungszeit oder Schwungzeit; und der Winkel, den die Linie vom höchſten Punkte bis zum Punkte B mit der Vertikallinie macht, wie DBA und CBA, heißt der Elongationswinkel.

Wenn der ſchwingende Körper weder einen Widerſtand von der Luft noch eine Reibung erlitte, ſo würden die Schwingungen immer fort dauern. Da aber beide Gegenwirkungen immer mehr oder weniger vorhanden ſind, ſo kommt der Körper ſchon bei der erſten Schwingung nicht ganz bis C, bei der zweiten nicht ganz bis D, und ſeine Schwingungen werden immer kürzer, die Elongationswinkel immer kleiner, bis die Bewegung endlich ganz aufhört, und der Körper in A ruht.

12 Mit dem Vorhergehenden ſind die Berechnungen der Pendellängen S. 67 bis 71 und S. 820 u. 821, ſo wie die Sätze über die Centrifugalkraft S. 1057 bis S. 1069 in Zuſammenhang zu bringen.

§. 312. Von dem Momente der Trägheit.

1 Man denke ſich eine Maſſe M_1 mit einem Kreiſe AB, Tafel XXXV, D, Fig. 256, welcher ſich nur um eine, durch ſeinen Mittelpunkt C gehende, normal auf ſeiner Fläche ſtehende Axe drehen kann, ſo verbunden, daß der Weg, den M_1 in der Kreistangente BM_1 bei einer eintretenden Bewegung beſchreibt, gleich dem Wege iſt, den jeder Punkt der Kreisperipherie durchläuft. Ein zweiter Kreis DE ſei mit dem erſten konzentriſch und feſt verbunden. An ſeiner Peripherie ſei ein materieller Punkt D befeſtigt, deſſen Maſſe = M iſt. Sämmtliche an dem Syſteme wirkenden Kräfte ſeien auf die Maſſe M_1 reduzirt, ſo daß man annimmt, dieſe übrigen Kräfte ſeien nicht vorhanden, und es wirke ſtatt ihrer an der Maſſe M_1 in der Verlängerung von BM_1 eine einzige Kraft P. Der Radius des Kreiſes AB ſei gleich R_1, der von DE gleich ϱ. In dem Augenblicke, wo die Kraft P wirkt, ſei die Geſchwindigkeit der Maſſe $M_1 = V_1$, diejenige der Maſſe $M = v$; durch einmaliges Wirken der Kraft erlange die Maſſe M_1 eine Geſchwindigkeit $= C_1$, die Maſſe M eine Geſchwindigkeit = c.

Um die Geſchwindigkeit C_1 zu beſtimmen, kann ſtatt der Maſſe M, die ſich in dem Kreisumfange befindet, eine gleiche Maſſe M in der Tangente DH ſo mit der Peripherie des Kreiſes DE ſo verbunden gedacht werden, daß ſie dieſelbe Geſchwindigkeit anzunehmen genöthigt iſt, wie jeder Punkt der genannten Pe-

Digitized by Google

ripherie. Zur Bewegung der Masse wird (vergl. S. 2141 Nr. 3) in beiden Fällen dieselbe Zeit erfordert; demnach wird auch in dem einen Falle wie in dem andern, d. h. bei der Tangente BM_1 am Kreise AB dieselbe Kraft nöthig sein; die Masse M hat also in beiden Fällen denselben Einfluß auf die Bewegung des Systems.

Um der Masse M die Geschwindigkeit c mitzutheilen, ist nach der Tangente der Peripherie des Kreises DE eine Kraft $= Mc$ nöthig (vergl. S. 1905 Gleichung I). Das statische Moment derselben ist $= \varrho Mc$ (vergl. S. 1931 Nr. 7). Dividirt man dieses Moment durch R_1, so erhält man den Werth dieser auf die Peripherie des Kreises AB reduzirten Kraft $= \frac{\varrho Mc}{R_1}$; dies ist derjenige Theil der Kraft P, welcher verwendet wird, um der Masse M ihre Geschwindigkeit mitzutheilen. Für die Masse M_1 bleibt also die Kraft $P - \frac{\varrho Mc}{R_1}$ übrig. Um aber die Geschwindigkeit C_1 hervorzubringen, ist eine Kraft $= M_1C_1$ nothwendig; also ist $M_1C_1 = P - \frac{\varrho Mc}{R_1}$; daher $C_1 = \frac{P}{M_1} - \frac{\varrho Mc}{RM_1}$.

Man denke sich nun die Masse M weggenommen, und statt ihrer eine Masse M' in der Peripherie eines andern mit AB ebenfalls konzentrischen und festverbundenen Kreises FG angebracht. Der Radius dieses Kreises sei ϱ'; die Geschwindigkeit der Masse M' sei v', wenn die der Masse $M_1 = V_1$ ist, und wenn der letzteren durch einmalige Wirkung der Kraft P eine Geschwindigkeit $= C_{II}$ mitgetheilt wird, so erhalte die Masse M' eine Geschwindigkeit $= c'$.

Man erhält auf ähnliche Art wie oben $C_{II} = \frac{P}{M_1} = \frac{\varrho' M' c'}{R_1 M_1}$.

Die beiden Massen M und M' werden auf die Bewegung der Masse M_1 denselben Einfluß haben, d. h. es wird einerlei sein, ob die Masse M am Radius ϱ, oder die Masse M' am Radius ϱ' mit der Masse M_1 verbunden ist, wenn $C_{II} = C_1$, also $\frac{P}{M_1} - \frac{\varrho' M' c'}{R_1 M_1} = \frac{P}{M_1} - \frac{\varrho Mc}{R_1 M_1}$; hieraus ergiebt sich $\varrho Mc = \varrho' M' c'$. Es verhält sich aber $c : c' = \varrho : \varrho'$; also $c' = \frac{c\varrho'}{\varrho}$; daher $\varrho Mc = \varrho' \cdot \frac{c}{\varrho} \cdot \varrho' M'$ oder:

$$\text{I)} \quad \varrho^2 M = \varrho'^2 M'.$$

Es verhält sich ferner $v : v' = \varrho : \varrho'$, also ist $\varrho' = \frac{\varrho v'}{v}$, folglich $\varrho^2 M = \frac{\varrho^2 v'^2}{v^2} M'$; also:

$$\text{II)} \quad v^2 M = v'^2 M'$$

Die beiden Massen üben also durch ihr Beharrungsvermögen gleichen Einfluß auf die Bewegung des mit ihnen verbundenen Körpers aus, wenn die Produkte aus den Massen in die Quadrate der Radien gleich sind, oder wenn die Produkte aus den Massen in die Quadrate der Geschwindigkeiten gleich sind.

Man sieht aus dem Vorhergehenden, daß man das Produkt aus einer Masse in das Quadrat einer Linie als ein statisches Moment ansehen kann.

Digitized by Google

Der eine Faktor des Quadrats stellt die Geschwindigkeitsänderung der Masse dar; also sein Produkt mit der Masse stellt die Kraft dar; der andere Faktor stellt den Hebelarm dar; weil aber das vorige Produkt mit ihm multiplizirt wird, so ergiebt sich das Produkt aus der Masse in das Quadrat des genannten Faktors.

2 Das Produkt aus der Masse in das Quadrat ihrer Entfernung von der Axe der Drehung nennt man das Moment der Trägheit, oder Moment der Masse. Zwei Massen üben also durch ihr Beharrungsvermögen gleichen Einfluß auf die Bewegung des Systems, zu dem sie gehören, wenn ihre Trägheitsmomente gleich sind.

3 Sie haben aber auch gleichen Einfluß, wenn die Produkte aus den Massen in die Quadrate der Geschwindigkeiten gleich sind. Diese Produkte heißen auch zuweilen Trägheitsmomente; viel häufiger heißt aber ein solches Produkt die lebendige Kraft.

4 Das vorhin Bewiesene gilt für das Trägheitsmoment nur bei der drehenden Bewegung eines festen Körpers; dagegen für die lebendige Kraft läßt es sich auf jede Art der Verbindung von Massen ausdehnen.

5 Ist die Winkelgeschwindigkeit $= u$, so ist $v = \varrho u$; also die lebendige Kraft $= v^2\varrho^2 \cdot M$. Die lebendige Kraft einer Masse erhält man also, wenn man das Trägheitsmoment mit dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit multiplizirt; und umgekehrt erhält man das Trägheitsmoment, wenn man die lebendige Kraft durch das Quadrat der Winkelgeschwindigkeit dividirt.

6 Es seien m, m', m'', m''' u. s. w. die Massen irgend einer Anzahl von Punkten, die unter sich mit einer Drehungsaxe verbunden sind. Ihre Entfernungen von der letzteren seien ϱ, ϱ', ϱ'', ϱ''' u. s. w.; es sei ferner $M = m + m' + m'' + m'''$ u. s. w. Es sei ferner die Masse M_1 um die Größe R_1 von der Drehungsaxe entfernt, so daß sie dadurch auf die Bewegung des mit ihr verbundenen Systems denselben Einfluß ausübt, wie die Massen m, m', m'', m''' u. s. w. zusammen; demnach ist es gleich, ob die Massen m, m', m'' u. s. w. an ihren Radien ϱ, ϱ', ϱ'', u. s. w., oder die Masse M_1 am Radius R_1 vorhanden ist.

Es sei ferner q die Masse, die man am Radius R_1 anstatt m am Radius ϱ anbringen kann. Es müssen also ihre Trägheitsmomente gleich sein, daher $R_1^2 q = \varrho^2 \cdot m$. Haben nun die Massen q', q'', q''' u. s. w. dieselbe Bedeutung für die Massen m', m'', m''' u. s. w., so findet man: $R_1^2 q' = \varrho'^2 m'$; $R_1^2 q'' = \varrho''^2 m''$; $R_1^2 q''' = \varrho'''^2 m'''$ u. s. w. Addirt man diese Gleichungen, so erhält man: $R_1^2 (q + q' + q'' + q''' + \ldots) = \varrho^2 m + \varrho'^2 m' + \varrho''^2 m'' + \varrho'''^2 m''' \ldots\ldots$ Da die Massen q, q', q'', q''' u. s. w. alle in einem Punkte vereinigt sind, so kann man für dieselben eine einzige Masse $M_1 = q + q' + q'' + q'''$ u. s. w. setzen; daraus erhält man die Gleichung: $R_1^2 M_1 = \varrho^2 m + \varrho'^2 m' + \varrho''^2 m'' + \varrho'''^2 m''' + \ldots\ldots$

Das Trägheitsmoment einer Masse, welche in einem Punkte vereinigt, durch ihr Beharrungsvermögen denselben Einfluß auf die Bewegung eines Systems, mit dem sie verbunden ist, ausüben soll, wie irgend eine Anzahl von

Digitized by Google

Massen, welche in verschiedenen Punkten befindlich, fest mit einander verbunden sind, ist gleich der Summe der Trägheitsmomente aller dieser Massen.

Diese Summe heißt das Trägheitsmoment des festen Systems, welches diese Massen bilden; machen sie einen festen Körper aus, so heißt es das Trägheitsmoment des Körpers, oder das Moment seiner Masse. Bezeichnet man es mit $\mathfrak{M}$, so hat man:

$$\text{I)} \quad \mathfrak{M} = m\varrho^2 + m'\varrho'^2 + m''\varrho''^2 + \ldots\ldots$$

Aus obiger Gleichung folgt dann:

$$\text{II)} \quad M_1 = \frac{m\varrho^2 + m'\varrho'^2 + m''\varrho''^2 + \ldots\ldots}{R_1^2} = \frac{\mathfrak{M}}{R_1^2}$$

Will man also eine Masse finden, welche in einem gegebenen Punkte vereinigt, durch ihr Beharrungsvermögen auf die Bewegung einer mit ihr verbundenen Masse denselben Einfluß ausübt, wie mehrere in verschiedenen Entfernungen von der Drehungsaxe befindliche, fest verbundene Massen, oder wie ein fester Körper: so muß man die Summe der Trägheitsmomente dieser Massen, oder das Trägheitsmoment des Ganzen durch das Quadrat der Entfernung der Axe von demjenigen Punkte dividiren, in welchem man die vereinigte Masse anbringen will; oder man muß die Summe der lebendigen Kräfte aller Massen durch das Quadrat der Geschwindigkeit desjenigen Punktes dividiren: in welchem die vereinigte Masse angebracht werden soll. Dies heißt die Reduktion der Massen.

Wenn die in einem Punkte vereinigte Masse gleich sein soll der Masse M des Ganzen, so erhält man aus obiger Gleichung die Entfernung dieser Masse von der Axe, welche Entfernung mit l bezeichnet sein soll:

$$l = \sqrt{\frac{m\varrho^2 + m'\varrho'^2 + m''\varrho''^2 \ldots\ldots}{M}}$$

$$\text{oder III)} \quad l = \sqrt{\frac{\mathfrak{M}}{M}}; \quad l^2 = \frac{\mathfrak{M}}{M}; \quad \mathfrak{M} = l^2 M.$$

Dieser Punkt wird auch zuweilen der Schwingungspunkt genannt; auch wohl der Mittelpunkt der Trägheit.

Zur Abkürzung kann man die Summe $m\varrho^2 + m'\varrho'^2 + m''\varrho''^2 + \ldots\ldots$ durch $\Sigma m\varrho^2$ bezeichnen, wo also Σ kein Faktor, sondern das bloße Summirungszeichen ist. Befindet sich hinter diesem Zeichen ein Faktor, so kann man denselben, wie bei dem Integralzeichen (vergl. S. 1159 Nr. 3), auch vor dasselbe stellen. Hat man z. B. den Ausdruck Σaz, wo a eine konstante, z eine variable Größe bezeichnet, deren verschiedene Werthe z, z', z'' u. s. w. sind, so ist $\Sigma az = az + az' + az'' + \ldots\ldots = a(z + z' + z'' + \ldots\ldots)$; daher $\Sigma az = a\Sigma z$.

Man hat demnach statt der Gleichung I folgende für das Trägheitsmoment:

$$\text{IV)} \quad \mathfrak{M} = \Sigma m\varrho^2.$$

Um das Trägheitsmoment eines Körpers zu finden, theilt man denselben

Digitized by Google

in unendlich kleine Elemente, so daß die Masse eines jeden als in einem Punkte vereinigt angesehen werden kann; diese Massen sucht man, multiplizirt jede mit dem Quadrate ihrer Entfernung von der Axe und summirt die Produkte. Besteht der Körper aus endlichen Theilen, deren Trägheitsmomente sich auf die angegebene Art bestimmen lassen, so addirt man dieselben, um das Trägheitsmoment des Ganzen zu erhalten.

8 Man ziehe drei rechtwinklige Koordinatenaxen der x, y und z, so daß die Axe der z mit der Drehungsaxe zusammenfällt. Die Koordinaten irgend eines unendlich kleinen Elements des Körpers, das man als Punkt ansehen kann, und dessen Masse = m ist, seien x, y und z; seine Entfernung von der Axe = ϱ; alsdann ist $\varrho^2 = x^2 + y^2$, indem ϱ, x und y ein rechtwinkliges Dreieck bilden, dessen Hypotenuse ϱ ist. Man hat also nach Gleichung IV als Trägheitsmoment des Ganzen:

$$V) \quad \mathfrak{M} = \Sigma (x^2 + y^2) \cdot m.$$

Zur Bestimmung des Trägheitmoments durch die Integralrechnung nimmt man an, das Element m sei ein Parallelepipedon, dessen Kanten gleich dx, dy und dz und mit den Koordinatenaxen parallel seien. Hat nun der Körper in dem Punkte, dessen Koordinaten x, y und z sind, eine solche Dichtigkeit, daß seine Kubikeinheit von derselben Dichtigkeit eine Masse = q enthält, so ist $m = q\,dx\,dy\,dz$. Diese drei Differentiale führen auf eine dreifache Integration.

Nimmt man z. B. in dem Würfel DM, Tafel XXXV, D, Fig. 257, die Kante CA = x, CB = y, CD = z, und in dem kleinen Würfel df die Kante Ca = dx, Cb = dy und Cd = dz, so ist der kleine Würfel $df = dx\,dy\,dz$, und der große Würfel als die Summe der kleinen Elementarwürfel $DM = xyz$. Will man zuerst die Summe der Elementarwürfel haben, welche sich in dem Prisma DhfC befinden, so hat man die Grundfläche $Cf = dx\,dy$ mit CD = z, d. h. mit $\int dz$ zu multipliziren. Es ist also das Prisma:

$$A) \quad DhfC = dx\,dx \int dz = dx\,dy \cdot z.$$

Will man ferner die Summe der Elementarwürfel finden, welche in dem Prisma DnmC enthalten sind, so hat man die Quadratfläche $CDLA = xz$ mit $Cb = dy$ zu multipliziren; daher das Prisma:

$$B) \quad DnmC = dy \int dz \int dx = dy \,.\, xz.$$

Will man endlich die Summe der Elementarwürfel finden, welche in dem ganzen Würfel CDNM enthalten sind, so hat man die drei Kanten x, y, z mit einander zu multipliziren; daher der Würfel:

$$C) \quad CDNM = \int dx \int dy \int dz = xyz.$$

Man kann nun die in den Gleichungen A, B und C ausgedrückten drei Operationen durch das einzige dreifache Integral

$$D) \quad \iiint dx\,dy\,dz$$

ausdrücken, wenn jedes der drei Integralzeichen sich auf eine der drei Veränderlichen x, y, z bezieht.

Digitized by Google

Wendet man diese Bezeichnung auf die obige Gleichung V und die Gleichung $m = q dx dy dz$ an, so erhält man:

VI) $$\mathfrak{M} = \iiint (x^2 + y^2)\, q\, dx dy dz.$$

Wenn der Körper homogen ist, so ist q unveränderlich, und man hat (vergl. S. 1159 Nr. 3):

VII) $$\mathfrak{M} = q \iiint (x^2 + y^2)\, dx dy dz.$$

Im Allgemeinen kann man beliebig wählen, welche von den drei Ordinaten zuerst als veränderlich angesehen werden soll. In besondern Fällen ist indessen die Wahl nicht ganz frei.

§. 313. D'Alembert's Prinzip.

Man kann zwei Hauptarten von Systemen unterscheiden: erstens 1
solche, deren Theile nicht in Berührung mit einander stehen, sondern nur aus der Entfernung durch anziehende oder abstoßende Kräfte auf einander wirken; zweitens solche Systeme, deren Theile sich berühren. Von der ersteren Art ist das Sonnensystem; von der zweiten Art jede zusammengesetzte Maschine.

Das Produkt aus einer Masse in das Quadrat ihrer Geschwindigkeit heißt 2
(vergl. S. 2148 Nr. 3) ihre lebendige Kraft. Die Summe der lebendigen Kräfte aller Massenelemente eines Systems heißt die lebendige Kraft dieses Systems.

Zwei Massen üben durch ihr Beharrungsvermögen gleichen Einfluß auf die Bewegung des Systems aus, wenn ihre lebendigen Kräfte gleich sind.

Man kann daher die Bewegung des Systems auf folgende Weise bestimmen. Man reduzirt sämmtliche Kräfte vermittelst des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeit (vergl. S. 1987 bis S. 1993) auf einen Punkt, indem man jede Kraft mit ihrer virtuellen Geschwindigkeit multiplizirt, und die Summe der so erhaltenen Produkte durch die virtuelle Geschwindigkeit desjenigen Punktes dividirt, auf den die Kräfte reduzirt werden sollen. Man reduzirt alsdann sämmtliche Massen auf denselben Punkt, indem man die lebendige Kraft der Masse jedes einzelnen Theiles durch das Quadrat der Geschwindigkeit des Reduktionspunktes dividirt, und die Quotienten addirt; oder, was dasselbe ist, indem man die lebendige Kraft des Ganzen durch das Quadrat der genannten Geschwindigkeit dividirt.

Man bestimmt alsdann die Bewegung der so erhaltenen Masse nach der Lehre von der Bewegung eines Punktes, indem man annimmt, die oben gefundene reduzirte Kraft sei die einzige, welche an ihr thätig ist, und er beschreibe denjenigen Weg, den er nach der Natur des Systems durchlaufen muß. Ist die Bewegung dieses Punktes bekannt, so lassen sich die Bewegungen aller übrigen Punkte vermöge der bekannten Art ihrer Verbindung mit dem ersten leicht bestimmen.

Wenn ein System von materiellen Punkten oder Körpern, auf welches 3
Kräfte wirken, sich bewegt, so wird im Allgemeinen jeder Punkt desselben eine

Digitized by Google

andre Geschwindigkeit annehmen, als welche er haben würde, wenn er frei wäre. Diese letztere freie Geschwindigkeit läßt sich in zwei Komposanten oder Seitengeschwindigkeiten zerlegen, von denen die eine der Geschwindigkeit gleich ist, die der Punkt wirklich annimmt; die andere Seitengeschwindigkeit kommt wegen der Gegenwirkung der andern Punkte gar nicht zur Wirksamkeit, und kann als verloren angesehen werden. Die dieser Geschwindigkeit entsprechende Kraft muß dann ebenfalls als verloren betrachtet werden.

Die Anzahl der mit einander verbundenen Punkte, und die Art ihrer Verbindung mag sein welche sie will, so müssen in jedem Augenblicke die verloren gehenden Kräfte sich aufheben, also im Gleichgewichte sein.

Durch diesen Grundsatz lassen sich alle Aufgaben über die Bewegung eines Systems von Punkten oder Körpern auf die Gesetze des Gleichgewichts zurückführen. Weil er von dem berühmten französischen Mathematiker D'Alembert zuerst als allgemeines Gesetz erkannt und ausgesprochen wurde, während er vorher nur zur Auflösung einzelner Aufgaben angewendet worden war, so nennt man ihn D'Alembert's Prinzip.

4 Da die verlorene Geschwindigkeit eines Punktes die mittlere oder die entgegengesetzte mittlere von der zur Wirklichkeit kommenden Geschwindigkeit und derjenigen ist, welche den an ihm wirkenden Kräften entspricht, wenn eine von diesen Geschwindigkeiten als entgegengesetzt angenommen wird: so gilt für die den beiden letztern entsprechenden Kräften dasselbe, was vorher von den verlorenen Kräften gesagt worden. Es muß also das Gleichgewicht zwischen den Kräften bestehen, welche die Aenderung der Bewegung des Systems verursachen, und denjenigen, welche den zur Wirklichkeit kommenden Geschwindigkeitsänderungen entsprechen, wenn entweder die ersteren oder die letzteren Kräfte als nach entgegengesetzten Richtungen wirkend angesehn werden.

5 Bei der Anwendung dieses Gesetzes, macht es einen Unterschied, ob die Kräfte Momentankräfte, d. h. solche, die nur einen Augenblick hindurch wirken, oder beschleunigende, kontinuirlich fortwirkende sind.

1. Bei Momentankräften erhält man die verlorenen Kräfte, wenn man die wirkliche Geschwindigkeitsänderung jedes Punktes mit der Masse desselben multiplizirt, und zu der so gefundenen Kraft, als einer Seitenkraft, und der an dem Punkte wirkenden Kraft, als mittleren, die andere Seitenkraft bestimmt.

2. Bei beschleunigenden Kräften sucht man die in einer unendlich kleinen Zeit entstehenden willkürlichen Geschwindigkeitsänderungen, und dividirt sie durch diese Zeit, um die Beschleunigungen zu erhalten; diese multipizirt man mit den Massen der korrespondirenden Punkte und dividirt die Produkte durch die Beschleunigung g der Schwere, so erhält man die zur Wirklichkeit kommenden beschleunigenden Kräfte. Zu diesen als Seitenkräften, und den an den Punkten wirkenden beschleunigenden Mittelkräften sucht man die zweiten Seitenkräfte, und diese sind die verlorenen Kräfte.

6 Soll das Prinzip auf die Bewegung eines festen Körpers angewendet wer-

Digitized by Google

den, so zerlegt man die Kräfte, welche in einem gegebenen Augenblicke an ihm wirken, und seine Bewegung ändern, in Seitenkräfte parallel mit drei beliebigen rechtwinkligen Koordinatenaxen. Man bestimmt alsdann auf die vorherangegebene Weise die den wirklichen Geschwindigkeitsänderungen entsprechenden Kräfte, und zerlegt sie auch in Seitenkräfte, die den Koordinatenaxen parallel sind. Diese zieht man von den erstern ab, und erhält im Reste die verlorenen Kräfte. Für diese setzt man die Gleichungen des Gleichgewichts an: nämlich die Summe der verlorenen Kräfte parallel mit jeder Axe setzt man gleich Null, und die Summe der statischen Momente sämmtlicher verlorenen Kräfte in Bezug auf jede der drei Axen, wird ebenfalls gleich Null gesetzt. Auf diese Weise erhält man im Allgemeinen sechs Gleichungen.

Ist eine Aufgabe über ein System von Körpern aufzulösen, so kann man so verfahren, daß man die Körper von einander trennt, und den Zustand eines jeden von ihnen durch Kräfte darstellt, die denjenigen gleich sind, mit denen die andern Körper des Systems gegen ihn gewirkt haben. Für jeden einzelnen Körper werden die Gleichungen auf obige Weise hergeleitet. Aus den gefundenen Gleichungen werden sodann die Kräfte, welche den Gegenwirkungen korrespondiren, eliminirt: so erhält man die Gleichungen zur Lösung der Aufgabe.

Man kann aber auch die Gleichungen ohne Trennung der Körper ansetzen, indem man für jeden Punkt auf obige Weise die verlorenen Kräfte sucht; alsdann setzt man die Gleichung für das Gleichgewicht an, indem man diese Kräfte mit ihren virtuellen Geschwindigkeiten multiplizirt und die Summe der Produkte gleich Null setzt.

Man kann auch zuerst die an den Punkten wirkenden Kräfte suchen; alsdann die den wirklichen Geschwindigkeitsänderungen entsprechenden Kräfte; diese oder die ersteren bringt man entgegengesetzt an, und setzt dann für sämmtliche die Gleichung für das Gleichgewicht nach dem Prinzipe der virtuellen Geschwindigkeiten an.

Um die erforderliche Anzahl von Gleichungen zu erhalten, giebt man dem Systeme nach und nach so viele verschiedene Bewegungen, als es anzunehmen fähig ist, und bildet für jede die Gleichung nach obiger Art.

Die Verbindung des D'Alembertschen Prinzip mit demjenigen der virtuellen Geschwindigkeiten geschah zuerst von dem berühmten Turiner Mathematiker Lagrange.

Zuerst wurde das D'Alembertsche Prinzip nur auf beschleunigende und 7
auf eigentliche Momentankräfte angewendet. Man kann es aber auch auf wirkliche Stoßkräfte, d. h. auf solche anwenden, welche ihre Wirkungen in sehr kurzer, aber doch endlicher Zeit vollbringen.

Es sei die Dauer des Stoßes $= t$; an einem System-Punkte, dessen Masse $= m$ ist, wirke eine Stoßkraft, welche ihm, wenn er frei wäre, die Geschwindigkeit $= V$ mittheilen würde; die wirklich mitgetheilte sei v; seine wirkliche Bewegung wird also eine Geschwindigkeit haben, welche zusammengesetzt ist aus seiner Anfangsgeschwindigkeit, aus der Geschwindigkeit v, und aus derje-

Digitized by Google

nigen, welche ihm durch irgend welche beſchleunigenden Kräfte mitgetheilt wird, die noch neben den Stoßkräften wirken.

Die Geſchwindigkeit V kann man in zwei Seitengeſchwindigkeiten zerlegen, von denen eine = v, die andere = W iſt, und zwar die letztere die durch Gegenwirkung des Syſtems aufgehobene. Die verlorene Kraft iſt alſo = Wm.

Es ſei die Zeit t in unendlich viele und unendlich kleine Zeittheile jeder = τ getheilt; und mwτ der Theil von Wm, der auf das Zeittheilchen τ kommt; und mφτ der von den beſchleunigenden Kräften herrührende Kraftverluſt. Nach dem Prinzip der virtuellen Geſchwindigkeiten müſſen die Kräfte mit ihren virtuellen Geſchwindigkeiten multiplizirt, und die Summe der Produkte muß = 0 geſetzt werden. Es ſeien σ und s die von der Lage des Punktes m abhängigen Koeffizienten, mit denen die Kraftverluſte multiplizirt werden müſſen. Wenn man nun für die übrigen Maſſen m', m'', m''' u. ſ. w. die nämlichen Bezeichnungen wählt, und die zuſammengehörenden Größen mit gleichen Akzenten bezeichnet, ſo hat man nach dem D'Alembertſchen Prinzip und demjenigen der virtuellen Geſchwindigkeiten:

$$0 = \sigma m w \tau + \sigma' m' w' \tau + \sigma'' m'' w'' \tau + \text{ꝛc.} + s m \varphi \tau + s' m' \varphi' \tau + s'' m'' \varphi'' \tau + \ldots\ldots$$

oder weil die Wirkungen der beſchleunigenden Kräfte während der Dauer des Stoßes gegen die Stoßkräfte verſchwinden, alſo die Größen smφτ, s'm'φ'τ u. ſ. w. gegen die übrigen unberückſichtigt bleiben können:

$$0 = \sigma m w \tau + \sigma' m' w' \tau + \text{ꝛc.}$$

Dieſe Gleichung gilt für jeden Theil der Zeit t; man braucht alſo nur die für die einzelnen Zeittheile gefundenen Reſultate zu addiren. Da ſich nun auch die Werthe von σ, σ', σ'' u. ſ. w. für die Zeit t nicht ändern, weil die Lage der Punkte m, m', m'' u. ſ. w. während des Stoßes ſich nicht merklich ändert; man erhält alſo für die ganze Zeit t die Summengleichung:

$$0 = \sigma m W + \sigma' m' W' + \sigma'' m'' W'' + \text{ꝛc.}$$

Dieſe Gleichung gilt auch noch in dem Falle, wenn die zugleich erfolgenden Stöße von verſchiedener Dauer ſind, wenn z. B. die Gegenwirkung zwiſchen einem Theile der Maſſe früher anfängt oder früher aufhört, als bei dem andern; nur muß die Zeit t von dem Augenblicke an gerechnet werden, wo die erſte Gegenwirkung beginnt, bis zu demjenigen wo die letzte aufhört; die entſprechenden Kräfte ſind dann für diejenigen Punkte, zwiſchen denen keine Gegenwirkung ſtattfindet = 0 zu ſetzen.

Kommt während des Stoßes ein Uebereinandergleiten der Syſtemtheile vor, ſo müſſen die Werthe der Reibung beſonders in Rechnung gebracht werden, weil ſie gegen die Stoßkräfte nicht unberückſichtigt bleiben können.

8 An einem Syſteme, deſſen Theile ſich nicht berühren, ſeien in einem beſtimmten Augenblicke, für welchen die Geſchwindigkeiten der Punkte bekannt ſind, bloß Momentankräfte wirkſam.

Die Maſſen der verſchiedenen Punkte eines der Syſtemkörper ſeien m, m',

Digitized by Google

m'' ꝛc. ihre Koordinaten in Beziehung auf ein beliebiges im Raume unveränderliches System von Koordinatenaxen im genannten Augenblicke seien x, y, z, x', y', z', x'', y'', z'' u. s. w.; die Seitengeschwindigkeiten parallel mit den Koordinatenaxen ξ, η, ζ, ξ', η', ζ', ξ'', η'', ζ'' u. s. w.; die Momentankräfte, welche in demselben Augenblicke an dem Körper wirken, P, P', P'' u. s. w.; die Winkel, welche sie mit den Koordinatenaxen machen, α, β, γ, α', β', γ', α'', β'', γ'' u. s. w.; die Koordinaten ihrer Angriffspunkte p, q, r, p', q', r', p'', q'', r'' u. s. w. Es seien ferner ξ, ν, ζ, ξ', ν', ζ', ξ'', ν'', ξ'' u. s. w. die Werthe, um welche sich die Seitengeschwindigkeiten der genannten Massen durch die Wirkung der Kräfte ändern. Die Masse des Körpers sei = k = m + m' + m'' + m''' + ꝛc. Die Seitengeschwindigkeit seines Schwerpunktes parallel mit den Koordinatenaxen, ehe die Kräfte wirken, seien d, f, h und D, F, H.

Für die übrigen Körper, aus denen das System besteht, gilt die nämliche Bezeichnung, mit dem Unterschiede, daß man für den zweiten Körper einen Akzent links unten, für den dritten zwei Akzente links unten hinzufügt, also ${}_{\text{I}}x$, ${}_{\text{I}}y$, ${}_{\text{I}}z$, ${}_{\text{I}}k$ u. s. w., ${}_{\text{II}}x$, ${}_{\text{II}}y$, ${}_{\text{II}}z$, ${}_{\text{II}}k$ u. s. w.

Die Masse des ganzen Systems sei = M = k + ${}_{\text{I}}k$ + ${}_{\text{II}}k$ + ꝛc.; die Koordinaten seines Schwerpunkts, wenn man dieselben so bestimmt, als wären die Körper fest vereinigt, seien $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$; seine Seitengeschwindigkeiten parallel mit der Axe, ehe die Kräfte wirken, seien $\mathfrak{X}'$, $\mathfrak{Y}'$, $\mathfrak{Z}'$, und wenn sie ihre Wirkung gethan haben $\mathfrak{X}''$, $\mathfrak{Y}''$, $\mathfrak{Z}''$.

Nach den Formeln für die Seitenkräfte und die Seitengeschwindigkeiten, parallel mit den Koordinatenaxen (vergl. S. 1938 u. S. 1941), erhält man:

$$D = d + \frac{P\cos\alpha + P'\cos\alpha' + P''\cos\alpha'' + \text{ꝛc.}}{k}$$

$$\text{oder } Dk = dk + P\cos\alpha + P'\cos\alpha' + P''\cos\alpha'' + \text{ꝛc.}$$

$${}_{\text{I}}D{}_{\text{I}}k = d{}_{\text{I}}k{}_{\text{I}} + {}_{\text{I}}P\cos{}_{\text{I}}\alpha + {}_{\text{I}}P'\cos{}_{\text{I}}\alpha' + {}_{\text{I}}P''\cos\alpha'' + \text{ꝛc.}$$

und so fort für die übrigen Körper.

Wenn man diese Gleichungen addirt, so erhält man:

$$\Sigma kD = \Sigma kd + \Sigma P\cos\alpha$$

wo sich die durch Σ angedeutete Summirung über alle Theile des Systems erstreckt.

Ebenso erhält man $\Sigma kF = \Sigma kf + \Sigma P\cos\beta$; und $\Sigma kH = \Sigma kh + \Sigma\cos\gamma$. Die Seitengeschwindigkeiten des gemeinschaftlichen Schwerpunktes aller Massen (vergl. S. 1948) sind, ehe die Kräfte wirken:

$$\mathfrak{X}' = \frac{\Sigma kd}{M};\ \mathfrak{Y}' = \frac{\Sigma kf}{M};\ \mathfrak{Z}' = \frac{\Sigma kh}{M};\ \text{nachher aber}$$

$$\mathfrak{X}'' = \frac{\Sigma kD}{M};\ \mathfrak{Y}'' = \frac{\Sigma kF}{M};\ \mathfrak{Z}'' = \frac{\Sigma kH}{M};\ \text{daher hat man}$$

$$\Sigma kd = M\mathfrak{X}';\ \Sigma kf = M\mathfrak{Y}';\ \Sigma kh = M\mathfrak{Z}';$$

$$\Sigma kD = M\mathfrak{X}'';\ \Sigma kF = M\mathfrak{Y}'';\ \Sigma kH = M\mathfrak{Z}'';\ \text{daher}$$

$$\mathfrak{X}'' = \mathfrak{X}' + \frac{\Sigma P\cos\alpha}{M};\ \mathfrak{Y}'' = \mathfrak{Y}' + \frac{\Sigma P\cos\beta}{M};\ \mathfrak{Z}'' = \mathfrak{Z}' + \frac{\Sigma P\cos\gamma}{M}$$

Digitized by Google

Die Summe der statischen Momente in Bezug auf die Angriffspunkte sind für die Axe der z:

$$0 = P\cos\alpha q - P\cos\beta p + P'\cos\alpha' q' - P'\cos\beta' p' + \text{ꝛc.}$$
$$- \xi m y + \upsilon m x - \xi' m' y' + \upsilon' m' x' - \text{ꝛc.}$$
$$0 = {}_1P\cos{}_1\alpha{}_1 q - {}_1P\cos{}_1\beta{}_1 p + {}_1P'\cos{}_1\alpha'{}_1 q' - {}_1P'\cos{}_1\beta' p' + \text{ꝛc.}$$
$$- {}_1\xi{}_1 m{}_1 y + {}_1\upsilon{}_1 m{}_1 x - {}_1\xi'{}_1 m'{}_1 y' + {}_1\upsilon'{}_1 m'{}_1 x' - \text{ꝛc.}$$
$$\text{ꝛc.} \qquad \text{ꝛc.}$$

Summirt man diese Gleichungen, so erhält man:

$$0 = \Sigma P\cos\alpha q - \Sigma\cos\beta p - \Sigma\xi m y + \Sigma\upsilon m x.$$

Auf ähnliche Weise erhält man die Gleichungen für die andern Koordinatenaxen.

Für die Bewegung des Schwerpunktes des ganzen Systems und für die drehende Bewegung erhält man also, wie für die Bewegung eines festen Körpers:

I) $$\mathfrak{X}'' = \mathfrak{X}' + \frac{\Sigma P\cos\alpha}{M};\quad \mathfrak{Y}'' = \mathfrak{Y}' + \frac{\Sigma P\cos\beta}{M};\quad \mathfrak{Z}'' = \mathfrak{Z}' + \frac{\Sigma P\cos\gamma}{M}$$

II) $$\begin{cases} 0 = \Sigma P\cos\alpha q - \Sigma P\cos\beta p - \Sigma\xi y m + \Sigma\upsilon x m \\ 0 = \Sigma P\cos\gamma p - \Sigma P\cos\alpha r - \Sigma\zeta x m + \Sigma\xi z m \\ 0 = \Sigma P\cos\beta r - \Sigma P\cos\gamma q - \Sigma\upsilon z m + \Sigma\zeta y m. \end{cases}$$

Der Schwerpunkt eines freien Systems von Punkten oder Körpern bewegt sich demnach gerade so, wie er sich bewegen würde, wenn in ihm alle Massen des Systems vereinigt wären, und alle an demselben wirkenden Kräfte an ihm nach parallelen Richtungen angebracht wären.

Wenn keine Kräfte an dem Systeme wirken, oder wenn nur solche Kräfte vorhanden sind, welche von der Gegenwirkung der Theile des Systems selbst herrühren, oder gegen die verschiedenen Theile desselben gleich und entgegengesetzt wirken: so sind auch am Schwerpunkt keine Kräfte anzubringen, oder sie heben sich dort auf.

Die Bewegung des Schwerpunkts wird also in diesen Fällen geradlinig und gleichförmig sein.

Dieser Grundsatz heißt das Prinzip von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunkts.

Digitized by Google

Siebentes Kapitel.

Hydrodynamik.

§. 314. Von dem Widerstande und dem Stoße der Flüssigkeiten im Allgemeinen.

Wenn sich eine ebene Fläche in einer ruhenden Flüssigkeit bewegt, und 1
wenn die Richtung ihrer Bewegung gegen sie selbst senkrecht ist: so verhält sich der Widerstand, den sie leidet, wie die Größe der Ebene, wie die Dichtigkeit des Flüssigen, und wie das Quadrat der Geschwindigkeit. Der Beweis dieses Satzes ist S. 860 Nr. 23 gegeben. Bezeichnet man den Widerstand mit W, die Größe der Ebene mit F, die Dichtigkeit des Flüssigen mit D, ihre Geschwindigkeit mit C, so hat man:

$$\text{I)} \quad W = FDC^2.$$

Bleiben Fläche und Dichtigkeit unverändert, so verhalten sich die Widerstände wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

Bei einer elastischen Flüssigkeit verhält sich der Widerstand eben so, als 2
wenn sie unelastisch wäre (vergl. S. 861 Nr. 24).

Bei unelastischen wie bei elastischen Flüssigkeiten werden aber die verdrängten 3
Theilchen nicht vernichtet, sondern nur zur Seite geschoben, und wirken auf die von der Fläche noch nicht berührten Theilchen, wodurch der Widerstand vergrößert wird. Diese Vergrößerung kann man durch einen Faktor a ausdrücken, der ebensowohl eine ganze Zahl, als ein Bruch sein kann; daher ist der wahre Widerstand:

$$\text{II)} \quad W = aFDC^2.$$

Ist a, wie es die Erfahrung zeigt, eine unveränderliche Größe, so bleibt das obige Verhältniß dasselbe.

Vollkommen elastische Flüssigkeiten leisten (vergl. S. 861) einen 4
doppelten Widerstand, den ihrer Trägheit, und den ihrer Elastizität; daher hat man bei ihnen:

$$\text{III)} \quad W = 2aFDC^2.$$

Unvollkommen elastische Flüssigkeiten, deren Elastizität durch einen 5
Bruch b ausgedrückt werden mag, leisten einen Widerstand von folgendem Werthe:

$$\text{IV)} \quad W = (1 + b) \cdot aFDC^2.$$

Wenn eine bewegte Flüssigkeit gegen einen unbeweglichen festen Körper 6
stößt, so ist die Kraft des Stoßes ebenso groß als der Widerstand sein würde, wenn die Flüssigkeit in Ruhe und der Körper mit gleicher Geschwindigkeit aber in entgegengesetzter Richtung in Bewegung wäre.

Digitized by Google

7 Wenn sich sowohl das Feste als das Flüssige, entweder in derselben Richtung oder in entgegengesetzter bewegen, so ist der Widerstand oder Stoß eben so groß, als wenn Eines von beiden in Ruhe wäre, und das andere sich mit der relativen Geschwindigkeit bewegte; denn nur die relative Geschwindigkeit, mit der sich Eines dem Andern nähert, bestimmt die Stärke des Stoßes und nicht die absolute.

8 Bei elastischen wie bei unelastischen Flüssigkeiten verhält sich der Widerstand oder Stoß, wie die senkrecht gestoßene Fläche, wie die Dichtigkeit des Flüssigen, und wie die Höhe, welche der Geschwindigkeit entspricht (vergl. S. 861 Nr. 26). Man hat also, wenn s die Höhe des fallenden Körpers bezeichnet:

$$\text{V)} \quad \begin{cases} \text{für unelastische Flüssigkeiten:} & W = 2\,aDFgs; \\ \text{für vollkommen elastische:} & W = 4\,aDFgs; \\ \text{für unvollkommen elastische:} & W = 2(1+b)\,aDFgs; \end{cases}$$

das g hat die bekannte Bedeutung von 31,253 Fuß Rheinisch (vergl. S. 839).

9 Wenn die Richtung der Bewegung gegen die Fläche senkrecht ist, so beträgt in jedem Augenblicke der Widerstand oder der Stoß der Flüssigkeit ohngefähr so viel, als das Gewicht einer Säule des Flüssigen, deren Basis gleich der gestoßenen Fläche und deren Höhe gleich der Geschwindigkeit ist (vergl. S. 862 Nr. 27).

10 Da die Resistenz oder der Stoß in jedem Augenblicke dem Gewichte einer gewissen Säule des Flüssigen gleich ist, so darf man sich bei einer Bewegung von einer gewissen Dauer nur vorstellen, daß eine Kraft welche diesem Gewichte gleich ist, beständig gegen die Fläche wirkt, welche den Widerstand leidet, oder den Stoß erhält.

11 Der Stoß oder Widerstand einer Flüssigkeit ist eine Kraft, die nicht plötzlich, sondern durch einen fortgesetzten Druck wirkt. Ebenso wirkt auch das Gewicht des Körpers. Daher läßt sich der Stoß oder Widerstand des Wassers mit einem Gewichte vergleichen, was bei festen Körpern nicht geschehen kann. Bei diesen letztern geschieht die ganze Wirkung plötzlich; man kann sie also nur mit der schon angehäuften Fallkraft eines Körpers vergleichen, der schon eine gewisse Strecke heruntergefallen ist.

12 Wenn die Richtung entweder des festen Körpers oder der Flüssigkeit gegen die gestoßene Fläche nicht senkrecht ist, so verhält sich die Kraft des geraden Stoßes zur Kraft des schiefen Stoßes, gegen eine und dieselbe Fläche, wie das Quadrat des Radius zum Quadrat des Kosinus des Einfallswinkels (vrgl. S. 863 bis 866).

13 Wenn zwei Ebenen zugleich von einer Flüssigkeit gestoßen werden, die eine in schiefer Richtung, die andere senkrecht, und wenn beide Ebenen durch dieselben Parallellinien begrenzt werden: so verhält sich der senkrechte Stoß zum schiefen, wie der Radius zum Kosinus des Einfallswinkels. Unter Einfallswinkel (vergl. S. 59 u. S. 864) wird stets derjenige verstanden, welchen die Richtung der Bewegung oder des Stoßes mit dem Perpendikel auf die Fläche macht.

Digitized by Google

Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 258, GH, oder LM, oder NO die Richtung der Bewegung; AB die ſchiefe Ebene, CD die ſenkrechte, welche beide durch dieſelben Parallellinien LM und NO begrenzt ſind. Man verſetze CD in AE, parallel mit ſich ſelbſt, und zieht IK ſenkrecht auf AB; alsdann iſt $\varphi = \angle$ GFI $= \angle$ KFH $= \angle$ BAE, der Einfallswinkel. Es ſei D die Dichtigkeit der Flüſſigkeit, S der Stoß gegen die ſchiefe Ebene AB, und S′ der Stoß gegen die ſenkrechte Ebene AE oder CD, und v die abſolute Geſchwindigkeit. Man hat alsdann nach dem vorigen Satze, und nach dem bei 1 (S. 2157):

$$S = AB \cdot D \cdot v^2 \cdot \cos^2 \varphi;$$
$$\text{und } S' = AE \cdot D \cdot v^2.$$

Es iſt $AE = AB \cdot \cos \varphi$; daher $S' = AB \cdot D \cdot v^2 \cdot \cos \varphi$; daher

$$S : S' = AB \cdot D \cdot v^2 \cdot \cos^2 \varphi : AB \cdot D \cdot v^2 \cdot \cos \varphi = \cos \varphi : 1;$$

$$\text{alſo VI)} \quad S' : S = 1 : \cos \varphi;$$

welche Proportion den obigen Satz ausdrückt.

Die wegen der Elaſtizität und der Erfahrung noch hinzukommenden Faktoren 2 und a (vergl. S. 2157) ändern an dieſem Verhältniſſe Nichts.

Da $S : S' = \cos \varphi : 1 = AE : AB$, und dieſe Proportion von allen 14
Durchſchnitten, wie AB, AE und CD gilt, ſo gilt ſie auch von den ganzen Ebenen. Obgleich alſo die ſchiefe Ebene größer iſt, ſo empfängt ſie doch den kleineren Stoß. Man hat alſo folgenden Satz: bei ſenkrechtem und ſchiefem Stoße verhalten ſich die Stöße umgekehrt wie die Ebenen.

Wenn zwei oder mehrere Ebenen auf verſchiedene Arten geneigt, aber alle 15
durch dieſelben Parallellinien begrenzt ſind, ſo verhalten ſich die Stöße wie die Koſinus der Winkel, welche die Ebenen mit einer ſolchen andern Ebene machen, gegen welche die Bewegung ſenkrecht iſt; oder umgekehrt wie die Länge der Ebenen.

Es ſeien, Fig. 258, die Ebenen AP und AB zwiſchen den Parallellinien LM und NO enthalten, welche zugleich, ſo wie GF die Richtung der Bewegung vorſtellen. Es ſei $GFI = \varphi = BAE$ der Einfallswinkel für die Ebene BA, und $GQR = \varphi'' = PAE$ der Einfallswinkel für die Ebene AP. Es ſei S′ der Stoß gegen die ſenkrechte Ebene, S der Stoß gegen AB, und S″ der Stoß gegen AP; alsdann iſt:

$$S : S' = \cos \varphi : 1$$
$$S'' : S' = \cos \varphi'' : 1$$

alſo $S = S' \cdot \cos \varphi$; und $S'' = S' \cdot \cos \varphi''$; daher:

$$\text{VII)} \quad S : S'' = \cos \varphi : \cos \varphi'';$$

welches das gerade Verhältniß der Koſinus der Einfallswinkel bezeichnet.

Es iſt ferner $AE = AB \cdot \cos \varphi = AP \cdot \cos \varphi''$; daher:

$$\text{VIII)} \quad \cos \varphi : \cos \varphi'' = AP : AB = S : S'';$$

welches das umgekehrte Verhältniß der Ebenen beweiſt. Je ſchiefer und länger alſo eine Ebene iſt, deſto ſchwächer wird der Stoß.

Digitized by Google

16 Was vom Stoße gilt, gilt natürlich auch vom Widerstande. Obgleich der Beweis nur für unelastische Flüssigkeiten gebildet ist, so gilt er doch auch für elastische, da bei ihnen nur noch der beständige Faktor 2 hinzukommt.

17 Da der Faktor a sich wahrscheinlich mit dem Winkel φ verändert, so kann man den eben angeführten Lehrsatz und seine Folgerungen nur bei solchen Bewegungen anwenden, welche von der senkrechten wenig abweichen.

Der Stoß gegen eine schiefe Ebene ist zwar (vergl. S. 865 Nr. 30) hinsichtlich der Richtung der Bewegung schief; aber *seine Wirkung* geschieht dennoch *senkrecht gegen die Ebene*, indem er dieselbe reizt, sich in der senkrechten Richtung zurückzubewegen. Will man diese Wirkung in der Richtung der Bewegung selbst haben, so hat man, wenn diese Wirkung mit $\varkappa$ bezeichnet ist:

$$\varkappa = F \,.\, D \,.\, v^2 \,.\, \cos^3 \varphi.$$

Es verhalten sich also die schiefen Stöße, wenn man ihre Wirkungen in der Richtung der Bewegung betrachtet, wie die Kuben der Einfallswinkel.

Man hat also für die Ebene AB:

$$\varkappa = AB \,.\, D \,.\, v^2 \,.\, \cos^3 \varphi,$$

während die senkrechte Wirkung S' gegen die Ebene AE oder CD

$$S' = AE \,.\, D \,.\, v^2;$$

folglich $S' : \varkappa = AE \,.\, D \,.\, v^2 : AB \,.\, D \,.\, v^2 \,.\, \cos^3 \varphi = AE : AB \,.\, \cos^3 \varphi.$

Da ferner $AE = AB \,.\, \cos \varphi$, so ist:

$$S' : \varkappa = AB \,.\, \cos \varphi : AB \,.\, \cos^3 \varphi = 1 : \cos^2 \varphi;$$

$$\text{oder IX)} \quad \varkappa = S' \,.\, \cos^2 \varphi.$$

Es verhält sich also die senkrechte Wirkung auf eine beliebige ebene Fläche zur Wirkung in der Richtung der Bewegung gegen eine schiefe Fläche die zwischen denselben Parallelen enthalten ist, wie das Quadrat des Radius zum Quadrat des Kosinus des Einfallswinkels, oder des Winkels, den beide Ebenen mit einander machen; d. h. wie die Kraft des geraden Stoßes zur Kraft des schiefen Stoßes (vergl. S. 865 Nr. 28).

18 Wenn man die Wirkung des Stoßes oder Widerstandes gegen eine ebene Fläche in einer beliebigen Richtung wissen will, so darf man sich nur eine andere Fläche vorstellen, die gegen diese Richtung senkrecht, und mit der gegebenen Fläche zwischen denselben Parallelen eingeschlossen ist. Wenn man den senkrechten Stoß gegen diese eingebildete Ebene mit dem quadrirten Kosinus des Einfallswinkels multiplizirt, so erhält man die verlangte Wirkung.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 259, IL die gegebene Fläche, und AB die Richtung der Bewegung. Es sei FG die Richtung, in welcher die Wirkung des Stoßes oder Widerstandes verlangt wird. Man legt die Ebene IK senkrecht gegen FG, und begrenzt sie durch solche gerade Linien, welche wie LK mit FG parallel sind, und zugleich IL einschließen. Man errichtet AE senkrecht auf IL und verlängert sie bis H, so ist $\varphi = \angle EAB$ der Einfallswinkel. Es beträgt die Wirkung in der Richtung EA:

$$S' = IL \,.\, D \,.\, v^2 \,.\, \cos^2 \varphi.$$

Digitized by Google

Es sei der Winkel EAF $= \xi$. Man nimmt auf der Linie AE den beliebigen Punkt C und zieht CD senkrecht auf AF. Bezeichnet man die verlangte Wirkung mit $\varkappa$, so hat man:

$$S' : \varkappa = AC : AD = 1 : \cos \xi;$$
$$\text{also } \varkappa = S' \,.\, \cos \xi = IL \,.\, D \,.\, v^2 \,.\, \cos^2 \varphi \,.\, \cos \xi.$$

Die senkrechte Wirkung $\varkappa'$ gegen IK würde betragen:

$$\varkappa' = IK \,.\, D \,.\, v^2;$$
$$\text{daher } \varkappa' : \varkappa = (IK \,.\, D \,.\, v^2) : (IL \,.\, D \,.\, v^2 \,.\, \cos^2 \varphi \,.\, \cos \xi).$$

Es ist aber $IK = IL \,.\, \cos LIK = IL \,.\, \cos GAH = IL \,.\, \cos CAD = IL \,.\, \cos \xi$,

$$\text{also } \varkappa' : \varkappa = (IL \,.\, \cos \xi \,.\, D \,.\, v^2) : (IL \,.\, D \,.\, v^2 \,.\, \cos^2 \varphi \,.\, \cos \xi)$$
$$\varkappa' : \varkappa = 1 : \cos^2 \varphi$$
$$\text{also X)} \quad \varkappa = \varkappa' \,.\, \cos^2 \varphi.$$

Diese Gleichung drückt den obigen Satz aus.

§. 315. Vom Drucke der Flüssigkeiten gegen runde Körper, und vom Mittelpunkte des Drucks.

Wenn ein Körper sich in einer flüssigen Materie bewegt, oder von einer 1
flüssigen Materie gestoßen wird, so leidet nur die Vorderfläche den Widerstand oder Druck; weil nur die Vorderfläche der Bewegung des Flüssigen entgegengesetzt ist; oder das Flüssige nur der Bewegung der Vorderfläche entgegenwirkt.

Ein Körper der sich in einer Flüssigkeit bewegt, oder der sich in einer be- 2
wegten Flüssigkeit befindet, leidet eigentlich einen doppelten Druck, nämlich einen hydrostatischen und einen hydrodynamischen.

Der hydrostatische Druck (vergl. S. 2032 bis 2037) hängt ab von der Größe der Oberfläche des Körpers, von der Dichtigkeit der Flüssigkeit und von der Tiefe der Lage des Körpers unterhalb der obersten Fläche des Flüssigen; hierbei wird vorausgesetzt, daß das Flüssige schwer sei. Dieser Druck hebt sich selbst auf, was die horizontale Richtung betrifft, und wirkt nur in vertikaler Richtung, wenigstens so lang, als der Körper ganz vom Flüssigen umgeben ist. Bewegt sich aber der Körper so schnell, daß ein leerer Raum hinter ihm entsteht, so wirkt der hydrostatische Druck nur gegen die eine Seite und wird durch keinen Gegendruck aufgehoben; in solchem Falle ist der hydrostatische Druck ein wirklicher Widerstand gegen die Bewegung.

Der hydrodynamische Druck hängt ab von der Größe der Vorderfläche, von der Dichtigkeit des Flüssigen, und vom Quadrate der Geschwindigkeit (vergl. S. 860). Dieser wird mehrentheils allein betrachtet. Man nimmt nämlich an, daß die Bewegung langsam genug sei, um dem Flüssigen Zeit zu lassen, sich hinter dem Körper wieder zu schließen, so daß der hydrostatische Druck wenigstens in horizontaler Richtung aufgehoben wird. Doch kann es Fälle geben, wo auch der hydrostatische Druck bemerkbar wird. Das eben Ge-

Digitized by Google

sagte gilt natürlich auch dann, wenn der Körper ruht, und die Flüssigkeit gegen ihn stößt.

3 **Aufgabe.**

Es soll die Kraft des Widerstandes oder Stoßes einer Flüssigkeit gegen einen runden oder gedrehten Körper bestimmt werden, wenn die Bewegung in der Richtung seiner Axe geschieht.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 260, NAO der Durchschnitt eines solchen Körpers durch seine Axe, dessen Oberfläche durch die Umdrehung der krummen Linie NAO um ihre Axe entstanden ist. Die Flüssigkeit wirke in der Richtung der Axe AB.

Man zieht eine willkürliche Ordinate EC, und verlängert sie bis M. Unendlich nahe bei ihr, weiter vom Scheitel entfernt, zieht man eine zweite Ordinate GD. Durch G und E zieht man die gerade Linie LK, so ist diese die Tangente am Punkte E. Ferner zieht man FEH parallel mit AB; alsdann ist EH die Richtung der Kraft, welche auf den Punkt E wirkt.

Bezeichnet man die Abszissen auf der Axe mit x, und die Ordinaten mit y, so ist $EF = CD = dx$, und $FG = dy$.

In E errichtet man IE senkrecht auf die Tangente LK; alsdann ist $\angle IEH = \varphi$ der Einfallswinkel. Man hat nun:

$$\angle IEH + \angle HEK = 90^\circ;\quad \angle FGE + \angle FEG = 90^\circ;$$

$$\angle IEH + \angle HEK = \angle FGE + \angle FEG$$

$$\text{da } \angle HEK = \angle FEG$$

$$\text{so ist } \angle IEH = \varphi = \angle FGE$$

Setzt man ferner den Radius $= 1$, so hat man:

$$dy = FG = GE \cdot \cos FGE = GE \cdot \cos \varphi.$$

Es ist aber $GE = \sqrt{(EF^2 + FG^2)} = \sqrt{dx^2 + dy^2}$; daher

$$dy = \cos \varphi \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

$$\text{also } \cos \varphi = \frac{dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}};\ \text{und } \cos^2 \varphi = \frac{dy^2}{dx^2 + dy^2}$$

Bei der Umdrehung der krummen Linie um ihre Axe erzeugt das Theilchen EG einen Gürtel, der überall dieselbe Neigung gegen die Axe hat; folglich ist auch beim Stoße der Einfallswinkel im ganzen Umfange des Gürtels $\angle IEH = \varphi$.

Wenn man die Oberfläche des Körpers auf einer Ebene projizirt, auf welche die Axe AB senkrecht ist, so ist die Projektion des von EG erzeugten Gürtels der Ring PQ, welcher alsdann zwischen denselben Parallellinien wie der Gürtel selbst enthalten ist. Dieser hat zum kleinern Halbmesser $C'E' = DF = CE = y$, und zum kleinern Durchmesser $E'M' = EM = 2y$, und zur Breite $E'G' = FG = dy$. Der größere Halbmesser ist $C'G' = DG = y + dy$. Da aber dy im Vergleich mit y als verschwindend gedacht werden kann, so kann man y als den gemeinsamen Halbmesser, und $2y$ als den gemeinsamen

Digitized by Google

Durchmesser ansehen. Es verhält sich der Durchmesser zum Umfange wie $1 : \pi$; alsdann ist der innere Umkreis $= 2y\pi$, und da die Breite des Ringes $= dy$ ist, so ist seine Fläche $= 2\pi y dy$.

Der senkrechte Widerstand oder Stoß gegen solchen Ring würde betragen (vergl. S. 2157 Nr. 1) $(2\pi y dy) \cdot D \cdot v^2$.

Multiplizirt man diesen Werth mit dem Quadrate des Kosinus des Einfallswinkels, und erinnert man sich, daß, wie eben bewiesen, $\cos^2 \varphi = \frac{dy^2}{dx^2 + dy^2}$ so kommt für die Wirkung dW des Flüssigen auf den von EG erzeugten Gürtel, wenn man dieselbe in der Richtung der Axe schätzt:

$$\text{XI)} \quad dW = 2\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot \frac{y dy^3}{dx^2 + dy^2}$$

Nun bleibt zwar noch ein andrer Theil der Wirkung übrig, der auf die Axe senkrecht ist; dieser aber hebt sich selbst auf, weil er auf jeden Theil des Gürtels eben so stark ist, als auf den entgegengesetzten.

Es sei nun W die Wirkung des Flüssigen auf den Theil EAM des Körpers (nicht blos der Linie). Nimmt dieser Theil zu um den von EG erzeugten Gürtel, so nimmt die Wirkung zu um die eben jetzt berechnete Quantität dW in der Gleichung XI; integrirt man diese Gleichung so hat man:

$$\text{XII)} \quad W = 2\pi \cdot D \cdot v^2 \int \frac{y dy^3}{dx^2 + dy^2} = 2\pi \cdot D \cdot v^2 \int \frac{y dy}{\left(\frac{dx^2}{dy^2} + 1\right)}$$

Es sind nämlich 2π, D und v konstant, und der letzte Ausdruck entsteht durch Division mit dy^2.

Es sei die krumme Linie NAO ein Kreis, so ist der Körper eine Kugel. In diesem Falle ist, wenn der Kreisdurchmesser $= a$ (vergl. S. 1194 Nr. 6):

$$y^2 = ax - x^2$$

$$2ydy = adx - 2xdx = (a - 2x)\, dx$$

$$ydy = \frac{1}{2} \cdot (a - 2x)\, dx$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{2y}{a - 2x}$$

$$\frac{dx^2}{dy^2} = \frac{4y^2}{(a - 2x)^2} = \frac{4(ax - x^2)}{(a - 2x)^2}$$

$$\frac{dx^2}{dy^2} + 1 = \frac{4(ax - x^2)}{(a - 2x)^2} + 1$$

$$\frac{dx^2}{dy^2} + 1 = \frac{4(ax - x^2) + (a - 2x)^2}{(a - 2x)^2}$$

$$\frac{dx^2}{dy^2} + 1 = \frac{4ax - 4x^2 + a^2 - 4ax + 4x^2}{(a - 2x)^2} = \frac{a^2}{(a - 2x)^2}$$

$$\frac{ydy}{\left(\frac{dx^2}{dy^2} + 1\right)} = \frac{\frac{1}{2}(a - 2x)^3\, dx}{a^2} = \frac{(a - 2x)^3 \cdot dx}{2a^2}$$

Digitized by Google

Wenn man die Funktion $\frac{(a-2x)}{-4a^2}$ differenzirt, so erhält man (vergl. S. 1114 Nr. 7, 2) $\frac{-2\,dx}{-4a^2} = \frac{dx}{2a^2}$; man kann also die letzte Gleichung folgendermaaßen ausdrücken:

$$\frac{y\,dy}{\left(\frac{dx^2}{dy^2}+1\right)} = \frac{(a-2x)^3 \cdot d(a-2x)}{-4a^2}$$

Hievon ist das Integrale $-\frac{(a-2x)^4}{16a^2}$

Man hat also:

$$W = 2\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot \int \frac{y\,dy}{\left(\frac{dx^2}{dy^2}+1\right)} = -\frac{\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot (a-2x)^4}{8a^2} + C$$

Die konstante Größe C läßt sich dadurch bestimmen, daß $W = 0$, wenn $x = 0$, also:

$$0 = -\frac{\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot (2x)^4}{8a^2} + C = -\frac{\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot 16x^4}{8a^2} + C$$

$$\text{also} \quad C = \pi \cdot D \cdot v^2 \frac{16x^4}{8a^2}$$

$$\text{folglich} \quad W = \frac{\pi \cdot D \cdot v^2}{8a^2}(16x^4 - (a-2x)^4)$$

Da nun die vordere Hälfte der Kugel allein den Stoß oder Widerstand erleidet, so muß man $x = \frac{1}{2}a$ setzen; alsdann hat man:

$$W = \frac{\pi \cdot D \cdot v^2}{8a^2}\left(16\left(\frac{1}{2}a\right)^4 - (a-a)^4\right)$$

XIII) $$W = \frac{\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot 2\left(\frac{1}{2}a\right)^4}{a^2} = \frac{\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot \frac{2}{16}a^4}{a^2} = \frac{\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot a^2}{8}$$

Vergleicht man diesen Widerstand mit demjenigen, den der große Durchschnitt der Kugel bei einer senkrechten Bewegung leiden würde, so hat man zuerst als Fläche dieses Durchschnitts $\frac{1}{4}a^2\pi$ (vergl. S. 733 Nr. 15); daher ist der Widerstand oder Stoß gegen dieselbe $\frac{1}{4} \cdot a^2\pi \cdot D \cdot v^2$; also doppelt so viel wie der Widerstand W gegen die halbe Oberfläche. Die Kugel erleidet also nur halb so viel, als die Fläche des größten Kreises derselben erleiden würde.

Wenn eine flüssige Materie gegen eine Fläche stößt: so giebt es stets einen Punkt in dieser Fläche, welcher unterstützt werden muß, wenn die Fläche im Gleichgewicht bleiben soll. Der ganze Stoß entsteht aus den Stößen aller Theilchen der Flüssigkeit. Diese wirken als parallele Kräfte gegen die Fläche. Es muß daher einen Punkt in der Fläche geben, durch welchen die aus den einzelnen Kräften zusammengesetzte Kraft ihre Richtung hat. Wird nun dieser

Punkt unterstützt, so bleibt die ganze Fläche im Gleichgewicht. Dieser Punkt ist der Mittelpunkt des Drucks. Auch bei der ruhenden Flüssigkeit giebt es einen solchen (vergl. S. 2031).

Wenn eine ebene Fläche von einer bewegten homogenen Flüssigkeit gestoßen 6
wird, deren Theilchen alle mit gleicher Geschwindigkeit gehen: so ist der Schwerpunkt zugleich der Mittelpunkt des Drucks oder Stoßes.

Denn in diesem Falle sind die unendlich kleinen Stöße der Flüssigkeit ebenso vertheilt wie die Schwere, folglich ist auch die daraus entstehende Kraft ebenso beschaffen, wie das Gewicht eines Körpers, und derselbe Punkt ist für beide der gemeinsame Ruhepunkt. Dies gilt ebensowohl für den senkrechten als für den schiefen Stoß; denn bei dem letztern sind die unendlich kleinen Stöße sämmtlich nach demselben Verhältnisse vermindert, und bleiben also gleich.

Wenn eine Ebene parallel mit sich selbst in einer ruhenden Flüssigkeit sich 7
bewegt: so fällt der Mittelpunkt des Widerstandes aus ganz ähnlichen Gründen ebenfalls in den Schwerpunkt der Ebene.

Dasselbe ist der Fall, wenn sich eine Ebene parallel mit sich selbst in einer 8
bewegten Flüssigkeit bewegt; denn alsdann kann Eines als ruhend, und das Andere als mit der relativen Geschwindigkeit bewegt angesehn werden.

Ist die Ebene durch den Stoß gezwungen, sich um eine Axe zu drehen, 9
so ist der Mittelpunkt des Stoßes nicht im Schwerpunkte, sondern näher an der Axe; weil die Punkte an der Axe weniger schnell weichen, also einen stärkern Stoß erleiden. Ist aber die Axe etwas von der Fläche entfernt, so ist Schwerpunkt und Mittelpunkt wenig verschieden.

§. 316. Allgemeine Bemerkungen über die Wirkung des Wassers auf das Vordertheil eines Schiffes.

Denkt man sich den vertikalen Breitendurchschnitt eines Schiffes in der Ge- 1
gend seiner Mitte, wo das Mittel- oder Hauptspant steht, so dehnt sich von dieser Ebene des Hauptspants das Vordertheil des Schiffskörpers in abgerundeter Form nach vornhin aus, und empfängt auf seiner gekrümmten Oberfläche bei vorwärtsgerichteter Bewegung den Widerstand oder Stoß des aus der Stelle zu drängenden Wassers. Da nun vorher (S. 2164 Nr. 4) gefunden, daß eine Kugel mit ihrer runden Oberfläche nur halb so viel Widerstand erleidet, als die Fläche ihres größten Kreises erleiden würde: so läßt sich schon zum Voraus einsehen, daß auch die gekrümmte Oberfläche des Vorderschiffs weniger Widerstand erleiden wird, als die Ebene des Hauptspants. Das Verhältniß zwischen dem Widerstande des Vordertheils und dem Widerstande des Hauptspants entscheidet nun darüber, ob ein Schiff ein guter oder ein schlechter Segler ist. Bei einigen als vortreffliche Segler bekannten Fregatten verhielt sich der Widerstand des Vordertheils zu demjenigen des Hauptspants wie 1 : 10, d. h. der Widerstand des Vordertheils betrug nur ein Zehntel von dem Widerstande den die Fläche des Hauptspants erlitten hätte, wenn sie dem Wasser unmittelbar ausgesetzt gewesen wäre. Bei einigen wegen ihres

Digitized by Google

guten Segelns bekannten Linienſchiffen war das Verhältniß wie 1 : 9. Bei einigen ſchlecht ſegelnden Schiffen war es wie 1 : 3½. Soll alſo entſchieden werden, ob ein Schiff hinſichtlich des Segelns gut gebaut ſei, ſo muß jenes Verhältniß durch Rechnung gefunden werden. Den Flächeninhalt des Hauptſpants, und darnach ſeinen Widerſtand zu berechnen, macht keine große Schwierigkeit. Dagegen iſt es mühſamer, den Inhalt und die Krümmung des Vordertheils, und darnach ſeinen Widerſtand zu finden. Das Genauere folgt in der Schiffsgebäudekunde; für jetzt werden nur einige allgemeine Bemerkungen darüber gemacht.

2 Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 261, AB die größte Weite des Hauptſpants eines Fahrzeugs, deſſen Vordertheil nach den Winkeln ACB, oder AFB, oder ALB geſtaltet iſt. Nimmt man nun an, ein ſolches Fahrzeug bewege ſich gerade aus, d. h. in einer mit der Richtung des Kiels parallelen Richtung, und zieht man das Perpendikel LE durch die Scheitel der drei AB gegenüberliegenden Winkel, welche die Spitze der drei verſchieden gebildeten Vordertheile bezeichnen; und nimmt man ferner an, daß AFB ein gleichſeitiges Dreieck ſei: ſo kann man die Wirkung des Waſſers auf dieſe drei verſchieden geſtalteten Vordertheile bei übrigens gleicher Stärke und Richtung der Bewegung in folgender Weiſe finden. Man ziehe mit dem Radius AB = AF = BF die beiden Kreisbogen AF und BF, und verlängere AC bis M; darauf fälle man die Perpendikel MD und PK, alſo parallel mit FE auf AB. Man ſieht ſogleich, daß von der Linie AB der Theil AK der Koſinus des Winkels PAK, ferner AE der Koſinus des Winkels FAE, und AD der Koſinus des Winkels MAD iſt. Die drei Winkel PAK, FAE und MAD ſind aber die Einfallswinkel der Waſſerkraft auf die ſchiefen Ebenen LA, FA und CA. Verlängert man z. B. AF nach h, und errichtet nF ſenkrecht auf Ah, ſo iſt, weil LF die Richtung des Waſſerſtoßes bezeichnet, LFn der Einfallswinkel und zugleich der Komplementswinkel des Winkels LFh, den die Stoßrichtung mit der ſchiefen Ebene Ah macht. Da nun LFh = AFE, als Scheitelwinkel, und AFE in dem rechtwinkligen Dreiecke AFE das Komplement des Winkels FAE iſt, ſo hat man LFn = FAD; alſo iſt FAE der Einfallswinkel des Stoßes für die Ebene AF; eben ſo leicht findet man, daß PAE der Einfallswinkel für die Ebene LA, und MAD der Einfallswinkel für die Ebene AC iſt (vergl. S. 2160 Nr. 17).

3 Man ſieht ferner, daß die vier Ebenen AE, AC, AF, AL zwiſchen denſelben Parallellinien AQ und AL eingeſchloſſen ſind. Um alſo den Widerſtand einer jeden der drei letztern Ebenen zu finden, muß man zuerſt den ſenkrechten Stoß auf AE berechnen (vergl. S. 2157 Nr. 1), er heiße S'; darauf bildet man nach der Regel auf S. 2160 Nr. 17 folgende Proportionen, in denen für die Ebene AC der Einfallswinkel a, und der Stoß S''; für die Ebene AF der Einfallswinkel b, und der Stoß S'''; für die Ebene AL der Einfallswinkel c und der Stoß S'''' heißt.

$$S' : S'' = r^2 : \cos^2 a;\ S' : S''' = r^2 : \cos^2 b;\ S' : S'''' = r^2 : \cos^2 c.$$

Da nun AE = EB; AC = CB; AF = FB; AL = LB; ſo braucht man

Digitized by Google

den aus obigen Proportionen gefundenen Werth nur zu verdoppeln, um den Stoß für die ganzen Oberflächen ACB, AFB und ALB zu erhalten.

Dieſe Berechnungsweiſe giebt freilich nur bei ebenen Flächen eine völlige 4
Genauigkeit. Zerlegt man aber krumme Flächen in ſo kleine Stücke, daß ſich jedes davon ohne merklichen Irrthum als eben anſehn läßt, ſo wird man ſich durch das obige Verfahren dem wahren Werthe des geſuchten Verhältniſſes hinreichend nähern können. Der auf ſolche Art gefundene Widerſtand iſt (vergl. S. 2160 Nr. 17) derjenige, den das Vordertheil in der Richtung des Kiels erleidet, und bedingt die größere oder geringere Schnelligkeit des Schiffs.

Will man aber die auf das Vordertheil ſenkrecht ausgeübte Wir- 5
kung des Waſſers haben, um darnach die Stärke der Spanten zu beſtimmen, welche dieſer Wirkung widerſtehen ſollen: ſo verfährt man nach S. 2158 Nr. 12; es verhält ſich die Kraft des ſenkrechten Stoßes zur Kraft des ſchiefen gegen eine und dieſelbe Ebene, wie das Quadrat des Radius zum Quadrat des Koſinus des Einfallswinkels.

Das Verfahren zur Theilung der krummen Oberfläche iſt im Allgemeinen 6
folgendes. Auf dem Spantenriſſe, Tafel XL, Fig. 2, welcher aber zu dieſem Zwecke in viel größerem Maaßſtabe gezeichnet werden muß, zieht man in gleichen Entfernungen von einander die gehörige Anzahl Waſſerlinien, wie LWL1, WL2 u. ſ. w. Da dieſe die Spanten ſchneiden, ſo wird dadurch die ganze Oberfläche in eine gewiſſe Anzahl von ſchiefen Vierecken getheilt, welche auf dem Seitenriſſe, Fig. 1, mehrentheils als Parallelogramme, zum Theil auch am Vorderſteven als Trapeze erſcheinen. In allen dieſen Vierecken auf dem Spantenriß zieht man die Diagonalen. Dieſe letzteren ſind alsdann die auf der Ebene des Hauptſpants entworfenen Projektionen derjenigen Diagonalen, welche in den auf der äußeren Fläche des Vordertheils gezeichneten Parallelogrammen gezogen werden könnten. Durch dieſe Diagonalen wird das Vorſchiff in Dreiecke eingetheilt, welche den Stoß des Waſſers in verſchiedenen Richtungen erleiden.

Auf dem Spantenriß ſieht man die ganze Fläche dieſer Dreiecke nicht, ſondern wegen der Krümmung des Vorſchiffes nur ihre Projektionen auf das Hauptſpant. Zu der erforderlichen Rechnung genügen aber dieſe Projektionen, weil die Summe der Waſſerſäulen, welche auf jedes Dreieck wirken, der Projektion des Dreiecks auf das Hauptſpant proportional iſt; ſo daß die auf jedes Dreieck der äußern Fläche wirkende Waſſermaſſe als ein dreieckiges Prisma angeſehn werden kann, deſſen Grundfläche nicht dem äußern Dreiecke, ſondern nur ſeiner Projektion auf das Hauptſpant gleich iſt. Dies folgt unmittelbar aus dem S. 2160 Nr. 17 angegebenen Satze.

Hat man ein als guter Segler anerkanntes Schiff, und kennt das Ver- 7
hältniß zwiſchen dem Widerſtande ſeines Vorſchiffes und demjenigen ſeines Hauptſpants: ſo kann es oft vortheilhaft ſein zu unterſuchen, ob das Vordertheil eines erſt im Riſſe entworfenen Schiffes eben ſo wenig, oder noch weniger Widerſtand leidet, als dasjenige des guten Seglers.

Es ſei der Flächeninhalt der Ebene von dem Hauptſpante eines Schiffes

Digitized by Google

= 606 Fuß, 8 Zoll, und der Widerſtand, den dieſe Ebene leidet, verhalte ſich zum Widerſtande, den ſein Vordertheil erleidet, wie 9,7 : 1. Ein anderes Schiff habe das gleiche Verhältniß zwiſchen dem Widerſtande des Hauptſpants und dem des Vordertheils; aber das Hauptſpant ſelbſt habe einen Flächeninhalt von 800 Fuß. Führen nun beide Schiffe gleich große Bemaſtung und Segel, ſo muß das letztere ſchlechter ſegeln, weil ſein Hauptſpant wegen ſeines größern Flächeninhalts einen größern Widerſtand des Waſſers ergiebt.

Man muß alſo bei der berechnenden Prüfung, welches von zwei Schiffen der beſſere Segler ſei, nicht allein das Verhältniß zwiſchen den Widerſtänden der Hauptſpanten und Vordertheile ins Auge faſſen, ſondern auch die Größe der Hauptſpanten unter einander vergleichen; alsdann erſt ergiebt ſich, welches von beiden Schiffen eine größere oder geringere Waſſermaſſe aus der Stelle zu treiben hat.

Haben aber zwei Schiffe gleich große Hauptſpanten, alsdann iſt es natürlich hinreichend, nur die beiden Verhältniſſe zwiſchen den Hauptſpants- und Vordertheils-Widerſtänden zu vergleichen. Findet ſich alſo bei gleichen Hauptſpanten und Segeln, daß der Widerſtand auf das Vordertheil des einen Schiffes 249 Fuß, 10 Zoll, 11 Linien, 7 Punkte, bei dem andern 300 Fuß beträgt: ſo iſt natürlich das letztere ein ſchlechterer Segler.

Zur genauen Beſtimmung des beſſern und ſchlechtern Segelns gehört freilich auch die Kenntniß von der Größe der Segel, von der Fähigkeit ſie auch bei ſtärkerem Winde zu tragen, von der Größe der Abtrifft, und der Leichtigkeit ſich ſteuern zu laſſen. Dieſe letztern Beſtimmungen gehören aber ſchon ganz in die Konſtruktionslehre der Schiffsgebäudekunde.

Digitized by Google

Zweites Buch.

Schiffsgebäudekunde

Erstes Kapitel.

Die Lehre von der Konstruktion der Schiffsgebäude, oder allgemeine statische und dynamische Theorie derselben.

§. 317. Allgemeine Erklärungen und Sätze.

Die Schiffsgebäudekunde lehrt die statischen und dynamischen Eigen- 1
schaften eines Schiffskörpers nach den Dimensionen und der Proportion seiner Bestandtheile und seiner Bauart erkennen (vergl. S. 3 Nr. 1); sei derselbe in der Wirklichkeit, oder nur im Modell, oder nur in der Zeichnung seines Seiten-, Spanten- und Sentenrisses gegeben. Die Schiffbaukunst besteht aus zwei Theilen: der eigentlichen Schiffbaukunst und der Schiffszimmerkunst; die erstere bestimmt mit Anwendung der mechanischen Wissenschaften den Schiffsgebäuden die zum Kriege, zum Handel, zur Fischerei u. s. w. angemessene Form und Einrichtung, und legt diese Bestimmungen in den genannten drei Bauriſſen dar; die Schiffszimmerkunst fertigt nach solchen Bauriſſen die einzelnen Theile an, setzt sie zusammen, und verbindet sie zur gehörigen Festigkeit. Diesen beiden Theilen der Schiffbaukunst ensprechend enthält auch die Schiffsgebäudekunde zwei Haupttheile: den mechanischen, von der eigentlichen Schiffbaukunst, und den technischen, von der Schiffszimmerkunst hergeleiteten.

Der mechanische enthält selbst wieder zwei Theile: die Konstruk- 2
tionslehre, welche die allgemeinen statischen und dynamischen Gesetze angiebt, nach denen die erforderlichen Eigenschaften der Schiffskörper erlangt, also auch geprüft werden können; die Zeichnungslehre, welche die Regeln enthält,

Digitized by Google

nach denen der Seiten-, Spanten- und Sentenriß eines Schiffes gemacht, also auch geprüft werden kann. Außer diesen drei, zwar hauptsächlichen aber rein geometrischen, Zeichnungen können auch noch einige perspektivische Darstellungen gezeigt werden.

3 Der technische enthält ebenfalls wieder zwei Theile: die Bestecklehre, welche die Dimensionen und Proportionen der einzelnen Theile des Schiffsgebäudes angiebt; die eigentliche Baulehre, welche die Reihenfolge und die Art zeigt, in der die einzelnen Theile zum Ganzen zusammengefügt und verbunden werden.

4 Zu diesen beiden Haupttheilen der Schiffsgebäudekunde kommen dann noch zwei Nebentheile: die Lehre von der Ayche, d. h. von der Ausmessung des körperlichen Raumes, oder der Lastigkeit, oder dem Tonnengehalte eines Schiffes; die Lehre von der Stauung, d. h. von der zweckmäßigen Vertheilung und Anordnung der Ladung, so daß die statischen und dynamischen Bedingungen einer guten Lage und Fahrt des Schiffes unverletzt erhalten werden.

5 Die Vorzüglichkeit eines Schiffes, mag es zum Kriege oder Handel bestimmt sein, beruht auf folgenden vier Eigenschaften: Stärke, Stabilität, Geräumigkeit und Schnelligkeit. Zu seiner Stabilität gehört zugleich, daß sein Stampfen, oder seine Bewegung in hohler See nach der Richtung seiner Länge, so daß bald das Vordertheil, bald das Hintertheil tiefer einsinkt, und daß sein Schlingern, oder seine Bewegung in hohler See nach der Richtung seiner Breite, so daß bald seine Steuerbords-Seite (die rechte), bald seine Backbords-Seite (die linke) tiefer einsinkt, möglichst sanft, und ohne Nachtheil für seine Verbindung und Bemastung vor sich gehe. Zu seiner Schnelligkeit gehört zugleich, daß es sich gut steuern lasse, und die Segel leicht trage.

6 Die Stärke eines Schiffs hängt davon ab, daß denjenigen seiner Theile, welche dem heftigen und plötzlichen Andrange der See am meisten ausgesetzt sind, eine hinreichende Solidität, und ihrer Verbindung eine solche Festigkeit und Beschaffenheit gegeben wird, daß jedes Gewicht eine hinreichende Unterstützung, selbst bei unregelmäßiger Bewegung besitzt.

7 Die Stabilität, Steife oder Steifheit, eines Schiffes bedeutet die Eigenschaft desselben, daß es viele Segel führen kann, ohne dem Drucke des Windes nachzugeben, und sich zu weit auf die Seite zu neigen. Ein Schiff, dem die erforderliche Stabilität fehlt, heißt rank. Die Steife hängt hauptsächlich von der Gestalt des Gebäudes, namentlich seines Bodens ab; außerdem auch von der Stauung seiner Ladung. Für die Konstruktion eines Kriegsschiffs ist es ein Hauptpunkt, daß es seine unterste Kanonenlage bei jedem Wetter in hinreichender Höhe über dem Wasser führen kann, sonst wird sie nutzlos. Ein Dreidecker, welcher seine Stückpforten nur bei ganz ruhiger See öffnen kann, wird bei etwas hoher See leicht von einem Zweidecker überwältigt, welcher steif genug ist, um seine untere Lage zu gebrauchen; und eine Fregatte von achtundvierzig Kanonen wird leicht einen Zweidecker von vierundsiebenzig überwinden,

Digitized by Google

welcher ſeine untere Pfortenreihe ſchließen muß. Es muß alſo bei der Konſtruktion eines Kriegsſchiffs zuerſt darauf geſehn werden, daß ſeine niedrigſte Pforte (die ſich in der unterſten Lage in der Gegend des Mittelſchiffs, gewöhnlich bei dem Mittelſpant befindet) bei jeder häufig vorkommenden Lage des Schiffs die gehörige Höhe über Waſſer behalten kann. Dieſe beträgt bei Linienſchiffen zwiſchen fünf und ſechs Fuß; bei Fregatten zwiſchen ſechs und ſieben Fuß; bei Sloopen, Kuttern und kleinen Fahrzeugen zwiſchen vier und fünf Fuß.

Durch dieſe Beſtimmung erhält man die Waſſertrachts-Linie, oder Ladewaſſer-Linie, bis zu welcher das geladene Schiff in das Waſſer ſinkt (vergl. Tafel XL, Fig. 1, die Linie LWL). Man muß alsdann noch beſtimmen, ob das Schiff gleichlaſtig oder achterlaſtig ſein ſoll. Gleichlaſtig iſt es, wenn es vorn und hinten gleich tief geht, ſo daß der Kiel horizontal liegt; achterlaſtig iſt es, wenn es hinten etwas tiefer geht, was bei vielen Schiffen ſehr zur Wirkſamkeit des Steuers beiträgt, daher man ein ſolches Schiff auch ſteuerlaſtig nennt. Zu große Achterlaſtigkeit kann die Geſchwindigkeit des Schiffs bedeutend verringern, weil der Widerſtand des Waſſers dadurch vermehrt wird. Denn ein Schiff ohne Steuerlaſtigkeit, oder auf einem ebenen (waſſerpaſſen oder horizontalen) Kiele hat nur eine Waſſermaſſe aus der Stelle zu treiben, welche dem Flächeninhalte ſeines Mittelſpants, oder dem vertikalen Breitendurchſchnitte in der Gegend ſeiner größten Breite entſpricht; dagegen muß ein bedeutend ſteuerlaſtiges Schiff auch noch diejenige Waſſermaſſe aus der Stelle treiben, welche auf die untere Fläche des Bodens vom Mittelſpant bis zum Steuer trifft. Man nennt die Steuerlaſtigkeit auch zuweilen den Unterſchied der Waſſertracht. Die Steuerlaſtigkeit kann indeſſen nur nachtheilig ſein, wenn ſie zu groß iſt. Dagegen iſt die Vorlaſtigkeit, d. h. wenn das Schiff vorne tiefer einſinkt als hinten, oder in die Naſe liegt, ſtets nachtheilig, weil dann einestheils die Fläche, welche das Steuerruder dem Waſſer darbietet, alſo auch ſeine Wirkſamkeit verringert, und anderntheils die Hinterſegel eine unverhältnißmäßig größere Gewalt über die Vorderſegel erhalten, wenn das Schiff bei dem Winde ſegelt.

Sobald nun dem Schiffe eine Steuerlaſtigkeit gegeben wird, müſſen natürlich die von der Mitte nach hinten zu liegenden Kanonenporten im Verhältniſſe des Waſſertrachtsunterſchiedes höher über dem Kiele angeordnet werden, als es bei einem gleichlaſtigen Schiffe der Fall iſt.

Bei einem Kauffahrteiſchiffe, deſſen Hauptzweck die Führung einer 8
Ladung iſt, kann die Waſſertrachtslinie natürlich nicht ſo genau beſtimmt werden, da es bald eine größere, bald eine geringere Ladung zu führen hat.

Hinſichtlich der genügenden Stabilität, der gehörigen Steuerfähigkeit, der möglichſt geringen Abtrift, und der angemeſſenen Stärke, um eine möglichſt große Maſſe von Segeln führen zu können, ohne zu ſehr abzutreiben, oder in ſeiner Verbindung zu ſtark angeſtrengt zu werden: hinſichtlich dieſer Eigenſchaften bleibt die Konſtruktion der Kriegsſchiffe und der Kauffahrer dieſelbe. Da-

Digitized by Google

gegen wiegt bei den Kriegsschiffen neben der genügenden Höhe der untersten Kanonenlage über dem Wasser die Schnelligkeit, bei den Kauffahrteischiffen die Geräumigkeit für die möglich größte Ladung vor.

9 Die erste Bestimmung für die Konstruktion und die Zeichnung des Schiffes ist diejenige seiner Länge. Sie richtet sich bei Kriegsschiffen nach der Anzahl von Kanonen, welche auf einer Seite in einer Lage angebracht werden sollen. Zwischen allen muß der zur bequemen Bedienung erforderliche Zwischenraum vorhanden sein, und aus demselben Grunde müssen die vordersten und hintersten Kanonen genügenden Abstand vom Vorder- und Hintersteven haben, um so mehr, als sich dort das Schiffsgebäude wölbt und verengert. Im Allgemeinen werden in neuerer Zeit die Schiffe bedeutend länger gebaut als es früherhin üblich war; z. B. um 1745 war das unterste Kanonendeck eines Dreideckers von 100 Kanonen 178 Fuß lang, jetzt beträgt es 204 Fuß; das Kanonendeck einer Fregatte von 36 Kanonen hatte 1745 eine Länge von 130 Fuß, jetzt eine Länge von 160 Fuß.

10 Die zweite Bestimmung ist diejenige der Breite des Schiffes; diese richtet sich nach dem Segelbalken, d. h. nach dem längsten Deckbalken, welcher im Mittelspant, und zwar unter den Deckplanken des unteren Decks zu liegen kommt. Die Deckbalken sind nämlich die quer im Schiff von Steuer- nach Backbord-Seite hinüberreichenden Balken, auf denen die Planken der Decke ruhen. Die Spanten sind (siehe Tafel XXXVII, Fig. 5) die halbkreisförmig zusammengesetzten Balken, welche gleichsam die Rippen des Schiffskörpers bilden, und deren Kreisflächen senkrecht auf der horizontalen, nach seiner Länge genommenen Ebene des Kiels stehen. Die untere Krümmung der Spanten bildet die bauchige Wölbung des Schiffskörpers; und jedes Spant bestimmt an seiner Stelle den Flächeninhalt eines vertikalen Breitendurchschnitts; die Mittelspanten sind die geräumigsten; nach vorne und hinten zu werden sie kleiner und enger gewölbt.

Die Länge des Segelbalkens oder die größte Breite des Schiffs hat noch kein allgemein anerkanntes Verhältniß zur Länge des Schiffs, sondern wird von verschiedenen Schiffsbaumeistern theils nach ihrer Erfahrung, theils nach der besondern Bestimmung der zu bauenden Schiffe auf verschiedene Weise bestimmt.

Für eine verhältnißmäßig geringere Breite sprechen folgende Gründe:

1. Der Flächeninhalt der Spanten wird kleiner, also ist auch der Widerstand des aus der Stelle zu treibenden Wassers geringer.

2. Ist das Schiff verhältnißmäßig länger, so hat seine Seite mehr Fläche, findet also mehr Widerstand in dem zur Seite befindlichen Wasser, und kann folglich nicht so leicht leewärts (nach der Seite, wo der Wind hingeht) abgetrieben werden, oder hat geringere Abtrift.

3. Die Wasserlinie, d. h. die Kurven, welche die horizontalen Durchschnitte des Schiffes in seinen verschiedenen Höhen begrenzen, bekommen eine längere Gestalt, und sind also vortheilhafter zur Vertheilung des Wassers.

Digitized by Google

4. Ein langes und schmales Schiff erfordert weniger Segel zur Fahrt; seine Bemastung kann also kürzer, und seine Takelage leichter sein, was den Dienst der Mannschaft erleichtert.

Für eine verhältnißmäßig größere Breite sprechen folgende Gründe:

1. Die schweren und langen Kanonen haben mehr Raum zum Rücklauf und zur Bedienung.

2. Die Segel können größer sein, und das Schiff kann ihrer mehr führen; dadurch erhält es einen Vortheil über die schmäler gebauten.

3. Wenn ein solches Schiff auch in der Wassertrachtslinie breiter ist, so kann es dafür in der Flur, d. h. im untern Theile des Bodenraums, namentlich am vordern und hintern Ende sehr scharf gehalten werden.

4. Ein breites Schiff hebt sich leichter auf den Wellen als ein scharf gebautes.

Diese Gründe sind zwar richtig; doch führt jeder, einzeln betrachtet, auch seine Nachtheile mit sich. Verengert sich z. B. der Bug oder das Vorderschiff sehr stark, so muß das Schiff viel stärker stampfen, als wenn es vorne im Verhältniß zur Mitte weniger schmal ist. Das Stampfen ist aber, namentlich für die Bemastung, viel gefährlicher als das Schlingern. Die Masten brechen am häufigsten, wenn das Vordertheil sich wieder hebt, nachdem es vorher tiefer eingesunken war. Diesem Uebelstande kann nur dadurch abgeholfen werden, daß der Bug einen solchen Belauf, oder eine solche Gestalt erhält, welche sich nach oben hin bedeutend erweitert; diese Erweiterung hält dann das tiefe und schnelle Einsinken des Vorderschiffes auf. Es muß aber auch das Achterschiff mit seiner Gestalt dem Vorschiffe entsprechen; denn hat das erstere nicht die gehörige Unterstützung durch seinen Belauf, so sinkt es mit dem Spiegel zu tief ein, und erhält Sturzseen über den Heckbord.

Von der Gestalt des Spiegels, d. h. des untern Theil des Achter- 11
schiffs von der untern Spitze der Randsomhölzer, oder des hintersten Spants, bis zum Heckbalken, oder dem untern Rande der hintern Gillung, d. h. der Wölbung, durch welche das Steuer ins Schiff geht, von der Gestalt dieses Theils hängt es hauptsächlich ab, wie das Schiff sich steuern läßt. Es muß ein richtiges Mittel zwischen der zu großen Schärfe und der zu großen Breite getroffen werden. Ist der Spiegel zu schmal, so stampft das Schiff und nimmt Sturzseen auf, wie eben gesagt worden. Ist der Spiegel zu breit, so ist die auf ihm nach dem Durchgange des Schiffes zusammenfließende Wassermasse ausgedehnter als die Fläche des Ruders, und diesem ist daher seine Hauptkraft genommen. Es muß daher unterhalb der Wassertrachtslinie jede Breite, oder jede vollgehaltene Wasserlinie vermieden werden. Dagegen muß aber unmittelbar über der Wassertrachtslinie das Achterschiff eine hinlängliche Ausdehnung erhalten, um gegen das tiefe Einsinken und die dem Heck so gefährlichen Sturzseen gehörig geschützt zu sein, indem die breiteren Flächen den erforderlichen Widerstand im Wasser finden.

Ob ein Schiff genügende Stabilität habe, um sich nach einer kleinen 12
durch horizontalen Andrang erlittenen Seitenneigung von selbst wieder empor-

Digitized by Google

richten zu können; ob es rank sei, d. h. eine fehlerhafte Hinneigung zum Schlingern habe, das hängt hauptsächlich von der Gestalt der mittleren Spanten ab. Je näher die Gestalt des Mittelschiffs einem Cylinder gleich kommt, desto mehr muß es schlingern; je schärfer es aber nach unten zuläuft, desto eher kann es kentern oder umstürzen, und hat außerdem tiefere Wassertracht und geringeren Ladungsraum. Ein Schiff mit flachem Boden und perpendikulären Seiten oberhalb der Wassertrachtslinie hat die größte Steife; aber weil es dann zu wenig nachgiebig gegen den Seitenandrang hoher Wellen ist, so stürzen diese zu häufig und mit einer ähnlichen Gewalt über seine Seiten hin, wie über einen entgegenstehenden Felsen. Man muß daher ein angemessenes Mittel zwischen den genannten Formen zu erhalten suchen, um ihren eigenthümlichen Nachtheilen zu entgehen. Das bewährteste Gegenmittel ist: im Mittelschiff die Flur flach zu halten, die Auflanger, d. h. die nach oben hin gekrümmten Theile der Spanten gerade zu machen, und die größte Breite oder das Weit über die Wassertrachtslinie hinaufgehn zu lassen. Uebrigens ist die Stabilität für Kriegs- wie für Handelsschiffe eine der ersten Eigenschaften, ja man kann sagen die erste, weil alle sonstigen guten Eigenschaften ohne dieselbe nutzlos bleiben.

13 Was die Steuerlastigkeit anbetrifft, so hat man sie in neuern Zeiten im Allgemeinen verringert, und sie nur bei kleinen Schiffen, welche, wie Kutter und Packetboote, bei allen Winden die beste Steuerfähigkeit und schnellste Fahrt haben sollen, als nothwendig beibehalten. Die größte Breite muß nach hinten zu allmälig höher genommen werden; alsdann wird das Achterschiff natürlich schärfer, und sinkt tiefer ein. Soll dagegen ein Schiff ohne Steuerlastigkeit, oder auf ebenem Kiele segeln, so darf sich das Achterschiff nur sehr allmälig verengern, und die größte Breite muß ziemlich weit nach vorne hin ausgedehnt werden; außerdem dürfen die Wasserlinien nach vorne zu keine hohle Bucht, oder nach Innen zu gehende Einbiegung haben; denn in diese Höhlung drängt sich das entgegenkommende Wasser und vergrößert seinen Widerstand, und verringert also die Geschwindigkeit.

14 Die allgemeinen Erfordernisse zur Vollkommenheit eines Schiffes sind also nach dem Vorigen: daß es ohne heftige Erschütterungen auf den Wellen liege; daß es sanft und gleichmäßig durch das Wasser gehe; daß es sich hebt, wenn die See hoch geht, und es nur noch seine Marssegel, oder nur sein Großsegel führt; sonst wird es in großer Gefahr sein, die Masten zu verlieren; daß es steif unter Segel sei, um weder zu stampfen noch zu schlingern, und im Stande sei genügende Segel zu tragen, um ein Kap zu umsegeln, oder sich leicht vom Legerwall (vergl. S. 76 Nr. 4) frei zu manövriren; daß es gut steuere, und bei allen seinen Lagen der geringsten Bewegung des Ruders entspreche.

Ferner muß ein Schiff nicht allein vor oder mit raumem Winde gut segeln, sondern auch dann, wann es scharf an den Wind gebraßt ist, so daß es gut anluvt, und nicht leewärts abfällt.

Es ist leicht einzusehen, daß es unmöglich bleibt, die genannten Eigenschaften an einem und demselben Schiffe in einem hohen Grade zugleich zu ver-

Digitized by Google

einigen, da mehrere von ihnen einander gerade entgegengesetzt sind. Man muß sich daher begnügen, diejenigen dieser Eigenschaften in einem ausgezeichneten Grade zu erhalten, welche dem jedesmaligen besondern Zwecke des zu erbauenden Fahrzeuges am mehrsten entsprechen, und von den übrigen so viel zu Stande zu bringen, als mit jenen Haupteigenschaften vereinbar ist.

§. 318. Von den drei Hauptdurchschnitten eines Schiffes.

Wie verschieden auch die Gestalt der Schiffe sein mag, so haben sie doch 1
sämmtlich die Eigenschaft gemein, daß ein vertikaler Längendurchschnitt durch ihre Mitte das Gebäude in zwei ähnlich-gleiche Theile oder symmetrische Hälften scheidet; mit dem Gesichte nach dem Vordertheile gekehrt, nennt man die rechte Hälfte die Steuerbordsseite, die linke die Backbordsseite.

Die Last der eigenen Bestandtheile wie die Last der Ladung wird ferner 2
in allen Schiffen so vertheilt, daß der gemeinschaftliche Schwerpunkt des ganzen Schiffes und seiner Ladung in die Ebene des vertikalen Längendurchschnitts fällt. Seine Stelle zu kennen ist für die ganze Konstruktionslehre, wie für die Regierung des Schiffs, von der höchsten Wichtigkeit. Er wird fernerhin stets durch den Namen „Schwerpunkt des Schiffs" bezeichnet werden.

Befindet sich das Schiff in vollkommener Ruhe und im gehörigen Gleich- 3
gewichte, so steht der vertikale Längendurchschnitt auch wirklich senkrecht auf der Horizontalebene des Wassers. Zieht man in dieser Lage drei senkrecht auf einander stehende gerade Linien durch den Schwerpunkt, so daß zwei davon parallel mit der Horizontalebene laufen, die dritte senkrecht auf ihr steht: so hat man die drei Axen des Schiffsgebäudes.

1. Die erste, oder Hauptaxe, oder Längenaxe, liegt in dem vertikalen Längendurchschnitte, und geht parallel mit der Horizontalebene vom Achterschiffe durch den Schwerpunkt nach dem Vorderschiffe.

2. Die zweite, oder Vertikalaxe, liegt ebenfalls in dem vertikalen Längendurchschnitte, steht senkrecht auf der Horizontalebene, und geht von dem obersten Verdecke durch den Schwerpunkt nach dem Kiel.

3. Die dritte, oder Breitenaxe, steht senkrecht auf dem vertikalen Längendurchschnitte, und geht parallel mit der Horizontalebene von Steuerbord durch den Schwerpunkt nach Backbord.

Nach diesen drei Axen lassen sich alle Bewegungen bestimmen, welche das Schiff annehmen kann. Durch den Schwerpunkt geht die Resultante aller Schwerkräfte des Schiffs, und zwar in der Richtung der Vertikalaxe; sie wirkt daselbst mit einer dem Totalgewichte des Schiffes und seiner Ladung entsprechenden Stärke.

Legt man durch je zwei der eben genannten Axen eine Ebene, so erhält 4
man die drei Hauptdurchschnitte des Schiffes.

Digitized by Google

1. Der vorhergenannte vertikale Längendurchschnitt geht durch die Längen- und durch die Vertikalaxe.

2. Der vertikale Breitendurchschnitt geht durch die Vertikal- und durch die Breitenaxe.

3. Der horizontale Durchschnitt geht durch die Längen- und durch die Breitenaxe, und ist bei völligem Gleichgewichte des Schiffes parallel mit der Wasserfläche.

Nach diesen drei Hauptdurchschnitten lassen sich die Gestalten der verschiedenen Schiffsgebäude leicht bestimmen. Hat man namentlich die Umrisse dieser drei Durchschnitte: so kann die Gestalt des ganzen Schiffes schon ziemlich sicher angegeben werden. Will man indessen die Genauigkeit weiter treiben, so muß man sowohl nach vorne als nach hinten zu noch mehrere vertikale Breitendurchschnitte machen, welche mit dem vertikalen Hauptbreitendurchschnitte parallel gehend die Gestalt desto bestimmter angeben, je mehrere ihrer sind. Diese vertikalen Breitendurchschnitte sind die Malle im engern Sinne. Im weiteren Sinne versteht man unter Mall das aus dünnen Brettern bestehende Modell eines Spants, und auch eines jeden andern Bauholzstückes, das eine bestimmte, namentlich gekrümmte Form haben soll.

§. 319. Von der Wassertracht und dem Gleichgewichte des Schiffes.

1 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 262, der vertikale Längendurchschnitt eines im Gleichgewichte schwimmenden Schiffes; G sei der Schwerpunkt des Schiffes, also AGB die Längenaxe; MHN sei die Wassertrachtsebene, welche, parallel mit dem horizontalen Durchschnitte, den vertikalen Längendurchschnitt gerade an der Oberfläche der Wasserfläche durchschneidet. Diese Wassertrachtsebene theilt das Schiff in zwei Theile, von denen der eine in das Wasser eingetaucht ist, und das lebendige Werk, oder lebendige Schiff, oder der Wasserraum, oder das Hohl heißt; der andere außer dem Wasser befindliche Theil heißt das todte Werk, oder das todte Schiff.

2 Um das Gleichgewicht zu finden, hat man zwei Hauptkräfte zu betrachten, die eine ist das ganze Gewicht des Schiffes mit seinem Inhalte; diese Kraft wirkt senkrecht in der Vertikalaxe GC; die andere Hauptkraft ist der Auftrieb des Wassers (vergl. S. 2036 Nr. 8). Diese letztere Kraft ist gleich dem Gewichte des ganzen Schiffes, da sie ihm das Gleichgewicht hält; ferner ist diese selbe Kraft diejenige des Gewichts des durch den Wasserraum oder eingetauchten Theil des Schiffes aus der Stelle vertriebenen Wassers; oder mit andern Worten: das durch den Wasserraum aus der Stelle getriebene Wasser wiegt eben so viel als das ganze Schiff mit seinem Inhalte (vergl. S. 2037). Berechnet man also das Volumen oder den körperlichen Inhalt des Wasserraums, und multiplizirt die gefundene Anzahl von Kubikfußen mit 70 Pariser Pfund (vergl. S. 867), wenn das Schiff im Flußwasser, und mit 72,8 Pariser Pfund, wenn es im Seewasser liegt, so erhält man das Gewicht des ganzen Schiffes und seiner Ladung.

Digitized by Google

Es sei, Fig. 262, der Punkt O der Schwerpunkt des Wasserraums 3
MCN; dieser Schwerpunkt findet sich mit dem Schwerpunkt G des Schiffes in derselben Vertikale GC (vergl. S. 2037 u. 2039). Je nach der Gestalt, welche das lebendige Schiff hat, wird der Schwerpunkt des Wasserraums höher oder niedriger zu liegen kommen (vergl. die Lagen des Schwerpunkts S. 1947 bis S. 1961). Was den Schwerpunkt G des ganzen Schiffes anbetrifft, so kann er bald über, bald unter die Wassertrachtsebene fallen. Bei Kriegsschiffen, deren Kanonen einen großen Theil des ganzen Gewichts ausmachen, und sich sämmtlich über der Wasserebene befinden, wird auch der Schwerpunkt G über derselben liegen.

§. 320. Von der Kielgebrechlichkeit oder dem Rückenaufstechen.

Weil ein Schiff vorne und hinten schärfer gebaut ist, als in der Mitte, 1
so hat der Auftrieb des Wassers auch vorne und hinten nicht so viel Kraft als in der Mitte; daher drückt das Gewicht des Schiffes auch an beiden Enden mehr als in der Mitte, welche letztere mehr von dem Wasser gestützt wird. Vorder- und Achterende des Schiffs behalten also, wie lange dasselbe sich im Wasser befindet, das Bestreben, sich tiefer zu senken, als das Mittelschiff. Da nun der Kiel großer Schiffe niemals aus einem Balken bestehen kann, sondern aus mehreren durch Laschungen verbundenen Stücken bestehen muß: so geschieht es sehr häufig, daß jener fortdauernde Druck des Vorder- und Achterendes die Verbindungen der Kielstücke überwältigt, und der Kiel sich an beiden Enden herabbiegt. Dies heißt die Kielgebrechlichkeit eines Schiffes, die entstehende Aufbucht wird ein Rücken, oder Katzenrücken genannt; und das Biegen selbst einen Rücken aufstechen.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 262, das Schiff durch den vertikalen Brei- 2
tendurchschnitt abC in das Vor- und Achterschiff getheilt; in der Vertikalare DC befinde sich der Schwerpunkt G des Schiffs, und der Schwerpunkt O des Wasserraums. Es sei ferner g der Schwerpunkt des Vorschiffs und o der Schwerpunkt des vordern Wasserraums; ebenso sei γ der Schwerpunkt des Achterschiffs, und ω der Schwerpunkt des hintern Wasserraums. Das Vorschiff wird durch zwei Kräfte getrieben; die eine gm, durch den Schwerpunkt des ganzen Vorschiffs gehende, zieht es nach unten; die andere no, durch den Schwerpunkt des vorderen Wasserraums gehende, treibt es nach oben (vergl. S. 2036). Ebenso wird das Achterschiff von der Kraft $\gamma\mu$ abwärts, von der Kraft $\nu\omega$ aufwärts getrieben. Diese vier Kräfte werden sich nun ebensowohl das Gleichgewicht halten, wie die beiden totalen Kräfte, von denen die eine durch den Schwerpunkt G des ganzen Schiffs abwärts, und die andere durch O, den Schwerpunkt des ganzen Wasserraums aufwärts geht. Wie lange aber die beiden entgegengesetzten Kräfte des Vorschiffes, oder diejenigen des Achterschiffes nicht in eine gerade Linie zusammenfallen, wird auch das Schiff das Streben behalten, den Kiel zu krümmen; und zwar aufwärts, wenn die Schwerpunkte der Wasserräume o und ω näher an der Mitte liegen, als die Schwer-

Digitized by Google

punkte g und γ der ganzen Schiffstheile; abwärts dagegen, wenn die Punkte o und ω entfernter von der Mitte liegen, als die Punkte g und γ.

3 Es ist nun der bei weitem gewöhnlichere Fall, daß die Punkte o und ω näher an der Mitte liegen. Bei allen Schiffen nämlich hat der mittlere Theil eine größere Ausdehnung als die beiden Enden; die Ladung dagegen ist nach den Enden zu weit bedeutender als in der Mitte. Je größer nun dieser Unterschied ist, desto weiter rücken die Linien γμ und νω, und die Linien gm und no auseinander, und zwar νω und no nach Innen zu; desto größer muß also auch die Neigung der Schiffe sein, einen Rücken aufzustechen. Aus der Größe der beiden Kräfte νω und no läßt sich jedoch finden, welche Stärke der Kiel und der ganze Verband erhalten muß, um diesem Schaden vorzubeugen. Uebrigens sieht man leicht ein, daß wenn erst der Kiel gekrümmt ist, auch die Decke einen Rücken aufstechen oder sich nach oben hin krümmen müssen.

Da sich weder die Ladung nach der Mitte anhäufen, noch auch Vorder- und Hintertheil in ihren Wasserräumen bedeutend flach bilden lassen: so muß man durch möglichste Verstärkung des Kiels und andre Mittel diesem Uebel vorzubeugen suchen.

4 Um die Kielgebrechlichkeit eines Schiffes zu bestimmen, theilt man, wie Tafel XXXV, D, Fig. 263, dasselbe durch gleichweit abstehende Vertikalebenen FF, EE, DD u. s. w., in eine beliebige Zahl von parallelen und vertikalen Breitendurchschnitten, und zwar so, daß einer der mittleren die Vertikalaxe VV durch seine Mitte hindurchgehen läßt, in welcher sich der Schwerpunkt G des ganzen Schiffs befindet.

Man berechnet darauf den körperlichen Inhalt des mittleren Theils AABB, um zu finden, wie tief er ins Wasser sinkt. Da nun der zunächst liegende Theil AACC unten schon etwas schärfer gebaut ist, so würde er, wenn er für sich allein bestände, tiefer als der mittlere Theil einsinken, also nicht blos bis AC, sondern bis ac. Diese zweite Wasserlinie kann man aus dem Inhalte des Theiles AACC leicht berechnen; ebenso findet man die Vertikallinie, in welcher der Schwerpunkt dieses Theils liegt. Diese Vertikallinie sei von dem Schwerpunkte G des Schiffs um die Linie αG entfernt. Dieser ganze zweite Theil wird um die Größe aACc nicht von dem Wasser unterstützt. Berechnet man nun das Gewicht der Wassermasse, welche in diesem nicht unterstützten Raume Platz hätte, und multiplizirt man dieses Gewicht mit der Entfernung αG, so erhält man das Moment der Kraft, mit welcher dieser Theil niederdrückt, oder zur Kielgebrechlichkeit des Schiffes, soweit dieselbe von der äußern Gestalt des Gebäudes abhängt, beiträgt, d. h. aACc · αG.

Der nächste Theil CCDD ist noch schärfer gebaut; der Raum cCDd, um welchen er nicht unterstützt wird, ist also schon größer, als bei dem vorigen, indem seine Wasserlinie cd noch höher liegt; das Moment seiner niederdrückenden Kraft ist also cCDd · βG; indem βG die Entfernung seiner Schwerpunktsvertikale vom Schwerpunkte G des Schiffs bezeichnet.

Sucht man auf gleiche Weise die Momente aller übrigen Theile, von denen jeder von der Mitte weiter abliegende einen größeren nicht unterstützten

Digitized by Google

Raum, alſo auch eine größere niederdrückende Kraft beſitzt: ſo erhält man als Werth der ganzen Kielgebrechlichkeit die Summe ſämmtlicher Momente, oder, wenn die Kielgebrechlichkeit durch R bezeichnet wird:

$$R = aACc \,.\, \alpha G + cCDd \,.\, \beta G + dDEe \,.\, \gamma G + eEFf \,.\, \delta G + bBHh \,.\, \varepsilon G + hHIi \,.\, \zeta G + iIKk \,.\, \eta G.$$

Theilt man ein zweites Schiff auf gleiche Weiſe in gleich viele Theile, und ſucht die Summe der Momente der nicht unterſtützten Räume: ſo kann man aus der Vergleichung beider Summen bald finden, welches von beiden Schiffen die größere oder geringere Kielgebrechlichkeit oder Hinneigung zum Rückenaufſtechen hat.

Das bisher von der Kielgebrechlichkeit Geſagte betrifft dieſelbe nur inſo- 5
ferne, als ſie von der äußern Geſtalt der Schiffe abhängt. Sie kann aber auch durch übertriebene Belaſtung des Vor- und Achterſchiffes vergrößert werden. Es muß alſo bei der Konſtruktion dafür geſorgt werden, daß die gewöhnlichen Zierrathen des Vor- und Achterſchiffes, wie Galjon, Spiegel, Gallerie und Seitengallerien, u. ſ. w., ſo leicht als möglich gemacht werden. Es darf ferner der Vorſteven nicht weiter vorſchießen, oder ſich von der ſenkrechten Stellung nach vorne hin neigen, als gerade nöthig iſt, um dem Anker, wenn er gelichtet (aufgewunden) wird, genügend freien Raum zu ſchaffen, damit er nicht unklar werde, d. h. mit einer ſeiner Hände in den Schiffsboden ein greife. Der Achterſteven braucht gar keinen Fall, oder keine Neigung nach hinten zu haben, da ſie ohne weſentlichen Nutzen nur die Kielgebrechlichkeit vermehrt.

Die Heckſtützen, d. h. die hinten am Spiegel aufrecht ſtehenden Pfoſten, zwiſchen denen die Kajütsfenſter liegen, müſſen ebenfalls geringe Neigung nach hinten zu haben, weil ſie, am weiteſten von der Mitte abſtehend, und ſo hoch oben befindlich, einen verhältnißmäßig großen Druck ausüben.

Die Berghölzer, oder dickeren Außenplanken in der Höhe der größten Breite, die Raaleiſten, oder hervorſpringenden Leiſten zunächſt am Bord, und die Regelingen oder Reilings, d. h. die oberſten Geländer oder Bruſtwehren, dürfen nicht viel Spring oder Erhebung nach hinten und vorn haben, weil ſie ſonſt, als die höher liegenden Theile, die Kielgebrechlichkeit vermehren.

Da in neueren Zeiten die Schiffe viel länger gebaut werden als früher, 6
ſo haben ſie natürlich auch eine viel größere Neigung zur Kielgebrechlichkeit, wenn ſie nicht im Verhältniß ihrer Länge auch eine ſtärkere Verbindung erhalten.

Eine Hauptſache iſt, dem Kiel, und dem darüber liegenden Kolſchwinn die möglich ſtärkſten Dimenſionen, und die möglichſt dauerhafte Verbindung zu geben; namentlich iſt darauf zu ſehen, daß die Laſchingen oder Langſcherben von beiden gehörig gegen einander verſchießen, d. h. daß unter jeden Laſchingen des Kolſchwinns ein ganzer, nicht gelaſchter Theil des Kiels, und über jeden Laſchingen des Kiels ein ganzer nicht gelaſchter Theil des Kolſchwinns zu liegen kommt.

Digitized by Google

Es kann ferner ein Schiff keinen Rücken aufstechen, ohne daß zugleich die Seiten etwas einfallen. Diesem Einfallen kann auf doppelte Art entgegengewirkt werden: erstens müssen die einzelnen Theile eines Spants, d. h. die Lieger, Sitzer und Auflanger nicht allein gehörige Länge zu ihren gegenseitig verschießenden Laschingen erhalten, sondern jede dieser Laschingen oder Langscherben muß auch noch genügend, d. h. mit drei Bolzen verbolzt werden; weil ohne diese Verbolzung die vertikale Verbindung zu schwach bleibt, und die von den Wanten, Pardunen und Halsen ausgeübte Kraft, oder die Anstrengung beim Kielholen (auf die Seite legen zur Ausbesserung des Bodens) die Spanten einwärts biegt, wodurch das Schiff eine Schlagseite bekommt, d. h. eine Neigung, auch ohne Seitenwind auf der einen Seite tiefer einzusinken, als auf der andern.

Zweitens kann dem Einfallen der Seiten dadurch entgegengewirkt werden, daß die Deckbalken, welche wie Chorden in der Bogenkrümmung der Spanten liegen, möglichst stark, und dadurch geschickt gemacht werden, der Einbucht der Spanten zu widerstehen. Sie müssen außerdem noch durch Kniee unterstützt werden.

7 Zur Messung eines wirklich vorhandenen Rückens, oder einer wirklich entstandenen Aufbucht des Kiels hat man folgendes Werkzeug in Vorschlag gebracht. Ein Balken, dessen Länge der größten Breite des Schiffes gleich ist, trägt an jedem seiner beiden Enden einen perpendikulären Maaßstab dem andern gleich, und so lang, daß er über dem Wasser hervorragt. Dieser Balken wird beim Achtersteven unter den Kiel gebracht, so daß er mit demselben rechte Winkel bildet, und dann in dieser gleichbleibenden Lage längs dem Kiele nach vorne hin gezogen. Zeigen die Maaßstäbe zu beiden Seiten überall während des Fortschiebens dieselbe Wassertiefe, so hat der Kiel keine Krümmung erlitten. Hat er aber schon einen Rücken aufgestochen: so werden die beiden Maaßstäbe an den beiden Enden des Kiels eine größere, gegen die Mitte hin eine geringere Tiefe zeigen; der größte Unterschied zwischen diesen Tiefen wird die Größe der Aufbucht zeigen. Um sich zu überzeugen, daß der Balken während des ganzen Weges eine horizontale Lage behalte, muß man darauf sehen, daß beide Maaßstäbe an jeder Stelle dieselbe Tiefe zeigen. Damit der Balken nicht durch den Auftrieb des Wassers gegen den Kiel gepreßt, und am Fortschieben gehindert werde, kann er mit Eisen oder Blei beschwert werden.

§. 321. Von der Stabilitätsbestimmung der Schiffe.

1 Sobald ein Schiff in einem noch so geringen Grade aus seinem Gleichgewichte gebracht ist, so können drei Fälle eintreten:

1. Entweder beharrt das Schiff in diesem geneigten Zustande; alsdann heißt das Gleichgewicht indifferent, oder unbestimmt.

2. Oder es begiebt sich von selbst in seine frühere Lage zurück; alsdann heißt das Gleichgewicht permanent oder bleibend; oder das Schiff besitzt eine nach Umständen größere oder geringere Stabilität.

Digitized by Google

3. Oder es ſtürzt in Folge der Neigung völlig um; alsdann heißt das Gleichgewicht ſchwankend.

Es leuchtet von ſelbſt ein, daß weder der dritte noch der erſte Fall bei Schiffen zuläſſig iſt, ſondern daß die Stabilität derſelben dem zweiten Falle entſprechen müſſe.

Die ganze Betrachtung der Stabilität beruht auf den oben, S. 2037 bis 2
S. 2054, gegebenen hydroſtatiſchen Lehren. Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 264, NDM ein Schiff im Gleichgewicht; der Schwerpunkt des ganzen Schiffs ſei G; der Schwerpunkt des Waſſerraums ſei O. Die Linie GO iſt ſenkrecht auf der Waſſerniveaulinie NM. Hat nun das Schiff eine ſolche Lage angenommen, daß die Linie nm die horizontale Waſſerlinie geworden, d. h. hat ſich das Vorſchiff um den Theil mM eingeſenkt, und das Achterſchiff um den Theil nN emporgehoben: ſo iſt jetzt der Waſſerraum mDn, welcher dem vorherigen NDM gleich iſt.

Der Schwerpunkt G des ganzen Schiffs hat noch dieſelbe Stelle, wie in der erſten Lage. Weil aber der Waſſerraum hinten, nach N hin, verringert, vorne, nach M hin, vermehrt iſt: ſo muß auch der Schwerpunkt des Waſſerraums nach M hin gerückt ſein; er befinde ſich in o. Auf die jetzt horizontale Linie nm zieht man die Perpendikel Gγ und oω. Geſchieht es nun, daß die beiden Punkte ω und γ zuſammenfallen, oder die beiden Schwerpunkte G und o ebenſo in einer Vertikallinie liegen, wie vorher G und O: ſo findet auch jetzt noch das Gleichgewicht ſtatt; dies iſt der vorher angegebene erſte Fall des indifferenten Gleichgewichts. Man ſieht ſogleich, daß bei einer bedeutenden Erhebung von o über O dieſer Fall nicht ſtattfinden kann.

Befindet ſich, wie in Fig. 264, der Punkt γ näher an der Vertikallinie GO 3
als der Punkt ω, ſo wird das Schiff in der Richtung Gγ nach unten, und in der Richtung oω nach oben getrieben. Da nun das Moment der letztern Kraft größer iſt, ſo ſteigt das Vorſchiff wieder in die Höhe, und das Schiff begiebt ſich von ſelbſt in ſeine vorige Lage des Gleichgewichts. Dies iſt der vorher angegebene zweite Fall des permanenten Gleichgewichts. Die Stabilität wird offenbar um ſo größer ſein, je weiter die beiden Punkte γ und ω von einander entfernt ſind; ebenſo ſieht man ſogleich an der Figur, daß die Stabilität deſto größer werden muß, je tiefer der Schwerpunkt G des ganzen Schiffs liegt; denn alsdann rückt der Punkt γ näher an die Vertikale GO, alſo weiter von dem Punkte ω fort.

Befindet ſich aber der Punkt γ näher an dem Ende m als der Punkt ω, 4
ſo muß der dritte Fall des ſchwankenden Gleichgewichts eintreten; denn alsdann vereinigen ſich die beiden Kräfte Gγ und oω, um das Vordertheil niederzudrücken, ſo daß das Schiff vorne überſtürzen oder kentern muß. Dieſer Fall iſt um ſo viel mehr zu fürchten, als der Schwerpunkt G des ganzen Schiffs höher über dem Boden oder Kiele liegt (vergl. S. 2041). Außer den beiden Schwerpunkten G und O iſt auch noch die Geſtalt und Ausdehnung desjenigen horizontalen Durchſchnittes des Schiffes entſcheidend, welcher an der Oberfläche des Waſſers, oder in der Waſſertrachtsebene gemacht wird.

Digitized by Google

5 Die bisherige Betrachtung der drei Fälle des Gleichgewichts nahm die Neigung des Schiffs der Länge nach, wie ſie beim *Stampfen* vorkommt, d. h. wenn ſich das Schiff *um die Breitenaxe dreht*. Ganz dieſelbe Beweisführung gilt aber auch, wenn das Schiff ſich nach der Breite oder den Seiten neigt, oder *ſchlingert*, d. h. wenn ſich das Schiff *um die Längenaxe dreht* (vergl. S. 2041 und Fig. 203). Um die Stabilität eines Schiffs vollſtändig zu beſtimmen, muß man natürlich die Drehung um beide Axen berückſichtigen, weil es wohl vorkommen kann, daß die Stabilität der einen genügend, hinſichtlich der andern unzureichend iſt. Sobald aber ein Schiff in Beziehung auf *beide* Axen genügende Stabilität hat: ſo beſitzt es dieſelbe auch *für alle zwiſchen liegenden* Axen, um welche es eine Neigung oder Drehung erleiden könnte.

6 *Die Neigungs- oder Drehungsaxe* eines Schiffs iſt ſtets eine horizontale Linie, welche durch den Schwerpunkt des ganzen Schiffs geht. Sobald aber eine Kraft durch den Schwerpunkt eines Körpers geht, ſo bringt ſie an ihm keinerlei drehende ſondern nur eine fortſchreitende Bewegung hervor. Sobald daher ein Schiff eine Neigung oder drehende Bewegung um eine durch ſeinen Schwerpunkt gehende Axe erleiden ſoll, ſo kann ſie nur durch eine Kraft hervorgebracht werden, welche ein *Moment* in Bezug auf dieſe Axe hat. Ein ſolches Moment iſt aber (vergl. S. 1931 Nr. 7) das Produkt aus der Kraft in den perpendikulären Abſtand von der Axe. Je größer alſo dieſer Abſtand iſt, deſto kleiner kann die Kraft ſein, und dennoch dieſelbe Wirkung hervorbringen.

7 Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 265, G der Schwerpunkt des ganzen Schiffs, und AB die Waſſertrachtsebene bei völligem Gleichgewichte. Bei eingetretener Neigung ſei ab die Waſſertrachtsebene. Die Neigung ſelbſt betrage alſo den kleinen Winkel AIa = BIb, welcher = i geſetzt wird. Der Waſſerraum während der Neigung iſt alſo aLb. Das Perpendikel HGL ſtellt einen auf dem Schiffsboden befeſtigten Maſt dar. An dieſem Maſte ſei oberhalb G, in dem Punkte H eine mit K bezeichnete Kraft angebracht, welche das Schiff in dem Zuſtande der Neigung erhalten kann. *Das Moment* dieſer Kraft iſt = K · GH; dieſes Moment muß dem Streben des Schiffes ſich wieder aufzurichten gleich ſein.

8 Dieſes Moment hängt offenbar, außer den ſonſtigen Umſtänden und der Drehungsaxe, hauptſächlich von der *Größe der Neigung* ab, welche durch den Winkel AIa = i angegeben iſt. Wenn dieſer Winkel ſehr klein iſt, ſo kann man ſtatt des Bogens, welcher eigentlich von der Drehung beſchrieben wird, den Sinus deſſelben ſetzen. Das Moment jener Kraft wird alſo dem Sinus des Winkels i, oder dem Sinus des Neigungswinkels proportional ſein. Je größer alſo dieſer Winkel wird, deſto größer muß auch die Kraft des Schiffs werden, ſich wieder aufzurichten, oder zu ſeinem Gleichgewichte zurückzukehren. Das Moment alſo, welches erforderlich iſt, um ein Schiff in dem Zuſtande der Neigung feſtzuhalten, wird immer folgenden Werth haben: S · t · sin i, worin S irgend eine abſolute Kraft, t eine beſtimmte Linie und sin i den Si-

Digitized by Google

nus des Neigungswinkels bezeichnet, wobei der Radius oder Sinus totus = 1 gesetzt ist.

Will man aber die Stabilität so bestimmen, daß sie ebensowohl für den 9
Zustand des Gleichgewichts, als für alle möglichen Neigungen paßt: so hat man aus der obigen Formel nur den sin i fortzulassen, und erhält dann als den allgemeinen Ausdruck für die Stabilität: S · t, d. h. ein Produkt aus einem gewissen Gewicht, oder einer gewissen Kraft S, und einer gewissen Linie t. Vermöge dieses Ausdrucks kann man die Stabilitäten verschiedener Schiffe in Bezug auf irgend eine horizontale Axe, mit einander vergleichen, ohne irgend eine Neigung dabei annehmen zu müssen.

Sobald man also den Werth von S · t kennt, wird es leicht sein, diejenige Neigung zu bestimmen, für welche eine, auf dieselbe Axe bezogene Kraft im Stande sein wird, das Schiff in der geneigten Lage festzuhalten. Es sei diese Kraft, Fig. 264, HK = K; ihr Abstand von der Neigungsaxe GH = k, also ihr Moment = K · k; es ist also nach dem Vorigen K · k = S · t · sin i. Man hat demnach:

$$1) \quad \sin i = \frac{K \cdot k}{S \cdot t}$$

Durch diese Formel findet man also die Neigung i selbst. Damit nun die Neigungen, denen ein Schiff ausgesetzt sein kann, immer sehr klein bleiben, muß die Stabilität S · t stets mehreremal größer sein, als die größten Momente K · k, denen das Schiff unterworfen werden kann. Dies ist also eine wichtige Regel für die Konstruktion der Schiffe. Verlangt man nun, daß die Neigung niemals größer als 10° sei, wovon der Sinus = 0,17365 oder ungefähr 1/6 ist: so muß die Stabilität wenigstens 6 mal größer sein, als die Momente, denen das Schiff ausgesetzt sein kann. Es kommt nun zunächst darauf an, für alle Schiffe den Werth des Ausdrucks S · t zu finden.

Alle Kräfte, mit denen ein geneigtes Schiff sich wieder emporzurichten strebt, 10
kommen allein von allen den Pressungen der Wasserelemente her, welche der Wasserraum von dem umgebenden Wasser erleidet. Die Schwere des Schiffes trägt zu diesem Streben Nichts bei, weil ihre Resultante durch den Schwerpunkt geht, also zum Wiederaufrichten kein Moment abgeben kann. Alle Elementar-Pressungen halten dem Gewichte einer solchen Wassermasse das Gleichgewicht, welche den Wasserraum ausfüllen würde. Man muß also diesen eingetauchten Theil wie eine Wassermasse ansehn, deren sämmtliche Theile in senkrechter Richtung aufwärts getrieben werden, und zwar mit derselben Kraft, mit welcher ihre Schwere sie niederzieht.

Es sei das Schiff, Fig. 265, dessen Wasserraum bei völligem Gleichge- 11
wichte ALB ist, so geneigt, daß sein jetziger Wasserraum aLb ist. Nimmt man diesen mit Wasser gefüllt an, so hat man nur zu suchen, mit welcher Kraft jeder Theil desselben zur Wiederaufrichtung des Schiffes beiträgt, indem er mit einer seinem Gewichte gleichen Kraft in die Höhe getrieben wird. Hiezu hat man das Moment jeder dieser Kräfte in Beziehung auf diejenige Axe zu suchen,

Digitized by Google

um welche die Drehung oder Neigung vor ſich geht. Dieſe Axe ſei hier durch G ſenkrecht gegen die Ebene der Figur, welche einen vertikalen Längendurchſchnitt darſtellt, der durch den Schwerpunkt G des Schiffs geht.

12 Man kann den zweiten Waſſerraum aLb ſo darſtellen, als beſtände er aus dem erſten Waſſerraum ALB, zu welchem das Segment alA zu addiren, und von welchem das Segment bIB zu ſubtrahiren iſt. Für jeden dieſer drei Theile ſucht man das Moment ſeiner Kraft, womit er das Schiff um ſeine Axe zu drehen ſtrebt, und bildet die algebraiſche Summe dieſer Momente.

13 Den ganzen Waſſerraum ALB kann man ſo betrachten, als ſei die Schwere der ihn ausfüllenden Waſſermaſſe in dem Schwerpunkte O konzentrirt, und als werde dieſe Maſſe mit einer ihrem Gewichte gleichen Kraft nach oben getrieben. Dieſes Gewicht iſt gleich dem Gewichte des ganzen Schiffs. Bezeichnet man dieſes Gewicht mit M, ſo hat man eine in O angebrachte Kraft = M, welche das Schiff in die Höhe treibt.

Weil gegenwärtig die Linie ab horizontal iſt, ſo hat man nur ſenkrecht darauf die Linie Om zu ziehen, um die Direktion der Kraft M zu erhalten. Um ferner das Moment derſelben zu finden, verlängert man Om, bis man ſenkrecht auf dieſelbe die Linie Gv ziehen kann; es iſt alsdann der Werth dieſes Moments = M · Gv. Da nun in dem Zuſtande des Gleichgewichts die Linie OG perpendikulär auf der Linie AB geweſen, und ferner die Linie Ov perpendikulär auf der Linie ab iſt, ſo muß der Winkel GOv = AIa, d. h. gleich dem vorher mit i bezeichneten Neigungswinkel ſein. Man hat demnach OG : Gv = 1 : sin i; alſo Gv = GO · sin i; daher iſt das Moment dieſer Kraft = M · GO · sin i. Dieſes Moment iſt alſo dasjenige des Waſſerraums ALB.

Es bedeutet aber nach dem Vorigen M das Gewicht des ganzen Schiffs, und die Linie GO die Erhebung des Schwerpunkts des Schiffs G über dem Schwerpunkt des Waſſerraums O im Zuſtande des Gleichgewichts. Weil aber dieſe Kraft nach oben treibt, und zwar in der Richtung Ov, ſo ſtrebt ſie dahin, den Theil BL höher zu heben, alſo den Theil AL noch tiefer zu tauchen, oder die Neigung zu vergrößern; demnach iſt dieſe Kraft der Wiederaufrichtung entgegen.

Wenn nun die beiden andern Theile AIa und BIb, welche jetzt noch betrachtet werden müſſen, kein Moment einer entgegengeſetzten Kraft, und zwar ein größeres darbieten würden: ſo hätte das Schiff gar keine Stabilität, und müßte bei der geringſten Neigung ganz umſtürzen.

14 Bei der Betrachtung des Waſſerraums in dem Theile alA denke man ſich ein unendlich kleines Theilchen PP in dem Gleichgewichtsdurchſchnitte AB, und darüber eine kleine Säule PPpp, oben begrenzt durch die zweite Waſſertrachtsebene ab, und auf dieſer ſenkrecht. Iſt die Neigung unendlich klein, ſo ſteht dieſe Säule zugleich ſenkrecht auf AB. Die Höhe dieſer Säule iſt Pp = IP . sin i; und ihr körperlicher Inhalt = PP · IP · sin i. Die dieſem Volumen entſprechende Waſſermaſſe ſoll nun ihrem Gewichte nach beſtimmt werden.

Es ſei das zum Gleichgewichte erforderliche Volumen des Waſſerraums ALB = V; weil aber das Gewicht einer dieſem Waſſerraume entſprechenden

Digitized by Google

Waſſermaſſe dem Gewichte des ganzen Schiffs M gleich iſt, ſo ergiebt ſich folgende Proportion, worin T das Gewicht der kleinen Säule bezeichnet:

$$V : M = PPpp : T; \text{ alſo } T = \frac{M}{V} \cdot PP \cdot IP \cdot \sin i.$$

Die aus dieſem Gewicht der kleinen Säule hervorgehende Kraft wirkt nach oben hin, und zwar ſenkrecht auf die Linie Ia. Um ihr Moment zu finden, fällt man aus G auf ab das Perpendikel Gg; dies giebt für die Kraft T die Entfernung pg; alſo iſt ihr Moment = T · pg, oder auch, weil pg = Ip + Ig; und, wegen der Kleinheit des Winkels i, beinahe Ip = IP, läßt ſich das Moment = T · IP + T · Ig ſetzen. Dieſe Kraft ſtrebt das Schiff wieder aufzurichten.

Nimmt man auf dieſe Art alle in dem Theile zwiſchen I und A enthaltenen Momente zuſammen: ſo hat man das Moment der aus dem Theile AIa hervorgehenden wieder aufrichtenden Kraft. Man ſieht, daß T eigentlich ein Differential bezeichnet. Man kann alſo die Summe dieſer Momente, oder Σ durch ein Integralzeichen ausdrücken, demnach:

$$\Sigma = \int T \cdot IP + \int T \cdot Ig.$$

Dies iſt die Totalkraft mit welcher die Waſſermaſſe des Waſſerraums AIa zur Wiederaufrichtung des Schiffes beiträgt.

Betrachtet man in gleicher Weiſe den Theil BIb, indem man auf dem Durch- 15
ſchnitt IB ein Element QQ wählt, und die Säule QQqq bildet, welche man wegen der Kleinheit des Neigungswinkels i, ebenſowohl auf AIB als auf aIb perpendikulär anſehn kann, ſo findet man wie vorher QQqq = QQ . IQ . sin i; daher:

$$V : M = QQqq : U; \text{ alſo } U = \frac{M}{V} \cdot QQ \cdot IQ \cdot \sin i,$$

worin U das Gewicht der kleinen Säule QQqq bezeichnet.

Mit dieſem Gewichte oder einer ihm gleichen Kraft wirkt dieſe Säule nach oben. Das Moment derſelben iſt in Bezug auf die Neigungsaxe = U · qg; und da qg = Iq − Ig, und Iq = IQ, ſo ergiebt ſich das Moment = U . IQ − U · Ig. Es ergiebt alsdann, da U wieder ein Differential iſt, und indem man ihre Summe wieder mit Σ' bezeichnet:

$$\Sigma' = \int U \cdot IQ - \int U \cdot Ig.$$

Da aber dieſe Kraft an der andern Seite des Schwerpunkts G wirkt, ſo trägt ſie zur Vergrößerung der Neigung bei. Weil aber dieſer Theil BIb von den beiden andern Theilen ALB und AIB abgezogen werden ſoll, ſo muß ſeine Wirkung negativ genommen werden. Da aber dieſe Wirkung, wie eben gefunden, ſelbſt negativ iſt, ſo trägt ſie, auf negative Art genommen, alſo poſitiv angeſehen, dazu bei, das Schiff wieder aufzurichten, oder ins Gleichgewicht zurückzubringen.

Verbindet man die Momente der beiden Segmente AIa und BIb, oder die 16
beiden Werthe von Σ und Σ', ſo hat man:

$$\Sigma + \Sigma' = \int T \cdot IP + \int T \cdot Ig + \int U \cdot IQ - \int U \cdot Ig.$$

Digitized by Google

Dieser Ausdruck ist aus vier Gliedern zusammengesetzt. Das zweite und vierte Glied enthalten beide dieselbe Entfernung Ig, welche immer dieselbe bleibt, während die Punkte P und Q die Räume AI und IB durchlaufen. Man kann daher diese beiden Glieder so ausdrücken: $Ig \cdot \int T - Ig \cdot \int U$ (vergl. S. 1159 Nr. 3). Weil aber T das Gewicht der kleinen Elementarsäule PPpp ausdrückt, so bezeichnet $\int T$ das Gewicht der in dem Raume AIa enthaltenen Wassermasse. Ebenso wird $\int U$ das Gewicht der in dem Raume BIb enthaltenen Wassermasse bezeichnen. Da nun der im Zustande der Neigung eingetauchte Theil aLb dem Gleichgewichtswasserraume ALB gleich ist: so müssen auch die beiden Theile $\int T$ und $\int U$ einander gleich sein. Es heben sich also das zweite und vierte Glied in der obigen Formel für $\Sigma + \Sigma'$ auf. Es reduzirt sich demnach der Werth der Momente der beiden Segmente AIa und BIb auf den Ausdruck

$$\Sigma + \Sigma' = \int T \cdot IP + \int U \cdot IQ.$$

Hievon muß man den Werth abziehen, den der erste Theil gegeben hat, nämlich (vergl. S. 2184 Nr. 13): $M \cdot OG \cdot \sin i$; alsdann erhält man das totale Moment der Kraft, welche das Gleichgewicht herzustellen strebt.

17 Da nun $T = \frac{M}{V} \cdot PP \cdot IP \cdot \sin i$, und $U = \frac{M}{V} \cdot QQ \cdot IQ \cdot \sin i$; da ferner die beiden Größen $\frac{M}{V}$ und $\sin i$ dieselben bleiben, während die Punkte P und Q die Räume IA und IB durchlaufen: so kann man den beiden Ausdrücken folgende Gestalt geben:

$$\int T \cdot IP = \frac{M}{V} \cdot \sin i \cdot \int PP \cdot IP^2; \text{ und } \int U \cdot IQ = \frac{M}{V} \cdot \sin i \cdot \int QQ \cdot IQ^2;$$

daher hat man als ganzes Moment zur Wiederaufrichtung des Schiffes, wenn man es mit F bezeichnet:

$$F = \frac{M}{V} \cdot \sin i \cdot (\int PP \cdot IP^2 + \int QQ \cdot IQ^2) - M \cdot OG \cdot \sin i.$$

Dies ist nun der Werth der obigen Formel (S. 2182 Nr. 8) $S \cdot t \cdot \sin i$. Um daher die Stabilität des Schiffes in Bezug auf die in Rede stehende Axe zu erhalten, braucht man nur diesen letzten Ausdruck durch $\sin i$ zu dividiren, und man erhält:

$$\frac{M}{V} \cdot (\int PP \cdot IP^2 + \int QQ \cdot IQ^2) - M \cdot OG.$$

Das erste Glied hängt hauptsächlich von dem Durchschnitt AB in der Wassertrachtsebene, und von seiner Gestalt ab. Man kann daher den Ausdruck

$$\int PP \cdot IP^2 + \int QQ \cdot IQ^2$$

das Moment des Durchschnitts in der Wassertrachtsebene benennen.

§. 322. Von dem Momente des Durchschnitts eines Schiffes in der Wassertrachtsebene.

1 In dem vorigen Paragraphen und in der Fig. 265, Tafel XXXV, D, sind die beiden Durchschnitte AB und ab in der Wassertrachtsebene beim Gleichge-

Digitized by Google

wicht und bei der Neigung wie einfache Linien betrachtet worden, und ihr gegenſeitiger Durchſchnitt wie ein Punkt. In der Wirklichkeit ſind natürlich beide Durchſchnitte Ebenen, und ihr gegenſeitiger Durchſchnitt eine gerade Linie, welche horizontal und parallel mit der Neigungsaxe iſt. Man muß ſich indeſſen dieſe Ebenen perpendikulär auf der Ebene der Figur und durch den Punkt I gehend denken. Die beiden Ausdrücke $\int PP \cdot IP^2$ und $\int QQ \cdot IQ^2$ bezeichnen alſo die Summe aller Elemente, welche den Durchſchnitt AB in der Waſſertrachtsebene anfüllen, und zwar jedes multiplizirt mit dem Quadrat ſeiner Entfernung von dem beſagten Durchſchnitte.

Nimmt man wie vorher an, daß die beiden Segmente AIa und BIb gleich 2
ſind, ſo ſieht man unmittelbar ein, daß ihr gemeinſchaftlicher Durchſchnitt durch den Schwerpunkt des Durchſchnitts in der Waſſertrachtsebene gehen muß. Stellt man dieſen Durchſchnitt, Fig. 266, ſo dar, daß AB der Diameter deſſelben iſt, vom Achterſchiffe bis zum Vorderſchiffe gehend: ſo muß ſich in dieſer Linie der Schwerpunkt I der Ebene befinden. Zieht man durch dieſen Punkt die Linie MN parallel mit der Neigungsaxe: ſo hat man, um das Moment des Durchſchnitts in der Waſſertrachtsebene zu finden, nur irgend ein Theilchen oder Element Z mit dem Quadrat ſeiner Entfernung von der Axe MN, d. h. mit ZX^2 zu multipliziren; die Summe aller dieſer Produkte durch die ganze Figur ACBD von beiden Seiten der Axe MN zuſammen genommen ergiebt das geſuchte Moment, welches vorher durch die Formel $\int PP \cdot IP^2 + \int QQ \cdot IQ^2$ ausgedrückt worden.

Man kann es jetzt durch die Formel $\int Z \,.\, ZX^2$ einfacher bezeichnen. Es wird alſo die Stabilität des Schiffes in Bezug auf die in Rede ſtehende Axe $= \frac{M}{V} \cdot \int Z \cdot ZX^2 - MO \cdot G$ ſein; worin M das Gewicht des ganzen Schiffs, V das Volumen ſeines Waſſerraums, OG die Erhebung des Schwerpunkts G des Schiffs über dem Schwerpunkte O des Waſſerraums bezeichnet.

Man ſieht leicht ein, daß das Schiff auf die Art geneigt ſein kann, daß 3
die Linie MN unbeweglich bleibt, während der Theil MAN ſich in das Waſſer einſenkt, der Theil NBM ſich daraus erhebt. Weil nun die Linie MN ſtets durch den Schwerpunkt I des Durchſchnitts der Waſſertrachtsebene geht, ſo iſt dieſer Punkt der Hauptſtützpunkt für die Stabilität.

Um nicht die angegebene Operation der Produktenſammlung für jede Axe 4
wiederholen zu müſſen, hat man nur zu beachten, daß es genügt, zwei Momente des Durchſchnitts in der Waſſertrachtsebene zu ſuchen: das eine in Bezug auf ſeine große Axe AB, das andere in Bezug auf ſeine kleine Axe CD. Hat man dieſe beiden Hauptmomente, ſo iſt es leicht, das Moment in Bezug auf jede zwiſchen liegende Axe MN zu finden.

Die Axe AB geht ſtets vom Achterſchiffe nach dem Vorſchiffe; die kleine 5
Axe CD geht vom Steuerbord nach Backbord, und ſteht auf der vorigen ſenkrecht. Da nämlich alle Schiffe eine größere Länge als Breite haben, ſo hat die kleine Axe des Waſſertrachtsdurchſchnitts ſtets die angegebene Lage.

Bezeichnet man das Moment in Bezug auf die Axe AB durch [AB], und

Digitized by Google

das Moment in Bezug auf die Axe CD durch [CD]; und nimmt man für jetzt an, daß beide Momente ſchon gefunden ſeien: ſo hat man zur Beſtimmung des Moments in Bezug auf eine zwiſchenliegende Axe MN, bezeichnet durch [MN], die Neigung dieſer Axe gegen AB, d. h. den Winkel MIA = ϑ zu ſuchen, alsdann erhält man folgende Gleichung:

$$[MN] = [AB] \cdot \cos^2 \vartheta + [CD] \sin^2 \vartheta.$$

Die Richtigkeit dieſer Gleichung läßt ſich leicht erkennen: iſt der Winkel $\vartheta = 0$, ſo fällt MN mit AB zuſammen; dann iſt $\cos \vartheta = 1$, und $\sin \vartheta = 0$, es wird alſo auch [MN] = [AB]; iſt $\vartheta = 90°$, ſo fällt MN mit CD zuſammen; es iſt daher $\cos \vartheta = 0$, und $\sin \vartheta = 1$; daher hat man [MN] = [CD]. Der Beweis der Gleichung läßt ſich aus den vorigen beiden Formeln, und den Lehren über das Moment der Trägheit (vrgl. unten Nr. 23 Gleich. I.) herleiten, indem man ſtatt $\cos^2 \alpha$ und $\cos^2 \beta$ hier $\cos^2 \vartheta$ und $\sin^2 \vartheta$ ſetzt. Man hat demnach für die Stabilität des Schiffs in Bezug auf die Axe MN folgenden Ausdruck:

$$\frac{M}{V} \cdot [MN] - M \cdot OG.$$

6 Man hat alſo zunächſt die Momente eines Waſſerebenendurchſchnitts in Bezug auf dieſe beiden Hauptaxen AB und CD, d. h. die Werthe der beiden Größen [AB] und [CD] zu finden.

Im Allgemeinen kann man ſämmtliche Waſſerebenendurchſchnitte der verſchiedenartig gebauten Schiffe anſehen, als wären ſie zwiſchen den beiden Grenzfiguren, Tafel XXXV, D, Fig. 267 u. 268, d. h. zwiſchen dem Parallelogramm abba, und dem Rhombus ACBD eingeſchloſſen, welche beide dieſelben Hauptaxen AB und CD, wie ein beſtimmter Waſſerebenendurchſchnitt haben. Es iſt demnach einleuchtend, daß der wirkliche Waſſerebenendurchſchnitt ſtets kleiner als das Parallelogramm und größer als der Rhombus ſein wird. Hat man alſo für dieſe beiden Figuren die Momente beſtimmt, ſo wird das Moment des wirklichen Durchſchnitts ein gewiſſes Mittel zwiſchen dieſen beiden Grenzen ſein, dem einen oder dem andern nach der Geſtalt des gegebenen Schiffs ähnlich. In jedem beſondern Falle wird es daher keine Schwierigkeit haben, das paſſende Mittel zu finden, und dieſes reicht ohne Zweifel zur Praxis hin.

7 Es ſei zuerſt das Parallelogramm, Fig. 267, abba der gegebene Waſſerebenendurchſchnitt, deſſen große Axe AB und deſſen kleinere Axe CD ſich rechtwinklig in dem Schwerpunkt I der ganzen Ebene durchſchneiden.

Um das Moment dieſer Fläche zu finden hat man die oben (S. 2150 und S. 2151) gegebenen Lehren von den Trägheitsmomenten fortzuſetzen. Es ſei das Trägheitsmoment eines ſenkrechten Parallelepipeds zu finden, welches ſich um eine ſeiner Kanten dreht. Die drei Kanten des Parallelepipeds, Taf. XXXV, D, Fig. 269, ſeien BX = a, BY = b und BA = c; die letztere ſei die Drehungsaxe, oder die auf S. 2150 als Axe der z genommene; BX ſei die Axe der x, AY die Axe der y. Man lege die Ebenen EFGH, und ILMN parallel mit der Ebene AY ſo, daß BE = x, und EI unendlich klein = d wird. Ferner ſei ER = y, und BV ebenfalls unendlich klein = h, und lege durch R und V,

Digitized by Google

parallel mit der Fläche AX die Ebene RQ und VU. Dadurch entſteht ein unendlich kleines Parallelepiped oder ein Körperelement RPUW, deſſen Volumen = dhc iſt, und deſſen Maſſe = qdhc iſt, wenn q die Maſſe von jeder Kubikeinheit des ganzen Körpers bedeutet. Wenn man dieſe Maſſe mit $BR^2 = x^2 + y^2$ multiplizirt, ſo erhält man das Trägheitsmoment des Elements RPUW $= (x^2 + y^2)$ qdhc.

Man denke ſich nun EH in gleiche Theile zerlegt, von denen jeder = h iſt, und durch die Theilungspunkte Ebenen parallel mit AX, ſo wird dadurch das Parallelepiped EIGM in Elemente getheilt. Wenn man nun der Ordnung nach 0h, 1h, 2h, 3h u. ſ. w. für y in den obigen Ausdruck ſubſtituirt, ſo erhält man die Trägheitsmomente der genannten Elemente, und wenn man ſie ſummirt, ſo findet man das Trägheitsmoment des Parallelepipeds FLHN, nämlich:

$$FLHN = (x^2 + 0^2h^2)\,qdhc + (x^2 + 1^2h^2)\,qdhc + (x^2 + 2^2h^2)\,qdhc + \ldots$$

$$\text{oder } FLHN = (x^2 \,.\, nh + h^3\,(0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots .))\,qdc$$

$$\text{oder } FLHN = \left(x^2 \,.\, nh + \frac{1}{3}\,h^3n^3 \ldots .\right) qdc = \left(x^2b + \frac{1}{3}\,b^3\right) qdc$$

$$\text{oder } FLHN = \frac{1}{3}\,(3x^2 + b^2)\,qbdc.$$

Man theile ferner BX in n gleiche Theile, von den jeder = d iſt, und lege durch die Theilungspunkte Ebenen parallel mit der Fläche AY, ſo wird das ganze Parallelepiped AC in Elemente getheilt, deren Trägheitsmomente man findet, wenn man in dem eben erhaltenen Ausdrucke der Ordnung nach 0d, 1d, 2d, 3d u. ſ. w. ſetzt. Die Summe der ſo gefundenen Werthe giebt das Trägheitsmoment des ganzen Parallelepipeds AC; nämlich:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{3}\,(3d^2\,(0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots . + nb^2)\,qbdc;$$

$$\text{oder } \mathfrak{M} = \frac{1}{3}\,(d^3n^3 \ldots . + nd \,.\, b^2)\,qbc = \frac{1}{3}\,(a^3 + ab^2)\,qbc; \text{ daher}$$

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{3}\,abcq\,(a^2 + b^2) = \frac{1}{3}\,M\,(a^2 + b^2),$$

wo M die Maſſe des ganzen Körpers bedeutet.

Die Verwandlungen, welche vorher bei den Werthausdrücken von FLHN vorgenommen ſind, verlangen noch einige Erläuterungen. Die erſte Umwandlung iſt leicht einzuſehn; das in der erſten Gleichung außerhalb den Klammern ſtehende h kommt n mal, d. h. ſo viel mal als Faktor vor, als in wie viele Theile $RV = h$ die ganze Kante $BY = EH$ eingetheilt wird. Nimmt man daher h in die Klammer, ſo erhält x^2 den Faktor n . h, und h^2 wird zu h^3.

Die jetzt bei h^3 in der Klammer ſtehende Reihe $0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^3 + \ldots$ iſt die Reihe der Quadratzahlen. Um nun das Aggregat, oder die Reihenſumme derſelben zu finden, hat man die von S. 1100 bis S. 1107 gegebenen Lehren von der Auffindung der Funktionen aus ihren Veränderungen, und von den Reihen anzuwenden; namentlich S. 1103 Nr. 6, u. S. 1107.

Zuerſt ſieht man, daß das letzte Glied der Reihe n^2 ſein muß. Die Dif-

Digitized by Google

ferenz, um welche die Wurzeln der einzelnen Glieder zunehmen, iſt = 1; daher hat man nach S. 1103 Nr. 6, folgenden Werth, indem man das Zeichen Σ für die Summe gebraucht:

$$\Sigma n^2 = \frac{n^3}{3} - \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$$

Ferner iſt nh = EH = BY = b; daher die Formel zu $\left(x^2 b + \frac{1}{3} b^3\right)$ qdc wird. Um endlich den Bruch $\frac{1}{3}$ als Koeffizient außerhalb der Klammer zu haben, multiplizirt man x^2 mit 3, und nimmt ein b außerhalb; daher wird die letzte Formel $\frac{1}{3}(3x^2 + b^2)$ qbdc. Um nachher die allmälig wachſenden Entfernungen von der Drehungsaxe zu haben, ſo ſetzt man, (wie vorhin ſtatt y die Reihe b) 0d, 1d, 2d u. ſ. w. ſtatt x in die Formel; man erhält dann nicht blos ſtatt x^2 die Reihe $d^2(0^2 + 1^2 + 2^2)$, ſondern auch den Faktor n für b^2. Nimmt man darauf den Faktor d in die Klammer, und ſtatt der Reihe ihre Summe: ſo erhält man $\frac{1}{3}(d^3 n^3 \ldots + n \cdot d \cdot b^2)$ qbc. Da aber $n \cdot d = a$, ſo wird die Formel zu $\frac{1}{3}(a^3 + ab^2)$ qbc; da endlich die Kubikeinheit q des Parallelepipeds mit den drei Kanten a, b, c multiplizirt die Maſſe M des ganzen Parallelepipeds ergiebt: ſo wird der letzte Ausdruck für M daraus.

8 Es ſoll ferner das Trägheitsmoment des Parallelepipeds AZXC geſucht werden, wenn die Drehungsaxe durch die Mittelpunkte der Kanten AZ und BY geht.

Man lege durch die Drehungsaxe eine Ebene parallel mit der Fläche AX. Alsdann wird das ganze Parallelepiped in zwei andere getheilt, deren Trägheitsmomente man findet, wenn man in der letzten Formel der vorigen Nummer $\frac{1}{2}$ b ſtatt b ſetzt. Man erhält alsdann das Trägheitsmoment M des ganzen Parallelepipeds, wenn man dieſes Reſultat doppelt nimmt; alſo:

$$\mathfrak{M} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot abcq \left(a^2 + \frac{1}{4} b^2\right)$$

Nimmt man den Bruch $\frac{1}{4}$ vor die Klammer, indem man a^2 mit 4 multiplizirt, und hebt man die 2 und $\frac{1}{2}$ gegeneinander auf, ſo erhält man:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{12} \cdot abcq\,(4a^2 + b^2) = \frac{1}{12} \cdot M\,(4a^2 + b^2).$$

9 Es ſoll ferner das Trägheitsmoment des Parallelepipeds der beiden vorhergehenden Nummern für eine Drehungsaxe beſtimmt werden, welche durch den Schwerpunkt des ganzen Körpers geht, und mit der Kante BA = c parallel iſt, oder was daſſelbe iſt, durch die Mittelpunkte der Ebenen AD und BC geht.

Man legt durch die Drehungsaxe zwei Ebenen, die eine parallel mit der

Digitized by Google

Fläche AX, die andere parallel mit der Fläche AY. Hiedurch wird das ganze Parallelepiped in vier kleinere getheilt. Man erhält alſo das Moment eines jeden, wenn man in dem Reſultat von Nr. 7 jetzt $\frac{1}{2}$ a für a, und $\frac{1}{2}$ b für b ſetzt. Das Moment M des Ganzen iſt das Vierfache davon; daher erhält man:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{3}\,abcq\left(\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}b^2\right) = \frac{1}{12}\,abcq\,(a^2 + b^2) = \frac{1}{12}\,M\,(a^2 + b^2).$$

Wenn das Parallelepiped nicht ſenkrecht iſt, ſo erhält man durch ein dem 10
vorherangegebenen ganz ähnliches Verfahren die nämlichen Reſultate, wie für das ſenkrechte; nur bedeutet alsdann a und b nicht die Kanten BX und BY, ſondern die Höhe Ba und Bb der Parallelogramme AX und AY, Fig. 270. Der Buchſtabe c bedeutet immer die Kante, mit welcher die Drehungsaxe zuſammenfällt, oder parallel iſt.

Kehrt man mit dieſen erweiterten Lehren über die Trägheitsmomente zu 11
Parallelogramm, Fig. 267, (vergl. S. 2188 Nr. 6) zurück, welches einen horizontalen Durchſchnitt eines Schiffes in der Waſſertrachtsebene, oder vielmehr eine äußerſte Grenze deſſelben darſtellen ſoll: ſo ſieht man zuerſt, daß die Axe AB, als Drehungsaxe durch den Schwerpunkt, das Parallelogramm in zwei gleiche Hälften theilt. Berechnet man nun das Moment für jede Hälfte, und verdoppelt das Reſultat: ſo hat man das Moment der ganzen Fläche.

Jede Hälfte kann nun als ein Parallelepiped angeſehn werden, deſſen eine Dimenſion = 0 iſt, und das ſich um eine ſeiner Kanten, nämlich um AB dreht, es wird alſo die Formel bei Nr. 9 anwendbar, jedoch mit folgenden Aenderungen.

Weil in jener Formel c die Kante bezeichnet, welche die Drehungsaxe iſt, ſo muß man ſtatt c die Axe AB ſetzen; nimmt man ferner an, es ſei b die fehlende Dimenſion, ſo fällt dieſer Faktor aus der Formel. Ebenſo verſchwindet, da hier nur eine Fläche ſtattfindet, der Faktor q, welcher die Kubikeinheit bezeichnet. Daher bleibt, außer AB = c, nur noch der Faktor a übrig, welcher hier der kleineren Axe CD, d. h. der kleinern Seite aa gleich iſt. Man erhält demnach für das Moment der ganzen Fläche in Bezug auf die Axe AB, wenn man CD mit CD^2 multiplizirt:

$$\text{I)}\quad [AB] = \frac{1}{12} \cdot AB \cdot CD^3.$$

Um das Moment der Fläche für die kleinere Axe CD zu erhalten, hat man die Gleichung bei Nr. 9 folgendermaaßen umzuwandeln. Es iſt alsdann CD = c d. h. gleich der Drehungsaxe. Ferner tritt hier ſtatt a die längere Seite ab = AB ein; die Faktoren b und q fallen wieder fort; daher:

$$\text{II)}\quad [CD] = \frac{1}{12} \cdot CD \cdot AB^3.$$

Vergleicht man beide Momente, ſo erhält man die Proportion:

$$[AB] : [CD] = (CD^3 \,.\, AB) : (CD \,.\, AB^3).$$

Digitized by Google

Dividirt man die beiden letzten Glieder mit CD · AB, ſo wird die Proportion zu folgender:

$$[AB] : [CD] = CD^2 : AB^2.$$

Man ſieht, daß das letztere Moment viel größer iſt, als das erſtere, und zwar um deſto mehr, je mehr die große Axe die kleine an Länge übertrifft.

12 Es ſoll das Trägheitsmoment eines ſenkrechten Prismas, Tafel XXXV, D, Fig. 271, gefunden werden, welches ein rechtwinkliges Dreieck FDE, deſſen rechter Winkel in D liegt, zur Grundfläche hat. Es ſei die Kante FA die Drehungsaxe; ferner FD = AB = a, DE = BC = b, und AF = c. Man nehme FG = x, GI unendlich klein = d, und lege durch G und I die Ebenen GN und IQ parallel mit DC und betrachte das ſo entſtandene Element GIQN als ein Parallelepiped. Es iſt die Linie $HG = \frac{bx}{b}$. Weil nämlich GH parallel mit DE, ſo hat man in den beiden Dreiecken DEF und GHF die Proportion FD : DE = FG : GH, alſo $GH = \frac{DE \cdot FG}{FD}$; da nun DE = b, FG = x und FD = a, ſo hat man obige Gleichung für GH.

Man erhält nun das Moment dieſes Elements, wenn man in die Formel bei Nr. 7, nämlich $\frac{1}{3}(3x^2 + b^2)\,qbdc$ ſtatt der ganzen Seite DE = b (was nur beim ganzen Parallelepiped geſchehen darf) den Werth von $HG = \frac{bx}{a}$ ſetzt. Man erhält dann das Moment des Parallelepipeds.

$$\frac{1}{3}\left(3x^2 + \frac{b^2x^2}{a^2}\right) \cdot qdc \cdot \frac{bx}{a} = \frac{1}{3}\left(\frac{3a^2x^2 + b^2x^2}{a^2}\right) \cdot qdc \cdot \frac{bx}{a}$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{3a^2 + b^2}{a^3}\right) x^3 \,.\, qbdc = \frac{3a^2 + b^2}{3a^3} \cdot x^3 \cdot qbdc.$$

Theilt man FD in n gleiche Theile, und legt durch die Theilungspunkte Ebenen parallel mit der Fläche DC, ſo iſt das ganze Prisma in n Elemente getheilt. Setzt man alſo in die zuletzt gefundene Formel ſtatt x der Reihe nach 0d, 1d, 2d, 3d u. ſ. w., ſo braucht man nur die Momente dieſer Elemente zu ſummiren, um das Moment des ganzen Prismas zu haben.

Man erhält zuerſt $\mathfrak{M} = \frac{3a^2 + b^2}{3a^3} \,.\, qbcd^4\,(0^3 + 1^3 + 2^3 + 3^3 \ldots.)$

Das letzte Glied der eingeklammerten Reihe iſt (vergl. S. 2190 Nr. 7) wieder n^3; es iſt daher die Summe der kubiſchen Zahlenreihe (vergl. S. 1103 Nr. 6) $= \frac{n^4}{4} - \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4}$; daher:

$$\mathfrak{M} = \frac{3a^2 + b^2}{3a^3}\, qbc\left(\frac{d^4n^4}{4} \ldots\ldots\right)$$

Es iſt nun $n \,.\, d = FD = a$; daher $\mathfrak{M} = \frac{3a^2 + b^2}{3a^3}\, qbc \cdot \frac{a^4}{4}$

Digitized by Google

Dividirt man mit a^3, ſo hat man:

$$\mathfrak{M} = \frac{3a^2 + b^2}{3} \cdot \frac{qbca}{4} = \frac{1}{12} \cdot abcq\,(3a^2 + b^2).$$

Da q die Kubikeinheit der Maſſe, und a, b, c die drei Dimenſionen bezeichnen, nach denen ſich der Körper ausdehnt: ſo iſt qabc eigentlich der kubiſche Inhalt, oder die Maſſe eines ſenkrechten Parallelepipeds, deſſen Kanten a, b, c ſind. Da ferner das hier berechnete dreiſeitige Prisma die Hälfte eines ſolchen ſenkrechten Parallelepipeds iſt: ſo hat man, wenn M die Maſſe des ganzen Prismas bezeichnet:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{6}\,M\,(3a^2 + b^2).$$

Es ſoll das Moment eines ſenkrechten Prismas gefunden werden, deſſen 13
Grundfläche, Tafel XXXV, D, Fig. 272, ein gleichſchenkliges Dreieck ABC iſt; und das ſich um diejenige Kante dreht, welche die Spitzen der Dreiecke, d. h. die zwiſchen den gleichen Schenkeln liegenden Winkel verbindet.

Die Grundlinie BC des Dreiecks ABC ſei = a; die Höhe deſſelben AG = b, und die Höhe des Prismas AD = c. Legt man durch die Drehungsaxe die Ebene AGHD, welche auf den beiden Grundflächen des Prismas ſenkrecht ſteht, ſo zerlegt ſie das ganze in zwei gleiche dreiſeitige Prismen, von denen jedes ein rechtwinkliges Dreieck zur Grundfläche, und die Kante AD zur Drehungsaxe hat. Um alſo das Moment eines jeden dieſer beiden Prismen zu erhalten, hat man nur die Formel der vorigen Nummer ein wenig zu ändern.

Weil hier BC = a iſt, aber der Drehungsaxe gegenüberliegt (während in der vorigen Nummer die der Drehungsaxe gegenüberliegende Seite DE mit b bezeichnet war), und weil in jedem der kleinern Prismen nur die halbe Seite BC zur Rechnung kommt: ſo muß man in der obigen Gleichung $\frac{1}{2}$ a ſtatt b ſetzen. Weil ferner hier die Höhe AG = b iſt, und in jedem der beiden Prismen an der Drehungsaxe liegt, (während in der vorigen Nummer die an der Drehungsaxe liegende Seite FD mit a bezeichnet war): ſo muß man in der Gleichung der vorigen Nummer b ſtatt a ſetzen. Man erhält alſo für das Moment eines jeden einzelnen der beiden kleinern Prismen $\frac{1}{12}\,b \cdot \frac{1}{2}\,acq\,(3b^2 + \frac{1}{4}a^2)$; wenn man dieſes Reſultat verdoppelt, ſo erhält man das Moment des ganzen Prismas:

$$\mathfrak{M} = 2 \cdot \frac{1}{12}\,b \cdot \frac{1}{2}\,acq\left(3b^2 + \frac{1}{4}a^2\right)$$

Nimmt man $\frac{1}{4}$ vor die Klammer, ſo hat man:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{48}\,abcq\,(12b^2 + a^2).$$

Weil abcq wieder der Werth eines ganzen Parallelepipeds iſt, ſo hat das

Digitized by Google

Prisma nur den halben Inhalt; daher, wenn M die Maſſe des ganzen Prismas bezeichnet:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{24} M (12 b^2 + a^2).$$

14 Es ſoll das Moment eines ſenkrechten Prismas beſtimmt werden, deſſen Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck, und deſſen Drehungsaxe eine der Katheten einer Grundfläche iſt.

Es ſei Fig. 271 dieſes Prisma, und drehe ſich um die Grundflächenſeite oder Kathete BC. Es erleidet nun die Formel bei Nr. 12 einige Aenderungen. Setzt man jetzt die Drehungsaxe BC = c, BD = b und AB = a; ſo muß jetzt der Punkt B zum Urſprunge der Koordinaten genommen werden. Nimmt man ferner BP = x, und PR = y, ſo wird die Entfernung für das bei R zu bildende Körperelement = $BR^2 = x^2 + y^2$. Das an der Stelle R zu bildende Elementarparallelepiped (vergl. S. 2192 Nr. 12) wird MP = d zu einer Dimenſion, h oder einen unendlich kleinen Theil der Axe der y zur zweiten Dimenſion, und endlich PQ zur dritten Dimenſion haben.

Man hat nun AB : BC = AP : PQ; da AP = AB − x = a − x, ſo iſt $a : c = a - x : PQ$; daher $PQ = \frac{c \cdot (a - x)}{a}$. Das Volumen des Elementarparallelepipeds iſt alſo $d \cdot h \cdot \frac{c \cdot (a - x)}{a}$; nimmt man wieder q als die Kubikeinheit der Maſſe, ſo iſt die Maſſe des Elementarepipeds $qdh \cdot \frac{c \cdot (a - x)}{a}$ und daher ſein Moment $= (x^2 + y^2) \cdot qdh \cdot \frac{c \cdot (a - x)}{a}$. Zerlegt man PI in n gleiche Theile, deren jeder = h iſt, und legt man durch die Theilungspunkte Ebenen parallel mit dem Dreieck ABC, ſo erhält man lauter Parallelepipeden von dem obigen Werthe.

Setzt man in die obige Formel der Ordnung nach 0h, 1h, 2h, 3h u. ſ. w. ſtatt y, ſo erhält man die Trägheitsmomente der genannten Elemente, indem dadurch die Entfernung von der Drehungsaxe beſtimmt wird; ſummirt man dieſe Momente, ſo erhält man endlich das Trägheitsmoment des ganzen Parallelepipeds

$$NQGI = (x^2 + 0^2h^2)\, qdh \cdot \frac{c\,(a - x)}{a} + (x^2 + 1^2h^2)\, qdh \cdot \frac{c\,(a - x)}{a}$$

$$+ \ldots = (x^2 \cdot nh + h^3 (0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots)\, qd \frac{c \cdot (a - x)}{a}$$

Die Summirung der Reihe giebt (vrgl. S. 1103 Nr. 6 u. S. 2190 Nr. 7):

$$\left(x^2 \cdot nh + \frac{1}{3} h^3 n^3 \ldots\right) qd \cdot \frac{c \cdot (a - x)}{a} = \left(x^2 b + \frac{1}{3} b^3\right) qdc \cdot \frac{(a - x)}{a}$$

$$= \frac{1}{3} (3x^2 + b^2)\, qbdc \cdot \frac{(a - x)}{a}$$

Theilt man jetzt AB in n gleiche Theile, deren jeder = d iſt, und legt durch die Theilungspunkte Ebenen parallel mit der Fläche BE, ſo wird das ganze Prisma in Elemente zerlegt, deren Trägheitsmomente man findet, wenn

Digitized by Google

man in dem zuletzt erhaltenen Ausdrucke der Ordnung nach 0d, 1d, 2d, 3d u. ſ. w. ſtatt y ſetzt. Die Summe der ſo gefundenen Werthe giebt dann das Trägheitsmoment des ganzen Prismas.

Zur Erleichterung der Summirung verwandelt man den letzten Faktor in $1 - \frac{x}{a}$. Alsdann erhält man eine Differenz:

$$\frac{1}{3}(3x^2 + b^2)\,qbdc - \frac{1}{3}\left(\frac{3x^3}{a} + \frac{xb^2}{a}\right)qbdc.$$

Der erſte Theil erhält durch die Summirung von 0d, 1d, 2d u. ſ. w. dieſelbe Form, wie Seite 2189, nämlich: $A = \frac{1}{3}\,abcq\,(a^2 + b^2)$.

Zur Umwandlung des zweiten, ſubtraktiven Theiles obiger Formel kann man ihn ſelbſt wieder in ſeine beiden Theile zerlegen, d. h. in

$$-\frac{1}{3}\,qbdc\left(\frac{3}{a}\,.\,x^3\right) \text{ und } -\frac{1}{3}\,qbdc\left(\frac{b^2x}{a}\right)$$

Der erſte dieſer beiden Theile iſt eigentlich $-\,qbd\,\frac{c}{a}\,.\,x^3$.

Setzt man für x nach und nach 0d, 1d, 2d, 3d u. ſ. w., ſo erhält man:

$$-\,qbd\,\frac{c}{a}\,.\,(0^3d^3 + 1^3d^3 + 2^3d^3 + \ldots\ldots)$$

Multiplizirt man den gemeinſchaftlichen Faktor d^3 mit dem vor der Klammer ſtehenden d, ſo hat man:

$$-\,qb\,\frac{c}{a}\,d^4\,.\,(0^3 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots)$$

Die eingeklammerte Reihe der Kubikzahlen ergiebt (nach S. 1103 Nr. 6) $\frac{n^4}{4} - \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4}$; daher erhält man:

$$-\,qb\,\frac{c}{a}\,.\,\frac{1}{4}\,.\,d^4n^4.$$

Da aber $n\,.\,d = a$, ſo wird dieſer Theil zu

$$B = -\,qbc\,\frac{a^3}{4}$$

Nimmt man jetzt den zweiten der abzuziehenden Theile nämlich:

$$-\frac{1}{3}\,qbdc\left(\frac{b^2x}{a}\right) = -\frac{1}{3}\,qdc\,\frac{b^3}{a}\,.\,x$$

und ſetzt ſtatt x nach und nach 0d, 1d, 2d, 3d u. ſ. w., ſo erhält man:

$$-\frac{1}{3}\,qdc\,\frac{b^3}{a}\,.\,(0d + 1d + 2d + 3d + \ldots\ldots)$$

Nimmt man den gemeinſchaftlichen Faktor d vor die Klammer, ſo hat man:

$$-\frac{1}{3}\,qc\,\frac{b^3}{a}\,.\,d^2\,(0 + 1 + 2 + 3 + \ldots)$$

Digitized by Google

Die eingeklammerte Reihe giebt nach S. 1103 Nr. 6: $\frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$; daher:

$$-\frac{1}{3}\,qc\,\frac{b^3}{a}\,.\,d^2\,\frac{n^2}{2}$$

Da nun nd = a, so wird dieser Theil zu

$$C = -\frac{1}{3}\,qcb^3\,\frac{a}{2} = -\frac{1}{6}\,qcb^3a.$$

Verbindet man jetzt die drei umgewandelten Theile A, B, C, so hat man:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{3}\,abcq\,(a^2 + b^2) - \frac{1}{4}\,a^3bcq - \frac{1}{6}\,ab^3cq.$$

Sondert man den gemeinschaftlichen Faktor abcq ab, so hat man:

$$\mathfrak{M} = abcq\left(\frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{3} - \frac{a^2}{4} - \frac{b^2}{6}\right) = abcq\left(\frac{a^2}{12} + \frac{b^2}{6}\right)$$

$$\mathfrak{M} = abcq\left(\frac{a^2 + 2\,b^2}{12}\right) = \frac{1}{12}\,abcq\,.\,(a^2 + 2\,b^2).$$

Dies ist also das Moment eines senkrechten dreiseitigen Prismas, dessen Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck, und dessen Drehungsaxe eine Kathete eines solchen Dreiecks ist, und zwar ist c die Drehungsaxe, a die andere Kathete, b die Höhe des Prismas.

Es soll nun ein Parallelepiped, welches zwei Rhomben zu Grundflächen hat, auf denen die übrigen vier Seiten senkrecht stehen, sich um eine Axe drehen, welche parallel mit der Grundfläche durch den Schwerpunkt, und durch zwei gegenüberstehende Kanten geht.

Legt man durch die Drehungsaxe eine auf den Grundflächen senkrecht stehende Ebene, so theilt sie das ganze Parallelepiped in zwei gleiche dreiseitige Prismen, welche ein gleichschenkliges Dreieck zur Grundfläche haben. Legt man eine zweite Ebene durch den Schwerpunkt und durch die beiden andern Kanten, so daß sie die vorige senkrechte Ebene senkrecht durchschneidet, senkrecht auf der Grundfläche steht, und die Drehungsaxe halbirt: so wird jedes der beiden Prismen in zwei dreiseitige Prismen getheilt, welche ein rechtwinkliges Dreieck zur Grundfläche haben, so daß das ganze Parallelepiped jetzt in vier solcher Prismen getheilt ist.

Legt man endlich eine dritte horizontale Ebene durch die Drehungsaxe, parallel mit den Grundflächen, so theilt sie jedes der vier Prismen wieder in zwei gleiche dreiseitige und senkrechte Prismen, deren Grundfläche das vorher schon angegebene rechtwinklige Dreieck ist.

Man kann, Tafel XXXV, D, Fig. 268, den Rhombus ACBD als diese letzte durch die Drehungsaxe, also auch durch den Schwerpunkt I gehende horizontale Ebene ansehen, unterhalb welcher vier dreiseitige Prismen, und oberhalb welcher ebenfalls vier solcher Prismen liegen, die sämmtlich rechtwinklige Dreiecke zu Grundflächen haben.

Sieht man nun zuerst AIB als die Drehungsaxe an, so ist CD der Durch-

Digitized by Google

ſchnitt der zweiten vertikalen Ebene. Die vier links von CD, über und unter ACD liegenden Prismen haben ſämmtlich $AI = \frac{1}{2} AB$ zur gemeinſchaftlichen Kathete ihrer rechtwinkligen Grundflächen, um welche ſie ſich drehen. Die vier rechts von CD, über und unter CBD liegenden Prismen haben ſämmtlich $IB = \frac{1}{2} AB$ zur gemeinſchaftlichen Kathete, um welche ſie ſich drehen.

Jedes der Prismen hat alſo $c = \frac{1}{2} AB$, $a = \frac{1}{2} CD$, und wenn man die Höhe des ganzen Parallelepipeds $= b$ ſetzt, ſo iſt die Höhe jedes einzelnen Prismas $= \frac{1}{2} b$.

Um alſo das Trägheitsmoment eines jeden dieſer Prismen zu erhalten, hat man in die Formel der letzten Nummer $\frac{1}{2} AB$ ſtatt c, $\frac{1}{2} CD$ ſtatt a, und $\frac{1}{2} b$ ſtatt b zu ſetzen. Es wird alſo dieſe Formel zu folgender:

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} CD \cdot \frac{1}{2} b \cdot \frac{1}{2} AB \cdot q \left(\frac{1}{4} CD^2 + \frac{2}{4} b^2 \right)$$

Faßt man die Brüche in drei zuſammen, und nimmt man CD^2 und b^2 in die Klammer, ſo hat man:

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} \cdot AB \cdot q \, (CD^3 + 2b^3).$$

Da nun das ganze Parallelepiped 8 ſolcher Prismen hat, ſo erhält man ſein Moment, wenn man das Achtfache des eben gefundenen Werthes nimmt; daher:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{48} \cdot AB \cdot q \cdot (CD^3 + 2b^3).$$

Nimmt man jetzt blos den Durchſchnitt in der Waſſerebene, als die Rhom- 16
busfläche Fig 268 (vergl. S. 2188 Nr. 6), ſo erhält man, da die dritte Dimenſion b, und auch die Kubikeinheit q wegfällt, für das Moment dieſes Durchſchnitts in Beziehung auf die Axe AB:

$$\text{III)} \quad [AB] = \frac{1}{48} \cdot AB \cdot CD^3.$$

Für die Drehungsaxe CD ergiebt ſich $c = \frac{1}{2} CD$; $a = \frac{1}{2} AB$; $b = \frac{1}{2} b$; 17
daher wird die Formel bei 14 zu folgender:

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} CD \cdot \frac{1}{2} b \cdot \frac{1}{2} AB \cdot q \left(\frac{1}{4} AB^2 + \frac{2}{4} b^2 \right)$$

$$\text{daher } \mathfrak{M} = \frac{1}{48} \cdot CD \cdot q \cdot (AB^3 + b^3).$$

Nimmt man wieder den bloßen Durchſchnitt in der Waſſerebene, ſo fällt b und q fort, und man hat für die Drehungsaxe CD:

$$\text{IV)} \quad [CD] = \frac{1}{48} \cdot CD \cdot AB^3.$$

Digitized by Google

18 Vergleicht man die beiden Momente, ſo hat man:

$$[AB] : [CD] = \frac{1}{48} AB \cdot CD^3 : \frac{1}{48} CD \cdot AB^3.$$

Dividirt man durch $\frac{1}{48} \cdot AB \cdot CD$, ſo iſt:

$$[AB] : [CD] = CD^2 \cdot AB^2$$

wie ſchon oben (S. 2192 Nr. 11) gefunden; es verhalten ſich alſo die Momente umgekehrt wie die Quadrate der Axen.

19 Wegen der Wichtigkeit, welche die Momentenberechnung der Körper hat, ſind die Momente des Waſſerebenendurchſchnitts aus den Momenten der Parallelepipeden und Prismen hergeleitet. Man kann ſie aber auch aus den Ebenen allein berechnen. Es ſei z. B. in Fig. 267 zuerſt das Moment des kleineren rechtwinkligen Parallelogramms CIBb zu finden, wenn es ſich um ſeine Seite CI dreht. Es iſt alſo $CI = c$, und $IB = a$; nimmt man $I\alpha = x$, und $\alpha\beta = d$, ſo giebt das Elementarparallelogramm $\alpha\beta\delta\gamma = cd$ das Moment $x^2 \cdot cd$.

Setzt man ſtatt x nacheinander 0d, 1d, 2d u. ſ. w., ſo hat man:

$$cd \cdot (0^2d^2 + 1^2d^2 + 2^2d^2 + \ldots\ldots) = cd^3 (0^2 + 1^2 + 2^2 + \ldots\ldots)$$
$$= cd^3 \cdot \frac{n^3}{3} = c \cdot \frac{a^3}{3}$$

Es enthält aber das große Parallelogramm vier ſolcher kleineren Parallelogramme, deren längere Seite $= \frac{1}{2} AB$, und deren kleinere $= \frac{1}{2} CD$ iſt. Setzt man dieſe Werthe in die letzte Formel, ſo hat man für die Drehungsaxe CD, indem man das Reſultat mit 4 multiplizirt, als Moment des ganzen Durchſchnitts:

$$[CD] = \frac{4}{3} \cdot \frac{CD}{2} \cdot \frac{AB^3}{8} = \frac{1}{12} \cdot CD \cdot AB^3$$

wie oben S. 2191 Nr. 11 gefunden worden.

Es ſei ferner in Fig. 268 das Moment des rechtwinkligen Dreiecks CIB zu finden, wenn es ſich um ſeine Kathete CI dreht. Es iſt alſo $CI = c$, $IB = a$; nimmt man $I\alpha = x$ und $\alpha\beta = d$, ſo giebt das Elementarparallelogramm $\alpha\beta\delta\gamma$ mit x^2 multiplizirt ſein Moment. Um den Flächeninhalt des Elementarparallelogramms zu finden, hat man: $a : c = B\alpha : \alpha\gamma$; da aber $B\alpha = a - x$, ſo hat man die Linie $\alpha\gamma = \frac{c \cdot (a - x)}{a}$; es iſt alſo der Flächeninhalt des Elementarparallelogramms $= dc \cdot \frac{(a - x)}{a}$; daher iſt ſein Moment $= dc \cdot \frac{(a - x)}{a} \cdot x^2 = dc \cdot \left(\frac{ax^2 - x^3}{a}\right) = dc \cdot \left(x^2 - \frac{x^3}{a}\right) = dcx^2 - \frac{dc}{a} \cdot x^3$.

Setzt man ſtatt x der Reihe nach 0d, 1d, 2d u. ſ. w., ſo erhält man für den erſten Theil wie vorher $c \cdot \frac{a^3}{3}$.

Für den zweiten Theil $- \frac{dc}{a} \cdot x^3$ ergiebt ſich $- \frac{dc}{a} \cdot (0^3d^3 + 1^3d^3 +$

Digitized by Google

$2^3d^3 + \ldots\ldots) = -\frac{c}{a} \cdot d^3 \cdot (0^3 + 1^3 + 2^3 + \ldots\ldots) = -\frac{c}{a} \cdot d^3 \cdot \frac{n^4}{4}$

$= -\frac{c}{a} \cdot \frac{a^4}{4} = \frac{1}{4} \cdot ca^3.$

Faßt man beide Theile zuſammen, ſo hat man:

$$c \cdot \frac{a^3}{3} - c\,\frac{a^3}{4} = c\left(\frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{4}\right) = \frac{1}{12}\,c \cdot a^3.$$

Jedes der vier Dreiecke, aus denen der Rhombus, Fig. 268, beſteht, hat, wenn CD die Drehungsaxe iſt, $c = \frac{1}{2}$ CD, und $a = \frac{1}{2}$ AB; es wird alſo die letzte Formel zu $\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{CD} \cdot \frac{\text{AB}^3}{8} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{16} \cdot \text{CD} \cdot \text{AB}^3$. Multiplizirt man dieſen Werth mit 4, ſo erhält man als Moment des ganzen Rhombus für die Axe CD:

$$[\text{CD}] = 4 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{16} \cdot \text{CD} \cdot \text{AB}^3 = \frac{1}{48} \cdot \text{CD} \cdot \text{AB}^3$$

wie vorher (S. 2197 Nr. 17) gefunden worden.

Es ſei ein Körper in Beziehung auf drei rechtwinklige Koordinatenaxen gegeben; die Momente der Trägheit, ſo wie die Reſultate andrer Summirungen in Bezug auf dieſe Axen ſeien bekannt. Man ſoll das Trägheitsmoment des Körpers für irgend eine Axe finden, welche durch den Anfangspunkt der Koordinaten geht.

Es ſeien, Tafel XXXV, D, Fig. 273, Ax, Ay, Az die drei Koordinatenaxen, und AB die gegebene Drehungsaxe, welche mit den Koordinatenaxen die Winkel $\text{BAx} = \alpha$, $\text{BAy} = \beta$ und $\text{BAz} = \gamma$ bildet. Es ſei D ein unendlich kleiner Theil des Körpers, m ſeine Maſſe und x, y, z ſeine Koordinaten; ſeine Entfernung DA vom Anfangspunkte der Koordinaten = r, und der Winkel $\text{DAB} = \delta$. Zieht man Db ſenkrecht auf AB, ſo hat man die Proportion DA : Db = 1 : sin δ, oder r : Db = 1 : sin δ; alſo Db = r . sin δ. Es iſt demnach das Trägheitsmoment des ganzen Körpers $\mathfrak{M} = \Sigma r^2 m\,(1 - \cos^2\delta)$. Es iſt nun:

$$\cos\delta = \cos\text{DAx} \cdot \cos\alpha + \cos\text{DAy} \cdot \cos\beta + \cos\text{DAz} \cdot \cos\gamma.$$

Dieſe letzte Formel iſt für die Mechanik von großer Wichtigkeit, daher muß ſie hier gleich bewieſen werden.

Man bezeichnet der Kürze wegen die Winkel, welche DA mit den drei Axen macht, durch einzelne akzentuirte Buchſtaben, d. h. es ſei $\text{DAx} = \alpha'$, $\text{DAy} = \beta'$, $\text{DAz} = \gamma'$; alsdann heißt die letzte Formel:

$$\cos\delta = \cos\alpha' \cdot \cos\alpha + \cos\beta' \cdot \cos\beta + \cos\gamma' \cdot \cos\gamma.$$

Nimmt man auf der gegebenen Drehungsaxe AB das beliebige Stück Am, und auf der Entfernungslinie AD das beliebige Stück An, und zieht mn; bezeichnet man ferner AM durch g, An durch h und mn durch k, ſo hat man in dem Dreiecke Amn (vergl. S. 1914 Nr. 14):

$$\text{A)}\quad k^2 = g^2 + h^2 - 2gh \cdot \cos\delta.$$

Digitized by Google

Die mit den Koordinatenaxen Ax, Ay, Az parallelen Koordinaten des Punktes m ſind (vergl. S. 1714): $g \cdot \cos\alpha$, $g \cdot \cos\beta$, $g \cdot \cos\gamma$; diejenigen des Punktes n, ebenfalls parallel mit denſelben Axen: $h \cdot \cos\alpha'$, $h \cdot \cos\beta'$, $h \cdot \cos\gamma'$. Zieht man nun z. B. auf die Axe Ay ſenkrecht mp und nq, ſo hat man $Ap = g \cdot \cos\beta$ und $Aq = h \cdot \cos\beta'$; es wird alſo die Projektion von mn auf der Axe der y oder $pq = h \cdot \cos\beta' - g \cdot \cos\beta$. Bildet man auf ähnliche Art die Projektionen von mn oder k auf den andern beiden Koordinatenaxen, ſo erhält man $h \cdot \cos\alpha' - g \cdot \cos\alpha$, und $h \cdot \cos\gamma' - g \cdot \cos\gamma$. Aus dieſen drei Projektionen läßt ſich ein Parallelepiped bilden, deſſen Diagonale k iſt. Man hat demnach (vergl. S. 1714):

$$B)\quad k^2 = (h \cdot \cos\alpha' - g \cdot \cos\alpha)^2 + (h \cdot \cos\beta' - g \cdot \cos\beta)^2 + (h \cdot \cos\gamma' - g \cdot \cos\gamma)^2.$$

Die beiden Werthe bei A und B für k^2 müſſen identiſch ſein. Entwickelt man den zweiten, ſo erhält man:

$$k^2 = h^2 \cdot \cos^2\alpha' - 2gh \cdot \cos\alpha' \cdot \cos\alpha + g^2 \cdot \cos^2\alpha + h^2 \cdot \cos^2\beta' - 2gh \cos\beta' \cdot \cos\beta + g^2 \cdot \cos^2\beta + h^2 \cdot \cos^2\gamma' - 2gh \cdot \cos\gamma' \cdot \cos\gamma + g^2 \cdot \cos^2\gamma;$$

$$k^2 = h^2 \cdot (\cos^2\alpha' + \cos^2\beta' + \cos^2\gamma') + g^2 \cdot (\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma) - 2gh\,(\cos\alpha' \cdot \cos\alpha + \cos\beta' \cdot \cos\beta + \cos\gamma' \cdot \cos\gamma).$$

Da nun auch nach A, $k^2 = h^2 + g^2 - 2gh \cdot \cos\delta$, ſo ergeben ſich folgende drei Gleichungen:

$$\cos^2\alpha' + \cos^2\beta' + \cos^2\gamma' = 1;\quad \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1;$$

welche beiden Werthe ſich ſchon S. 1714 gezeigt haben; und drittens

$$C)\quad \cos\delta = \cos\alpha' \cdot \cos\alpha + \cos\beta' \cdot \cos\beta + \cos\gamma' \cdot \cos\gamma;$$

welches die vorher angegebene jetzt bewieſene Gleichung iſt.

21 Multiplizirt man die letzte Gleichung mit r, und ſetzt x ſtatt $r \cdot \cos\alpha'$, y ſtatt $r \cdot \cos\beta'$, und z ſtatt $r \cdot \cos\gamma'$, ſo erhält man:

$$r \cdot \cos\delta = x \cdot \cos\alpha + y \cdot \cos\beta + z \cdot \cos\gamma.$$

Quadrirt man dieſe Gleichung, ſo erhält man (vergl. S. 519 Nr. 11):

$$D)\quad r^2 \cdot \cos^2\delta = x^2 \cdot \cos^2\alpha + y^2 \cdot \cos^2\beta + z^2 \cdot \cos^2\gamma + 2xy \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta + 2xz \cdot \cos\alpha \cdot \cos\gamma + 2yz \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma.$$

Da nun (nach S. 1714) $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, ſo erhält man, wenn man von dieſer Gleichung die vorhergehende bei D abzieht:

$$r^2 (1 - \cos^2\delta) = x^2 \cdot \sin^2\alpha + y^2 \cdot \sin^2\beta + z^2 \cdot \sin^2\gamma - 2xy \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot - 2xz \cdot \cos\alpha \cdot \cos\gamma - 2yz \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma.$$

Die drei erſten Glieder entſtehen nämlich, weil $1 - \cos^2 = \sin^2$; daher z. B. $x^2 (1 - \cos^2\alpha) = x^2 \cdot \sin^2\alpha$ u. ſ. w. Setzt man dieſen Werth in die obige Gleichung $\mathfrak{M} = \Sigma \cdot m \cdot r^2 (1 - \cos^2\delta)$, ſo erhält man:

$$E)\quad \mathfrak{M} = \sin^2\alpha \cdot \Sigma \cdot x^2m + \sin^2\beta \cdot \Sigma \cdot y^2m + \sin^2\gamma \cdot \Sigma \cdot z^2m. - 2\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \Sigma xym - 2\cos\alpha \cdot \cos\gamma \cdot \Sigma xzm - 2\cos\beta \cdot \cos\gamma \cdot \Sigma yzm.$$

Digitized by Google

Es kann der Fall eintreten, daß $\Sigma xym = 0$, $\Sigma xzm = 0$, $\Sigma yzm = 0$ 22
wird; alsdann iſt:

$$F) \quad \mathfrak{M} = \sin^2\alpha \cdot \Sigma x^2m + \sin^2\beta \cdot \Sigma y^2m + \sin^2\gamma \cdot \Sigma z^2m.$$

Es ſeien A', B', C' die bekannten Trägheitsmomente des Körpers in Bezug auf die Axen der x, y, z; alsdann iſt $A' = \Sigma(y^2 + z^2)\,m = \Sigma y^2m + \Sigma z^2m$; $B' = \Sigma(x^2 + z^2)\,m = \Sigma x^2m + \Sigma z^2m$; $C' = \Sigma(x^2 + y^2)\,m = \Sigma x^2m + \Sigma y^2m$.

Hieraus folgt $2\Sigma x^2m + 2\Sigma y^2m + 2\Sigma z^2m = A' + B' + C'$;

$$2\Sigma x^2m = A' + B' + C' - 2(\Sigma y^2m + \Sigma z^2m).$$

Da aber $2(\Sigma y^2m + \Sigma z^2m) = 2A'$, ſo hat man:

$$2\Sigma x^2m = B' + C' - A'; \text{ alſo } \Sigma x^2m = \frac{1}{2}(B' + C' - A').$$

Ebenſo erhält man $\Sigma y^2m = \frac{1}{2}(A' + C' - B')$; $\Sigma z^2m = \frac{1}{2}(A' + B' - C')$

Man erhält hieraus für die Gleichung bei F:

$$G) \quad \mathfrak{M} = \frac{1}{2}\sin^2\alpha\,(B' + C' - A') + \frac{1}{2}\sin^2\beta\,(A' + C' - B') + \frac{1}{2}\sin^2\gamma\,(A' + B' - C').$$

$$\text{oder } H) \quad \mathfrak{M} = A' \cdot \frac{1}{2}(\sin^2\beta + \sin^2\gamma - \sin^2\alpha) + B' \cdot \frac{1}{2}(\sin^2\alpha + \sin^2\gamma - \sin^2\beta) + C' \frac{1}{2}(\sin^2\alpha + \sin^2\beta - \sin^2\gamma).$$

Aus der obigen Gleichung $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ erhält man $\cos^2\alpha = 1 - \cos^2\beta - \cos^2\gamma$; da ferner $\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta$, und $\cos^2\gamma = 1 - \sin^2\gamma$, ſo iſt $\cos^2\alpha = 1 - 1 + \sin^2\beta - 1 + \sin^2\gamma = \sin^2\beta + \sin^2\gamma - 1$; da ferner $1 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$, ſo hat man $\cos^2\alpha = \sin^2\beta + \sin^2\gamma - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha$; daher $2\cos^2\alpha = \sin^2\beta + \sin^2\gamma - \sin^2\alpha$; oder endlich:

$$K) \quad \cos^2\alpha = \frac{1}{2}(\sin^2\beta + \sin^2\gamma - \sin^2\alpha).$$

Ebenſo erhält man:

$$\cos^2\beta = \frac{1}{2}(\sin^2\alpha + \sin^2\gamma - \sin^2\beta); \text{ und } \cos^2\gamma = \frac{1}{2}(\sin^2\alpha + \sin^2\beta - \sin^2\gamma)$$

Setzt man dieſe Werthe in die Gleichung bei H, ſo erhält man:

$$L) \quad \mathfrak{M} = A' \cdot \cos^2\alpha + B' \cdot \cos^2\beta + C' \cdot \cos^2\gamma;$$

wenn $\Sigma xym = 0$; $\Sigma xzm = 0$; $\Sigma yzm = 0$.

Dieſe letzteren drei Summen werden zuweilen die geometriſchen Momente genannt.

Liegt die Drehungsaxe ganz in der Ebene der x, y, ſo macht ſie mit der 23
Axe der z einen rechten Winkel, oder $\gamma = 90°$, daher $\cos\gamma = 0$; in dieſem Falle iſt:

$$M) \quad \mathfrak{M} = A' \cdot \cos^2\alpha + B' \cdot \cos^2\beta.$$

Digitized by Google

Nimmt man jetzt den Schwerpunkt I, Fig. 266, (vergl. S. 2188 Nr. 5) zum Urſprung der Koordinaten, die Axe AB zur Axe der x, die Axe CD als Axe der y, und die in der Ebene der x, y liegende neue Drehungsaxe MN, welche ebenfalls durch den Schwerpunkt oder Koordinatenanfang geht, als diejenige, deren Moment [MN] aus den Momenten der beiden andern Koordinatenaxen, d. h. aus [AB] und [CD] beſtimmt werden ſoll; und bezeichnet man den Winkel α durch ϑ, ſo wird der Winkel β das Komplement von ϑ. Man erhält alsdann wie S. 2188 Nr. 5:

$$[MN] = [AB] \,.\, \cos^2\vartheta + [CD] \sin^2\vartheta.$$

24 Wenn man die beiden Momente für das Parallelogramm, Fig. 267, mit den beiden Momenten für den Rhombus, Fig. 268, mit einander vergleicht, (vergl. S. 2191 und S. 2197):

$$[AB] = \frac{1}{12} \,.\, AB \,.\, CD^3;\ [CD] = \frac{1}{12}\, CD \,.\, AB^3;\ [AB] = \frac{1}{48}\, AB \,.\, CD^3;$$

$$[CD] = \frac{1}{48}\, CD \,.\, AB^3;$$

ſo ſieht man, daß ſich die beiden Momente der einen Figur von denen der andern nur durch den Koeffizienten $\frac{1}{12}$ und $\frac{1}{48}$ unterſcheiden. Da nun der Rhombus gerade nur die Hälfte des Parallelogramms iſt, die Momente des Rhombus aber nur das Viertel des Moments des Parallelogramms ausmachen, ſo läßt ſich ſchon im Allgemeinen ſchließen: daß die Koeffizienten für irgend welche andre Figuren dem Quadrate des Verhältniſſes ihrer Flächen entſprechen werden, während die Ausdrücke $AB \,.\, CD^3$ und $CD \,.\, AB^3$ immer als dieſelben in die Momente aller Figuren hineinkommen werden.

25 Hat man alſo den Waſſerebenendurchſchnitt irgend eines Schiffes, ſo ſucht man, von welcher Form derſelbe auch ſein mag, ſeinen Flächeninhalt, und vergleicht denſelben mit dem Flächeninhalte des Parallelogramms, Fig. 267, d. h. mit dem Flächeninhalte eines ſolchen Parallelogramms, deſſen beide Dimenſionen den beiden Hauptaxen des gegebenen Durchſchnitts gleich ſind. Setzt man ferner:

$$\frac{\text{Gegebene Fläche}}{\text{Parallelogramm}} = \alpha;$$

ſo kann man in jedem beſondern Falle dieſen Bruch α als bekannt anſehen. Quadrirt man alsdann dieſen Bruch, und dividirt ihn durch 12, ſo erhält man den Koeffizienten, mit welchem man die beſtändigen Ausdrücke $AB \,.\, CD^3$ und $CD \,.\, AB^3$ zu multipliziren hat, um das geſuchte Moment zu erhalten.

Demnach hat man für einen ſolchen Durchſchnitt in Bezug auf ſeine große Axe AB:

$$\text{V)}\quad [AB] = \frac{\alpha^2}{12} \,.\, AB \,.\, CD^3;$$

und in Beziehung auf ſeine kleine Axe CD;

$$\text{VI)}\quad [CD] = \frac{\alpha^2}{12} \,.\, CD \,.\, AB^3.$$

Digitized by Google

Für eine jede andere Axe, welche, wie in Fig. 266, durch den Schwerpunkt oder Anfangspunkt der Koordinaten geht, und mit der Axe AB den Winkel AIM = ϑ macht, hat man (vergl. am Ende von Nr. 23):

$$[MN] = \frac{\alpha^2}{12} \cdot AB \cdot CD^3 \cdot \cos^2 \vartheta + \frac{\alpha^2}{12} \cdot CD \cdot AB^3 \cdot \sin^2 \vartheta.$$

Sondert man die gemeinſchaftlichen Faktoren $\frac{\alpha^2}{12}$ und AB . CD ab, ſo hat man:

$$\text{VII)} \quad [MN] = \frac{\alpha^2}{12} \cdot AB \cdot CD \cdot (CD^2 \cdot \cos^2 \vartheta + AB^2 \cdot \sin^2 \vartheta).$$

Hiermit ſind die wichtigſten Beſtimmungen der Stabilität, ſoweit ſie von dem Momente des Waſſerebenendurchſchnitts abhängen, dargeſtellt.

§. 323. Von den übrigen Elementen der Stabilitätsbeſtimmung.

Neben dem Momente des Waſſerebenendurchſchnitts, als dem Hauptele- 1
mente der Stabilität, müſſen auch noch die übrigen Elemente in Betracht gezogen werden, welche zur erforderlichen Stabilität der Schiffe beitragen. Erſt nach ihrer gemeinſchaftlichen Berückſichtigung läßt ſich beſtimmen, wie viel die verſchiedenen Umſtände Vermehrung und Verminderung der Stabilität bewirken.

Wenn man die oben (S. 2188 Nr. 5) angeführte Formel für die Stabilität eines Schiffes in Beziehung auf die Axe MN betrachtet, nämlich:

$$\text{Stabilität für MN} = \frac{M}{V} \cdot [MN] - M \cdot OG;$$

ſo ſieht man zuerſt, daß der Faktor M, welcher das Gewicht des ganzen 2
Schiffs bezeichnet, bei unveränderter Größe der übrigen Elemente die Stabilität in geradem Verhältniſſe beſtimmt. Sind alſo die Dimenſionen eines Schiffes doppelt ſo groß als diejenigen eines andern, bei übriger Gleichheit: ſo wird das größere Schiff, unter Vorausſetzung vollſtändiger Ladung, ein achtmal größeres Gewicht haben, als das kleinere Schiff, weil ſein Volumen achtmal größer iſt; deshalb wird aber auch ſeine Stabilität achtmal größer ſein. Es wirken nämlich alle Kräfte auf das Schiff im Verhältniß ſeiner Oberfläche, d. h. im Verhältniß des Quadrats ſeiner einfachen Dimenſionen; nach denſelben Dimenſionen richten ſich aber auch die Entfernungen von der Drehungsaxe; daher ſind die Momente der Kräfte dem Kubus dieſer Dimenſionen proportional, oder dem Gewichte M des ganzen Schiffes, indem man die Unähnlichkeit ihrer Geſtalten und die Ungleichheit der Stauung außer Acht läßt.

Das V in der obigen Formel bezeichnet das Volumen des Waſſerraums. 3
Eine Waſſermaſſe, deren Volumen = V iſt, hat daſſelbe Gewicht M, wie das ganze Schiff; inſofern könnte V und M als gleichbedeutend genommen werden. Jedoch wird das V hier nur als eine geometriſche Ausdehnung der drei Dimenſionen angeſehn.

Digitized by Google

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 274, ACBD der Wasserebenendurchschnitt eines Schiffes, dessen beide Axen, wie bisher, AB und CD sind, welche sich im Schwerpunkt I dieses Durchschnitts senkrecht schneiden. Ferner sei AEB der vertikale Längendurchschnitt des Schiffs vom Kiel bis zur Wassertrachtsebene; CED sei der vertikale Breitendurchschnitt, ebenfalls vom Kiele bis zur Wassertrachtsebene (vergl. S. 2176, oben). Der Schwerpunkt des ganzen Schiffes liege in G, derjenige des Wasserraums oder Volumens V dagegen in O. Es trifft sehr oft, daß die Linie GO, welche die beiden genannten Schwerpunkte verbindet, nicht durch den Schwerpunkt I des Wasserebenendurchschnitts geht. Die senkrechte Linie IE stellt die senkrechte Tiefe des Wasserraums oder die Wassertracht dar (vergl. S. 2038, oben). Das Volumen V wird stets ein Produkt aus der Fläche des Wasserebenendurchschnitts und einem Theile der Linie IE sein.

4 Von der Fläche des Wasserebenendurchschnitts ist schon vorher (S. 2188 Nr. 6) bemerkt, daß sie stets kleiner ist als das Parallelogramm aus ihrer großen und kleinen Axe AB und CD, und stets größer als der Rhombus, dessen Diagonalen AB und CD sind. Es sei diese Fläche, wie im vorigen Paragraphen $= \alpha \,.\, AB \,.\, CD$, wo α ein Bruch ist, stets kleiner als 1 und stets größer als $\frac{1}{2}$. Behielte nun der Wasserraum überall dieselbe Weite, oder wären seine vertikalen Breitendurchschnitte Parallelogramme: so wäre sein kubischer Inhalt:

$$A) \quad V = \alpha \,.\, AB \,.\, CD \,.\, IE;$$

wären aber seine vertikalen Breitendurchschnitte Dreiecke, deren Spitzen auf dem Kiele lägen: so dürfte die Fläche nur mit der halben Höhe multiplizirt werden (vergl. S. 689 Nr. 4); daher wäre alsdann der kubische Inhalt des Wasserraums:

$$B) \quad V = \frac{1}{2} \alpha \,.\, AB \,.\, CD \,.\, IE.$$

Wäre endlich der ganze Wasserraum eine Pyramide, deren Grundfläche oben in der Wassertrachtsebene, und deren Spitze auf dem Kiele in dem Punkt E läge: so dürfte die Fläche $\alpha \,.\, AB \,.\, CD$ nur mit dem Drittel der Tiefe multiplizirt werden (vergl. S. 1847 Nr. 7). Da aber die pyramidalische Figur des Wasserraums bei Schiffen niemals vorkommt: so müssen alle Wasserräume als zwischen den beiden Werthen bei A und B eingeschlossen angesehn werden. Demnach muß die Fläche des Wasserebenendurchschnittes stets mit einem Theile der Tiefe, oder mit $\beta \,.\, IE$ multiplizirt werden, wo β einen Bruch bezeichnet, welcher auch zwischen den Grenzen 1 und ½ eingeschlossen ist, und dessen Werth in jedem besondern Falle ohne große Schwierigkeit gefunden werden kann. Man hat daher für das Volumen des Wasserraums folgenden allgemeinen Ausdruck:

$$C) \quad V = \alpha \,.\, \beta \,.\, AB \,.\, CD \,.\, IE.$$

Dieser Werth beträgt also immer einen Theil des kubischen Raumes

Digitized by Google

AB . CD . IE; und der Koeffizient $\alpha\beta$ iſt ſtets kleiner als 1, und ſtets größer als $\frac{1}{4}$, weil jeder von ſeinen beiden Faktoren kleiner als 1 und größer als $\frac{1}{2}$ iſt.

Es bleibt nun noch die Entfernung GO zwiſchen beiden Schwerpunkten G 5
und O zu betrachten, welche die beiden Theile OF und FG enthält. Der erſte Theil OF wird ganz allein von der Geſtalt des Waſſerraums beſtimmt; der zweite Theil hängt von der Ladung des ganzen Schiffes ab; und es kann ſich vermöge derſelben der Schwerpunkt G des ganzen Schiffes mehr oder weniger über der Waſſertrachtsebene befinden; oder ſogar unter der Waſſertrachtsebene liegen, in welchem Falle alsdann FG negativ wird.

Um die Entfernung OF zu beſtimmen, d. h. wie weit ſich der Schwerpunkt O des Waſſerraums unter der Waſſertrachtsebene befindet, hat man die vorher angegebenen drei Fälle anzuwenden: wo der vertikale Breitendurchſchnitt des Waſſerraums ein Parallelogramm; wo er ein Dreieck wäre; und wo der ganze Waſſerraum eine Pyramide bildete.

Im erſten dieſer drei Fälle müßte der Schwerpunkt in dem Mittelpunkte des Parallelogramms liegen (vergl. S. 1949 Nr. 6); daher wäre ſeine Entfernung von der Waſſerebene $OF = \frac{1}{2}$ IE.

Im zweiten Falle müßte der Schwerpunkt auf ein Drittel der Höhe IE, von I aus gerechnet, liegen (vergl. S. 1950 Nr. 7); daher wäre $OF = \frac{1}{3}$ IE.

Im dritten Falle müßte der Schwerpunkt auf ein Viertel der Höhe IE, von I aus gerechnet, liegen (vergl. S. 1954 Nr. 14); daher wäre $OF = \frac{1}{4}$ IE.

Erinnert man ſich aber, daß im erſten dieſer Fälle $\beta = 1$; im zweiten $\beta = \frac{1}{2}$; im dritten $\beta = \frac{1}{3}$ iſt (vergl. die vorige Nummer); ſo findet man folgende Regel; iſt $\beta = \frac{1}{n}$, ſo iſt $OF = \frac{1}{n+1}$. IE.

Da $\beta = \frac{1}{n}$, ſo iſt $n = \frac{1}{\beta}$; und $n + 1 = \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{1+\beta}{\beta}$; daraus hat man $\frac{1}{n+1} = \frac{\beta}{\beta+1}$; hat man alſo den wahren Werth von β ſchon gefunden, ſo kann man immer annehmen: $OF = \frac{\beta}{\beta+1}$; demnach ergiebt ſich für die ganze Entfernung der beiden Schwerpunkte von einander:

$$OG = \frac{\beta}{\beta+1} \text{ . IE} + GF.$$

Die Größe [MN], d. h. das Moment des Waſſerebenendurchſchnitts in Be- 6
ziehung auf die Axe MN, enthält vier Dimenſionen, oder iſt das Produkt von vier mit einander multiplizirten Linien; ferner iſt auch das Volumen V ein Produkt und zwar von drei Dimenſionen. Nimmt man daher dieſe beiden Theile aus der Stabilitätsformel $\frac{M}{V}$. [MN] − M . OG zu einem Bruche zu-

Digitized by Google

ſammen: ſo ſieht man ſogleich ein, daß $\frac{[MN]}{V}$ eine gewiſſe gerade Linie ausdrückt; ſeßt man dieſe = 1, und ſondert den gemeinſchaftlichen Faktor M ab, ſo hat man:

VIII) Stabilität für die Axe $MN = M \cdot (1 - OG)$.

Die Länge der Linie 1 muß natürlich immer größer ſein, als die Entfernung OG zwiſchen den beiden Schwerpunkten. Da aber 1 von der Axe MN abhängt, um welche die Neigung geſchieht, ſo wird es am kleinſten ſein, wenn MN mit der großen Axe zuſammenfällt (vergl. S. 2192 Nr. 11). Es iſt alſo auch unumgänglich nothwendig, daß der kleinſte Werth der Größe 1 immer noch größer ſei, als die Entfernung OG. Es genügt daher, daß die Stabilität der Schiffe in Beziehung auf die große Axe AB des Waſſerebenendurchſchnitts hinreichend groß ſei; alsdann wird ſie auch zum Widerſtande gegen alle möglichen Einwirkungen in Beziehung auf andere Axen hinreichen.

7 Wären die Schiffe einander in jeder Hinſicht ähnlich, ſo daß ihre Gewichte im kubiſchen Verhältniſſe ihrer einfachen Dimenſionen ſtänden, und daß die Differenz 1 — OG dem Verhältniſſe dieſer Dimenſionen ſelbſt entſpräche: ſo würde ihre Stabilität das Verhältniß des Biquadrats, oder der vierten Potenz ihrer einfachen Dimenſionen behalten. Weil aber die Einwirkungen, denen die Schiffe ausgeſetzt ſind, dem kubiſchen Verhältniſſe ihrer Dimenſionen entſprechen: ſo würden die großen Schiffe eine verhältnißmäßig größere Stabilität als die kleinen haben; und weil ſie dabei von ähnlichen Einwirkungen getroffen werden, ſo würden ſie eine geringere Neigung erleiden, als die kleinen. Es ſcheint demgemäß, als dürfte man die Stabilität der großen Schiffe merklich vermindern, und ſie dem Kubus ihrer Dimenſionen proportional machen. Man muß jedoch bedenken, daß ganz dieſelben Neigungen den großen Schiffen ſehr verderblich werden, während ſie den kleinen keinerlei Gefahr bringen; deshalb iſt es viel gerathener, den großen Schiffen eine verhältnißmäßig größere Stabilität als den kleinen zu geben.

§. 324. Wie den Schiffen eine hinreichende Stabilität zu geben ſei.

1 Wie oben nachgewieſen, iſt das Moment des Waſſerebenendurchſchnitts in Beziehung auf ſeine große Axe AB das kleinſte, und dasjenige in Beziehung auf die kleine Axe CD das größte; und zwar verhält ſich (vergl. S. 2192 Nr. 11) $[AB] : [CD] = CD^2 : AB^2$. Hieraus leuchtet ſogleich ein, daß die Stabiltät in Beziehung auf die große Axe AB auch die kleinſte, und in Beziehung auf die kleine Axe CD auch die größte ſein wird; und zwar wird beides in einem noch größeren Verhältniſſe als demjenigen der Quadrate CD^2 und AB^2 der Fall ſein.

Weil nämlich die Stabilität für die große Axe $AB = M \cdot \left(\frac{[AB]}{V} - OG\right)$

Digitized by Google

und die Stabilität in Beziehung auf die kleine Axe $CD = M \cdot \left(\frac{[CD]}{V} - OG\right)$ ſo iſt es klar, daß dieſe beiden Werthe ein größeres Verhältniß zu einander haben müſſen, als ihre beiden Theile $\frac{[AB]}{V}$ und $\frac{[CD]}{V}$, weil von jedem derſelben eine und dieſelbe Größe OG abgezogen wird. Es muß aber auch die letztere Stabilität größer ſein als die erſtere, weil dieſelben Stöße oder Einwirkungen auf Vorſchiff und Achterſchiff ein weit größeres Moment hervorbringen, als wenn ſie auf die Seiten des Schiffes treffen. Aber ihr Verhältniß iſt höchſtens dasjenige von AB : CD; weil aber die Stabilitäten ſelbſt einem bei weitem größeren Verhältniſſe entſprechen: ſo iſt es klar, daß, wenn ein Schiff genügende Stabilität in Beziehung auf ſeine große Axe AB hat, es dieſelbe auch in noch weit größerem Maaße in Beziehung auf die kleinere Axe haben wird. Es genügt daher, die Stabilität in Bezug auf die große Axe zu beſtimmen, und hier zunächſt zu unterſuchen: wie die Stabilität eines Schiffes bis zu dem ſeiner Sicherheit genügenden Grade vermehrt werden kann.

Das Moment des Waſſerebenendurchſchnitts in Beziehung auf ſeine große 2
Axe iſt den vorangegangenen Betrachtungen zufolge:

$$[AB] = \frac{\alpha^2}{12} \cdot AB \cdot CD^3,$$

wo α den Bruch bezeichnet, den man erhält, wenn man den Flächeninhalt eines gegebenen Waſſerebenendurchſchnitts ACBD durch das Rektangel $AB \cdot CD$ dividirt; wobei man ſich zu erinnern hat, daß α ſtets zwiſchen 1 und ½ enthalten iſt (vergl. S. 2205 Nr. 4). Das Volumen V des Waſſerraums iſt daher ſtets ein Produkt aus dem Flächeninhalte des Waſſerebenendurchſchnitts $\alpha \cdot AB \cdot CD$ multiplizirt durch irgend einen Theil ſeiner Tiefe IE, welcher Theil (vrgl. S. 2204 Nr. 4) $= \beta \cdot IE$ iſt; wobei β ſtets zwiſchen 1 und ½ eingeſchloſſen bleibt; $\beta = 1$ fände ſtatt, wenn alle vertikalen Durchſchnitte Rektangel wären; und $\beta = ½$, wenn dieſelben alle Dreiecke wären, deren Spitzen auf dem Kiele lägen. Zwar vermindert ſich der Werth von V auch dadurch, daß der Waſſerraum, oder das lebendige Schiff ſich vorne und hinten ſchief erhebt. Indeſſen verringert ſich auch der Werth von β nicht über ½ hinaus. Läßt man nun das β unbeſtimmt, ſo hat man, wie oben (S. 2204 Nr. 4) immer:

$$V = \alpha \cdot \beta \cdot AB \cdot CD \cdot IE.$$

Setzt man dieſen Werth von V in die Stabilitätsformel für die Axe AB, ſo wird deren erſtes Glied $\frac{[AB]}{V} = \frac{\alpha^2 \cdot AB \cdot CD^3}{12 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot AB \cdot CD \cdot IE} = \frac{\alpha}{12\beta} \cdot \frac{CD^2}{IE}$.

In dieſem Ausdrucke fehlt die Länge AB gänzlich; aber ſie bleibt von Einfluß bei der Beſtimmung von M, d. h. von dem Gewichte des ganzen Schiffs.

Die Entfernung zwiſchen den beiden Schwerpunkten iſt $OG = OF + FG$; 3
davon iſt der Theil $OF = \frac{\beta}{\beta + 1} \cdot IE$ (vergl. S. 2205 Nr. 5).

Digitized by Google

Nach allen diesen Bestimmungen wird also die Stabilität in Beziehung auf die große Axe AB folgenden Werth haben:

$$M\left(\frac{\alpha}{12\beta}\cdot\frac{CD^2}{IE}-\frac{\beta}{1+\beta}\cdot IE-FG\right)$$

Hieraus ergiebt sich die nothwendige Bedingung, daß $\frac{\alpha}{12\beta}\cdot\frac{CD^2}{IE}$ stets größer sei, als die Größe $\frac{\beta}{1+\beta}\cdot IE+FG$; denn bei völliger Gleichheit dieser Größen wäre das Gleichgewicht indifferent (vergl. S. 2181 Nr. 2); wäre aber die erste Größe kleiner als die zweite, so wäre das Gleichgewicht schwankend, und das Schiff würde bei dem geringsten Stoße umstürzen.

Um die angeführte Bedingung in einem leichtübersichtlichen Ausdrucke zu erhalten, kann man beiderseits mit der Größe $\frac{12\beta}{\alpha}\cdot IE$ multipliziren, demnach:

$$CD^2 > \frac{12\beta^2}{\alpha(1+\beta)}\cdot IE^2+\frac{12\beta}{\alpha}\cdot IE\cdot FG,$$

woraus man sieht, daß das Quadrat der Breite CD größer sein muß, als die rechts vom Zeichen stehende Größe. Um diese letztere bequemer schreiben zu können, sei $\frac{12\beta^2}{\alpha(\beta+1)}=m$, und $\frac{12\beta}{\alpha}=n$; daher ist jene Bedingung:

$$CD^2 > mIE^2+n\cdot IE\cdot FG.$$

4 Dem Vorigen gemäß kann α zwischen den Werthen 1 und ½ variiren, und β ebenfalls, oder noch kleiner als ½ werden. Giebt man nun dem α nacheinander die Werthe 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; und setzt sie in einer horizontalen Reihe nebeneinander; giebt man ferner dem β nacheinander die Werthe 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4, setzt sie einer perpendikulären Reihe untereinander, und berechnet die Werthe von m und n für jede Kombination der Größe von α und β, so erhält man eine Tafel folgender Gestalt:

Werthe des β.	Werthe des α. 1,0.	0,9.	0,8.	0,7.	0,6.	0,5.
1,0.	6,00.	6,67.	7,50.	8,57.	10,00.	12,00 = m
	12,00.	13,33.	15,00.	17,14.	20,00.	24,00 = n
0,9.		u. s. w.			u. s. w.	
u. s. w.						

Solche Tafel würde ohne Zweifel alle möglichen Fälle umfassen; weil jedoch die äußersten Werthe von α und β in der Wirklichkeit nicht vorkommen: so finden sich die bei wirklichen Schiffen vorkommenden Fälle mehrentheils in der Mitte der in obiger Weise vollständig berechneten Tafel; z. B. da, wo $\alpha=0{,}8$ und $\beta=0{,}8$ ist, findet sich alsdann $m=5{,}34$ und $n=12{,}00$; und dies wird der bei den meisten wirklichen Schiffen anwendbare Werth sein.

Man hat demgemäß:

$$CD^2 = > 5{,}34\cdot IE^2+12{,}00\cdot IE\cdot FG.$$

Digitized by Google

Nimmt man $\alpha = 0{,}7$ und $\beta = 0{,}7$, ſo erhält man folgende Grenze:

$$CD^2 > 4{,}94 \cdot IE^2 + 12{,}00\ IE \cdot FG.$$

Es kommt nun Alles darauf an, welches Verhältniß die Höhe FG zur Tiefe des Waſſerraums, oder zur Waſſertracht IE hat. Dieſe Höhe FG, d. h. die Erhebung des Schwerpunktes G über der Waſſertrachtsebene überſteigt niemals die Hälfte der Waſſertracht IE; und in den Fällen, wo der Schwerpunkt G des ganzen Schiffs unter die Waſſertrachtsebene fällt, wird dieſe Tiefe, oder negativ gewordene Höhe FG ſtets kleiner als $\frac{1}{3} \cdot IE$ ſein. 5

Nimmt man nun nacheinander für FG die Werthe 0,5 IE; 0,4 IE; 0,3 IE; u. ſ. w. bis — 0,3 IE an, indem man dabei $\alpha = 0{,}8$ und $\beta = 0{,}8$ und ferner $\alpha = 0{,}7$ und $\beta = 0{,}7$ ſetzt: ſo kann man leicht die Grenzwerthe für CD^2 und CD berechnen; z. B. für $\alpha = 0{,}8$; $\beta = 0{,}8$; $FG = 0{,}3 \cdot IE$ hat man:

$$CD^2 > 8{,}94 \cdot IE^2; \text{ und deshalb } CD > 2{,}99 \cdot IE;$$

für $\alpha = 0{,}7$; $\beta = 0{,}7$; $FG = -0{,}2 \cdot IE$ hat man:

$$CD^2 > 2{,}54 \cdot IE^2; \text{ und deshalb } CD > 1{,}60 \cdot IE.$$

Aus dem eben Angeführten ergiebt ſich eine der wichtigſten Regeln für die Konſtruktion der Schiffe, um die Breite des Waſſerraums in das richtige Verhältniß zu ſeiner Tiefe zu bringen, ſobald die Höhe des Schwerpunktes G bekannt iſt. Man ſieht, daß in allen Fällen, wo ſich der Schwerpunkt G über der Waſſerebene befindet, die Breite des Schiffs CD ſtets die Tiefe IE um das Doppelte übertreffen muß; und zwar um ſo mehr, je höher der Schwerpunkt liegt. 6

In dem Vorigen iſt aber nur die Grenze angegeben, welche die Breite CD jedenfalls übertreffen muß; nicht aber um wie viel ſie dieſelbe übertreffen ſoll. Dies hängt offenbar von den Stößen ab, denen ein Schiff ausgeſetzt ſein wird, und deren Stärke läßt ſich nur durch die Erfahrung beſtimmen. Nimmt man z. B. an, daß ein durch Erfahrung geprüftes Schiff mit der völligſten Sicherheit ſegelt, deſſen Breite CD des Waſſerraums ſich zu ſeiner Tiefe IE wie 5 : 2 verhält, oder bei welchem $CD = 2{,}5 \cdot IE$ iſt, und deſſen Schwerpunkt G ſich genau in der Waſſertrachtsebene befindet, oder bei welchem $FG = 0$ iſt. Berechnet man nun in voriger Weiſe für $\alpha = 8$; $\beta = 8$ und $FG = 0$ das CD, ſo findet man $CD > 2{,}32 \cdot IE$; dieſe durch Rechnung gefundene Grenze iſt um 0,18 kleiner als die vorher durch Erfahrung gefundene Breite. Es iſt aber 0,18 beinahe der dreizehnte Theil von 2,32. Nimmt man nun an, daß alle übrigen für $\alpha = 0{,}8$ und $\beta = 0{,}8$ durch Rechnung zu findenden Grenzen um ein Dreizehntel zu klein ſeien: ſo braucht man jede derſelben nur um ihr Dreizehntel zu vermehren, um eine durch Erfahrung als gut gefundene Breite zu erhalten. Berechnet man die Breite CD für $\alpha = 0{,}7$; $\beta = 0{,}7$ und $FG = 0$: ſo erhält man $CD > 2{,}23\ IE$; dieſe Grenze iſt um 0,27 kleiner als die durch Erfahrung gefundene Breite $CD = 2{,}5 \cdot IE$; da nun 0,27 beinahe der achte Theil von 2,23 iſt, ſo müſſen alle für $\alpha = 0{,}7$; $\beta = 0{,}7$ berechneten Grenzen um ihr Achtel vermehrt werden, um eine gute Breite zu ergeben.

Digitized by Google

7 Die Schiffbauer geben gewöhnlich den Achterschiffen eine etwas größere Tiefe als den Vorschiffen; in solchem Falle muß man natürlich der Linie IE für die Rechnung einen mittleren Werth zwischen beiden Tiefen geben. Der Unterschied der hinteren und vorderen Tiefe hat nicht allein den Zweck, dem Steuer eine größere Kraft zu geben, sondern wird auch deshalb für nothwendig angesehen, weil die Kraft des Windes ein segelndes Schiff gewöhnlich mit dem Vorderschiff etwas tiefer in das Wasser niederdrückt, so daß der Kiel alsdann eine horizontale Lage bekommt, wenn er bei ruhigem Stande des Schiffs hinten etwas tiefer lag. Aus allem Gesagten geht indessen hervor, daß es außer der Breite des Wasserebenendurchschnittes das wirksamste Mittel zur Erlangung einer hinreichenden Stabilität sei: den Schwerpunkt G des ganzen Schiffes so tief herabzubringen, als es die Umstände erlauben.

§. 325. Von den Bewegungen des Schlingerns und Stampfens.

1 Nachdem ein Schiff durch irgend welche Ursache aus der Lage seines Gleichgewichts gebracht worden, und eine Neigung erhalten hat, wird es durch seine Stabilität angetrieben, in die Gleichgewichtslage zurückzukehren, und zwar mit einer beschleunigten Bewegung. Diese bringt es anfänglich über die Gleichgewichtslage hinaus in eine entgegengesetzte Neigung, aus der es wieder hinausstrebt; und so entstehen, bis es endlich zur Ruhe kommt, pendelähnliche Schwingungen um die Axe der Neigung. Läßt man daher vorläufig den Widerstand des Wassers gegen diese Schwingungen außer Acht, so kann man die ganze Bewegung dadurch am leichtesten bestimmen, daß man die Länge eines Pendels sucht, das seine Schwingungen in gleichen Zeiten vollendet; ein solches Pendel heißt dann isochronisch (gleichzeitig) mit den Schwingungen des Schiffes.

2 Hat man die Länge eines solchen einfachen Pendels gefunden, welche mit l bezeichnet werden mag: so kann man den Lehren der Mechanik gemäß, die Dauer einer Schwingung auf folgende Weise bestimmen.

Zuerst muß man die Höhe kennen, die ein frei fallender Körper in einer Zeitsekunde durchmacht, oder die sogenannte Fallhöhe. Diese ist (vergl. S. 839) = 15,098 Pariser Fuß = 15,627 Rheinländische Fuß = 16,08596 Englische Fuß. Bezeichnet man diese Fallhöhe hier mit g, und die Peripherie eines Kreises, dessen Diameter = 1 ist, mit $\pi = 3{,}1415927$ (vergl. S. 732): so ist die Zeit t einer Schwingung in Sekunden ausgedrückt (vergl. S. 67, S. 820, S. 2145):

$$A)\quad t = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{2g}}$$

3 Diese für alle Pendelberechnungen so wichtige Formel läßt sich folgendermaaßen beweisen.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 275, $AD = 2r$ der vertikale Diameter eines Kreises, DM eine unter dem Winkel $MDE = \varphi$ gegen den Horizont ED geneigte,

Digitized by Google

vom tiefſten Punkte D ausgehende Sehne; alsdann iſt DCM = 2φ; denn (vrgl. S. 714 Nr. 20) eine Tangente macht mit einer Sehne im Berührungspunkte einen Winkel, welcher dem Peripheriewinkel im entgegenſtehenden Kreisabſchnitte über derſelben Sehne gleich iſt; da nun hier DCM der Centrumwinkel für die Sehne DM iſt, ſo iſt er doppelt ſo groß, als der von Tangente und Sehne gebildete Winkel. Ferner iſt die Sehne DM = 2 r · sin φ (vrgl. S. 652 Nr. 7).

Es iſt aber der von einer gleitenden Bewegung auf einer ſchiefen Ebene durchlaufene Raum s (vergl. S. 855, wo jedoch g = 31,253, alſo den doppelten Werth von dem hier angenommenen g hat, weshalb der Werth von s etwas verändert iſt):

$$B)\quad s = gt^2 \cdot \sin\varphi;\ \text{alſo}\ t = \sqrt{\frac{s}{g \cdot \sin\varphi}}$$

Nimmt man nun an, ein Körper durchlaufe die ſchiefe Sehne DM, ſo iſt s = 2 · r · sin φ. Setzt man dieſen Werth an die Stelle von s unter das Wurzelzeichen, ſo hebt ſich sin φ oben und unten, und man erhält für die dazu angewandte Zeit:

$$C)\quad t = \sqrt{\frac{2r}{g}}$$

Dieſer Ausdruck zeigt die Unabhängigkeit der Zeit von der Länge und Neigung der Sehne, und Körper, welche auf AD, BD, MD herablaufend ihre Bewegung gleichzeitig in A, B, M anfangen, erreichen den Punkt D im ſelben Augenblicke (vergl. S. 856 Nr. 15, wo aber g auch den doppelten Werth des hier gebrauchten g hat).

Durchläuft nun ein Körper nicht eine Sehne, ſondern einen Kreisbogen, ſo trifft die Betrachtung mit den auf S. 2145 gegebenen Lehren zuſammen. Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 276, C der Mittelpunkt, r der Radius des Kreiſes, und der Bogen AX, von A aus gerechnet, = s. Zieht man ferner die Tangente AB, als die Horizontallinie, ſo macht ſie mit der Sehne AX einen Winkel XAZ = ½ ACX; ebenſo macht die an X gezogene Tangente ZX einen Winkel ZXA = ½ ACX. Der Winkel XZB, den die zweite Tangente ZX mit der Horizontallinie oder andern Tangente AB macht, iſt der äußere Winkel des gleichſchenkligen Dreiecks AZX, daher ∠ XZB = ∠ ZAX + ∠ ZXA = ∠ ACX.

Der Körper ſoll ſich nun nicht in der Sehne XA, ſondern in dem Bogen AX, und zwar von X aus bewegen. In der unmittelbaren Nähe von X hat aber die Bewegung offenbar mehr die Richtung der Tangente XZ, als diejenige der Sehne; daher kann man dort den Neigungswinkel, den die Tangente mit der Horizontalebene macht, zur Beſtimmung der Zeit und Geſchwindigkeit gebrauchen, d. h. ihn als φ anſehen; daher hat man ∠ ACX = ∠ XZB = φ. Es iſt ferner der Bogen AX = s = rφ.

Nach den Geſetzen der Bewegung auf einer ſchiefen Ebene iſt die Geſchwindigkeit v = 2 · g · sin φ · t (vergl. S. 855, wo aber g den doppelten Werth

Digitized by Google

wie hier hat). Daher hat man, weil g und bei einer ſchiefen Ebene auch sin φ konſtant ſind:

$$D)\quad dv = 2g \cdot dt \cdot \sin\varphi.$$

Weil aber jetzt der Körper ſich von X nach A bewegt, während der Bogen AX von A ausgerechnet wird, ſo iſt (vergl. S. 1708):

$$vdt = -ds = -r \cdot d\varphi,$$

$$\text{daher: } 2vdv = 4g \cdot v \cdot dt \cdot \sin\varphi = -4g \cdot r \cdot d\varphi \cdot \sin\varphi.$$

Da ferner (vergl. S. 1154 Nr. 2) $-d\varphi \,.\, \sin\varphi = d \,.\, \cos\varphi$, ſo hat man, da $\int 2vdv = v^2$; und $\int -d\varphi \,.\, \sin\varphi = +\cos\varphi$:

$$E)\quad v^2 = \text{Const} + 4gr \,.\, \cos\varphi.$$

War nun $v = 0$, als ſich der Körper in D (Fig. 276) befand, und war dort $ACD = \gamma$, ſo iſt:

$$F)\quad v^2 = 4gr \,.\, (\cos\varphi - \cos\gamma).$$

Die Beſtimmung der Konſtante geſchieht hier nach den Regeln auf S. 1104 Nr. 8; es wird $v = 0$, wenn $\varphi = \gamma$; daher $0 = \text{Const.} + 4gr \cdot \cos\gamma$, oder $\text{Const.} = -4gr \,.\, \cos\gamma$; dadurch wird die Gleichung E zu derjenigen bei F. Zieht man ferner in Fig. 276 die beiden Linien DE und FX horizontal, oder parallel mit der Tangente AB, ſo iſt CE der Koſinus von γ, und CF der Koſinus von φ; daher iſt $EF = r \,.\, \cos\varphi - r \,.\, \cos\gamma$, und man hat:

$$G)\quad v^2 = 4g \,.\, EF.$$

Weil im Allgemeinen (vergl. S. 838 und S. 1708) $ds = vdt$, oder $dt = \frac{ds}{v}$, ſo iſt $t = \int \frac{ds}{v}$. Es iſt aber hier $vdt = -d\varphi \cdot r$. Setzt man dieſen Werth für ds unter das Integralzeichen, und zieht die Wurzel aus dem obigen Werthe für v^2 bei F, ſo erhält man:

$$t = \int \frac{-d\varphi \cdot r}{\sqrt{(4gr \cdot (\cos\varphi - \cos\gamma))}} = \int \frac{-d\varphi \cdot r}{\sqrt{r} \cdot \sqrt{(4g\,(\cos\varphi - \cos\gamma))}}$$

Da ferner $r = \sqrt{r} \cdot \sqrt{r}$, ſo hat man:

$$H)\quad t = \int \frac{-d\varphi \cdot \sqrt{r} \cdot \sqrt{r}}{\sqrt{r} \cdot \sqrt{(4g\,(\cos\varphi - \cos\gamma))}} = \int \frac{-d\varphi \cdot \sqrt{r}}{\sqrt{(4g \cdot (\cos\varphi - \cos\gamma))}}$$

Durch Entwickelung dieſes Ausdrucks in eine Reihe wäre die Integration leicht auszuführen.

Sind nun aber φ und γ beide ſo klein, daß man $\cos\varphi = 1 - \frac{1}{2}\varphi^2$ und $\cos\gamma = 1 - \frac{1}{2}\gamma^2$ ſetzen darf, ſo erhält man aus der Gleichung bei H:

$$K)\quad dt = -d\varphi \,.\, \sqrt{\frac{r}{2g \,.\, (\gamma^2 - \varphi^2)}}$$

Es iſt nämlich $\left(1 - \frac{1}{2}\varphi^2\right) - \left(1 - \frac{1}{2}\gamma^2\right) = \frac{1}{2}\gamma^2 - \frac{1}{2}\varphi^2 = \frac{1}{2}(\gamma^2 - \varphi^2)$; durch den Multiplikator $\frac{1}{2}$ wird aber $4g$ zu $2g$.

Digitized by Google

Löst man die Wurzelgröße bei K in folgende beiden auf:

$$\sqrt{\frac{1}{(\gamma^2 - \varphi^2)}} \cdot \sqrt{\frac{r}{2g}},$$

so lassen sich mit der ersten folgende Veränderungen vornehmen, welche zu einer leichten Integration führen. Es ist:

$$(\gamma^2 - \varphi^2) = \gamma^2 \cdot \left(1 - \frac{\varphi^2}{\gamma^2}\right); \text{ daher } \sqrt{(\gamma^2 - \varphi^2)} = \gamma \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\varphi^2}{\gamma^2}\right)}$$

Es wird daher die Gleichung bei K zu folgender:

$$\text{L)} \quad dt = \frac{-d\varphi}{\gamma \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\varphi^2}{\gamma^2}\right)}} \cdot \sqrt{\frac{r}{2g}}$$

Hat man einen Bogen, dessen Sinus $= \frac{\varphi}{\gamma}$ ist, zu differenziren, so ist, wenn man $\frac{\varphi}{\gamma} = u$ setzt (vergl. S. 1156 Nr. 11) $d \cdot \text{Arc} \cdot \sin u = \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2)}}$ es ist nun hier $du = \frac{d\varphi}{\gamma}$ (vergl. S. 1114 Nr. 7, 2); und $u^2 = \frac{\varphi^2}{\gamma^2}$; demnach ist

$$d \cdot \text{Arc sin} \frac{\varphi}{\gamma} = \frac{d\varphi}{\gamma \sqrt{\left(1 - \frac{\varphi^2}{\gamma^2}\right)}}$$

Man erhält demnach durch Integration der Gleichung bei L:

$$\text{M)} \quad t = \frac{-\sqrt{r}}{\sqrt{2g}} \cdot \text{Arc sin} \frac{\varphi}{\gamma} + \text{Const.}$$

Es sind zwar φ und γ selbst zwei Bogen; aber die Zahl $\frac{\varphi}{\gamma}$ kann in den Sinustafeln aufgesucht werden, und ergiebt einen Bogen, der hier im Verhältniß zum Radius steht.

Um die Konstante zu bestimmen, muß man sich erinnern, daß $t = 0$ wird, wenn $\varphi = \gamma$ ist; man hat also:

$$0 = \frac{-\sqrt{r}}{\sqrt{2g}} \cdot \text{Arc sin } 1 + \text{Const.}; \text{ also Const.} = \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{2g}} \cdot \text{Arc sin } 1.$$

Es ist der Bogen, dessen Sinus 1 ist, $= 90°$; nimmt man nun π als das Verhältniß des Halbkreises zum Radius, welcher $= 1$ ist (während S. 731 das π als Verhältniß der ganzen Peripherie zum Durchmesser $= 1$ genommen worden): so ist $\text{Arc sin } 1 = \frac{1}{2}\pi$; daher wird die Gleichung M zu folgender:

$$\text{N)} \quad t = \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{2g}} \cdot \left(-\text{Arc sin} \frac{\varphi}{\gamma} + \frac{1}{2}\pi\right)$$

Will man die Zeit haben, bis zu welcher der bewegte Körper in A an-

Digitized by Google

kommt: so wird bei A der Bogen $\varphi = 0$; es bleibt also nur der zweite Theil der eingeklammerten Größe übrig, und man erhält:

$$O) \quad t = \frac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{r}{2g}}$$

oder wenn man $2r = l$ setzt;

$$P) \quad t = \frac{1}{2}\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{4g}} = \frac{1}{4}\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Diese Gleichung zeigt, daß bei kleinen Bewegungen auf dem Kreisbogen die Zeiten nicht von der Größe des Bogens abhängen, daß sie aber der Quadratwurzel des Durchmessers gerade, und der Quadratwurzel von g umgekehrt proportional sind. Für größere Bogen läßt sich das Integral nicht anders als durch Reihen bestimmen. Der fallende Körper durchläuft jeden Bogen, der kleiner als der Quadrant, und selbst diesem gleich ist, in kürzerer Zeit, als er die Sehne desselben durchlaufen würde.

Nimmt man nun an, daß bei dem einfachen Pendel die Masse des ganzen auf- und niedersteigenden Körpers in einem Punkte vereinigt sei (vrgl. S. 67): so wird die Länge des Pendels gleich dem Radius, oder $l = r$, und man hat nach der eben erhaltenen Gleichung bei O für die Zeit einer halben Schwingung (vergl. S. 67 und S. 2146 Nr. 11), d. h. für die Zeit der Bewegung vom höchsten zum niedrigsten Punkte oder umgekehrt:

$$Q) \quad t = \frac{1}{2}\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{2g}};$$ also für die Zeit einer ganzen Schwingung

$$t = \pi\cdot\sqrt{\frac{l}{2g}}$$

welches die oben (S. 2210 N. 2) angegebene Gleichung ist, wobei g den Werth von nahe 16 Englischen Fußen hat. Man muß also, um die Zeit einer ganzen Schwingung zu erhalten, die Länge l des Pendels durch das Doppelte der Fallhöhe g dividiren, und die Quadratwurzel dieses Quotienten mit der Zahl π multipliziren; das Produkt ist die Sekundenzahl der genannten Zeit. Bedarf es keiner großen Genauigkeit, so kann man (vergl. S. 732), wie schon Archimedes gefunden hatte, $\pi = {}^{22}/_{7}$ setzen.

Um nun die Theorie des einfachen Pendels auf die schwingenden Bewegungen eines Schiffes um eine gegebene Neigungsaxe anzuwenden, muß man zuerst die Stabilität desselben in Bezug auf diese Axe kennen. Sie ist stets ein Produkt aus dem Gewichte M des ganzen Schiffs multiplizirt mit einer gewissen Länge $= s$; oder die Stabilität $= Ms$.

Darauf muß man das Trägheitsmoment des Schiffes in Beziehung auf die Neigungsaxe kennen. Dies erhält man durch Multiplikation aller Massenbestandtheile des Schiffes mit dem Quadrat ihrer Entfernung von derselben Neigungsaxe, und Summirung dieser Produkte (vergl. S. 2148 Nr. 2). Es

Digitized by Google

werde dieſe Summe durch $M \cdot r^2$ bezeichnet, wo r die Länge einer gewiſſen Linie bedeutet.

Kennt man die Stabilität und das Trägheitsmoment, ſo ergiebt ſich die Länge l des geſuchten iſochroniſchen Pendels durch folgende Formel:

$$R) \quad l = \frac{Mr^2}{Ms} = \frac{r^2}{s}$$

Jeder angehängte und ſchwingende Körper, oder jedes angehängte und 6
ſchwingende Syſtem von Körpern, bildet ein zuſammengeſetztes Pendel, inſofern dabei nicht blos ein ſchwerer Punkt ſchwingt. Da es in der Natur ſo häufig vorkommt, heißt es auch phyſiſches Pendel. Jeder einzelne Körper kann indeſſen auch als ein Syſtem von unendlich vielen kleinen Maſſen, ſeinen Elementarmaſſen (vergl. S. 2148) angeſehen werden. Es läßt ſich nun immer ein einfaches Pendel finden, deſſen Schwingungen mit denen des zuſammengeſetzten gleichzeitig ſind. Der Punkt, wo anſtatt des zuſammengeſetzten das einfache angebracht werden müßte, um dieſelben Schwingungen zu machen, heißt das Centrum der Oszillation, oder Mittelpunkt des Schwunges. Er iſt alſo derjenige Punkt, in welchem man ſich ſowohl die Maſſe als auch das Gewicht des Körpers vereinigt denken kann, um daraus die Beſchleunigung deſſelben, und ſeine Winkelgeſchwindigkeit zu finden; er liegt alſo in der durch den Schwerpunkt normal auf die Drehaxe gezogenen geraden Linie. Der Mittelpunkt des Schwungs wird auch zuweilen Schwingungspunkt genannt, darf aber dann nicht mit dem S. 2149, Gleichung III ſo benannten Punkte verwechſelt werden; dieſer letztere iſt derjenige in welchem nur die Maſſe des Körpers vereinigt vorgeſtellt wird, das Gewicht aber erſt von dem Schwerpunkte ſtatiſch dahin verlegt werden muß. Weil aber der Mittelpunkt des Schwunges auch den Schwerpunkt enthält, ſo kann er zuweilen ganz außerhalb des zuſammengeſetzten Pendels liegen. Er ſoll hier nur unter der Benennung „Mittelpunkt des Schwunges" vorkommen.

Um den Mittelpunkt des Schwunges leicht finden zu können, ſind noch 7
einige Zuſätze zu den ſchon mitgetheilten Lehren über die Trägheitsmomente zu machen. Zuerſt ſei das Moment der Trägheit M' eines Körpers in Bezug auf eine Axe gegeben; man ſoll das Trägheitsmoment M deſſelben für eine andere Axe finden, welche mit der erſteren parallel iſt.

Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 277, Az die Axe in Beziehung auf welche das Moment M' gegeben iſt, und zugleich die Axe der z. Die Axe der x und y ſeien rechtwinklig auf ihr, übrigens willkürlich. Es ſei CF die mit Az parallele Drehungsaxe, in Bezug auf welche das Moment M gefunden werden ſoll. Die Koordinaten des Punktes F, wo die Axe CF die Ebene der x, y ſchneidet, ſeien f und k; die Entfernung der beiden Axen Az und CF ſei AF = a; alſo $a^2 = f^2 + k^2$. Es ſei ferner D irgend ein Punkt des gegebenen Körpers, m ſeine Maſſe, und AH = x, HE = y, ED = z ſeine Koordinaten; alsdann iſt (vergl. 2150 Nr. 8):

$$8) \quad M' = \Sigma (x^2 + y^2) \cdot m.$$

Digitized by Google

Die Masse des ganzen Körpers sei = M, und die Koordinaten seines Schwerpunkts in Beziehung auf die Axen der x und der y = A und = B. Es ist nun das Quadrat der Entfernung des Punktes D von der Axe CF = $(x-f)^2 + (y-k)^2$; folglich das Trägheitsmoment seiner Masse m = $((x-f)^2 + (y-k)^2) \cdot m$; daher das Trägheitsmoment $\mathfrak{M}$ des ganzen Körpers in Bezug auf die Axe CF:

$$\mathfrak{M} = \Sigma((x-f)^2 + (y-k)^2) \cdot m + \Sigma(x^2 - 2fx + f^2 + y^2 - 2ky + k^2) \cdot m$$

$$\mathfrak{M} = \Sigma(x^2 + y^2)\, m - 2f\Sigma xm - 2k\Sigma ym + (f^2 + k^2)\,\Sigma m.$$

Es ist $\Sigma m = M$; und nach der Lehre vom Schwerpunkt (vergl. S. 1949) ist $\Sigma xm = AM$, und $\Sigma ym = BM$, daher nach der Gleichung bei S:

$$T) \quad \mathfrak{M} = \mathfrak{M}' - 2fAM - 2kBM + a^2M.$$

Wenn die Axe, in Bezug auf welche das Trägheitsmoment $\mathfrak{M}'$ gegeben ist, durch den Schwerpunkt des Körpers geht, so ist A = 0 und B = 0, und man erhält:

$$U) \quad \mathfrak{M} = \mathfrak{M}' + a^2M.$$

8 Wenn also das Trägheitsmoment eines Körpers für eine durch den Schwerpunkt gehende Axe bekannt ist, so findet man es für eine andere Axe, welche mit jener parallel ist, wenn man zu dem gegebenen Trägheitsmomente das Produkt aus der Masse des ganzen Körpers in das Quadrat der Entfernung beider Axen addirt.

Für alle parallelen Axen, welche gleiche Entfernung vom Mittelpunkte haben, und die also in einer Kreiscylinderfläche liegen, deren geometrische Axe den Schwerpunkt des Körpers enthält, haben die Trägheitsmomente den gleichen Werth.

Unter den Momenten für alle parallelen Axen ist das Moment in Bezug auf eine Axe desto größer, je weiter sie vom Schwerpunkt entfernt ist; und für die durch den Schwerpunkt gehende Axe ist es das kleinste unter denselben.

Man denke sich die Masse des ganzen Körpers in einem Punkte vereinigt, welcher von der durch den Schwerpunkt gehenden Axe eine solche Entfernung = λ hat, daß ihr Trägheitsmoment in Bezug auf diese Axe dasselbe ist, wie das des Körpers selbst, so hat man $\mathfrak{M}' = \lambda^2 M$; also $\mathfrak{M} = \lambda^2 M + a^2 M$; oder

$$W) \quad \mathfrak{M} = (a^2 + \lambda^2) \cdot M.$$

Vergleicht man diese Formel mit der Gleichung III auf S. 2149, so sieht man, daß die dortige $\mathfrak{M} = l^2 \cdot M$ ergiebt: $l^2 = (a^2 + \lambda^2)$; es ist also der (vom Mittelpunkt des Schwunges verschiedene) Schwingungspunkt derjenige, dessen Entfernung von der Drehungsaxe oder $l = \sqrt{(a^2 + \lambda^2)}$ ist.

9 Sind die Dimensionen eines Körpers im Verhältniß zur Entfernung des Schwerpunktes von der Axe sehr klein, so wird λ^2 sehr klein gegen a^2, und man kann es daher unberücksichtigt lassen, man hat alsdann:

$$X) \quad \mathfrak{M} = a^2 M;$$

demnach ist in solchen Fällen das Trägheitsmoment gleich dem Produkte aus der Masse des Körpers ins Quadrat der Entfernung seines Schwerpunktes von

Digitized by Google

der Drehaxe. In der Praxis läßt man überhaupt, wo nicht die größte Genauigkeit erforderlich iſt, die Trägheitsmomente außer Acht, welche im Verhältniſſe zu den Momenten der übrigen Theile ſehr klein ſind; alſo erſtlich die Maſſen ſolcher Theile, welche im Verhältniſſe zu den Maſſen andrer Theile, die ſich in beinahe gleicher Entfernung von der Axe befinden, ſehr klein ſind; zweitens die Maſſen derjenigen Theile, welche ſich ſehr nahe bei der Axe befinden, in Vergleichung mit andern Maſſen von ungefähr gleicher Größe, die weiter von der Axe entfernt ſind.

Die drehende Bewegung eines Körpers kann gleichförmig oder ungleichför- 10
mig ſein. Im erſten Falle bleibt die Winkelgeſchwindigkeit immer dieſelbe; im letztern Falle ändert ſie ſich, und die drehende Bewegung iſt alsdann beſchleunigt oder verzögert. Die ungleichförmige Drehbewegung iſt gleichförmig beſchleunigt oder verzögert, wenn ſich die Winkelgeſchwindigkeit in beliebig angenommenen gleichen Zeiten um gleich viel ändert; ungleichförmig beſchleunigt oder verzögert, wenn die Aenderungen der Winkelgeſchwindigkeit in gleichen Zeiten ungleich ſind.

Winkelbeſchleunigung heißt die Aenderung der Winkelgeſchwindigkeit in einer Zeiteinheit, wenn die Bewegung gleichförmig beſchleunigt iſt. Bei einer ungleichförmigen Beſchleunigung muß ſie auf einen beſtimmten Augenblick bezogen werden, und ſie iſt dann die Aenderung der Winkelgeſchwindigkeit, welche in dem nächſten Zeitpunkte ſtattfinden würde, wenn die Bewegung plötzlich in eine gleichförmig beſchleunigte verwandelt würde.

Von drei rechtwinkligen Koordinaten ſei diejenige der z die Drehungsaxe; 11
die Winkelgeſchwindigkeit des Körpers in einem gegebenen Augenblick, ſei = u; und zwar poſitiv, wenn der Körper ſich ſo dreht, daß die Punkte, welche in der poſitiven Axe der y befindlich ſind, in die poſitive Axe der x gelangen, ehe ſie in die der negativen x und y kommen; erfolgt die Drehung in entgegengeſetztem Sinne, ſo ſei u negativ.

Es ſeien, Tafel XXXV, D, Fig. 278, die Koordinaten eines Punktes B des Körpers x, y, z; ſeine Entfernung AB von der Axe = ϱ, ſeine Maſſe = m; die gerade Linie BD, welche mit AB einen rechten Winkel macht, iſt die Richtung ſeiner Geſchwindigkeit ϱu, und der korreſpondirenden Kraft ϱum.

Die letztere läßt ſich in zwei Seitenkräfte zerlegen: die eine BE = ϱum . cos DBE; die andere = CB = ϱum · cos CBD.

Die beiden Koſinusgrößen haben den Radius BD. Um nun beide Werthe auf den Radius AB zu übertragen, muß man beachten, daß BE = CD, und daß das Dreieck BDC ähnlich dem Dreieck ACB iſt (vergl. S. 684 Nr. 12); es iſt demgemäß ∠ DBE = ∠ CDB = ∠ CBA; alſo cos DBE = AB · cos CBA = AB · sin BAC; ferner ∠ CBD = ∠ BAC; alſo cos CBD = AB · cos BAC.

Man hat alſo: die Seitenkraft ϱum . cos DBE = um . AB . sin BAC, parallel mit Ax; die Seitenkraft ϱum . cos CBD = um . AB . cos BAC, parallel mit Ay.

Da nun AB . cos BAC = x, und AB . sin BAC = y, ſo ſind die Seitenkräfte im Sinne der Koordinatenaxen, welche der Geſchwindigkeit der genannten Maſſe entſprechen, gleich uym parallel mit der Axe der x, und — uxm

Digitized by Google

parallel mit der Axe der y. Bei der letztern muß das Zeichen — genommen werden, weil die Kraft von der Seite der positiven y gegen die der negativen y wirkt; die Seitengeschwindigkeiten selbst sind uy und — ux.

12 Will man die Aenderungen der Winkelgeschwindigkeit durch Momentankräfte untersuchen, so kann man zwar jede derselben in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine mit der Drehaxe parallel, die andre in einer auf derselben normalen Ebene liegt. Da die mit der Axe parallelen Seitenkräfte keine Aenderung in der Drehgeschwindigkeit hervorbringen, indem man von der Reibung abstrahirt; und indem der Druck oder Stoß, den sie auf die Axe hervorbringen, sich durch die Statik bestimmen läßt: so kann man die ersteren Kräfte außer Acht lassen, und annehmen, alle an dem Körper wirkenden Kräfte seien in Ebenen befindlich, die auf der Axe normal sind.

Diese Kräfte seien Q, Q', Q'', Q''' u. s. w., ihre Hebelarme h, h', h'', h''' u. s. w.; die Koordinaten ihrer Angriffspunkte, wenn die Axen wie in der vorigen Nummer angenommen werden, p, q, r, p', q', r', u. s. w., die Winkel, welche ihre Richtungslinien mit der Axe der x bilden, seien α, α', α'' u. s. w.; die Masse des ganzen Körpers sei = M; sein Trägheitsmoment in Bezug auf die gegebene Axe = M.

13 Es sei zuerst der Körper in dem Augenblicke, wo die Momentankräfte auf ihn wirken, in Ruhe. Man reduzirt sämmtliche Kräfte auf einen Punkt, dessen Entfernung von der Axe beliebig ist; sie sei hier = b. Die an diesem Punkte wirkende Kraft ist $= \frac{Qh + Q'h' + \text{&c.}}{b} = \frac{\Sigma Qh}{b}$, indem einem der Momente das Summirungszeichen Σ vorgesetzt ist. Durch die Wirkung dieser einen Kraft nimmt der Körper natürlich dieselbe Drehbewegung an, wie durch die Wirkung der gegebenen Kräfte. Man reduzirt nun (vergl. S. 2149) die Masse des Körpers auf den nämlichen Punkt; alsdann nimmt er durch die Wirkung der so eben gefundenen Kraft dieselbe Geschwindigkeit, wie unter den gegebenen Umständen an. Die reduzirte Masse ist $\frac{M}{b^2}$ (vergl. S. 2149). Ist nun die gesuchte Winkelgeschwindigkeit = u, so ist die Geschwindigkeit des genannten Punktes = bu. Es ist nun $b \cdot u \cdot \frac{M}{b^2} = \frac{\Sigma Qh}{b}$; daher (vrgl. S. 2216 Nr. 8):

$$\text{Y)} \quad u = \frac{\Sigma Qh}{M} = \frac{\Sigma Qh}{(a^2 + \lambda^2)\, M}$$

Die Winkelgeschwindigkeit ist also gleich der Summe der statischen Momente der bewegenden Kräfte, dividirt durch das Trägheitsmoment.

Die Größe ΣQh ist die auf den Hebelarm = 1 reduzirte Kraft, und M ist die eben dahin reduzirte Masse des Körpers; also ist auch die Winkelgeschwindigkeit gleich dem Quotienten aus der Masse in die Kraft.

Es ist ferner $Qh = Q \cos \alpha \cdot q - Q \sin \alpha \cdot p$; daher ist auch

$$\text{Z)} \quad u = \frac{\Sigma (Q \cos \alpha \cdot q - Q \sin \alpha \cdot p)}{M} = \frac{\Sigma (Q \cos \alpha \cdot q - Q \sin \alpha \cdot q)}{(a^2 + \lambda^2) \cdot M}$$

Digitized by Google

Hat der Körper in dem Augenblicke, wo die Kräfte wirken, schon eine 14
Winkelgeschwindigkeit = U, welche aber nachher = u ist, so ergeben sich folgende Betrachtungen.

Die Elemente des Körpers, deren Massen m, m', m'' u. s. w., und deren Koordinaten x, y, z, x', y', z' u. s. w. sind, und welche sich in den Entfernungen ϱ, ϱ', ϱ'' u. s. w. von der Axe befinden, haben die Geschwindigkeiten ϱU, ϱ'U, ϱ''U u. s. w. denen die Kräfte ϱUm, ϱ'Um' u. s. w. entsprechen. Man kann also den Körper ansehen, als wäre er in Ruhe, und es wirkten an ihm außer den Kräften Q, Q', Q'' u s. w. noch die Kräfte ϱUm, ϱ'Um' u. s. w. Die Summe ihrer Momente ist $\varrho^2 Um + \varrho'^2 Um'^2$ + u. s. w. = $U \cdot \Sigma\varrho^2 m = U\mathfrak{M}$. Setzt man also $U\mathfrak{M} + \Sigma Qh$ statt ΣQh in die obige Gleichung bei Y, so hat man:

$$A') \quad u = \frac{U\mathfrak{M} + \Sigma Qh}{\mathfrak{M}} = U + \frac{\Sigma Qh}{\mathfrak{M}} = U + \frac{\Sigma Qh}{(a^2 + \lambda^2)\,M}$$

Es ist also die Winkelgeschwindigkeit nach der Wirkung der Kräfte gleich der Summe der anfänglichen Winkelgeschwindigkeit und derjenigen, welche die Kräfte Q, Q', Q'' u. s. w. dem Körper mittheilen würde, wenn er in Ruhe wäre.

Will man die Aenderung der Winkelgeschwindigkeit durch beschleuni- 15
gende Kräfte bestimmen, so nehme man zuerst wieder an, die an dem Körper wirkenden beschleunigenden Kräfte wirken in einer Ebene, welche normal auf der Drehungsaxe steht; sie seien ferner in Gewichtseinheiten ausgedrückt = P, P', P'' u. s. w., ihre Hebelarme = h, h', h'' u. s. w.; die Koordinaten ihrer Angriffspunkte p, q, r, p', q', r' u. s. w.; die Winkel, welche ihre Richtungslinien mit geraden Linien machen, die durch ihre Angriffspunkte parallel mit der Axe der x gezogen sind, = α, α', α'', α''' u. s. w., wenn die Koordinatenaxen wie in Nr. 11 genommen werden.

Die Winkelgeschwindigkeit nach Verfluß der Zeit t sei = u, ihre Aenderung in der unendlich kleinen Zeit τ = u_1, die Winkelbeschleunigung = ψ; im Uebrigen gelten die Bezeichnungen von Nr. 11.

Reduzirt man sämmtliche Kräfte auf einen Punkt, dessen Entfernung von der Axe = 1 ist, so erhält man Ph + P'h' + u. s. w. = ΣPh; die ebenfalls dahin reduzirte Masse des Körpers ist $\mathfrak{M}$.

Eine konstant beschleunigende Kraft theilt dem Körper in irgend einer Zeit eine Geschwindigkeit mit, welche doppelt so groß ist wie der Raum, den er durch ihre Wirkung in derselben Zeit durchlaufen hat (vergl. S. 839). Dieser Raum für die Wirkung der Schwere ist = 15,627 Rheinländische Fuß; bezeichnet man also die Beschleunigung der Schwere, d. h. die Zunahme der Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers in der Zeiteinheit mit g (vergl. S. 841), so daß g = 31,253 Rheinische Fuß (unter der Breite von Paris): so kann man andre beschleunigende Kräfte auf folgende Weise mit der beschleunigenden Kraft der Schwere vergleichen.

Es sei Q eine Masse, an welcher eine beschleunigende Kraft wirkt, die dem Gewicht einer Masse P gleich ist; die entsprechende Beschleunigung, d. h. die durch das unveränderliche Fortwirken dieser Kraft in der Zeiteinheit hervorgebrachte Aenderung der Geschwindigkeit sei = G. Eine andre Masse, die eben-

Digitized by Google

falls = Q ist, lasse man frei fallen; alsdann ist die Beschleunigung derselben = g. Bezeichnet man nun das Gewicht jeder Masseneinheit mit f: so sind die Kräfte, welche an den beiden bewegten Massen wirken = Pf und Qf. Da nun die Massen gleich sind, so verhalten sich die Kräfte, wie die Beschleunigungen, nämlich Pf : Qf = G : g; daraus erhält man:

$$B') \quad G = \frac{P}{Q} \cdot g; \text{ und } P = \frac{QG}{g}$$

Setzt man in die erste Formel ΣPh für P, und $\mathfrak{M}$ für Q: so erhält man die Beschleunigung des genannten Punktes $= \frac{\Sigma Ph}{\mathfrak{M}} \cdot g$, also ist die Winkelbeschleunigung:

$$C') \quad \psi = \frac{\Sigma Ph}{\mathfrak{M}} \cdot g = \frac{\Sigma Ph}{(a^2 + \lambda^2) \cdot M};$$

oder, wenn man $(P \cos \alpha \cdot q - P \sin \alpha \cdot p)$ statt Ph setzt, so ist:

$$D') \quad \psi = \frac{\Sigma (P \cos \alpha \cdot q - P \sin \alpha \cdot p)}{\mathfrak{M}} \cdot g = \frac{\Sigma (P \cos \alpha \cdot q - P \sin \alpha \cdot p)}{(a^2 + \lambda^2) \cdot M}$$

Man kann diese Gleichungen auch durch die Beschleunigungen ausdrücken, welche die Kräfte den Massenelementen des Körpers mittheilen würden, wenn diese ihnen frei folgen könnten; wobei man annimmt, daß an jedem Punkte des Körpers eine Kraft wirke. Sind nun X und Y die Beschleunigungen, welche die an dem Punkte, dessen Masse = m, und dessen Koordinaten = x, y, z sind, wirkende Kraft diesem Punkte nach den Richtungen der Axen x und y mittheilen würde: so kann man in der vorigen Gleichung D', wenn sich P, α, p, q und r auf diesen Punkt beziehen, x für p und y für q setzen. Ferner hat man nach der ersten Formel bei B' die Gleichung $X = \frac{P \cdot \cos \alpha}{m} \cdot g$, und $Y = \frac{P \cdot \sin \alpha}{m} \cdot g$; (g ist hier = 31,253 Rhein. F.), daher:

$$E') \quad \psi = \frac{\Sigma (Xy - Yx) m}{\mathfrak{M}} = \frac{\Sigma (Xy - Yx) m}{(a^2 + \lambda^2) M}$$

16 Ein schwerer fester Körper HC, Tafel XXXV, D, Fig. 279, sei an einer horizontalen Axe befestigt, welche auf der Ebene der Figur in A rechtwinklig steht. Die Bewegung des Schwerpunktes geschehe in dieser Ebene. In dem Augenblicke, wo die Geschwindigkeit = c ist, sei der Schwerpunkt des Körpers in D befindlich; nach Verlauf der Zeit t gelange die Linie AD in die Richtung AI; dann sei die Winkelgeschwindigkeit = u. Die Linie AB sei senkrecht nach unten von der Drehaxe aus gezogen. Der Bogen für den Radius = 1 zum Winkel FAB sei = α, für den Winkel IAB sei = η. Im Uebrigen gelten die Bezeichnungen der vorigen Nummer.

Nimmt man AB als Axe der x, so wird nach der Gleichung D' in voriger Nummer, P = M, α = 0, q = a sin η, daher:

$$F') \quad \psi = \frac{Mga \sin \eta}{(a^2 + \lambda^2) M} = \frac{ga \sin \eta}{a^2 + \lambda^2}$$

Digitized by Google

Oder nach der Gleichung bei E', wenn man $X = g$, $y = a \sin \eta$ und $Y = o$ ſetzt, wo dann $\Sigma (Xy - Yx) m = ga \sin \eta \cdot \Sigma m = ga \sin \eta \cdot M$ wird. Man hat alſo die Beſchleunigung eines in der Entfernung $= 1$ von der Axe befindlichen Punktes. Dieſer korreſpondiren zwei Seitenbeſchleunigungen, von denen eine nach der Axe gerichtet iſt, und aufgehoben wird; die andere $= \frac{ga \sin \eta}{(a^2 + \lambda^2) \sin \eta} = \frac{ga}{a^2 + \lambda^2}$ iſt vertikal.

Das Gewicht des Körpers kann man im Schwerpunkt wirkend denken. Die dahin reduzirte Maſſe des Körpers iſt $\frac{\mathfrak{M}}{a^2} = \frac{a^2 + \lambda^2}{a^2} \cdot M$; daher nach der Gleichung B' $P = M$, $Q = \frac{a^2 + \lambda^2}{a^2} \cdot M$, und $G = \frac{a^2}{a^2 + \lambda^2} \cdot g$ nach vertikaler Richtung. Indem der Schwerpunkt von der Linie AF bis zur Linie AI ſich bewegt, durchläuft er eine Fallhöhe $= a (\cos \eta - \cos \alpha)$.

Es iſt nun die am Ende der Zeit t erlangte Geſchwindigkeit (vrgl. S. 839):

$$G') \quad v = gt; \text{ und } v^2 = 2gs; \text{ alſo } v = \sqrt{2gs};$$

wo $g = 31{,}253$ Rheiniſche Fuß, und s den zurückgelegten Weg bezeichnet. Da ferner nach S. 2143 Nr. 6, ein ſchwerer Körper, der längs einer krummen, in vertikaler Ebene liegenden, Linie heruntergleitet, an jeder Stelle die nämliche Geſchwindigkeit hat, als wäre er von derſelben Höhe frei herunter gefallen; da ferner hier $v = au$, und $s = a (\cos \eta - \cos \alpha)$; da endlich kurz vorher $G = \frac{a^2}{a^2 + \lambda^2}$, und für andre beſchleunigende Kräfte $v^2 = 2Gs$, ſo iſt:

$$H') \quad a^2 u^2 = 2 \frac{a^2 g}{a^2 + \lambda^2} \cdot a \cdot (\cos \eta - \cos \alpha);$$

$$\text{woraus } u^2 = \frac{2ag \cdot (\cos \eta - \cos \alpha)}{a^2 + \lambda^2}; \text{ oder } u = \sqrt{\frac{2ag \cdot (\cos \eta - \cos \alpha)}{a^2 + \lambda^2}}$$

An einem und demſelben Orte verhalten ſich (vrgl. S. 68) die Schwingungs- 17
zeiten, wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen. Diejenigen Theile eines Körpers alſo, welche der Axe näher liegen, haben eine Neigung ſchneller zu ſchwingen, als die von ihr entfernter liegenden; man kann daher den feſten Körper anſehen, als beſtände er aus unendlich vielen mathematiſchen Pendeln. Da nun die Schwingungszeit für alle eine und dieſelbe iſt, ſo geht die Bewegung der erſteren langſamer, die der letzteren ſchneller vor ſich. Es muß daher auch in einer gewiſſen Entfernung von der Axe, welche Entfernung $= l$ ſei, Punkte geben, welche weder beſchleunigt noch verzögert werden, und demnach dieſelbe Schwingungszeit haben, als wenn ſie nicht mit den übrigen Theilen des Körpers verbunden wären; die daher ebenſo ſchwingen, wie ein einfaches Pendel, deſſen Länge $= l$ iſt.

Iſt nun der Elongationswinkel (vergl. S. 2146 Nr. 11) für dieſes einfache Pendel $= \alpha$, und iſt der Winkel, den es nach der Zeit t noch mit der Vertikallinie macht, auch $= \eta$: ſo iſt die Winkelgeſchwindigkeit deſſelben in dieſem Augenblicke dieſelbe, wie die des zuſammengeſetzten Pendels, näm-

Digitized by Google

lich = u; daher die Geschwindigkeit seines Endpunktes = lu. Der Weg dieses Punktes in vertikaler Richtung ist nach Verlauf der Zeit $t = l \cdot (\cos\eta - \cos\alpha)$. Setzt man diese Werthe für v und s in die Gleichung $v^2 = 2gs$, so erhält man:

$$K') \quad l^2u^2 = 2gl\,(\cos\eta - \cos\alpha);$$

also für das einfache Pendel:

$$L') \quad u = \sqrt{\frac{2g\,(\cos\eta - \cos\alpha}{l}}$$

Setzt man diesen Werth dem bei H' gefundenen gleich, so hat man:

$$\sqrt{\frac{2g\cdot(\cos\eta - \cos\alpha)}{l}} = \sqrt{\frac{2ag\,(\cos\eta - \cos\alpha)}{a^2 + \lambda^2}}$$

Hieraus erhält man:

$$M') \quad l = \frac{a^2 + \lambda^2}{a} = a + \frac{\lambda^2}{a}$$

Da ferner $\frac{a^2 + \lambda^2}{a} = \frac{(a^2 + \lambda^2)\,M}{aM} = \frac{\mathfrak{M}}{aM}$ (vrgl. S. 2216 Nr. 8), so ist:

$$N') \quad l = \frac{\mathfrak{M}}{aM}$$

Ein physisches oder zusammengesetztes Pendel hat also gleiche Schwingungen mit einem einfachen Pendel, dessen Länge gleich ist dem Quotienten, den man erhält, wenn man mit dem Produkt aus der Masse des Körpers und der Entfernung des Schwerpunkts von der Drehaxe in das Trägheitsmoment desselben dividirt.

Das a ist (vergl. S. 2215 Nr. 6) die Entfernung des Schwerpunkts von der Drehungsaxe, und λ eine solche Entfernung eines Punktes, in welchem die ganze Masse M des Körpers vereinigt ist, von der durch den Schwerpunkt gehenden Axe, daß das Trägheitsmoment in Bezug auf diese Axe dasselbe ist, wie das des Körpers selbst.

18 Vergleicht man die Formel (S. 2215 Nr. 5) mit der hier bei M' gefundenen

$$O') \quad l = \frac{r^2}{s}; \text{ und } l = \frac{a^2 + \lambda^2}{a}$$

so sieht man, daß $r = \sqrt{a^2 + \lambda^2}$, und s = a ist.

19 Macht ein Schiff seine schwingenden Bewegungen um seine große oder horizontale Längenaxe, welche vom Achterschiffe nach dem Vorderschiffe geht, wobei es daher abwechselnd seine Steuerbords- und Backbordsseite eintaucht: so heißt diese Schwankung das Schlingern. Weil die Gestalt des Schiffes um diese Axe herum größtentheils so abgerundet ist, daß die Bewegung des Schlingerns beinahe gar keinen Widerstand im Wasser findet; und weil die Einwirkungen des Wassers beinahe gegen dieselbe Axe gerichtet sind, und daher kein Moment darbieten, welches das Schlingern stören könnte: so sieht man leicht

Digitized by Google

ein, daß die ſchlingernde Bewegung ſelbſt im ruhigen Waſſer ziemlich lange anhalten kann.

Man iſt indeſſen leicht im Stande, die Zeit zu beobachten, während welcher die Schwankungen zu Ende kommen. Auf ſolche Art läßt ſich durch eine einzige Beobachtung die Länge des iſochroniſchen Pendels $l = \frac{r^2}{s}$ finden. Iſt nämlich eine dieſer beiden Größen r und s bekannt, ſo ergiebt ſich die andere ſogleich. Man ſieht ferner ein, daß die ſchlingernde Bewegung deſto langſamer und ſanfter ſein wird, je länger das Pendel iſt. Da ſich nun, nach den vorangegangenen Betrachtungen über die Stabilität, der Nenner s nicht wohl verringern läßt: ſo muß man dahin ſtreben, den Zähler r^2 um ſo viel zu vergrößern, als es die Umſtände erlauben.

Man wird nun dieſe Vergrößerung der Länge l dadurch erlangen, daß man alle Laſten der Ladung ſo viel als möglich von der horizontalen Längenaxe entfernt, welche durch den Schwerpunkt G des ganzen Schiffes geht.

Daſſelbe iſt beinahe auch der Fall bei der Schwankung um die horizontale 20
Breitenaxe, welche Bewegung das Stampfen heißt, wobei das Schiff abwechſelnd mit dem Vordertheile und dem Hintertheile einſinkt. In der Formel $l = \frac{r^2}{s}$ iſt hierbei der Nenner s viel größer als in dem vorhergehenden Falle; denn die Stabilität in Beziehung auf die Breitenaxe muß diejenige in Beziehung auf die Längenaxe mehreremale übertreffen (vergl. S. 2192). Der Werth von l müßte deshalb auch viel kleiner und die Bewegung des Stampfens viel heftiger und ſchneller werden. Dagegen muß man aber auch beachten, daß der Werth von r in dieſem Falle viel größer als im vorigen iſt; indem alle Laſten im Vor- und Achterſchiff bedeutend entfernter von der Breitenaxe liegen, wodurch alſo der Werth für l auch bedeutend vergrößert wird. Die Bewegung des Stampfens kann aber auch nicht ſo lange anhalten, als diejenige des Schlingerns, weil Vor- und Achterſchiff wegen ihrer ſchrägen Geſtalt einen größern Widerſtand im Waſſer finden, indem ſie abwechſelnd auf- und niederſteigen; unter Vorausſetzung eines ruhigen Waſſers muß alſo dieſe Schwankung bald aufhören.

Wenn das Meer in heftiger Aufregung iſt, ſo muß ſowohl die Bewegung 21
des Schlingerns als diejenige des Stampfens bedeutende Aenderungen erhalten, indem das wechſelnde Steigen und Fallen der Wellen ſchon allein zureichend iſt das Schiff in Schwankung zu verſetzen, auch wenn es durch keine andere Kraft eine Neigung erleidet.

Für ſolche durch die Wellen hervorgebrachten Schwankungen des Schiffes giebt es noch keine hinreichende Theorie; indem einerſeits die Geſetze zu wenig bekannt ſind, nach denen bewegtes Waſſer die in ihm ſchwimmenden Körper ſtößt; andrerſeits die oben gefundene Formel für die Stabilität aus demſelben Grunde nicht mehr genügt. Daher iſt auch die vorhergegebene Gleichung für die Länge des iſochroniſchen Pendels in ſolchem Falle unbrauchbar. Auch weiß man aus

Digitized by Google

der Erfahrung, daß wenn ein Schiff durch die Wellen emporgehoben wird, dieſe Hebung mit beſchleunigter Geſchwindigkeit geſchieht; und daß, wenn es wieder ſinkt, die Senkung mit verzögerter Geſchwindigkeit vor ſich geht. Dies ſcheint den Geſetzen völlig entgegen zu ſein, nach denen das ruhige Waſſer wirkt.

22 Man kann indeſſen bemerken, daß die Wellen in ziemlich regelmäßigen Zeitintervallen aufeinander folgen, ſo daß zwiſchen dem erſten und zweiten Stoße, den ein Schiff von den Wellen erhält, dieſelbe Zeit verfließt, wie zwiſchen dem zweiten und dritten, und überhaupt wie zwiſchen je zwei aufeinander folgenden Stößen. Wäre nun ein Schiff ſo gebaut oder geſtaut, daß es ſeine Schwankungen gerade in denſelben Zeiten machte, in welchen die Wellen auf einander folgen: ſo würde jeder nachfolgende Stoß einer Welle das Schiff in derſelben Lage finden, wie der vorhergehende; und demgemäß ſeine Kraft mit der des vorangehenden vereinigen, um die Bewegung des Schiffes zu vermehren, was endlich gefährlich werden könnte. Wenn aber die Zeitintervalle zwiſchen den aufeinander folgenden Wellen mit den zwiſchen den aufeinander folgenden Schwankungen des Schiffes in ein ſolches Verhältniß gebracht werden, daß der folgende Stoß die Wirkung des vorhergehenden aufhebt, ſo kann das Schiff ſehr harte Stöße ertragen.

Wenn aber das Vor- und Achterſchiff ſehr heftige Bewegungen erhalten haben, und ſich plötzlich neue Stöße dieſen Bewegungen entgegenſetzen, ſo kann eine ſolche Erſchütterung aller Theile des Schiffs erfolgen, daß es Gefahr läuft, ſeine Bemaſtung zu verlieren.

§. 326. Vom Widerſtande des Waſſers gegen gerade vorwärts gehende Schiffe.

1 Wenn ein Gefäß immer gleich voll erhalten wird, und wenn die Oeffnung klein iſt, ſo entſpricht die Geſchwindigkeit des abfließenden Waſſers der Waſſerhöhe, d. h. ſie iſt gleich der Geſchwindigkeit, die ein im leeren Raum fallender Körper erhält, wenn er von einer der Waſſerhöhe gleichen Höhe herunterfällt. Dieſer Lehrſatz iſt einer der wichtigſten in der Hydrodynamik, deshalb folgt hier ſein Beweis.

Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 183, ef eine kleine Oeffnung im Boden AD des Gefäßes BD; BC der Waſſerſpiegel; W ein einziges Waſſertheilchen in der Oeffnung; dieſes leidet einen Druck, welcher dem Gewicht einer ſolchen Waſſerſäule gleich iſt, welche das Waſſertheilchen W zur Grundfläche, und VW zur Höhe hat. Dieſer Druck iſt nichts Anderes, als die Summe aller Stöße, welcher die Schwere oder Fallkraft jedem einzelnen Theilchen der Säule VW in einem Augenblicke giebt. So lange das Theilchen W vom undurchbrochenen Boden unterſtützt wird, erfolgt weiter keine Wirkung; ſobald es aber nicht mehr unterſtützt iſt, fängt es an zu fallen; aber nicht mit der Geſchwindigkeit ſeines alleinigen Gewichts, ſondern mit der Geſchwindigkeit, die aus allen Stößen entſteht, welche ſämmtliche Theilchen der Säule VW zugleich von der Fallkraft erhalten.

Digitized by Google

Dieſe Geſchwindigkeit iſt aber dieſelbe, als wenn das Theilchen W frei von V bis W heruntergefallen wäre. Zerlegt man nämlich dieſe Zeit des Fallens in ebenſo viele unendlich kleine Theilchen, als Waſſertheilchen in der Säule VW enthalten ſind: ſo empfängt das fallende Waſſertheilchen W in jedem Zeittheilchen einen Stoß von der Fallkraft oder Schwere; die Wirkung eines ſolchen Stoßes dauert fort, und es kommen immer noch die Wirkungen der folgenden Stöße hinzu. Die Wirkung aller Stöße iſt daher zuletzt der Summe aller einzelnen Stöße gleich, folglich dieſelbe, als wenn alle Stöße auf einmal geſchehen wären; folglich ſo groß, als die augenblickliche Wirkung der Fallkraft auf das Theilchen W vermittelſt aller Theilchen der Säule VW. Es erhält alſo W einerlei Geſchwindigkeit, mag es durch den Druck der Waſſerſäule VW herausgetrieben werden, oder von V nach W frei herunter fallen.

Das eben Geſagte gilt von allen Waſſertheilchen, die in der Oeffnung of enthalten ſind; daher geht das Waſſer überhaupt durch dieſelbe mit einer Geſchwindigkeit, welche der Waſſerhöhe VW = AB entſpricht.

Bezeichnet man dieſe Höhe mit s, ſo hat man (vergl. S. 841) den durchlaufenen Raum aus der erhaltenen Geſchwindigkeit v, wenn g = 31,253 Rheiniſche Fuß

$$s = \frac{v^2}{2g}; \text{ alſo } v^2 = 2gs; \text{ oder } v = \sqrt{2gs}.$$

Nimmt man, wie in älteren mathematiſchen Werken gewöhnlich geſchieht, g = 15,627 Rheiniſche Fuß, ſo iſt:

$$s = \frac{v^2}{4g}; \text{ alſo } v^2 = 4gs; \text{ oder } v = 2\sqrt{gs}.$$

Eine Fläche erleidet denſelben Stoß, mag ſie ſich gegen das Waſſer, oder 2
dieſes gegen ſie bewegen. Würde die ruhende Fläche mit einer ſehr kleinen Oeffnung durchbohrt: ſo würde das Waſſer mit der andringenden Geſchwindigkeit hindurchdringen. Von dem Stoße, welcher dieſer Geſchwindigkeit entſpricht, wird alſo auch vor der Durchbohrung die Fläche an allen ihren Stellen getroffen. Nimmt man nun ſtatt des ſtoßenden Waſſers eine perpendikulär ſtehende Waſſerſäule von ſolcher Höhe, daß, der vorigen Nummer gemäß, ihre Druckkraft der Fallgeſchwindigkeit, und dieſe der wirklichen Geſchwindigkeit der Fläche oder des Waſſers entſpricht: ſo iſt der Druck, den die Fläche erleidet, gleich dem Gewichte einer ſolchen aus dem Waſſer gebildeten Säule, deren Baſis gleich der Fläche, und deren Höhe gleich der doppelten Höhe iſt, durch welche ein Körper im leeren Raum fallen muß, um die gegebene Geſchwindigkeit zu erhalten. Dieſer Druck iſt nun auch der Widerſtand, den die Fläche bei ihrer Bewegung findet.

Dieſer Widerſtand W iſt, wenn man nicht auf das Ausweichen der Waſſertheilchen achtet (vergl. S. 860 bis 863), und wenn F die Fläche, D ihre Dichtigkeit, v die Geſchwindigkeit bezeichnet:

$$W = DFv^2 = 2gsDF,$$

worin g = 31,253 Rheiniſche Fuß. Es iſt sF das Volumen, DsF die Maſſe

Digitized by Google

der Säule; diese Masse mit g multiplizirt giebt ihr Gewicht. Nimmt man den Faktor 2 zur Höhe, so kommt der eben ausgesprochene Satz hervor; nimmt man ihn zur Fallgeschwindigkeit, so erhält man (vergl. S. 862 Nr. 27) folgenden Satz: der Widerstand beträgt so viel als das doppelte Gewicht einer Wassersäule, deren Basis gleich der Fläche, und deren Länge gleich der Höhe ist, durch welche ein Körper fallen muß, um die gegebene Geschwindigkeit zu erlangen.

Da das Gewicht des Wassers bekannt ist (vergl. S. 867), nämlich 1 Kubikfuß Regenwasser = 70 Pariser Pfund, 1 Kubikfuß Seewasser = 72,8 Pfund, so kann man die obigen Formeln dadurch vereinfachen, daß man nur das Volumen der in Frage kommenden Wassersäule beibehält, und es in jedem besondern Falle mit dem bekannten Gewichte multiplizirt. Bezeichnet man also den Widerstand, sofern er nur durch das Volumen der Säule ausgedrückt werden soll, mit W, so hat man:

$$\text{I)} \quad W = Fs = \frac{F \cdot v^2}{2g}$$

Der Widerstand ist also immer der einfachen Fläche und dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional.

3 Steht die Fläche nicht senkrecht auf der Richtung der Bewegung, und bezeichnet man den Winkel, den die schiefe Richtung der Bewegung mit dem Perpendikel auf die Fläche macht, oder den Einfallswinkel mit φ; und den Widerstand, den alsdann die Fläche in der Richtung der Bewegung erhält mit W'; und drückt denselben wieder durch das Volumen aus: so hat man (vergl. S. 866 Nr. 30 u. S. 2160 Nr. 17):

$$W' = \frac{F \cdot v^2 \cdot \cos^3 \varphi}{2g}$$

4 Will man statt des Einfallswinkels den Neigungswinkel $= \psi$ nehmen; d. h. denjenigen, den die Fläche mit der Richtung der Bewegung macht, so erhält man:

$$\text{II)} \quad W' = \frac{F \cdot v^2 \cdot \sin^3 \psi}{2g}$$

Will man nur die Kraft des Stoßes oder Widerstandes im Ganzen haben, welche bei einer schiefen Richtung auf die Fläche überhaupt ausgeübt wird, ohne darnach zu fragen, wie viel sie in der Bewegung dadurch gehindert wird, so hat man (vergl. S. 864 u. S. 2158 Nr. 12), wenn W'' diesen Stoß bezeichnet:

$$\text{III)} \quad W'' = \frac{F \cdot v^2 \cdot \sin^2 \psi}{2g}$$

Der Unterschied zwischen diesem und dem vorigen Widerstande zeigt sich also nur in dem Quadrat und dem Kubus vom Sinus des Neigungswinkels.

5 Der gerade oder direkte Lauf eines Schiffes heißt seine mit der horizontalen Längenaxe parallel gehende Bewegung, so daß diese Axe zugleich die Richtung der Bewegung darstellt.

Digitized by Google

Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 265, ABDC der vertikale Längendurchſchnitt eines Schiffs bis zur Waſſerebene AB; ferner CD der Kiel; AC das Achterſchiff; BD das Vorſchiff; G ſei der Schwerpunkt des ganzen Schiffs; die Vertikallinie HL, welche durch den Schwerpunkt geht, ſchneidet die Waſſerebene in F, und den Kiel in L. Hätte das Schiff eine prismatiſche Figur, ſo würde es im geraden Laufe mit der Geſchwindigkeit = v mit ſeinem vertikalen Breitendurchſchnitte gegen das Waſſer ſtoßen; denn alsdann würde das Vorſchiff mit einer, ſenkrecht gegen die Längenaxe AB ſtehenden Vertikalebene Bβ endigen, welche dem vertikalen Breitendurchſchnitte gleich wäre. Setzt man den Flächeninhalt dieſes Durchſchnitts = F, ſo hat man für den Widerſtand nach der Gleichung I:

$$\mathfrak{W} = \frac{F \cdot v^2}{2g}$$

und zwar ſenkrecht gegen die Bewegung gerichtet. Die mittlere Richtung, oder die Reſultante dieſes Widerſtandes geht durch den Schwerpunkt dieſer Fläche Bβ; dieſer ſei b; alsdann bezeichnet die Horizontallinie bO parallel mit AB die Richtung des totalen Widerſtandes, den das Schiff bei geradem Laufe erleidet.

Um ſo viel, als dieſe Richtung bO nicht durch den Schwerpunkt G des ganzen Schiffes geht, bringt der Widerſtand auch ein Moment hervor, welches das Schiff um ſeine horizontale Breitenaxe, die durch G geht, zu neigen oder zu drehen ſtrebt. Dieſes Moment $\mathfrak{M}$ iſt:

$$\text{IV)} \quad \mathfrak{M} = \frac{F \cdot v^2}{2g} \cdot GO.$$

Um dieſes Moment, welches nur noch durch ein Waſſervolumen und ein Perpendikel ausgedrückt iſt, auch durch das Gewicht deſſelben zu vervollſtändigen, hat man ſich (vergl. S. 2184) zu erinnern, daß das Volumen V des ganzen Waſſerraums ein Gewicht M hat, welches dem Gewichte des ganzen Schiffes gleich iſt. Um nun das Gewicht m des obigen Waſſervolumens zu finden, hat man folgende Proportion:

$$V : M = \frac{F \cdot v^2}{2g} : m; \text{ alſo } m = \frac{M}{V} \cdot \frac{F \cdot v^2}{2g}$$

Mit dieſem Gewichte hat man das Perpendikel GO zu multipliziren; daher iſt das vollſtändige Moment $\mathfrak{M}'$:

$$\text{V)} \quad \mathfrak{M}' = \frac{M}{V} \cdot \frac{F \cdot v^2}{2g} \cdot GO.$$

Nimmt man nun ferner (vergl. S. 2206 Nr. 6) die Stabilität = Ms, wo M wieder das Gewicht des ganzen Schiffs, und s eine beſtimmte Länge bezeichnet: ſo hat man nur den Werth von $\mathfrak{M}'$ durch Ms zu dividiren, um nach der Gleichung I auf S. 2183 den sin i zu erhalten; daher, indem ſich M oben und unten hebt:

$$\text{VI)} \quad \sin i = \frac{F \cdot v^2}{V \cdot 2g} \cdot \frac{GO}{s}$$

Dies iſt der Widerſtand, den der vertikale Breitendurchſchnitt, oder die 6

Digitized by Google

Ebene des Hauptspants (vergl. S. 2166) erleiden würde, wenn sie unmittelbar mit der Geschwindigkeit v dem Stoße des Wassers ausgesetzt wäre. Je schräger nun das Vorderschiff gebaut ist, um desto schiefer trifft der Wasserstoß darauf, und um desto kleiner wird seine Kraft. Das Vorderschiff muß daher um so länger und schmäler gemacht werden, je mehr Male der Widerstand verringert werden soll. Die Verengerung geschieht aber nicht blos von den Seiten nach der Mitte zu, sondern auch von unten nach oben hin. Durch diese letztere Biegung wird eine Kraft herbeigerufen, welche das Schiff senkrecht in die Höhe hebt. Das Vorderschiff erleidet also eine zweifache Wirkung: die eine von der vorne herkommenden, die andere von der aufwärtstreibenden Kraft.

Es sei in Fig. 265 BD die Aufsteigung oder Aufbucht des Vorderschiffs vom Kiel D bis zur Wasserebene B, oder BD stelle den Vordersteven dar; die Geschwindigkeit in der Richtung AB sei = v. Alsdann reduziren sich alle Wirkungen des Widerstandes auf zwei Kräfte:

1. Auf eine horizontale in der Richtung bO, also derjenigen der Bewegung gerade entgegengesetzt; diese erste Kraft sei = P.

2. Auf eine vertikale Kraft, deren Richtung dQ ist; diese sei = Q.

Zieht man aus dem Schnittpunkt q beider Richtungen die Linie qS, so ist diese die Resultante der beiden genannten Kräfte, und man hat in ihr die ganze Wirkung des Widerstandes vereinigt (vergl. S. 850 Nr. 10). Ihre Gleichung ist:

$$\text{VII)} \quad qS = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Ihre Neigung gegen den Horizont ist der Winkel $OqS = \alpha$. Um seine Tangente zu finden hat man: $\cos \alpha : \sin \alpha = 1 : \operatorname{tang} \alpha$. Da nun $\cos \alpha = P$, und $\sin \alpha = Q$, so ist $P : Q = 1 : \operatorname{tang} \alpha$; daher:

$$\text{VIII)} \quad \operatorname{tang} \alpha = \frac{Q}{P}$$

Es genügt also, die beiden Kräfte P und Q zu betrachten, von denen jede immer dem Quadrat der Geschwindigkeit des Schiffes proportional ist.

7 Die horizontale Kraft P bringt ebenfalls zwei Wirkungen hervor: die eine ist der Bewegung gerade entgegengesetzt, als wäre sie am Schwerpunkte G des ganzen Schiffs angebracht, und stieße das Schiff rückwärts; die andere Wirkung kommt von dem Momente, welches P in Beziehung auf die horizontale Breitenaxe hat. Der Werth dieses Moments ist = P · GO, und seine Wirkung, daß sich das Vorderschiff tiefer ins Wasser senkt.

8 Die zweite, vertikale Kraft Q hat ebenfalls eine doppelte Wirkung: die eine hebt das Schiff gerade in die Höhe, als wäre sie am Schwerpunkte G angebracht; so daß sich das ganze Gewicht des Schiffes um das Gewicht = Q vermindert; die andere Wirkung kommt von dem Momente her, welches Q in Beziehung auf dieselbe horizontale Breitenaxe hat. Der Werth dieses Moments ist = Q · FQ, und seine Wirkung, daß sich das Vorschiff emporhebt. Uebertrifft dieses Moment das vorige, so wird das Vorschiff BD emporgehoben, also das Achter-

Digitized by Google

ſchiff AC tiefer geſenkt durch ein Moment = Q · FQ — P · GO. Wird nun dieſes Moment durch die Stabilität des Schiffs in Bezug auf dieſelbe horizontale Breitenaxe dividirt, ſo erhält man, wie ſich in der Gleichung VI gezeigt hat, den Sinus der Neigung.

Um daher das Schiff in ſeiner mit der Geſchwindigkeit = v vor ſich ge- 9
henden Bewegung zu erhalten, hat man folgende Bedingungen zu erfüllen. Zuerſt muß das Schiff gerade vorwärts geſtoßen werden, und zwar durch eine Kraft, welche der Widerſtandskraft P gleich iſt; weil ferner das Gewicht M des ganzen Schiffes durch den Widerſtand um das Gewicht = Q vermindert wird, ſo muß es durch ein neues Gewicht = Q belaſtet werden, und zwar in dem Schwerpunkte G, damit ſeine Stelle nicht geändert wird; damit endlich das Schiff weder mit dem Vorder- noch dem Achtertheile tiefer eingeſenkt werde, muß man die Kraft = P oberhalb des Schwerpunkts, z. B. in H anbringen, ſo daß ihr Moment P · GH gleich dem Momente Q · FQ — P · GO ſei, durch welches letztere das Schiff hinten niedergetaucht wird.

Aus der Gleichung P · GH = Q · FQ — P · GO erhält man:

$$\text{IX)}\quad GH = \frac{Q}{P} \cdot FQ - GO.$$

Da nun GH + GO = HO, ſo hat man:

$$\text{X)}\quad HO = \frac{Q}{P} \cdot FQ.$$

Es ſei K' dieſe Kraft = P, angebracht an dem Punkte H, ſo befindet ſich dieſer offenbar an dem Durchſchnittspunkte der Vertikalaxe GL mit der wahren Richtung qS der Widerſtandskraft.

In der Praxis iſt es natürlich nicht nöthig, das Schiff mit einem neuen 10
Gewichte = Q zu belaſten, weil es vielmehr vortheilhaft iſt, daß der Widerſtand das Gewicht des ganzen Schiffes verringert. Das Schiff wird nämlich dadurch um Etwas gehoben, alſo der Waſſerraum, und damit der Widerſtand verringert; ſo daß auch eine kleinere Kraft hinreicht, um das Schiff in ſeiner Bewegung zu erhalten.

§. 327. Von der Schätzung des Widerſtandes des Waſſers gegen ein gegebenes Vorſchiff.

Wenn alle Elemente der Oberfläche eines Vorſchiffes auf gleiche Weiſe ge- 1
gen die Richtung der Bewegung geneigt ſind: ſo iſt es ſehr leicht den Widerſtand zu beſtimmen, welcher der Bewegung gerade entgegengeſetzt iſt. Die gerade aufwärts hebende Kraft kann, wie oben gezeigt worden, gänzlich außer Acht gelaſſen werden. Es ſei der vertikale Breitendurchſchnitt oder der Flächeninhalt der Hauptſpantenebene = F, die Geſchwindigkeit des Schiffes in der Richtung der horizontalen Längenaxe = v, und der Neigungswinkel der ganzen Oberfläche des Vorſchiffs gegen die Richtung der Bewegung = ψ; alsdann wird (vergl. S. 2226 Gleichung III) der Totalwiderſtand gleich dem Gewichte

Digitized by Google

einer Waſſermaſſe deren Volumen $= \frac{F \cdot v^2 \cdot \sin^2 \psi}{2g}$, während der Widerſtand, den die Hauptſpantenebene bei derſelben Geſchwindigkeit erleidet (vergl. S. 2226 Gleichung I) dem Gewichte einer Waſſermaſſe gleich wird, deren Volumen $= \frac{F \cdot v^2}{2g}$ iſt (wo $g = 31{,}253$ Rhein. F.). Es iſt alſo der Widerſtand gegen die ſchräge Oberfläche um ſo viel mal kleiner, wie derjenige gegen die vertikale Ebene, als um wie viele Male das Quadrat des Sinus des Neigungswinkels kleiner iſt wie die Einheit, d. h. wie das Quadrat des Radius 1. Man ſieht alſo ein, daß ſich der Widerſtand ſo viele Male verkleinern ließe als man will, wenn nicht andere Umſtände dieſer Verkleinerung beſtimmte Grenzen ſetzen würden.

2 Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 280, MNnm der rechtwinklige parallelogrammatiſche vertikale Breitendurchſchnitt eines Fahrzeuges, deſſen Vordertheil ſich als ein dreikantiges Prisma in der Kante Aa endigt, ſo daß alle ſeine horizontalen Durchſchnitte Dreiecke ſind, unter ſich und den beiden Dreiecken MNA und mna gleich. Die beiden Seitenflächen AamM und AanN erleiden alsdann ſämmtliche Wirkungen des Waſſers unter dem gleichen Winkel FAM = FAN = ψ. Da die beiden Dreiecke FAM und FAN gleich, und in F rechtwinklig ſind, ſo hat man AM : FM = 1 : sin ψ; alſo $\sin \psi = \frac{FM}{AM}$. Es verhält ſich alſo der Widerſtand gegen jede Seitenfläche zu demjenigen gegen die Ebene MNnm wie FM^2 zu AM^2; alſo wenn man den Widerſtand gegen MNnm durch R bezeichnet, ſo iſt der Widerſtand gegen jede der beiden Seitenflächen $= R \cdot \frac{FM^2}{AM^2}$.

3 Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 281, CDE die Hälfte der Ebene des Hauptſpants, und von dieſer Ebene ſeien bis zum Bug, oder Ende des Vorderſchiffes, mehrere parallele Durchſchnitte in gegebenen Entfernungen von einander gemacht, und ihre äußeren Umriſſe auf der Ebene des Hauptſpants projizirt. Eine dieſer Projektionen ſei MPQN, und die ihr zunächſt folgende mpqn (in ähnlicher Weiſe wie bei einem Spanten-Riß, Tafel XL, Fig. 2). Zur Schätzung des Widerſtandes genügt es, dieſe Umriſſe vom Kiele E bis zur Waſſerebene zu betrachten. Man zieht mehrere Querlinien, wie RPpr und SQqs, welche die erſteren in beinahe rechten Winkeln durchſchneiden. Durch dieſe beiden Arten von Linien wird die Ebene CDE des Hauptſpants in mehrere kleine Trapeze, und beinahe rechtwinklige Dreiecke eingetheilt, wie z. B. das Trapez PpQq. Dieſe Abtheilungen müſſen ſo klein genommen werden, daß jede derſelben, trotz der eigentlich vorhandenen Krümmung des Vorderſchiffs, wie eine Ebene betrachtet werden kann, deren Neigung gegen die Richtung der Bewegung gefunden werden muß. Mit dem Quadrate des Sinus ihres Neigungswinkels iſt jede kleine Fläche zu multipliziren. Die Summe aller dieſer Produkte giebt den Werth der Formel $F \cdot \sin^2 \psi$; nimmt man das Doppelte dieſer Fläche, um das ganze Vorſchiff zu haben, und multiplizirt es mit $\frac{v^2}{2g}$: ſo er-

Digitized by Google

hält man den Widerſtand gegen das Vorderſchiff, inſofern er der Bewegung entgegenwirkt (vergl. S. 2167 Nr. 6).

Dieſe ganz mühſame Beſtimmungsweiſe würde aber dennoch nur ein ſehr 4
mangelhaftes Reſultat geben; denn es kann z. B. das hinter dem bewegten Schiffe zuſammenfließende Waſſer daſſelbe wegen ſeiner Bewegung nicht mit demſelben Drucke treffen, wie ein ruhig ſtehendes Schiff, während der Druck von vorne derſelbe bleibt; es giebt alſo auch der Druck von hinten kein ſolches Gegengewicht gegen den Druck von vorne, wie bei der Ruhe; daher erhält der Widerſtand von vorne einen Zuwachs, der um ſo größer ſein wird, je ſchneller die Bewegung iſt. Ferner hängt dieſer Zuwachs auch von der Geſtalt des Vorderſchiffes ab (vergl. S. 2166). Statt demnach die obige mühſame Berechnung um eines ſehr zweifelhaften Reſultates willen durchzuführen, iſt es zweckmäßiger auf folgende Weiſe eine einfache Formel herzuleiten, vermittelſt deren ſich in jedem gegebenen Falle der erlittene Widerſtand eines Schiffes ziemlich genau beſtimmen läßt.

Es ſei der Widerſtand gegen die Ebene des Hauptſpants wie vorher = R; ferner die Entfernung des Bugs vom Hauptſpant, oder Fig. 265 FB = a; die halbe größte Breite, Fig. 280, FM = b, welche auch beinahe der Tiefe des Waſſerraums, oder FL in Fig. 265 gleich iſt. Wäre das Vorderſchiff ein Parallelepiped, ſo würde ſein Widerſtand = R ſein; wäre es ein Kegel oder eine Pyramide, die ſich in B endigte, ſo würde ſein Widerſtand (vergl. S. 2230 Nr. 2 und Fig. 280):

$$R \cdot \frac{FM^2}{AM^2} = \frac{b^2}{a^2 + b^2} \cdot R.$$

Es ſei nämlich, Fig. 282, EA die Erhebung des Vorſchiffes, ſo daß alle mit der Längenare des Schiffes parallelen Durchſchnitte rechtwinklige Dreiecke = AFE geben; dabei ſei die Ebene des Hauptſpants wieder ein Parallelogramm. Der Neigungswinkel iſt in dieſem Falle FAE, und $\sin FAE = \frac{EF}{AE}$ daher wäre der Widerſtand $= R \cdot \frac{EF^2}{AE^2}$, wo R den Widerſtand gegen die Ebene FE des Hauptſpants bezeichnet. Derſelbe Widerſtand fände auch dann ſtatt, wenn die Ebene des Hauptſpants ein Halbkreis um den Radius FE, alſo das Vorſchiff die Hälfte eines Kegels wäre, deſſen Spitze in A läge. Derſelbe Widerſtand käme auch einer Pyramide zu, deren Grundfläche ein um die Grundfläche des eben angeführten Kegels beſchriebenes Polygon wäre.

Es iſt nun klar, daß alle wirklich vorkommenden Geſtalten des lebendigen Vorſchiffes ein gewiſſes Mittel zwiſchen dem Parallelepiped und der Pyramide oder dem Kegel halten. Man kann demnach den wirklichen Widerſtand gegen ein ſolches Vorſchiff = n · R ſetzen, wo n einen Bruch bedeutet, deſſen Werth zwiſchen der Einheit und dem Bruche $\frac{b^2}{a^2 + b^2}$ liegt.

Wollte man das arithmetiſche Mittel nehmen (vergl. S. 534 Nr. 6), 5
ſo wäre:

Digitized by Google

$$1 + \frac{b^2}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 + b^2 + b^2}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 + 2b^2}{a^2 + b^2};$$

Diesen letzten Werth dividirt man durch 2, und hat dann als arithmetisches Mittel $\frac{a^2 + 2b^2}{2a^2 + 2b^2}$. Durch sorgfältige Betrachtungen an Linienschiffen hat man indessen

$$n = \frac{2b^2}{a^2 + 2b^2}$$

gefunden, und diese Formel wird man in den mehrsten Fällen anwenden können, wenn sich die Gestalt des in Rede stehenden Schiffes nicht beträchtlich von derjenigen der Linienschiffe entfernt. Auch in dem Falle, daß die Gestalt sehr verschieden wäre, ließe sich bald entscheiden, welcher von den beiden Grenzen der Widerstand näher käme.

6 Nimmt man die Formel $\frac{2b^2}{a^2 + 2b^2} \cdot R$ zur allgemeinen Bestimmung, so zeigt sich, daß derselbe allein von dem Verhältnisse zwischen der Länge und der Breite abhängt, indem a die halbe Länge, b die halbe Breite, und R den Widerstand gegen die Ebene des Hauptspants unter Wasser bezeichnet. Man kann sich folgende Tafel bilden:

Verhältniß. a : b	Widerstand.	Verhältniß. a : b.	Widerstand.
2 : 1	$\frac{2}{6} R = \frac{1}{3} R.$	5 : 1	$\frac{2}{27} R.$
3 : 1	$\frac{2}{11} R.$	5½ : 1	$\frac{8}{129} R$; oder nahe $\frac{1}{16} R.$
3½ : 1	$\frac{8}{57} R$; oder nahe $\frac{1}{7} R.$	6 : 1	$\frac{2}{38} R = \frac{1}{19} R.$
4 : 1	$\frac{2}{18} R = \frac{1}{9} R.$	6½ : 1	$\frac{8}{177} R$; oder nahe $\frac{1}{22} R.$
4½ : 1	$\frac{8}{89} R$; oder nahe $\frac{1}{11} R.$	7 : 1	$\frac{2}{51} R.$

§. 328. Von dem Widerstand gegen schräg segelnde Schiffe, und von der Abtrifft im Allgemeinen.

1 Werden Schiffe vom Wind getrieben, so ist es ihnen oft unmöglich, einen mit ihrer horizontalen Längenaxe parallelen oder geraden Lauf zu behalten; sondern derselbe weicht mehr oder weniger davon ab, und der Winkel dieser Abweichung heißt die Abtrifft (vergl. S. 924—932). Um den Widerstand in solchem Falle zu bestimmen, hat man zuerst zu bemerken: daß die Resultante aller Wirkungen, welche das Wasser auf die Oberfläche des lebendigen Schiffes ausübt, alsdann nicht mehr in die Ebene des vertikalen Längendurchschnitts fällt, sondern mehr oder weniger nach der einen oder andern Seite hin davon entfernt sein wird. Ferner wird sie auch nicht immer

Digitized by Google

horizontal, ſondern mehr oder weniger gegen den Horizont geneigt ſein. Oft wird es auch nicht möglich ſein, ſämmtliche Elementarwirkungen auf eine einzige Reſultante zu reduziren; dagegen wird es immer möglich ſein ſie ſämmtlich auf drei Reſultanten zu reduziren, welche mit den drei Hauptaxen des Schiffes parallel gehen, d. h. mit der horizontalen Längenaxe, der horizontalen Breitenaxe, und der vertikalen Tiefenaxe, welche ſich im Schwerpunkte des ganzen Schiffes ſchneiden (vergl. S. 2176).

Es ſei zuerſt, Tafel XXXV, D, Fig. 283, der Waſſerraum ein Parallel- 2
epiped, und AB ſei die Längenaxe, CD die Breitenaxe und FE die Vertikalaxe, welche letztere zugleich die Tiefe giebt. Alle auf jeder dieſer drei Axen ſenkrecht ſtehenden Durchſchnitte werden rechtwinklige Parallelogramme ſein. Weil ferner die Flächen, gegen welche das Waſſer ſtößt, vertikal ſind, ſo wirken ſämmtliche Kräfte des Widerſtandes in horizontaler Richtung; es kann alſo keine vertikale Reſultante zum Vorſchein kommen. Weil außerdem die Richtung der Bewegung ſtets horizontal iſt, ſo werden, welchen Winkel ſie auch mit der großen Axe AB machen mag, alle horizontalen Durchſchnitte des Waſſerraums dieſelben Wirkungen von Seite des Waſſers erleiden. Dies Letztere bietet die Bequemlichkeit dar, nur den einzigen horizontalen Durchſchnitt an der Oberfläche des Waſſers, oder in der Waſſertrachtsebene betrachten zu müſſen. Bei allen ſchrägen Kurſen hat man daher auch nur die beiden Seiten des Parallelogramms zu beachten, welche vom Waſſer getroffen werden. Hat man daher die Wirkungen gefunden, welche jede dieſer beiden Seiten erleidet: ſo hat man dieſelben nur mit der Waſſerraumtiefe FE zu multipliziren, um den ganzen Widerſtand zu finden, welchen der Waſſerraum erleidet.

Es ſei, Fig. 284, ACBD der horizontale Durchſchnitt in der Waſſertrachts- 3
ebene, AB ſeine große, CD ſeine kleine Axe. Es ſei ferner die halbe große Axe $AF = a$, und die halbe kleine $CF = b$. Läuft nun das Schiff in der ſchiefen Richtung FX, welche mit der großen Axe den Winkel $AFX = \varphi$, oder die Abtrift α macht: ſo iſt es klar, daß die Vorderſeite $aAa = 2b$ von dem Waſſer unter dem Winkel AxF oder $axX = 90^\circ - \varphi$ getroffen wird, deſſen Sinus $= \cos\varphi$; man hat alſo die Stoßkraft durch $2b \cdot \cos^2\varphi$ darzuſtellen. Die vollſtändige Wirkung auf die Fläche verlangt freilich noch die Multiplikation mit der Tiefe FE, und außerdem mit dem oben (S. 2226 Nr. 2) gefundenen Faktor $\frac{v^2}{2g}$, worin v die Geſchwindigkeit des Schiffes in der Richtung FX darſtellt, und $g = 31{,}253$ Rheiniſch Fuß iſt. Zur Abkürzung mag für jetzt der Multiplikator $FE \cdot \frac{v^2}{2g} = \mu$ geſetzt werden. Man hat alſo die Stoßkraft auf die ganze Vorderfläche $= 2b \cdot \cos^2\varphi \cdot \mu$.

Zieht man die gerade Linie cC parallel mit FX, ſo ſieht man, daß die Seite $aCb = 2a$ von dem Waſſer unter dem Winkel $aCc = \varphi$ geſtoßen wird; deshalb iſt die Stoßkraft auf die ganze Seitenfläche $= 2a \cdot \sin^2\varphi \cdot \mu$.

Jede dieſer beiden Kräfte wirkt ſenkrecht auf die von ihr geſtoßene Fläche und geht durch die Mitte derſelben. Die erſte Kraft $\mu \cdot 2b \cdot \cos^2\varphi$ wirkt in

Digitized by Google

der Richtung AF, und läßt ſich durch die Linie Fr darſtellen, als wäre ſie im Mittelpunkte F angebracht; die zweite Kraft $\mu \cdot 2a \cdot \sin^2 \varphi$ wirkt in der Richtung CF, und läßt ſich ebenfalls, wie in F angebracht, durch die Linie Fs darſtellen. Vollendet man das kleine Rektangel Fsyr, ſo ergiebt ſeine Diagonale Fy die Kraft des Widerſtandes, welche das Schiff bei dieſer Bewegung erleidet, und zwar:

$$\text{I)} \quad \mu \cdot Fy = \sqrt{(\mu^2 \cdot 4b^2 \cdot \cos^4 \varphi + \mu^2 \cdot 4a^2 \cdot \sin^4 \varphi)}$$

Die Neigung dieſer Kraft gegen die große Axe AB iſt der Winkel BFy, deſſen Tangente iſt $\frac{ry}{Fr} = \frac{a \cdot \sin^2 \varphi}{b \cdot \cos^2 \varphi}$.

4 Um das Schiff in der Richtung FX in Bewegung zu erhalten, muß man es durch eine Kraft treiben laſſen, welche derjenigen des Widerſtandes gerade entgegengeſetzt iſt. Man verlängert die Diagonale yF nach Y hin; dieſe Linie FY giebt alsdann die Richtung derjenigen Kraft, durch welche das Schiff in der Richtung FX getrieben werden ſoll.

Die Tangente des Winkels AFY = BFy iſt $= \frac{a \cdot \sin^2 \varphi}{b \cdot \cos^2 \varphi}$; hieraus zeigt ſich das Verhältniß zwiſchen der Neigung des Laufes FX nnd der Neigung der treibenden Kraft FY, welche unabhängig von der Geſchwindigkeit v des Schiffes iſt. Um aber die Kraft ſelbſt zu finden, welche erforderlich iſt, um das Schiff in ſeiner Bewegung zu erhalten, muß man, wie ſchon oben in der Gleichung I geſchehen, die Größe Fy oder ihren Werth mit $\mu = FE \cdot \frac{v^2}{2g}$ multipliziren. Außerdem muß man ſich erinnern, daß die Kraft durch das Gewicht einer Waſſerſäule ausgedrückt wird, deren Volumen dem Werthe des obigen Ausdrucks gleich iſt.

5 Wichtig iſt hiebei das Verhältniß zwiſchen den beiden Winkeln AFX $= \varphi$, d. h. der Neigung des Laufs oder der Abtrifft, und AFY $= \psi$, d. h. der Neigung der treibenden Kraft. Man hat nach dem Vorigen:

$$\text{II)} \quad \text{tang}\, \psi = \frac{a \cdot \sin^2 \varphi}{b \cdot \cos^2 \varphi}; \text{ oder } \text{tang}\, \psi = \frac{a}{b} \cdot \text{tang}^2\, \varphi.$$

Denn da cos : sin $= 1$: tang, ſo iſt $\frac{\sin}{\cos} = \text{tang}$, alſo $\frac{\sin^2}{\cos^2} \cdot \text{tang}^2$.

Sobald man demnach das Verhältniß zwiſchen a und b, d. h. zwiſchen der halben großen und der halben kleinen Axe kennt, iſt es leicht für alle Werthe von φ den entſprechenden Werth von ψ, und umgekehrt für jedes ψ das entſprechende φ zu finden. Für den letztern Fall hat man:

$$\text{III)} \quad \text{tang}\, \varphi \sqrt{\left(\frac{b}{a} \cdot \text{tang}\, \psi\right)}$$

Weil für die mehrſten Fälle a viel größer iſt als b, ſo übertrifft die Neigung der treibenden Kraft AFY größtentheils in beträchtlichem Maaße die Ab-

Digitized by Google

trifft, oder den Winkel AFX. Nimmt man $\text{tang } \varphi = \frac{b}{a}$ ſo hat man nach der Gleichung II:

$$\text{tang } \psi = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{b}{a} = \frac{b}{a}$$

Wird nun die Abtrifft noch kleiner, ſo muß die Neigung ψ ebenfalls noch kleiner werden; ſobald aber $\text{tang } \varphi > \frac{b}{a}$, ſo wird auch $\psi > \varphi$.

Man ſtelle ſich einen Winkel von ſolcher Größe vor, daß $\text{tang } \alpha = \frac{b}{a}$ ſei; man hat alsdann nach III, $\text{tang}^2 \varphi = \text{tang } \alpha \cdot \text{tang } \psi$. Man ſieht, daß bei dieſer Annahme $\text{tang } \varphi$ die mittlere Proportionallinie zwiſchen $\text{tang } \alpha$ und $\text{tang } \psi$ iſt, woraus ſich die obigen Schlüſſe leicht ergeben.

Iſt $\varphi = 0$, d. h. läuft das Schiff gerade vorwärts, ſo wird auch $\psi = 0$. 6
Iſt $\varphi = 90°$, ſo bewegt ſich das Schiff in der Richtung der kleinen Axe FC; man kann alſo die Bewegung auch als eine gerade anſehn. Man hat alſo im Ganzen drei Fälle, in denen $\varphi = \psi$, nämlich wenn $\varphi = 0$, wenn $\varphi = \alpha$ und wenn $\varphi = 90°$. In allen übrigen Fällen ſind die beiden Winkel φ und ψ verſchieden.

Obgleich die parallelepipediſche Geſtalt des lebendigen Schiffes, welche bei 7
den eben geführten Beweiſen angenommen worden, ſich nie in der Praxis vorfindet: ſo geben dieſe Beweiſe dennoch allgemeine Schlüſſe, welche beinahe auf alle möglichen Schiffe anwendbar werden.

Läuft das Parallelepiped gerade in der Richtung der großen Axe BA, ſo iſt der Widerſtand $= 2b \cdot \mu$; läuft es in der Richtung der kleinen Axe DC, ſo iſt der Widerſtand $= 2a \cdot \mu$. Bezeichnet man nun den Widerſtand, den ein gegebenes Schiff in ſeinem gerade vorwärts gehenden Laufe erleidet, mit P; und den Widerſtand, den es bei ſeinem Laufe mit gleicher Geſchwindigkeit aber in der Richtung der kleinen Axe erleidet, mit Q, ſo braucht man nur P an die Stelle von $2b$, und Q an die Stelle von $2a$ zu ſetzen, um die obigen Formeln auch auf das gegebene Schiff anwendbar zu machen. Demnach läßt ſich auch das Verhältniß zwiſchen den beiden Neigungswinkeln φ und ψ in folgender Weiſe ausdrücken:

$$\text{IV)} \quad \text{tang } \psi = \frac{Q}{P} \cdot \text{tang}^2 \varphi.$$

Demnach wird auch die treibende Kraft K in der Richtung FY, welche das Schiff in der Richtung FX in Bewegung erhalten ſoll, in folgender Formel darzuſtellen ſein:

$$\text{V)} \quad K = \sqrt{(P^2 \cdot \cos^4 \varphi + Q^2 \cdot \sin^4 \varphi)}.$$

Die beiden letzten Formeln werden ſich faſt niemals, und wenn je, doch nur in unbedeutendem Grade von der Wahrheit entfernen; nur muß man die Multiplikation mit $\frac{v^2}{2g} \cdot FE$ dabei mitverſtehen.

Digitized by Google

§. 329. Von dem Verhältniſſe zwiſchen der Neigung des Laufs und der Neigung der treibenden Kraft eines Schiffes.

1 Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 285, AB = a die horizontale Längenaxe, CD = b die horizontale Breitenaxe, FE = e die Vertikalaxe eines lebendigen Schiffs, oder ſeines Waſſerraums.

Die Ebene des Hauptſpants unter Waſſer, oder der Flächeninhalt des größten vertikalen Breitendurchſchnitts CED iſt zwiſchen den beiden Grenzen be und ½ be enthalten, d. h. zwiſchen einem Parallelogramm und einem Dreieck; nimmt man das arithmetiſche Mittel, ſo hat man ¾ be für den Flächeninhalt; dieſer multiplizirt mit $\frac{v^2}{2a}$ giebt den Widerſtand, den die Ebene des Hauptſpants bei gerader Bewegung erleidet. Man hat alſo (vergl. S. 2231 Nr. 4, wo R den Widerſtand gegen den größten vertikalen Breitendurchſchnitt bezeichnet):

$$\text{VI)} \quad R = \tfrac{3}{4} be.$$

Nimmt man nun die oben (S. 2232 Nr. 5) angegebene Formel $n = \frac{2b^2}{b^2 + 2b^2}$ für den Bruch, mit welchem R multiplizirt werden muß, um den verminderten Widerſtand auf das ſchräg gebaute Vorſchiff zu erhalten, ſo wird derſelbe, wenn man ihn wie in der Gleichung IV und V mit P bezeichnet:

$$\text{VII)} \quad P = \frac{2b^2}{a^2 + 2b^2} \cdot \frac{3}{4} \cdot be.$$

Läuft daſſelbe Schiff mit derſelben Geſchwindigkeit v in der Richtung ſeiner kleinen Axe DC, ſo ſieht man ſogleich, daß es einen ſehr großen Widerſtand erleiden muß. Um denſelben zu finden, muß man ſich den vertikalen Längendurchſchnitt AEB in gerader Bewegung gegen das Waſſer vorſtellen. Der Flächeninhalt dieſes Durchſchnitts iſt zwiſchen ae und ½ ae enthalten, alſo wieder nach dem arithmetiſchen Mittel = ¾ ae zu ſetzen. Befolgt man die obige Berechnungsregel, ſo erhält man für Q, oder den Widerſtand auf die gekrümmte Seite des Schiffs:

$$\text{VIII)} \quad Q = \frac{2a^2}{2a^2 + b^2} \cdot \frac{3}{4} \cdot ae.$$

Aus der Formel VII und VIII erhält man:

$$\frac{Q}{P} = \frac{2a^2 \cdot 3ae \cdot (4a^2 + 8b^2)}{2a^2 + b^2 \cdot 4((2b^2) \cdot (3be))} = \frac{24a^3 \cdot e\,(a^2 + 2b^2)}{24b^2 \cdot e\,(2a^2 + b^2)}$$

$$\text{oder IX)} \quad \frac{Q}{P} = \frac{a^3}{b^3} \cdot \frac{(a^2 + 2b^2)}{(2a^2 + b^2)}.$$

In dieſer letzten Formel iſt ſowohl der Koeffizient ¾, als auch die Tiefe e verſchwunden. Wenn nun a mehrmals größer iſt als b, ſo wird a^2 in noch größerem Verhältniſſe größer ſein als b^2; deshalb reduzirt ſich der Werth des Bruches nahe auf $\frac{a^2}{2b^3}$; und dieſen Ausdruck kann man in den mehrſten Fällen anwenden.

Digitized by Google

Bewegt ſich alſo das Schiff in der Richtung FX (Fig. 285), und muß die 2
daſſelbe in dieſer Richtung in Bewegung erhaltende Kraft in der Richtung FY wirken, und ſetzt man den Winkel $AFX = \varphi$, und den Winkel $AFY = \psi$, ſo hat man nach der Gleichung IV und IX, und der letzten Bemerkung:

$$X)\quad \text{tang } \psi = \frac{a^3}{2b^3} \cdot \text{tang}^2 \varphi.$$

Hieraus läßt ſich alſo ψ finden, wenn φ bekannt iſt. Aus derſelben Gleichung folgt

$$XI)\quad \text{tang } \varphi = \sqrt{\frac{2b^3}{a^3} \cdot \text{tang } \psi};$$

woraus ſich φ berechnen läßt, wenn ψ bekannt iſt.

Man kann ſich hiernach verſchiedene Tafeln zuſammenſtellen, indem man 3
das Verhältniß zwiſchen der Länge und Breite des Schiffs zum Eintheilungsgrunde der verſchiedenen Arten der Schiffe macht. Beinahe für alle Schiffe iſt das Verhältniß ihrer Länge und Breite zwiſchen den Grenzen 3 : 1 und 6 : 1 enthalten. Nennt man die Schiffe, bei denen $AB = 3\,CD$ die erſte Klaſſe; bei denen $AB = 3\frac{1}{2}\,CD$ die zweite; bei denen $AB = 4\,CD$ die dritte Klaſſe u. ſ. f., indem die Länge immer um eine halbe Breite wächst: ſo läßt ſich für jede Klaſſe eine Tafel berechnen, worin der Winkel $AFX = \varphi$ von 5° anfangend immer um 5° bis 35° zunimmt, und der Winkel $AFY = \psi$ nach der Formel X gefunden wird; z. B. für die dritte Klaſſe von Schiffen, bei denen $AB = 4\,CD$, iſt die Tafel folgende:

AFX	AFY	AFX	AFY
$= \varphi$	$= \psi$	20°	76° 44′
5°	13° 46′	25	81 49
10	44 51	30	84 39
15	66 29	35	86 21

Die Berechnung geſchieht in folgender Weiſe: $a = 1$, alſo $a^3 = 1$; $b = \frac{1}{4}$ alſo $b^3 = \frac{1}{64}$; daher $\frac{a^3}{2b^3} = \frac{1}{2 \cdot 1/64} = \frac{64}{2} = 32$; es iſt alſo für dieſe dritte Klaſſe:

$$\text{tang } \psi = 32 \cdot \text{tang}^2 \varphi;\ \text{oder Log} \cdot \text{tang } \psi = \text{Log } 32 + 2 \cdot \text{Log} \cdot \text{tang } \varphi.$$

Nimmt man z. B. $\varphi = 20°$, ſo hat man, da $\text{Log} \cdot \text{tang } \varphi = 9{,}5610659$

$$\begin{aligned} \text{Log } 32 &= 1{,}5051500 \\ \text{Log tang}^2\, 20° &= 19{,}1221318 - 10 \\ \hline \text{Log tang } \psi &= 20{,}6272818 - 10;\ \text{alſo } \psi = 76°\,44'. \end{aligned}$$

Daß von der Summe der beiden Logarithmen 10 abgezogen werden muß, ergiebt ſich aus der Multiplikation übermäßiger Logarithmen (vergl. S. 549 Nr. 2, u. S. 759 unten).

Die nach obiger Art berechneten Tafeln geben alſo die Neigung der trei- 4

benden Kraft. Will man dagegen aus dieſer letzteren Neigung diejenige des Laufs, oder die Abtrifft finden, ſo muß man ſich wieder eigene Tafeln berechnen, weil die obigen zu große Intervalle zwiſchen den Neigungswinkeln der treibenden Kraft enthalten. Für dieſe zweite Art von Tafeln genügt es, den Neigungswinkel der Kraft, oder den Winkel AFY, von 10° anfangend, immer um 10° wachſen zu laſſen, und dann nach der Formel XI das jedesmal zugehörige φ, oder die zugehörige Abtrifft zu berechnen; alſo mit Logarithmen:

$$\text{Log tang } \varphi = \frac{1}{2} \cdot \text{Log tang } \psi - \frac{1}{2} \cdot \text{Log } \frac{a^3}{2b^3}$$

Die Tafeln für die Abtrifft werden folgende Geſtalt erhalten:

Winkel AFY	Länge des Schiffs, oder die Axe AB.				
$= \psi$	3 CD.	3½ CD.	4 CD.	4½ CD.	5 CD u. ſ. w.
	Winkel AFX $= \varphi$				
10°	6° 31′	5° 11′	4° 14′	3° 33′	3° 2′
20°	9 19	7 25	6 5	5 7	4 22
	u. ſ. w.				

5 Mit Hülfe dieſer Tafeln läßt ſich auch leicht beſtimmen, wenn der Winkel XFY, d. h. der Winkel $\psi - \varphi$ oder der Unterſchied zwiſchen der Neigung des Laufs und der Neigung der treibenden Kraft am größten iſt; nachdem oben (S. 2235 Nr. 6) die drei Fälle beſtimmt worden, in denen $\varphi = \psi$ iſt.

Die Beſtimmung dieſes größten Unterſchiedes iſt für die Schifferkunde deshalb von der höchſten Wichtigkeit, weil man dadurch im Stande iſt, den möglich größten Vortheil aus jedem Winde zu ziehen. Es ergiebt ſich für die verſchiedenen Klaſſen der Schiffe folgende Tafel der größten Unterſchiede:

Klaſſen d. Schiffe.	Winkel φ.	Winkel ψ.	Winkel $\psi - \varphi$.
AB = 3 CD	29° 30′	76° 53′	47° 23′
AB = 3½ CD	26 4	78 56	52 52
AB = 4 CD	23 45	80 6	56 21
AB = 4½ CD	20 0	80 36	60 36
AB = 5 CD	18 27	81 53	63 26
AB = 5½ CD	16 18	82 6	65 48
AB = 6 CD	15 4	82 50	67 46

6 Es läßt ſich aber nicht allein die Richtung, ſondern auch die Stärke der treibenden Kraft beſtimmen, welche erforderlich iſt, um dem Schiffe die Geſchwindigkeit v zu geben. Hiezu dienen die beiden (S. 2235) gegebenen Gleichungen IV und V:

$$\text{tang } \psi = \frac{Q}{P} \cdot \text{tang}^2 \varphi; \text{ und } K = \sqrt{(P^2 \cdot \cos^4 \varphi + Q^2 \cdot \sin^4 \varphi)}$$

Aus der erſten Gleichung erhält man:

$$P = \frac{Q \cdot \text{tang}^2 \varphi}{\text{tang } \psi}; \text{ alſo } P \cdot \cos^2 \varphi = \frac{Q \cdot \sin^2 \varphi}{\text{tang } \psi} = \frac{Q \cdot \sin^2 \varphi \cdot \cos \psi}{\sin \psi}$$

weil cos : sin = 1 : tang.

Digitized by Google

Setzt man dieſen Werth von $P \cdot \cos^2 \varphi$, nachdem man ihn quadrirt, in die Formel für K, ſo hat man:

$$K = \sqrt{\left(\frac{Q^2 \cdot \sin^4 \varphi \cdot \cos^2 \psi}{\sin^2 \psi} + Q^2 \cdot \sin^4 \varphi\right)}$$

Bringt man die Größe unter dem Wurzelzeichen auf gleiche Benennung, ſo erhält man:

$$K = \sqrt{\left(\frac{Q^2 \cdot \sin^4 \varphi \cdot \cos^2 \psi + Q^2 \cdot \sin^4 \varphi \cdot \sin^2 \psi}{\sin^2 \psi}\right)} =$$

$$\sqrt{\frac{Q^2 \cdot \sin^4 \varphi \cdot (\cos^2 \psi + \sin^2 \psi)}{\sin^2 \psi}}$$

Da nun $(\cos^2 \psi + \sin^2 \psi) = r^2 = 1$ iſt, ſo erhält man:

$$K = \sqrt{\frac{Q^2 \cdot \sin^4 \varphi}{\sin^2 \psi}} = \frac{Q^2 \cdot \sin^2 \varphi}{\sin \psi}$$

Man hat oben (S. 2236 Nr. 1) gefunden:

$$Q = \frac{3}{4} ae \cdot \frac{2a^2}{2a^2 + b^2}$$

Subſtituirt man dieſen Werth in die Formel für K, und multiplizirt man das Ganze mit $\frac{v^2}{2g}$ (vergl. S. 2226 Nr. 2), ſo erhält man für die wahre Kraft K' folgenden Werth (wo $g = 31{,}253$ Rheiniſche Fuß):

$$\text{I)} \quad K' = \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{3}{4} ae \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{\sin \psi}$$

und zwar ausgedrückt durch ein entſprechendes Waſſervolumen.

Man kann aus der letzten Formel ebenſo leicht die Geſchwindigkeit 7 des Schiffes berechnen, wenn die treibende Kraft K' gegeben iſt, nämlich:

$$\text{II)} \quad v^2 = \frac{2g \cdot 4K'}{3ae} \cdot \frac{\sin \psi}{\sin^2 \varphi}$$

§. 330. Von dem Punkte, an welchem die treibende Kraft angebracht werden muß, oder dem Kraftpunkte.

Nimmt man, Tafel XXXV, D, Fig. 286 den Rhombus ACBD als Geſtalt 1 des lebendigen Schiffs oder des Waſſerraums an, deſſen große Axe AB und deſſen kleine Axe CD, und deſſen Bewegungsrichtung FX iſt, ſo daß der Winkel AFX oder die Abtrifft kleiner wird, als der Winkel ABC: ſo ſieht man zuerſt, daß das Schiff nur an den beiden Vorderſeiten AC und AD vom Waſſer getroffen wird; und daß der Einfallswinkel für beide Seiten derſelbe iſt. Die mittlere Stoßkraft des Waſſers geht daher durch die beiden Punkte M und N, wodurch jede der beiden Seiten in zwei gleiche Theile getheilt wird. Da ferner die Mittelkräfte ſenkrecht auf die Flächen fallen, ſo werden ſich die beiden

Digitized by Google

auf den Flächen errichteten Perpendikel MQ und NQ in dem Punkte Q der großen Axe schneiden. Es wird also auch die Resultante der beiden Kräfte, welche zugleich diejenige des Widerstandes ist, unbestreitbar durch den Punkt Q gehn.

2 Es muß also auch die Richtung der treibenden Kraft QY durch diesen Punkt Q gehen. An diesem Punkte also, oder an einem perpendikulär über demselben befindlichen muß die treibende Kraft angebracht werden. Für jetzt bleibt diese später zu bestimmende perpendikuläre Erhöhung außer Acht, und es soll nur die Entfernung des Punktes Q von der Mitte F des Schiffes bestimmt werden.

Man zieht CK senkrecht auf AC. Alsdann muß sich der Punkt Q in der Mitte der Linie AK befinden, was aus dem Parallelismus von MQ und CK, und aus der Aehnlichkeit der Dreiecke AMQ und ACK folgt (vrgl. S. 680 Nr. 3). Da ferner aus der Spitze des rechten Winkels ACK das Perpendikel CF auf die Hypotenuse gefällt ist (vergl. S. 684 Nr. 12): so hat man $AF : FC = FC : FK$; daher $FK = \frac{FC^2}{AF}$; und $AK = AF + \frac{FC^2}{AF}$. Hieraus ergiebt sich:

$$AQ = \frac{1}{2} . AF + \frac{FC^2}{2AF}; \text{ und daher } FQ = \frac{1}{2} AF - \frac{FC^2}{2AF}$$

Setzt man $AB = a$, so ist $\frac{1}{2} AF = \frac{1}{4} a$; und setzt man $CD = b$, so ist $FC^2 = \frac{1}{4} b^2$, und man erhält:

$$\text{I)} \quad FQ = \frac{1}{4} a - \frac{b^2}{4a}$$

Es muß also die treibende Kraft um diese Entfernung FQ nach vorne hin vor dem Mittelpunkte des Wasserraums angebracht werden.

3 Bei einem Wasserraume, dessen horizontaler Durchschnitt ein Rektangel ist, wie Fig. 284, geht die treibende Kraft (vergl. S. 2235 Nr. 7) durch den Mittelpunkt derselben; bei einem Wasserraum, dessen Durchschnitt ein Rhombus ist, geht sie durch den Punkt Q; oder bei einem Rektangel ist $FQ = 0$, bei einem Rhombus $FQ = \frac{a}{4} - \frac{b^2}{4a}$. Da nun bei allen Schiffen, wie oben (S. 2188 Nr. 6) bemerkt, diese beiden Figuren die äußersten Grenzen sind, zwischen denen sich die Gestalten der wirklichen Schiffe halten: so kann man ebenfalls schließen, daß auch der Zwischenraum FQ ein gewisses Mittel zwischen den beiden Werthen 0 und $\frac{a}{4} - \frac{b^2}{4a}$ halten wird. Nimmt man aus beiden Grenzwerthen das arithmetische Mittel, so hat man $FQ = \frac{a}{8} - \frac{b^2}{8a}$ als die allgemeine Entfernung des Kraftpunkts vom Mittelpunkte des Wasserraums nach vorne hin.

4 Der Hauptmast eines Schiffes, oder derjenige, welcher als die Summe der sämmtlichen Masten angesehn werden kann, muß nun in dem Punkte Q angebracht werden; denn an ihm befindet sich der Kraftpunkt. Die Schiffsbaumeister haben beinahe allgemein das Verhältniß zwischen den beiden Theilen der großen Axe AQ und QB durch 2 : 3 bestimmt; dieses kommt der obigen Formel nahe.

Digitized by Google

Es iſt nämlich Fig. 286:

$$AQ = \frac{a}{2} - FQ = \frac{3}{8}\,a + \frac{b^2}{8a};\ \text{u. } BQ = \frac{a}{2} + FQ = \frac{5}{8}\,a - \frac{b^2}{8a}$$

Demnach, wenn man die ſämmtlichen Glieder mit $\frac{a}{8}$ dividirt, erhält man:

$$AQ : BQ = \left(3 + \frac{b^2}{a^2}\right) : \left(5 - \frac{b^2}{a^2}\right)$$

Am nächſten dem Verhältniſſe von 2 : 3 würde das Verhältniß kommen, wenn $\frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{5}$ wäre; alsdann hätte man nämlich $\frac{16}{5} : \frac{26}{5}$.

Nimmt man nun an, daß ſich die wirklichen Geſtalten der Schiffe mehr dem Rektangel als dem Rhombus nähern, und ſetzt man deshalb ſtatt des obigen arithmetiſchen Mittels lieber $FQ = \frac{2}{5}\left(\frac{a}{4} - \frac{b^2}{4a}\right)$, ſo hat man:

$$AQ = \frac{a}{2} - FQ = \frac{2}{5}\,a + \frac{b^2}{10a};\ \text{und } BQ = \frac{3}{5}\,a - \frac{b^2}{10a}$$

Daher, wenn man die ſämmtlichen Glieder mit a dividirt:

$$AQ : BQ = \left(\frac{2}{5} + \frac{b^2}{10\,a^2}\right) : \left(\frac{3}{5} - \frac{b^2}{10\,a^2}\right)$$

Man kann nun die kleine Größe $\frac{b^2}{10\,a^2}$ unbeachtet laſſen, und erhält AQ : $BQ = \frac{2}{5} : \frac{3}{5} = 2 : 3$.

Der Widerſtand des Waſſers bleibt immer derſelbe, wo auch der Angriffspunkt ſeiner Kraft hingelegt wird, wenn nur dabei die Richtung deſſelben unverändert bleibt. Demzufolge würde auch eine entgegengeſetzte Kraft die Wirkung des Widerſtandes aufheben, möchte ſie angebracht werden, wo ſie wollte, inſoweit es die fortſchreitende Bewegung des Schiffes betrifft. Dies iſt aber nicht der Fall bei einer Neigung des Schiffs, welche von dem Moment der Widerſtandskraft in Beziehung auf eine durch den Schwerpunkt des Schiffs gezogene horizontale Axe abhängt. Wenn alſo auch die entgegengeſetzte Kraft dem Widerſtande gleich wäre, ſo könnte es doch wohl geſchehen, daß die durch den Widerſtand hervorgebrachte Neigung nicht aufgehoben würde, oder daß dadurch ſogar eine neue Neigung hervorkäme.

Dies geſchieht nun gewöhnlich bei allen ſchrägen Kurſen, und es ſcheint beinahe unmöglich zu verhindern, daß alsdann das Schiff eine ziemlich bemerkbare Neigung erleide. Hieraus ergiebt ſich leicht, daß ein geneigtes Schiff einen andern Widerſtand erleidet, als den vorher angegebenen. Mehrentheils erhält, der Erfahrung gemäß, der gerade Widerſtand P einen kleinen Zuwachs, während der Widerſtand von der Seite Q etwas vermindert wird. Es erhält alſo auch der Bruch $\frac{P}{Q}$ in der Formel $\text{tang } \psi = \frac{P}{Q} \cdot \text{tang}^2\,\varphi$ einen größeren Werth (vergl. S. 2235 Nr. 7). Es können aber nichts deſto weniger die

Digitized by Google

(S. 2237 u. S. 2238) berechneten Tafeln gebraucht werden, ſobald man das Verhältniß zwiſchen Länge und Breite des Schiffs ein wenig vermindert. Hätte man alſo ein Schiff von der vierten Klaſſe, ſo müßte man ſich der Tafel für die dritte Klaſſe bedienen.

6 In Fig. 286 bezeichnet QY in der Richtung von Y nach Q genommen die Kraft des Widerſtandes. Denkt man ſich die Vertikalaxe des Schiffs durch den Punkt F gezogen, ſo iſt das Moment der Kraft QY in Beziehung auf die Vertikalaxe = QY · sin FQY · QF. Zerlegt man nämlich die Kraft QY in eine parallel mit der großen Axe, und in eine zweite ſenkrecht auf dieſelbe, ſo iſt die letztere diejenige, welche eine Drehung von A nach α um die Vertikalaxe hervorbringt. Dieſe Kraft iſt aber = QY . sin AQY; und da die Sinus zweier Nebenwinkel gleich ſind (vergl. S. 656 Nr. 8), ſo kann man auch QY · sin FQY dafür ſetzen; da ferner die ſenkrechte Entfernung des Angriffspunktes von der Vertikalaxe = QF iſt, ſo erhält man für das Moment der Kraft QY den obigen Werth.

Wenn nun die treibende Kraft nicht ſo angebracht iſt, daß ihr Moment dem eben angegebenen vollkommen gleich und entgegengeſetzt wird, ſo muß das Schiff eine drehende Bewegung um ſeine Vertikalaxe erleiden; und dieſe Drehung muß nothwendig vernichtet werden, wenn der beabſichtigte Lauf beibehalten werden ſoll. Denn iſt der Unterſchied zwiſchen den beiden Kraftpunkten des Widerſtandes und der treibenden Kraft zu groß, ſo wird auch das Steuerruder nicht mehr hinreichen, die Drehung zu verhindern. Daher muß die treibende Kraft an dem vorher angegebenen Punkte angebracht werden, oder wenigſtens in der Nähe; denn kleine Abweichungen können theils durch das Steuer, theils durch einige zu dieſem Zwecke zu Gebot ſtehende Segel unſchädlich gemacht werden.

7 Bisher ſind die Kräfte des Widerſtandes und die treibende Kraft ſo betrachtet worden, als wären ſie in der Waſſertrachtsebene angebracht. Um nun aber die Höhe zu beſtimmen, in welcher ſie über der Waſſerebene angebracht werden ſoll, muß man die Neigung in Betracht ziehen, welche das Schiff durch den Widerſtand erleidet; um darnach diejenige Neigung einzurichten, welche es durch die Erhebung des Angriffspunktes erleiden wird. Bei einem ſchrägen Kurſe wird die treibende Kraft FX beinahe ſenkrecht gegen die Richtung der großen Axe AB des Schiffes ſein, und es muß daher ein beträchtliches Moment entſtehen, das Schiff um dieſe Axe zu neigen. Dieſe Wirkung wird um ſo mehr zu fürchten ſein, je kleiner die Stabilität in Beziehung auf die große Axe iſt. Um daher die Schiffe für ſchräge Kurſe tauglich zu machen, muß man ihre Stabilität in Beziehung auf die große Axe vermehren.

§. 331. Von der Wirkung des Steuerruders bei geradem Laufe.

1 Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 287, ein horizontaler Durchſchnitt des Waſſerraums in einer gewiſſen Tiefe unter dem Waſſer, BA ſeine große Axe, welche mit der Richtung der Bewegung, deren Geſchwindigkeit = v iſt, zuſammen-

Digitized by Google

fällt. Die Vertikalaxe des Schiffes geht durch den Punkt F. Es ſei BK das Steuerruder in irgend einer ſchrägen Lage feſtgeſtellt, deren Neigungswinkel = bBK iſt. Dieſer Winkel werde durch ζ bezeichnet. Es ſoll nun die Wirkung des Steuerruders in dieſer Stellung gefunden werden, d. h. wie viel es das Schiff um ſeine vertikale Axe drehen kann. Es iſt nämlich oben (S. 2182 Nr. 6) gezeigt worden, daß alle drehenden Bewegungen auf eine Axe bezogen werden müſſen, welche durch den Schwerpunkt des gedrehten Körpers geht. Man hat nun zuerſt die Kraft zu finden, welche das Steuerruder in dieſer Stellung ausübt, und dann das Moment dieſer Kraft in Beziehung auf die Vertikalaxe FG, oder vorläufig auf den Punkt F.

Weil das Schiff ſich in der Richtung BA mit der Geſchwindigkeit v bewegt, 2
ſo erleidet das Steuerruder denſelben Stoß des Waſſers, als wenn ſich dieſes letztere mit der gleichen Geſchwindigkeit in entgegengeſetzter Richtung gegen das Steuerruder bewegte; jedoch nur inſoweit, als dieſer Stoß oder ſeine Richtung nicht durch den Umfang des Schiffes verändert wird. Man ſieht nämlich leicht ein, daß ſowohl der Umfang als die Geſtalt des Schiffes nicht allein die Richtung, ſondern auch die Geſchwindigkeit des Waſſerſtoßes beträchtlich ändern kann. Dieſe Unregelmäßigkeiten ſollen Anfangs nicht in Betracht gezogen, ſondern es ſoll angenommen werden, daß der Waſſerſtoß auf das Steuerruder BK in der Richtung AB, oder in der damit parallelen Richtung IL und zwar mit der Geſchwindigkeit = v geſchieht. Nach Beſtimmung dieſes Hauptfalles laſſen ſich die vorkommenden Abweichungen ohne Schwierigkeiten finden.

Weil das Steuerruder eine Ebene darbietet, gegen welche das Waſſer 3
überall mit derſelben ſchrägen Richtung BLI = bBK = ζ andringt, ſo geht die Mittelkraft des Stoßes durch den Schwerpunkt der Ruderfläche, ſoweit dieſelbe unter Waſſer liegt. Dieſer Schwerpunkt ſei L, die ganze unter Waſſer befindliche Ruderfläche = F. Da nun die Kraft des Waſſers gleich dem Gewichte einer Waſſermaſſe iſt, deren Volumen man findet, wenn man die Fläche mit dem Quadrate des Sinus des Einfallswinkel, d. h. mit $\sin^2 \zeta$, und außerdem mit $\frac{v^2}{2g}$ multiplizirt (vergl. S. 2233 Nr. 3, wobei g = 31,253 iſt). Dieſe Kraft = $\frac{v^2 F}{2g} \cdot \sin^2 \zeta$ hat alſo ihren Angriffspunkt in L, und wirkt in der Richtung Lb perpendikulär auf die Ruderfläche.

Man zerlegt dieſe Kraft in ihre beiden Seitenkräfte, die eine Lp parallel mit AB, und die andere Lq ſenkrecht auf dieſelbe Axe. Es ſei die Entfernung BL = l; man hat alſo Bq = l · cos ζ, und Lq = l · sin ζ.

Da in dem rechtwinkligen Dreiecke bLB das Perpendikel Lq aus der Spitze des rechten Winkels auf die Hypotenuſe gefällt worden, ſo iſt (vergl. S. 681 Nr. 12) Winkel LBq = bLq; ferner in dem Parallelogramm Lqbp Winkel bLq = Lbp = ζ; alſo Lp = sin ζ · Lb und Lq = cos ζ · Lb. Man hat daher für die beiden Seitenkräfte von Lb:

$$1) \quad Lp = \frac{v^2 F}{2g} \cdot \sin^3 \zeta; \text{ und } Lq = \frac{v^2 F}{2g} \cdot \sin^2 \zeta \, . \, \cos \zeta.$$

Digitized by Google

Lp iſt der Bewegung des Schiffes gerade entgegengeſetzt; Lq aber dreht das Schiff zur Seite, und zwar ſo, als wären beide Kräfte am Schwerpunkt des Schiffes angebracht. Um ſo viel alſo bezieht ſich die Wirkung des Steuerruders auf die fortſchreitende Bewegung des Schiffes.

4 Um wie viel aber dieſe beiden Kräfte Lp und Lq über oder unter den Schwerpunkt des Schiffes fallen, um ſo viel werden ſie auch Momente zur Neigung deſſelben hervorbringen; und zwar Lp um die kleine oder horizontale Breitenaxe; Lq um die große oder horizontale Längenaxe. Weil aber der Schwerpunkt G gewöhnlich höher als L liegt, ſo ergiebt ſich, wenn ſeine Höhe FG = b iſt, das Moment der Kraft $Lp = \frac{v^2 \cdot F \cdot b}{2g} \cdot \sin^3 \zeta$; durch dieſes Moment wird das Schiff nach vorne hin geneigt, alſo ſein Vordertheil tiefer eingeſenkt. Das Moment der Kraft Lq iſt $= \frac{v^2 \cdot F \cdot b}{2g} \cdot \sin^2 \zeta \cdot \cos \zeta$; durch dieſes wird das Schiff nach der Seite des Steuerruders, d. h. diesmal nach der Steuerbordsſeite geneigt, ſo daß dieſe rechte Seite tiefer in das Waſſer kommt. Beide Wirkungen werden natürlich um ſo unmerklicher ſein, je tiefer der Schwerpunkt G liegt; und da ſeine Höhe FG = b niemals bedeutend werden kann, ſo hat man auch von den neigenden Wirkungen des Steuerruders Nichts zu befürchten, und es iſt gewöhnlich keine Rückſicht darauf zu nehmen.

5 Die Hauptwirkung des Steuerruders betrifft alſo die Bewegung des Schiffes um ſeine Vertikalaxe GF. Dieſe Hauptwirkung findet ſich aus den Momenten in Beziehung auf dieſe Axe. Multiplizirt man den Werth von Lp in der Gleichung I mit der Entfernung $Lq = l \cdot \sin \zeta$, ſo erhält man:

II) Das Moment von Lp für die Axe $FG = \frac{v^2 \cdot F}{2g} \cdot l \cdot \sin^2 \zeta$.

Durch dieſes Moment wird das Vorſchiff A nach rechts hin, oder nach der Steuerbordsſeite gedreht.

Die andere Seitenkraft Lq hat man mit der Entfernung qF = Bq + BF zu multipliziren; man erhält alsdann, indem man den Werth von Bq aus Nr. 3 nimmt:

III) Das Moment von Lq für die Axe $FG = \frac{v^2 F}{2g} \cdot l \cdot \sin^2 \zeta \cdot \cos^2 \zeta + \frac{v^2 F}{2g} \cdot \sin^2 \zeta \cdot \cos \zeta \cdot BF$.

Durch dieſes Moment wird das Schiff ebenfalls nach rechts hin, d. h. nach der Seite des Steuerruders gedreht. Um alſo die ganze Kraft zu erhalten, mit welcher das Schiff um ſeine Vertikalaxe FG gedreht wird, hat man die beiden Momente aus II und III zu addiren, und erhält, wenn man dieſe Momentenſumme mit M bezeichnet; für die Kraft, mit der es in der Richtung Aα gedreht wird:

IV) $M = \frac{v^2 \cdot F \cdot l}{2g} \cdot \sin^2 \zeta + \frac{v^2 \cdot F}{2g} \cdot \sin^2 \zeta \cdot \cos \zeta \cdot BF$.

Digitized by Google

Weil nämlich $\sin^2\zeta + \cos^2\zeta = 1$, ſo wird $l \cdot \sin^2\zeta\,(\sin^2\zeta + \cos^2\zeta) = l \cdot \sin^2\zeta$. Wäre der Winkel bBK $= 0$, d. h. hätte das Steuerruder ſeine urſprüngliche Lage in der Richtung der Längenaxe, ſo würde das ganze Moment $= 0$; wäre aber der Winkel bBK $= 90°$, ſo würde das ganze Moment $= \frac{v^2 \cdot F \cdot l}{2g}$, alſo ebenfalls ſehr klein, weil die Linie BF, welche die Entfernung l mehrere Male übertrifft, aus der Formel verſchwunden iſt.

Weil alſo das Steuerruder in dem Falle von $\zeta = 0$ gar keine Wirkung, und in dem Falle $\zeta = 90°$ eine ſehr kleine Wirkung hervorbringt: ſo ſieht man ſogleich ein, daß es einen mittleren Winkel geben muß, bei welchem das Steuerruder die möglich größte Wirkung hat. Um dieſen Winkel, oder dieſe ſchräge wirkſamſte Stellung zu finden, kann man die ſehr kleine Größe $\frac{v^2 \cdot F \cdot l}{2g} \cdot \sin^2\zeta$ neben der andern in dem Werthe von M vernachläſſigen. 6

Aus dem andern Theile dieſes Werthes, nämlich aus $\frac{v^2 \cdot F}{2g} \cdot \sin^2\zeta \cdot \cos\zeta \cdot BF$ braucht man ferner nur das Produkt $\sin^2\zeta \cdot \cos\zeta$ zu nehmen, da es nur auf die Beſtimmung des Winkels ankommt. Man hat alſo zu finden, wenn dieſes Produkt $\sin^2\zeta \cdot \cos\zeta$ den größten Werth hat. Befolgt man die S. 1143—1145 gegebenen Regeln zur Aufſuchung des Maximums, ſo ergiebt ſich folgende Rechnung:

$\sin^2\zeta \cdot \cos\zeta = \sin\zeta \cdot \sin\zeta \cdot \cos\zeta$; oder wenn man $\sin\zeta = u$ und $\cos\zeta = v$ ſetzt und dann differenzirt, ſo hat man:

$$d \cdot (u \cdot u \cdot v) = uvdu + uvdu + u^2dv = 2uvdu + u^2dv.$$

Es iſt (vergl. S. 1154) $du = d \cdot \sin\zeta = d\zeta \cdot \cos\zeta$; und $dv = d \cdot \cos\zeta = -d\zeta \cdot \sin\zeta$, daher

$$2uvdu + u^2dv = (2\sin\zeta \cdot \cos^2\zeta - \sin^3\zeta)\,d\zeta.$$

Setzt man $\sin^2\zeta \cdot \cos\zeta - Z$, ſo iſt:

$$dZ = d\zeta \cdot (2\sin\zeta \cdot \cos^2\zeta - \sin^3\zeta)$$

$$\frac{dZ}{d\zeta} = 2\sin\zeta \cdot \cos^2\zeta - \sin^3\zeta.$$

Setzt man $\frac{dZ}{d\zeta} = 0$, ſo iſt $2\sin\zeta \cdot \cos^2\zeta = \sin^3\zeta$; oder

$$2\cos^2\zeta = \sin^2\zeta;\ \text{alſo}\ 2 = \frac{\sin^2\zeta}{\cos^2\zeta} = \operatorname{tang}^2\zeta;$$

$$\text{alſo}\ \operatorname{tang}\zeta = \sqrt{2};\ \text{und}\ \zeta = 54°\,44'.$$

Denn es iſt Log . $\sqrt{2} = 0{,}1505150 = \text{Log . tang } 54°\,44'$, wenn man die Charakteriſtik um 10 vergrößert (vergl. S. 759).

Man hat ferner aus $2 = \frac{\sin^2\zeta}{\cos^2\zeta} = \frac{\sin^2\zeta}{1 - \sin^2\zeta}$

$$2 - 2\sin^2\zeta = \sin^2\zeta;\ 2 = 3\sin^2\zeta;\ \text{alſo}\ \sin\zeta = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Digitized by Google

ferner $2\cos^2\zeta = 1 - \cos^2\zeta$; alſo $1 = 3\cos\zeta$; daher $\cos\zeta = \sqrt{\frac{1}{3}}$

Man hat alſo den Werth $Z = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$ als das Maximum. Um ſich deſſen ganz zu verſichern, kann man die Gleichung

$$dZ = d\zeta \,.\, (2\sin\zeta \,.\, \cos^2\zeta - \sin^3\zeta$$

noch einmal differenziren, indem man $d\zeta$ als konſtant anſieht, alſo:

$$d^2Z = d\zeta^2 \,.\, (2\cos^3\zeta - 4\sin^2\zeta \,.\, \cos\zeta - 3\sin^2\zeta \,.\, \cos\zeta) = d\zeta^2\,(2\cos^3\zeta - 7\sin^2\zeta \,.\, \cos\zeta)$$

$$\frac{d^2Z}{d\zeta^2} = 2\cos^3\zeta - 7\sin^2\zeta \,.\, \cos\zeta.$$

Setzt man hierin, wie vorher gefunden $\cos\zeta = \sqrt{\frac{1}{3}}$, und $\sin\zeta = \sqrt{\frac{2}{3}}$, ſo hat man:

$$\frac{d^2Z}{d\zeta^2} = 2 \,.\, \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} - 7 \,.\, \frac{4}{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{6}{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{28}{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{d^2Z}{d\zeta^2} = -\frac{22}{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$$

Da alſo dieſer zweite Differentialkoeffizient einen negativen Werth hat, ſo iſt der oben gefundene Werth für Z das Maximum. Iſt alſo der Winkel $bBK = 54^\circ 44'$, ſo hat das Steuerruder die größte Wirkſamkeit. Vernachläßigt man die kleine Größe l, ſo hat man für das Moment:

$$\sin^2\zeta \,.\, \cos\zeta \,.\, \frac{v^2F}{2g} \cdot BF = \frac{1}{3\sqrt{2}} \,.\, \frac{v^2 \cdot F}{g} \cdot BF.$$

Es iſt nämlich $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, und $\frac{2}{3}$ wird durch die Diviſion mit der bei g ſtehenden 2 zu $\frac{1}{3}$; alſo $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

7 Will man indeſſen den ganzen Werth von $\mathfrak{M}$ in der Gleichung IV benutzen, und ſetzt man $BF = a$, ſo hat man:

$$\mathfrak{M} = \frac{v^2 \cdot F}{2g} \cdot (l \cdot \sin^2\zeta + a \cdot \sin^2\zeta \cdot \cos\zeta).$$

Sucht man für den in Klammern eingeſchloſſenen Ausdruck das Maximum, ſo erhält man, indem $\sin\zeta = u$, und $\cos\zeta = v$ geſetzt wird:

$$Z = l \cdot u^2 + au^2v;$$

$$\text{alſo } dZ = 2l \cdot udu + 2auvdu + au^2dv.$$

Da nun $du = d\zeta \,.\, \cos\zeta$, und $dv = -d\zeta \,.\, \sin\zeta$, ſo hat man:

$$dZ = d\zeta \,.\, (2l \,.\, \sin\zeta \,.\, \cos\zeta + 2a\sin\zeta \,.\, \cos^2\zeta - a\sin^3\zeta).$$

Digitized by Google

Dividirt man ſämmtliche Glieder mit $a \cdot \sin \zeta$, ſo erhält man:

$$dZ = d\zeta \cdot \left(\frac{2l}{a} \cdot \cos \zeta + 2\cos^2 \zeta - \sin^2 \zeta\right)$$

Setzt man $\sin^2 \zeta = 1 - \cos^2 \zeta$, ſo iſt $-\sin^2 \zeta = \cos^2 \zeta - 1$, daher

$$dZ = d\zeta \cdot \left(\frac{2l}{a} \cdot \cos \zeta + 3\cos^2 \zeta - 1\right)$$

Ordnet man nach den Potenzen von $\cos \zeta$, ſo erhält man:

$$\frac{dZ}{d\zeta} = 3\cos^2 \zeta + \frac{2l}{a} \cdot \cos \zeta - 1$$

$$\frac{dZ}{d\zeta} = 0 \text{ giebt } 3\cos^2 \zeta + \frac{2l}{a} \cdot \cos \zeta = 1.$$

Dividirt man ſämmtliche Glieder der Gleichung durch 3, ſo iſt:

$$\cos^2 \zeta + \frac{2l}{3a} \cos \zeta = \frac{1}{3}$$

Man ſieht, daß dieſer Werth von $\cos \zeta$ ſich nur wenig von dem vorhergefundenen unterſcheidet, und zwar daß er kleiner iſt. Das Kleinerwerden des Koſinus zeigt aber, daß der Sinus, und damit der Winkel ζ ſelbſt um Etwas größer iſt, als der vorhergefundene, d. h. Etwas größer als 54° 44′.

Vervollſtändigt man die letzte quadratiſche Gleichung (vergl. S. 614), ſo hat man:

$$\cos^2 \zeta + \frac{2l}{3a} \cos \zeta + \frac{l^2}{9a^2} = \frac{1}{3} + \frac{l^2}{9a^2}$$

$$\cos \zeta + \frac{l}{3a} = \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{l^2}{9a^2}}; \text{ alſo } \cos \zeta = \sqrt{\left(\frac{1}{3} + \frac{l^2}{9a^2}\right)} - \frac{l}{3a}$$

Man ſieht, daß die Größe $\frac{l^2}{9a^2}$ ſehr klein iſt, und daß es deshalb nur auf den Ausdruck $\frac{l}{3a}$ ankommt, um den Unterſchied des Werthes des Winkels ζ von dem vorhergefundenen zu beſtimmen.

Die vortheilhafteſte Berechnungsweiſe wird dieſe ſein, die Anzahl von Graden zu beſtimmen, um welche der Winkel $\zeta = 54° 44'$ wachſen muß, wenn ſich der Koſinus um die Größe $\frac{l}{3a}$ verringern ſoll.

Man bezeichne den kleinen geſuchten Winkel, welcher zu $\zeta = 54° 44'$ addirt werden muß, mit ω, und ſetze $\zeta + \omega = \zeta' = 54° 44' + \omega$. Man hat aus der obigen Gleichung, mit Vernachläßigung von $\frac{l^2}{9a^2}$, da $\cos \zeta = \sqrt{\frac{1}{3}}$:

$$\cos \zeta - \cos \zeta' = \frac{l}{3a}$$

Um den Unterſchied der Koſinus zweier verſchiedener Bogen durch eine Funktion der Bogen ſelbſt auszudrücken, hat man die oben (S. 1480) mit ihrer Herleitung gegebene Formel:

Digitized by Google

$$\cos\zeta - \cos\zeta' = 2 \cdot \sin\left(\frac{\zeta' + \zeta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\zeta' - \zeta}{2}\right) = \frac{1}{3a}$$

Nimmt man, wie es in der That iſt, ω ſehr klein, ſo kann man für $\frac{\zeta' + \zeta}{2}$ auch ζ ſetzen, und der erſte Faktor wird $2 \cdot \sin\zeta$. Ferner kann man ſtatt des Sinus $\left(\frac{\zeta' - \zeta}{2}\right)$ dieſen kleinen Bogen $\frac{\zeta' - \zeta}{2}$ ſetzen, alsdann hat man:

$$2 \cdot \sin\zeta \cdot \frac{\zeta' - \zeta}{2} = \frac{1}{3a}; \text{ alſo } \zeta' - \zeta = \frac{1}{3 \cdot \sin\zeta} \cdot \frac{1}{a}$$

Es iſt nach dem Vorigen $\sin\zeta = \sin 54° 44' = 0{,}816$; alſo $3 \cdot \sin\zeta = 2{,}448$, und $\frac{1}{2{,}448} = 0{,}408$, daher hat man:

$$\zeta' - \zeta = \omega = 0{,}408 \cdot \frac{1}{a}$$

Hier iſt der Bogen in Theilen des Halbmeſſers ausgedrückt. Um ihn jetzt in Graden anzugeben, hat man, indem π für das Verhältniß des Halbkreiſes zum Halbmeſſer gilt, und x die geſuchte Anzahl von Graden bezeichnet:

$$\pi : 180° = 0{,}408 : x; \text{ alſo } x = \frac{72{,}9}{3{,}14} = 23{,}2.$$

Demnach iſt $\omega = \frac{23 \cdot 1}{a}$ Grade.

Man hat alſo vermöge dieſer Annäherung zu dem Winkel 54° 44′ ſo viele Grade zu addiren, als die Formel $\frac{23 \cdot 1}{a}$ Einheiten enthält; oder es iſt:

$$\zeta' = 54° 44' + \frac{23 \cdot 1°}{a}$$

8 Dieſe Beſtimmung gilt aber nur dann, wenn das Waſſer völlig frei gegen das Steuerruder, und zwar in der Richtung AB oder IL fließen kann, was nur bei dem tiefſten horizontalen Durchſchnitte des Waſſerraums geſchieht, wo derſelbe vom Kiele begrenzt iſt, welcher in gerader Linie ausgedehnt, dem Waſſer freien Zugang zum Steuerruder, und zwar mit ſeiner ganzen Geſchwindigkeit = v geſtattet. Die höher liegenden horizontalen Durchſchnitte dagegen erhalten, namentlich gegen die Mitte hin, eine bedeutende nach Außen gewölbte Ausdehnung, wodurch dem Waſſer der freie Lauf gegen das Steuerruder verwehrt wird. Wäre das letztere breiter als die halbe Breite des Schiffs, oder BK größer als FD, ſo würde das Waſſer wenigſtens gegen den äußerſten Theil L des Ruders noch freien Lauf behalten. Da aber das Steuerruder gewöhnlich eine viel geringere Breite als die halbe Schiffsbreite FD hat, ſo wird auch der Stoß des Waſſers gegen daſſelbe um ſo mehr geändert werden, je mehr es ſich dem Punkte B nähert.

9 Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 288, ACBD ein horizontaler Durchſchnitt, deſſen Länge AB und deſſen Breite CD iſt. Die Geſchwindigkeit des Schiffes in der Richtung BA ſei wie bisher = v; BK die Stellung des Steuerruders

Digitized by Google

unter dem Winkel KBb = ζ gegen die große Axe, und L der Schwerpunkt der Ruderfläche, oder wenigſtens desjenigen Theils derſelben, welcher dieſem Durchſchnitte entſpricht.

Nahe bei dem Punkte B kann das Waſſer nur in der Richtung EB auf das Steuerruder treffen, welche von der Biegung der Seiten des Durchſchnitts in der Nähe von B abhängt. Behielte der Durchſchnitt ſeine halbe Breite FC bis nahe an B, und endigte ſich ſeine Seite CB alsdann mit einer bedeutenden Krümmung: ſo würde der Stoß des Waſſers auf das Ruder beinahe Null, und das Steuerruder könnte keine oder nur eine höchſt unbedeutende Wirkung hervorbringen. Es muß alſo die Schiffsſeite ACB gegen B zu eine ſo geringe Krümmung haben, als möglich, d. h. die größte Breite FD muß ſich nach hinten zu allmälig verringern.

Es ſei die Richtung des Waſſerſtoßes wirklich EB, und der Winkel deſſel- 10
ben mit der Schiffsaxe, oder der Winkel FBE = β. Weil das Steuerruder in Vergleich mit der Breite des Schiffs eine geringe Breite, oder BK eine geringe Länge hat: ſo darf man die Richtung EB als dieſelbe für das ganze Steuerruder BK annehmen.

Man ziehe Li parallel mit BE, und LI parallel mit AB; alsdann iſt Winkel BLI = LBb = ζ; da ferner für dieſen Theil des Steuerruders der Winkel ILi = β, ſo iſt der Winkel, unter welchem das Steuerruder vom Waſſer getroffen wird = β + ζ. Die Geſchwindigkeit des Waſſers iſt ebenfalls nicht mehr = v, ſondern = v · cos β. Die Nachweiſung dieſes Werthes findet ſich unten Nr. 14. Man hat alſo in der vorhin (S. 2243 Nr. 3) gefundenen Formel ſtatt v die Größe v · cos β, und ſtatt ζ den Winkel β + ζ zu ſetzen, und erhält alsdann für die Kraft mit welcher das Steuerruder vom Waſſer getroffen wird:

$$Li = \frac{v^2 \cdot \cos^2 \beta}{2g} \cdot F \cdot \sin^2 (\beta + \zeta).$$

Man ſieht aus dieſer Formel, daß, je mehr der Winkel β ſich 90° nähert, die Kraft um deſto kleiner wird; und daß ſie ganz verſchwindet, wenn β = 90° geworden.

Um das Moment der eben angeführten Kraft in Beziehung auf die 11
Vertikalaxe zu berechnen, kann man wieder den Theil der Formel S. 2244 Nr. IV, welcher die Größe l enthält, vernachläſſigen; der andere, viel größere Theil findet ſich, indem man die Kraft ſowohl mit BF, als mit cos ζ multiplizirt; man hat demnach:

$$A) \quad \mathfrak{M} = \frac{v^2 \cdot \cos^2 \beta}{2g} \cdot F \cdot \sin^2 (\beta + \zeta) \cdot \cos \zeta \cdot BF.$$

Will man nun denjenigen Winkel ζ, oder diejenige ſchräge Stellung des Steuerruders gegen die große Axe finden, welche die größte Wirkung hervorbringt: ſo muß man ſich zuerſt erinnern, daß jeder einzelne Waſſerdurchſchnitt, oder jede einzelne Waſſerlinie, vom Kiel bis zur Waſſerebene dem Winkel β einen beſondern Werth giebt. Der unterſte Durchſchnitt am Kiel hat β = 0, indem die Seite deſſelben mit ſeiner eigenen Längenaxe parallel läuft. Der

Digitized by Google

Durchſchnitt in der Waſſertrachtsebene hat beinahe $\beta = 45°$, indem dort der ganze Winkel CBD, oder vielmehr der Winkel, den die Tangenten der Seiten am Steuerruder mit einander machen, d. h. $EB\eta$ beinahe $= 90°$ iſt. Dies läßt ſich z. B. Tafel XL, Fig. 3, am Sentenriſſe der Fregatte ſehen, wo die Ladewaſſerlinie LWL1 beinahe in einem Winkel von 45° auf die große Axe trifft; dieſe Waſſerlinien ſind aber die äußeren Umriſſe der Durchſchnitte in verſchiedenen Höhen des lebendigen Schiffes oder Waſſerraumes. Für jeden einzelnen Durchſchnitt oder jede einzelne Linie iſt der Winkel β eine konſtante Größe, und das Maximum für ζ muß aus der obigen Formel gefunden werden. In derſelben ſind wieder nur die Winkelgrößen beſtimmend. Setzt man ihr Produkt $= u$, ſo hat man:

$$B) \quad u = \cos^2 \beta \, . \, \sin^2 (\beta + \zeta) \, . \, \cos \zeta.$$

Zuerſt muß zur bequemeren Differentiation der Ausdruck $\sin^2 (\beta + \zeta)$ verwandelt werden. Es iſt (vergl. S. 744 Nr. 3), indem $r = 1$ geſetzt wird:

$$\cos (x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\text{abgezogen} \quad \cos (x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos (x - y) - \cos (x + y) = 2 \sin x \cdot \sin y$$

Setzt man $x = y$, ſo wird dieſer Reſt, indem man die Glieder umſetzt:

$$2 \sin^2 x = \cos o - \cos 2x$$

oder, weil $\cos o = 1$, ſo iſt $2 \sin^2 x = 1 - \cos 2x$

Dieſer Formel gemäß wird:

$$2 \sin^2 (\beta + \zeta) = 1 - \cos 2 (\beta + \zeta) = 1 - \cos (2\beta + 2\zeta).$$

Um alſo dieſe Auflöſung anwenden zu können, multiplizirt man die Gleichung B beiderſeits mit 2, und erhält:

$$C) \quad 2u = \cos^2 \beta \, . \, (1 - \cos (2\beta + 2\zeta)) \, . \, \cos \zeta = \cos^2 \beta \, . \, (\cos \zeta - \cos \zeta \, . \, \cos (2\beta + 2\zeta))$$

Man muß jetzt den Ausdruck $- \cos \zeta \, . \, \cos (2\beta + 2\zeta)$ in eine bequemere Form bringen. Es iſt:

$$\cos (x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$
$$\text{addirt:} \quad \cos (x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos (x + y) + \cos (x - y) = 2 \cdot \cos x \cdot \cos y$$

$$\text{oder} \quad \cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} \cos (x + y) + \frac{1}{2} \cos (x - y)$$

$$\text{alſo} \quad - \cos x \cdot \cos y = - \frac{1}{2} \cos (x + y) - \frac{1}{2} \cos (x - y)$$

Setzt man nun $x = (2\beta + 2\zeta)$, und $y = \zeta$, ſo iſt $x + y = (2\beta + 3\zeta)$, und $x - y = (2\beta + \zeta)$; daher hat man:

$$- \cos \zeta \, . \, \cos (2\beta + 2\zeta) = - \frac{1}{2} \cos (2\beta + 3\zeta) - \frac{1}{2} \cos (2\beta + \zeta)$$

Digitized by Google

Demnach wird die Gleichung bei C zu folgender:

$$\text{D)}\quad 2u = \cos^2\beta \cdot \left(\cos\zeta - \frac{1}{2}\cos(2\beta + 3\zeta) - \frac{1}{2}\cos(2\beta + \zeta)\right)$$

$$\text{oder}\quad 4u = \cos^2\beta\,(2\cos\zeta - \cos(2\beta + 3\zeta) - \cos(2\beta + \zeta)).$$

Die Differentiation dieſer Gleichung giebt, indem man β als konſtant anſieht:

$$4\,du = \cos^2\beta\,(-2\sin\zeta \cdot d\zeta + 3 \cdot \sin(2\beta + 3\zeta)\,d\zeta + \sin(2\beta + \zeta)\,d\zeta).$$

Theilt man das mittlere Glied $3\sin(2\beta + 3\zeta)\,d\zeta$ in $2\sin(2\beta + 3\zeta)$ und $\sin(2\beta + 3\zeta)\,d\zeta$, und nimmt den erſten Theil zum erſten Gliede, und bildet zugleich den Differentialkoeffizienten, ſo hat man:

$$\text{E)}\quad \frac{4\,du}{d\zeta} = \cos^2\beta\left[2(\sin(2\beta + 3\zeta) - \sin\zeta) + \sin(2\beta + 3\zeta) + \sin(2\beta + \zeta)\right]$$

Das erſte Glied läßt ſich vermöge der Formeln auf S. 1529 umwandeln, welche zeigen, daß $\sin a - \sin b = 2 \cdot \cos\left(\frac{a + b}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{a - b}{2}\right)$

Setzt man jetzt $a = 2\beta + 3\zeta$ und $b = \zeta$, ſo wird $a + b = 2\beta + 4\zeta$, und $a - b = 2\beta + 2\zeta$; dividirt man beide Werthe durch 2, ſo iſt:

$$\sin(2\beta + 3\zeta) - \sin\zeta = 2 \cdot \cos(\beta + 2\zeta) \cdot \sin(\beta + \zeta).$$

Demnach wird die Gleichung E zu folgender:

$$\text{F)}\quad \frac{4\,du}{d\zeta} = \cos^2\beta\left[4 \cdot \cos(\beta + 2\zeta) \cdot \sin(\beta + \zeta) + \sin(2\beta + 3\zeta) + \sin(2\beta + \zeta\right]$$

Für die beiden letzten Glieder, oder die Summe der beiden Sinus läßt ſich ebenfalls ein Produktausdruck finden. Es iſt nämlich (vrgl. S. 744 Nr. 3):

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

addirt: $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \cdot \cos y$$

Setzt man $a = x + y$, und $b = x - y$, ſo erhält man für x und y folgende Werthe:

$$x = a - y \qquad y = a - x$$
$$x = b + y \qquad y = x - b$$

$$2x = a + b;\ \text{oder}\ x = \frac{a + b}{2} \qquad 2y = a - b;\ \text{oder}\ y = \frac{a - b}{2}$$

Da nun $\sin(x + y) = \sin a$, und $\sin(x - y) = \sin b$, ſo erhält man:

$$\sin a + \sin b = 2 \cdot \sin\frac{a + b}{2} \cdot \cos\frac{a - b}{2}$$

Setzt man ferner $a = 2\beta + 3\zeta$ addirt $b = 2\beta + \zeta$

$$a + b = 4\beta + 4\zeta;$$

$a = 2\beta + 3\zeta$ abgezogen $b = 2\beta + \zeta$

$$a - b = 2\zeta$$

gitized by Google

$$\text{also } \frac{a+b}{2} = 2\beta + 2\zeta; \text{ und } \frac{a-b}{2} = \zeta; \text{ daher wird}$$

$$\sin(2\beta + 3\zeta) + \sin(2\beta + \zeta) = 2 \cdot \sin(2\beta + 2\zeta) \cdot \cos\zeta;$$

und die Gleichung F wird zu folgender:

$$\text{G)} \quad \frac{4du}{d\zeta} = \cos^2\beta \left[4\cos(\beta + 2\zeta) \cdot \sin(\beta + \zeta) + 2\sin(2\beta + 2\zeta) \cdot \cos\zeta\right]$$

Da ferner (vergl. S. 744 Nr. 4) $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$, so ist:

$$2\sin(2\beta + 2\zeta) = 4\sin(\beta + \zeta) \cdot \cos(\beta + \zeta).$$

Demnach wird die Gleichung G zu folgender:

$$\text{H)} \quad \frac{4du}{d\zeta} = \cos^2\beta \left[4\cos(\beta + 2\zeta) \cdot \sin(\beta + \zeta) + 4\sin(\beta + \zeta) \cdot \cos(\beta + \zeta) \cdot \cos\zeta\right]$$

Sondert man die gemeinschaftlichen Faktoren $4\sin(\beta + \zeta)$ ab, so wird die letzte Gleichung:

$$\text{K)} \quad \frac{4du}{d\zeta} = 4 \cdot \cos^2\beta \cdot \sin(\beta + \zeta) \cdot \left[\cos(\beta + 2\zeta) + \cos(\beta + \zeta) \cdot \cos\zeta\right]$$

Es ist kurz vorher, unter der Gleichung C, gefunden $\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\cos(x + y) + \frac{1}{2}\cos(x - y)$. Setzt man $x = \beta + \zeta$ und $y = \zeta$, so ist $x + y = \beta + 2\zeta$, und $x - y = \beta$; daher wird die letzte Gleichung:

$$\text{L)} \quad \frac{4du}{d\zeta} = 4 \cdot \cos^2\beta \cdot \sin(\beta + \zeta) \cdot \left[\cos(\beta + 2\zeta) + \frac{1}{2}\cos(\beta + 2\zeta) + \frac{1}{2}\cos\beta\right]$$

$$\frac{4du}{d\zeta} = 4 \cdot \cos^2\beta \cdot \sin(\beta + \zeta) \cdot \left[\frac{3}{2}\cos(\beta + 2\zeta) + \frac{1}{2}\cos\beta\right]$$

$$\frac{4du}{d\zeta} = 2 \cdot \cos^2\beta \cdot \sin(\beta + \zeta) \cdot \left[3\cos(\beta + 2\zeta) + \cos\beta\right]$$

Nimmt man endlich noch den Faktor 3 vor die Klammer, indem dabei natürlich $\cos\beta$ durch 3 dividirt werden muß, so erhält man:

$$\text{M)} \quad \frac{4du}{d\zeta} = 6 \cdot \cos^2\beta \cdot \sin(\beta + \zeta) \cdot \left[\cos(\beta + 2\zeta) + \frac{1}{3}\cos\beta\right]$$

Soll nun (vergl. S. 1143) der Differentialkoeffizient, und damit der letzte Ausdruck zu Null werden, so muß $\cos(\beta + 2\zeta) + \frac{1}{3}\cos\beta = 0$ sein.

Man setze nun $\frac{1}{3}\cos\beta = \cos\gamma$; alsdann ist $\cos(\beta + 2\zeta) + \cos\gamma = 0$.

Es ist nach der auf S. 1512 bewiesenen Formel:

$$\cos a + \cos b = 2 \cdot \cos\frac{a+b}{2} \cdot \cos\frac{a-b}{2}$$

Setzt man $a = \beta + 2\zeta$, und $b = \gamma$, so ist $a + b = \beta + 2\zeta + \gamma$; und $a - b = \beta + 2\zeta - \gamma$;

Digitized by Google

daher $\frac{a+b}{2} = \frac{\beta+\gamma}{2} + \zeta$; und $\frac{a-b}{2} = \frac{\beta-\gamma}{2} + \zeta$.

Man hat demnach:

N) $2 \cdot \cos\left(\frac{\beta+\gamma}{2} + \zeta\right) \cdot \cos\left(\frac{\beta-\gamma}{2} + \zeta\right) = 0.$

Dieſer Nullwerth kann nun auf doppelte Weiſe hervorkommen:

entweder iſt $\cos\left(\frac{\beta+\gamma}{2} + \zeta\right) = 0$; alſo Winkel $\frac{\beta+\gamma}{2} + \zeta = 90^\circ$;

oder es iſt $\cos\left(\frac{\beta-\gamma}{2} + \zeta\right) = 0$; alſo Winkel $\frac{\beta-\gamma}{2} + \zeta = 90^\circ$.

Demgemäß ſcheint alſo auch der Winkel ζ, oder die ſchräge Stellung des Steuerruders gegen die große Axe einen doppelten Werth haben zu können:

entweder $\zeta = 90^\circ - \frac{\beta+\gamma}{2}$; oder $\zeta = 90^\circ - \frac{\beta-\gamma}{2}$

Da aber $\cos\gamma = \frac{1}{3}\cos\beta$, ſo iſt, da der kleinere Koſinus dem größeren Winkel angehört, $\gamma > \beta$; demnach $\frac{\beta-\gamma}{2}$ eine negative Größe, durch deren Subtraktion (vergl. S. 440 Nr. 6) ζ größer als 90° werden müßte, was für die Stellung des Ruders keinen Sinn hat, indem ζ niemals 90° überſchreiten, ja nicht einmal = 90° werden kann. Man hat alſo nur die Gleichung:

P) $\zeta = 90^\circ - \frac{\beta+\gamma}{2}$

Beiſpiele. 12

1. Es ſei in der Waſſertrachtsebene $\beta = 45^\circ$; alsdann iſt $\cos\beta = 0{,}707107$; daher $\cos\gamma = 0{,}235703$; und Winkel $\gamma = 76^\circ\,22'$; $\beta+\gamma = 121^\circ\,22'$; $\frac{\beta+\gamma}{2} = 60^\circ\,41'$; $\zeta = (90^\circ - 60^\circ\,41') = 29^\circ\,19'$.

Dies giebt $\cos^2\beta = 0{,}5$; $\sin^2(\beta+\zeta) = \sin^2 74^\circ\,19' = 0{,}92693$; $\cos\zeta = 0{,}870927$. Man hat alſo nach der Gleichung B auf S. 2250:

$$u = \cos^2\beta \cdot \sin^2(\beta+\zeta) \cdot \cos\zeta = 0{,}5 \times 0{,}92693 \times 0{,}870927 = 0{,}4041$$

nämlich: $\log \cos^2 45^\circ = 9{,}6989700$
$\log \sin^2 74^\circ\,19' = 9{,}9670454$
$\log \cos 29^\circ\,19' = 9{,}9404801$

$\log u = 29{,}6064955 - 30$; alſo $u = 0{,}4041$.

Setzt man dagegen $\zeta = 20^\circ$, ſo erhält man $u = 0{,}3859$;
ſetzt man ferner $\zeta = 40^\circ$, ſo erhält man $u = 0{,}3715$.

Hieraus zeigt ſich, daß von den drei Werthen $\zeta = 29^\circ\,19'$, $\zeta = 20^\circ$, $\zeta = 40^\circ$, der erſtere den größten Werth von u für $\beta = 45^\circ$ ergiebt.

Digitized by Google

2. Es ſei am Kiel $\beta = 0$; alsdann iſt $\cos \beta = 1$; daher $\cos \gamma = 0{,}3333$; und $\gamma = 70° 32'$; $\frac{\beta + \gamma}{2} = \frac{\gamma}{2} = 35° 16'$; alſo $\xi = 90° - 35° 16' = 54° 44'$, alſo derſelbe Werth, welcher oben (S. 2245 Nr. 6) gefunden.

13 Aus dem Vorigen folgt die wichtige Regel, daß bei jedem Schiffe, welches tiefer als bis zu ſeinem Kiele im Waſſer liegt, das Steuerruder eine Neigung gegen die große Axe bekommen muß, welche kleiner als 54° 44′ iſt. Da nämlich dieſe Neigung am Kiele 54° 44′, in der Waſſertrachtsebene 29° 19′ beträgt: ſo muß ſie im Allgemeinen eine mittlere Größe zwiſchen dieſen beiden Grenzen erhalten. Das arithmetiſche Mittel iſt 42° 1′ 30″; da aber das Steuerruder unten viel breiter iſt, als an der Oberfläche des Waſſers, alſo auch der Waſſerſtoß gegen daſſelbe unten viel ſtärker wirkt als oben: ſo wird ſich auch das angemeſſene Mittel der größeren Grenze mehr nähern. Man kann daher annehmen, daß eine ſchräge Stellung des Ruders von ohngefähr 45° die beſte Wirkung hervorbringt.

14 Es iſt jetzt noch nachzuweiſen, warum oben (S. 2249 Nr. 10) angenommen worden, daß die Geſchwindigkeit des Waſſerſtoßes gegen das Ruder nicht mehr $= v$, ſondern $= v \cdot \cos \beta$ ſei.

Tafel XXXV, D, Fig. 289, ſei AB die große Axe eines horizontalen Durchſchnitts des Waſſerraums, BM ein beliebiger Theil ſeiner Seite, und Winkel $ABM = \beta$. Nach einer Sekunde Zeit ſei das Schiff ſo weit vorgerückt, daß die große Axe die Lage ab, und jener Theil der Durchſchnittsſeite die Lage bm hat. Es iſt demnach die Geſchwindigkeit des Schiffes, oder $v = Bb = Mm$.

Wenn das Waſſer, welches das Schiff in ſeiner erſten Lage ABM umgab, demſelben in ſeiner Bewegung nicht folgte: ſo würde der Raum BbmM waſſerleer bleiben. Da aber das Waſſer den gegenſeitigen Druck ſeiner Theile aufeinander enthält, ſo muß es dem Schiffe ſogleich folgen, und den Raum BbmM ausfüllen. Dieſe Ausfüllung geſchieht natürlich auf dem kürzeſten Wege. Zieht man demnach von dem Punkte m ſenkrecht auf die Verlängerung von BM das Perpendikel mN: ſo ſieht man ſogleich, daß das nachſtrömende Waſſer in einer Sekunde den Weg Nm durchmacht, alſo Nm ſeine Geſchwindigkeit ausdrückt. Da nun $Mm = Bb = v$ und Winkel $ABM = mMN = \beta$, ſo wird die wahre Geſchwindigkeit des Waſſers in N, oder $Nm = v \cdot \sin \beta$ und zwar in der Richtung Nm. Man hat nämlich die Proportion $Mm : Nm = 1 : \sin \beta$; alſo $Nm = Mm \cdot \sin \beta$; und da $Mm = v$, ſo iſt $Nm = v \cdot \sin \beta$.

Um nun weiter die Geſchwindigkeit zu finden, mit welcher das Waſſer das Steuerruder trifft, muß man das Schiff als ruhend anſehen, und dagegen das Waſſer als gegen das Schiff mit der Geſchwindigkeit $= v$ und in der Richtung AB laufend. Es wird demgemäß jedes Elementartheilchen, oder jedes Molekül des Waſſers in N mit einer Geſchwindigkeit $= Nn$ parallel und gleich mit $Mm = Bb = v$ gezogen werden, während es zugleich durch den gegenſeitigen Druck der Waſſertheilchen auf einander, dem Schiffe nachfolgend, noch die eigene Geſchwindigkeit Nm erhält. Verbindet man dieſe beiden Geſchwindigkeiten Nn und Nm mit einander, indem man das Parallelogramm NmMn bil-

Digitized by Google

det, ſo giebt deſſen Diagonale NM ſowohl die Richtung als die Geſchwindigkeit an, mit der ſich das Waſſer in Beziehung auf das Schiff bewegt. Da nun Mm = v, und Winkel NMm = β, ſo hat man folgende Proportion: Mm : NM = 1 : cos β; alſo NM = Mm . cos β, oder, indem man die Geſchwindigkeit des Waſſers gegen das Steuerruder mit W' bezeichnet:

$$Q) \quad W' = v \,.\, \cos \beta.$$

Dieſer Werth, ſo wie die Richtung ſtimmt völlig mit der oben (S. 2249 Nr. 10) gefundenen überein.

§. 332. Von den Wirkungen des Steuerruders bei ſchrägem Laufe der Schiffe.

Auch hierbei iſt es am Vortheilhafteſten, mit den unterſten horizontalen Durchſchnitten des Waſſerraums zu beginnen, welche nur den Kiel allein enthalten. Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 290, AB der Kiel, und ſeine Bewegung in der Richtung Aa oder FX mit einer Geſchwindigkeit = v, ſo daß der Winkel AFX die Abtrifft darſtellt, welche wie oben (S. 2233 Nr. 3) durch φ bezeichnet ſein ſoll. Das Steuerruder BK mache mit dem verlängerten Kiele den Winkel KBS = ζ, ſo daß das Steuerruder nach derſelben Seite gerichtet iſt, wie die Abtrifft.

Es ſoll nun zuerſt die Geſchwindigkeit und die Richtung beſtimmt werden, mit welcher das Waſſer das Steuerruder BK trifft. Man betrachte wieder das Schiff als ruhend, und das Waſſer als in der Richtung aA oder XF, und zwar mit der Geſchwindigkeit v laufend.

Man ſieht ſogleich ein, daß, weil ſich die Körpermaſſe des Kiels der Fortſetzung der Waſſerbewegung entgegenſetzt, auch das Waſſer, wenn es demſelben nahe kommt, genöthigt iſt, ſeine Richtung allmälig zu ändern; ſo daß es in der Nähe des Achterſchiffes B völlig der Richtung des Kiels FB folgen muß, und zwar mit einer verringerten Geſchwindigkeit, welche = v . cos φ geſetzt werden kann. Dagegen in einiger Entfernung vom Kiele wird ſich die Richtung des Waſſers ſeiner urſprünglichen Richtung XF nähern, und zwar um ſo mehr, je weiter es vom Kiele entfernt iſt. Das Steuerruder hat eine verhältnißmäßig geringere Breite. Es ſei L der Mittelpunkt ſeiner Fläche. Zieht man IL parallel mit dem Kiele, und ſtellt man durch Li die Richtung des Waſſers dar: ſo wird der Winkel ILi ſtets kleiner als die Abtrifft AFX = φ ſein. Es wird daher auch die Geſchwindigkeit dort größer als v . cos φ ſein; da aber noch keine andre Beſtimmung gemacht werden kann, ſo nehme man irgend einen Winkel ϑ kleiner als φ an, und zwar ILi = ϑ, und demnach die Geſchwindigkeit des Waſſers = v . cos ϑ. Dadurch wird die Kraft K des Waſſers auf das Steuerruder:

$$I) \quad K = \frac{v^2 \cdot \cos^2 \cdot \vartheta}{2\,g} \cdot F \,.\, \sin^2 (\zeta + \vartheta);$$

weil der Einfallswinkel BLi = $\zeta + \vartheta$; denn es iſt Winkel BLI = LBS = ζ;

Digitized by Google

F bezeichnet die Fläche des Steuerruders an dieser Stelle; und die auf diese Fläche senkrecht laufende Linie LS bezeichnet die Richtung des Wasserstoßes.

2 Das Moment dieser Kraft in Bezug auf die Vertikalaxe FG des Schiffes ist, indem man wieder den kleinen Theil vernachläßigt, welcher von dem Zwischenraume BL, d. h. von der halben Breite des Ruders abhängt, wie oben:

$$\text{II)} \quad \mathfrak{M} = \frac{v^2 \cdot \cos^2 \vartheta}{2g} \cdot F \cdot \sin^2 (\zeta + \vartheta) \cdot \cos \zeta \cdot BF.$$

Hieraus läßt sich schon schließen, daß zur Hervorbringung der größten Wirkung der Winkel ζ kleiner als 54° 44′ genommen werden muß. Will man diesen Winkel ganz genau bestimmen, so hat man wieder, wie vorher (S. 2252 unten) einen Winkel η von der Größe zu nehmen, daß $\cos \eta = \frac{1}{3} \cos \vartheta$ ist; alsdann wird wieder Winkel $\zeta = 90° - \frac{\eta + \vartheta}{2}$. Da ferner die Abtrifft φ selten 20° übersteigt, so kann man, ohne sich weit von der Wahrheit zu entfernen, $\vartheta = \frac{1}{2} \varphi$ nehmen. Demnach kann ϑ selten 10° übersteigen; und in den Fällen, wo dieser Winkel selbst einige Grade größer oder kleiner sein sollte, kann kein merklicher Irrthum entstehen.

Nimmt man $\vartheta = 10°$, so ist $\cos \vartheta = 0{,}984808$; also $\cos \eta = 0{,}328369$, und Winkel $\eta = 70° 50'$. Hieraus hat man $\zeta = 90° - 40° 25' = 49° 35'$. Da $\cos^2 \vartheta = 0{,}97$, so wird auch der erste Faktor $v^2 \cdot \cos^2 \vartheta$ durch die Multiplikation mit $\cos^2 \vartheta$ unbedeutend vermindert, und eine größere Genauigkeit ist nicht erforderlich.

3 Wird aber das Steuerruder nach der der Abtrifft entgegengesetzten Seite gedreht, wie Tafel XXXV, D, Fig. 291, so ändert sich die ganze Betrachtung. Zuerst zeigt sich, daß nur solches Wasser auf das Steuerruder kommen kann, welches von der andern Seite um das Vorschiff A herum, in der Richtung $A\alpha$ fließt. Behielte dasselbe diese Richtung, so würde es nie auf das Steuerruder treffen, wenn dessen Breite auch viel größer als gewöhnlich wäre. Man begreift aber leicht, daß das Wasser, welches seine Bewegung in der Richtung $A\alpha$ begonnen hat, dieselbe allmälig ändern muß, so daß der beschriebene Weg der Linie $\alpha\beta\gamma$ ähnlich wird, und ein Theil des Wassers den äußersten Theil des Steuerruders treffen kann. Die Kraft indessen, mit welcher der Stoß geschieht, ist viel kleiner, als in dem vorigen Falle, wo das Steuerruder nach derselben Seite wie die Abtrifft gekehrt war. Auch weiß man aus Erfahrung, daß es beinahe unmöglich ist, das Schiff vermittelst des Steuerruders gegen die Abtrifft zu drehen. In solchem Falle muß man sich einiger Segel bedienen, um das Schiff zu Drehung zu bringen.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 292, ACBD irgend ein höher liegender horizontaler Durchschnitt des Wasserraums, dessen Breitenaxe CD und dessen Längenaxe AB ist. Die Bewegung geschehe in der Richtung FX, und die Abtrifft sei $AFX = \varphi$. Es sei das Steuerruder BK nach derselben Seite gedreht, wohin

Digitized by Google

die Abtrifft liegt; die ſchräge Stellung deſſelben ſei der Winkel SBK = ζ. Es zeigt ſich ſogleich, daß in dieſem Falle das Waſſer noch viel freier auf das Steuerruder treffen kann, als bei dem geraden Laufe, und daher auch weniger von ſeiner Geſchwindigkeit verliert. Die in dem vorigen Paragraphen gefundenen Beſtimmungen behalten alſo ihre Gültigkeit. Weil aber der Einfallswinkel des Waſſers, auch für den tiefſten Durchſchnitt, in dieſem Falle größer iſt: ſo muß zur Hervorbringung der größten Wirkung der Winkel ζ noch kleiner als oben genommen werden, ſo daß vielleicht ζ = SBK = 40° die vortheilhafteſte Stellung iſt. Doch iſt es in vorkommenden Fällen nicht ſchwer, an dem wirklichen Schiffe bald die wirkſamſte Stellung des Ruders zu finden.

Dreht man dagegen, Fig. 292, das Steuerruder nach der der Abtrifft ent- 4
gegengeſetzten Seite, z. B. in die Stellung Bk: ſo ſieht man leicht, daß das um den Vordertheil A in der Richtung Aa ſtrömende Waſſer, auch bei einiger Krümmung ſeines Weges, das Steuerruder nicht mehr erreichen kann. Deshalb zeigen die mehrſten Schiffe in dieſem Falle gar keine Folgſamkeit gegen das Steuerruder. Man ſieht auch ſogleich, daß je kürzer ein Schiff im Verhältniß zu ſeiner Breite iſt, ſeine Unfolgſamkeit gegen das Steuerruder deſto größer ſein muß. Uebertrifft dagegen die Länge mehrere Male die Breite; und iſt das Achterſchiff gegen das Steuer hin gut geſtaltet, ſo daß das Waſſer längs ſeinen Seiten hingleiten kann, ſo wird die Wirkung deſſelben auf das Ruder immer noch bedeutend genug ſein, und dieß macht eine der guten Haupteigenſchaften der Schiffe aus. Die Schiffbauer haben deshalb die Gewohnheit, die Geſtalt des Achterſchiffes allmälig zu verengern, und jede Krümmung zu vermeiden, wodurch die Schiffe eine angemeſſene Steuerfähigkeit erlangen.

Ein anderes Mittel zur Vermehrung der Steuerfähigkeit iſt, dem Kiele 5
eine gegen den Horizont geneigte Stellung (vergl. S. 2171 Nr. 7), oder dem Schiffe eine Steuerlaſtigkeit, oder einen Unterſchied der Waſſertracht zu geben; denn dadurch ſinkt das Achterſchiff mit dem Steuerruder tiefer ein, und das Waſſer iſt weniger gehindert, daſſelbe zu treffen. Da ſich außerdem das Schiff bei ſtarkem Seitenwinde nach der Seite hinneigt, an welcher die Abtrifft liegt, ſo hebt ſich die entgegengeſetzte Schiffsſeite mehr in die Höhe, und der höhergehobene Kiel hindert das Waſſer weniger, gegen das Ruder zu ſtrömen.

Uebrigens verſteht es ſich von ſelbſt, daß die oben gefundenen Maxima der 6
Ruderſtellung nur dann zur Anwendung kommen, wenn das Schiff plötzlich eine andere Richtung erhalten ſoll. Für den regelmäßigen Lauf genügen natürlich kleine Bewegungen des Steuerruders, um das Schiff etwa nach einer kleinen Abweichung in den Kurs zurückzubringen.

§. 333. Von der Drehung des Schiffs durch das Steuerruder.

Das Moment der Kraft in Beziehung auf die Vertikalaxe des Schiffs, wo- 1
mit das Steuerruder wirkt, läßt ſich nach dem Vorigen durch folgende allgemeine Formel ausdrücken:

$$1) \quad \frac{\alpha \cdot v^2}{2g} \cdot F \cdot BF;$$

Digitized by Google

in welcher $g = 31{,}253$ Rhein. Fuß, v die Geſchwindigkeit des Schiffes, F die Fläche des Ruders, und BF den Abſtand des Ruders von der Vertikalaxe bezeichnet; α aber einen numeriſchen Koeffizienten darſtellt, welcher aus der ſchrägen Stellung des Steuerruders, aus der Abtrifft des Schiffs, und aus der Geſtalt des Achterſchiffs hervorgeht. Die ganze Formel I enthält alſo vier Faktoren, von denen die drei erſten das Waſſervolumen darſtellen, deſſen Gewicht der Kraft gleich iſt, während der vierte Faktor, als Entfernung von der Axe, durch ſeine Multiplikation das Moment der Kraft giebt.

Da das Moment dem Quadrate der Geſchwindigkeit proportional iſt, ſo ſieht man ſogleich ein, daß die Wirkung des Steuerruders deſto größer iſt, je größere Geſchwindigkeit das Schiff hat; und daß dagegen ein ruhendes Schiff ganz unempfindlich gegen das Steuerruder iſt. Da ferner die Entfernung BF als Multiplikator erſcheint: ſo zeigt ſich ebenfalls, daß je länger ein Schiff im Verhältniß zu ſeiner Breite iſt, es auch deſto größere Steuerfähigkeit haben muß.

2 Da es ſich hier um eine drehende Bewegung handelt, ſo muß das obige Moment der Kraft durch das Moment der Trägheit dividirt werden (vergl. S. 2148 und S. 2218). Dieſes letztere iſt aber ein Produkt aus der Totalmaſſe des ganzen Schiffs und dem Quadrate der Entfernung jeder Maſſe von der Drehungsaxe, d. h. hier von der Vertikalaxe des Schiffs. Man hat demnach das ganze Gewicht des Schiffes M mit dem Quadrate einer gewiſſen mittleren Entfernung zwiſchen der größten und kleinſten zu multipliziren. Dieſe mittlere Entfernung von der Vertikalaxe ſei $= k$; alsdann iſt das Moment der Trägheit $= Mk^2$. Man kann aber auch das Gewicht des ganzen Schiffes, wie oben (S. 2184 Nr. 14), durch das Volumen V des Waſſerraums ausdrücken; alsdann hat man das Moment der Trägheit $= Vk^2$. Da das ganze Volumen drei lineäre Dimenſionen, und k^2 deren zwei enthält, ſo hat der ganze Ausdruck fünf lineäre Dimenſionen.

3 Um nun die Beſchleunigung der drehenden Bewegung, oder die Winkelbeſchleunigung zu finden (vergl. S. 2220), hat man das Moment der Kraft mit $g = 31{,}253$ zu multipliziren, und dieſes Produkt durch das Trägheitsmoment des Schiffes zu dividiren. Bezeichnet man die Winkelgeſchwindigkeit mit W, ſo iſt:

$$\text{II)}\quad W = \frac{g \cdot \alpha \cdot v^2 \cdot F \cdot BF}{2g \cdot V \cdot k^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha \cdot v^2 \cdot F \cdot BF}{V \cdot k^2}$$

Dieſer Ausdruck enthält einen numeriſchen Bruch, welcher immer den Sinus der Winkelgeſchwindigkeit ausdrückt, die in einer Sekunde erzeugt wird; indem man gewöhnlich die Winkelgeſchwindigkeit durch den Winkel mißt, den ſie in einer Sekunde durchläuft. Hieraus ergiebt ſich, daß der Winkel ſelbſt, um welchen das Schiff in der erſten Sekunde gedreht wird, die Hälfte des oben gefundenen Werthes ſein muß (vergl. S. 839); denn eine konſtante beſchleunigende Kraft theilt in irgend einer Zeit eine Geſchwindigkeit mit, welche doppelt ſo groß iſt wie der Raum, der durch ihre Wirkung in derſelben Zeit durch-

Digitized by Google

laufen iſt. Die folgenden Winkelgeſchwindigkeiten ſind den Zeiten proportional, und die durch die Drehung durchlaufenen Winkel würden den Quadraten der verfloſſenen Zeiten proportional ſein, wenn das Schiff keinem Widerſtande in ſeiner Bewegung begegnete, und wenn die bewegende Kraft ſtets dieſelbe bliebe.

Sobald das Schiff ſich um ſeine Vertikalaxe zu drehen anfängt, alſo auch 4
ſeine Richtung und ſeine Geſchwindigkeit verändert wird: ſo muß auch die Kraft des Waſſers auf das Steuerruder verändert ſein; und die Drehung dürfte nicht mehr durch dasſelbe Moment der Kraft beſtimmt werden.

Sobald außerdem die Drehung beginnt, ſo trifft auch das Schiff auf einen beſondern Widerſtand des Waſſers, welcher die Bewegung zu verringern ſtrebt. Während einer Sekunde iſt indeſſen die Aenderung ſo unbedeutend, daß die obige Beſtimmung der Geſchwindigkeit dafür gelten kann. Kennt man bei zwei Schiffen das Verhältniß zwiſchen den beiderſeitigen Größen von F, BF, V und k^2, ſo wie zwiſchen ihren Geſchwindigkeiten v, mit welchen ſie unter übrigens gleichen Umſtänden laufen: ſo kann man bald entſcheiden, welches von beiden Schiffen der Wirkung des Steuerruders leichter folgen, und welches die Schnelligkeit ſeiner Drehung ſein wird.

Es ſei nun die Länge des Waſſerraums in der Waſſertrachtsebene = a; 5
ſeine Breite = b; ſeine Tiefe = c; und das Volumen des ganzen Raumes ſei beinahe proportional dem Produkte abc. Man ſieht ſogleich, daß das Quadrat k^2 ſowohl von der Länge a als von der Breite b abhängt, und daß man es daher dem Produkte ab proportional ſetzen kann. Die Größe des Steuerruders richtet ſich gewöhnlich nach der Breite des Schiffs; und da die Tiefe c ſeine Hauptdimenſion beſtimmt, ſo kann man die Fläche F dem Produkte bc proportional ſetzen. Die Entfernung BF iſt offenbar der Länge a proportional. Die in einer Sekunde, oder in irgend einem andern kleinen Zeittheile erzeugte Geſchwindigkeit der Drehung wird alſo immer proportional der Formel $\frac{\alpha v^2}{ab}$ ſein, wo der Koeffizient α die kleinen Unterſchiede einſchließt, welche aus der Verſchiedenheit der Bauart, und der Verſchiedenheit des Kurſes herkommen. Die Drehungsgeſchwindigkeit zeigt ſich daher dem Quadrat der Geſchwindigkeit jedes einzelnen Schiffes und dem Produkte ab, d. h. dem Waſſerebenendurchſchnitte proportional. Sind alſo zwei Schiffe völlig ähnlich, aber die Dimenſionen des einen doppelt ſo groß als die des andern, ſo wird die Drehungsgeſchwindigkeit des größern viermal ſo klein ſein, als diejenige des kleinern.

Es ſei die ſchräge Stellung des Steuerruders = ζ, und die Entfernung 6
des Mittelpunkts des Steuerruders vom Achterſchiffe = l; alsdann iſt die Kraft des Waſſers auf daſſelbe = $\frac{v^2}{2g} \cdot F \cdot \sin^2 \zeta$, und das Moment dieſer Kraft $= \frac{v^2}{2g} \cdot F \cdot \sin^2 \zeta \cdot l$, und zwar in Beziehung auf die Axe B, um welche das Steuerruder ſich dreht. Es muß alſo der Steuernde am Ruder eine Kraft anwenden, deren Moment ebenfalls $= \frac{v^2}{2g} \cdot F \cdot \sin^2 \zeta \cdot l$ iſt, wenn er das Ruder in der Stellung = ζ erhalten will. Dieſes Moment iſt alſo proportional

Digitized by Google

dem Quadrat der Geſchwindigkeit des Schiffs, der Fläche des Steuerruders, der Entfernung l, und dem Quadrat des Sinus der ſchrägen Stellung ζ, in welcher er das Ruder erhalten will.

Zweites Kapitel.

Die Lehre von der Zeichnung der Bauriſſe eines Schiffes.

§. 334. Allgemeine Erklärungen.

1 Der erſte Schritt zum Bau eines Schiffes iſt die Zeichnung dreier Bauriſſe, welche mit der möglichſten Genauigkeit der geometriſchen Meſſung nach den vorher gemachten Berechnungen ausgeführt werden muß, nämlich des Seiten-, Spanten- und Senten-Riſſes.

2 Der Seitenriß (Tafel XXXVII Fig. 1, Tafel XXXVIII Fig. 3, Tafel XL Fig. 1) giebt eine Seitenanſicht des Schiffes nach ſeiner ganzen Länge, projizirt auf einer Ebene, welche perpendikulär durch die Mitte des Vor- und Achterſtevens und des Kieles gelegt wird. Dieſer Riß beſtimmt die Länge des Kiels; die Steuerlaſtigkeit; das Ausſchießen des Vorſtevens, oder ſeine Neigung nach vorne; der Fall des Achterſtevens, oder ſeine Neigung nach hinten; die Stelle des Hauptſpants auf dem Kiel; die Stellen der übrigen Spanten auf demſelben; die Waſſertrachtslinie des geladenen Schiffes; die Höhe der verſchiedenen Decke, und ihren Spring, d. h. wie weit ſie ſich vorne und hinten erheben; die Maaße und Stellen der Stückpforten, der Berghölzer, und des Raaholzes; die Verzeunung; die Hintergilling; das Steuer; das Galjon u. ſ. w.

3 Der Spantenriß (Tafel XXXVII Fig. 2, Tafel XXXVIII Fig. 5, Tafel LX, Fig. 2) giebt die Anſicht der Spanten des Schiffes von ſeinem Vorder- und ſeinem Hinterende aus auf der Ebene des Hauptſpants projizirt. Da ſich nämlich die Spanten nach hinten und vorne hin verengern, ſo läßt ſich dieſe Projektion ohne Schwierigkeit machen; und da die beiden Seiten eines Schiffes einander genau gleich ſein müſſen, ſo hat man nur die Hälfte der Achterſpanten auf der einen Seite, und die Hälfte der Vorderſpanten auf der andern Seite zu zeichnen. Die Ebene des Hauptſpants ſelbſt wird perpendikulär auf der Ebene des Seitenriſſes ſtehend gedacht.

4 Der Sentenriß, oder waſſerpaſſe Riß (Tafel XXXVII Fig. 3, Tafel XXXVIII Fig. 4, Tafel XL Fig 3) giebt die Anſicht der in verſchiedener Höhe der Länge nach gemachten horizontalen oder waſſerpaſſen Durchſchnitte, projizirt auf der Ebene der breiteſten dieſer Durchſchnitte, welche perpendikulär auf der Ebene des Seitenriſſes ſtehend gedacht wird. Die äußeren Umriſſe die-

Digitized by Google

ſer Durchſchnitte ſind die Waſſerlinien; ſie zeigen die Krümmung des Schiffsgebäudes in horizontaler Richtung, und dienen dazu, die Laſtigkeit, oder den Waſſerraum des Schiffes, und den Widerſtand deſſelben zu berechnen, den das Schiff vom Waſſer erleidet. Die Waſſerlinien werden auch zuweilen auf dem Seiten- und Spanten-Riſſe noch einmal gezogen, wie Tafel XL Fig. 1 und 2, wo ſie dann als gerade horizontale Linien erſcheinen.

Senten ſind eigentlich dünne biegſame Latten, welche die Schiffbauer vom Vorſteven bis zum Achterſteven in gewiſſer Entfernung von einander, alſo in verſchiedener Höhe auf die Spanten ſpickern (nageln), um die Biegung oder den Strook der Seitenplanken, oder die Scheerung derſelben, darnach ordnen zu können. Sie bilden alſo eine Art von Gürtel um das ganze Schiff, ehe es noch beplankt iſt, wie Tafel XXXVII Fig. 5, y, y, y, y; und haben eine doppelte Krümmung: eine Ausbugt, mit welcher ſie die in ihrer Weite verſchiedenen Spanten umfaſſen; und eine Niederbugt, indem ſie am Vor- und Achterſteven am höchſten liegen, und gegen die Mitte hin ſich ſenken. Auf dem Seitenriſſe kann dieſe Niederbugt deutlich gezeichnet werden, wie ſich Tafel XL Fig. 1 zeigt. Eine der Senten wird an beiden Steven in der Höhe der Schneidungen, d. h. der ſtärkſten Verengerungen der Spanten, und am Hauptſpant in der Gegend des Tops der Bauchſtücke angebracht, und heißt die Flurſente oder Sente der Schneidungen oder des Scharfs. Eine andre Sente wird an der ſtärkſten Aufbugt der Randſomhölzer, d. h. der hinterſten Spanten, oder an den Kopf des horizontalliegenden Heckbalkens, welcher die Grundlage des Hecks bildet, befeſtigt, am Hauptſpant auf der Höhe, wo dieſes die größte Weite hat, und am Vorſteven in entſprechender Höhe; ſie bezeichnet daher für das ganze Schiff die Gegend, wo die Spanten die größte Weite haben, und heißt deshalb Sente des Weits oder auch Herzſente. Zwiſchen der Flur- und Herzſente werden je nach Gutbefinden noch mehrere Senten gezeichnet, welche Zwiſchenſenten heißen, und zur leichteren Unterſcheidung mit Zahlen bezeichnet ſind. Alsdann kommen noch oberhalb der Herzſente einige andere: die eine, welche in der Höhe des Schandeckels liegt; der Schandeckel heißt die obere horizontalliegende ſtarke Planke, welche den eigentlichen Bord des Hauptgebäudes bildet, und auf den Köpfen der verkehrten Auflanger oder oberſten Stücke der Spanten liegt, ſich an die äußere und innere Plankenverkleidung anſchließt, und dadurch verhindert, daß Regen und Seewaſſer von oben zwiſchen die Spanten dringt (auf kleinen Fahrzeugen heißt der Schandeckel Dollbord, weil dort namentlich bei ſolchen, die Ruder führen, die Dollen oder Klampen ſind, zwiſchen denen die Ruder eingelegt und bewegt werden); die in dieſer Höhe angebrachte Sente heißt die Topſente; die noch höher liegenden Senten, welche ſich an der Back, dem Stockwerke vorne auf dem oberſten Decke, und an der Schanze, dem Stockwerke hinten auf dem oberſten Decke, befinden, heißen die Senten der Verzeunung, weil Back und Schanze zuſammen die Verzeunung genannt werden.

Man ſieht aus den bisherigen Erklärungen, daß die Senten nach dem Achter- und Vorderſteven in die Höhe ſteigen, und daß ſie, je näher ſie dem

Digitized by Google

Hauptſpante, als dem bauchigſten Theile des Schiffes kommen, ſich deſto weiter von der großen Axe des Schiffs entfernen, oder ihre größte Ausbugt haben.

Auf dem Seitenriſſe läßt ſich nur ihre Niederbugt darſtellen, indem die Ausbugt nur in der Projektion der Mittelebene zu ſehen iſt. Auf dem Spantenriſſe ſtellt ſich dieſe Ausbugt ebenfalls nur als eine beinahe gerade Linie dar, welche für jede Sente vom Achter- und Vorderſteven ſchräge abwärts läuft. Nur der Herzſente giebt man zuweilen einige Krümmung, wie Tafel XXXVII Fig. 2 und Tafel XL Fig. 2.

Ihre Ausbugt läßt ſich nur auf dem horizontalen oder waſſerpaſſen Riſſe, zugleich mit den Waſſerlinien zeichnen; dieß iſt der Grund, warum man dem horizontalen Riſſe gewöhnlich den Namen Sentenriß giebt, obgleich er vorzugsweiſe zur Darſtellung der Waſſerlinien dient. Die genauere Unterſcheidung wird ſich tiefer unten zeigen.

5 Die genannten drei Hauptriſſe ſind alſo Projektionen der Geſtalten der einzelnen Theile und Durchſchnitte des Schiffsgebäudes auf den drei Hauptdurchſchnittsebenen deſſelben, welche durch je zwei ſeiner drei Hauptaxen gelegt ſind. Außer dieſen rein geometriſchen Zeichnungen werden auch noch manche andere gemacht: z. B. perſpektiviſche Zeichnungen vom Achter- und Vorſchiffe wie Tafel XL Fig. 4 u. 5; ferner ſenkrechte Durchſchnittszeichnungen nach der Länge und der Breite, um die innern Einrichtungen und Abtheilungen zu zeigen; ebenſo horizontale Durchſchnitte, um die Einrichtung der Decke, die Stellen der Lucken u. ſ. w. darzuſtellen, wie Tafel XXXVIII Fig. 1 u. 2; endlich noch Zeichnungen für die Anordnung der Planken, wie Taf. XXXIX Fig. 1, 2 u. 3.

§. 335. Von den Berechnungen der Flächen und Schwerpunkte zum Entwurf der Bauriſſe.

1 Die erſte Beſtimmung, welche geſucht werden muß, iſt das Verhältniß zwiſchen dem Totalgewicht des vollſtändig beladenen Schiffes und der Größe des Waſſerraums. Der letztere muß hinreichend ſein, um das beladene Schiff hoch genug emporzuhalten. Bei einem Kriegsſchiff giebt außer der Schwere des Gebäudes und der Bemaſtung und Takelage die Bewaffnung und Ausrüſtung auf 6 Monat das Hauptgewicht; bei einem Kauffahrteiſchiffe iſt außer Gebäude, Bemaſtung, Takelage und Ausrüſtung die Laſtigkeit oder der Tonnengehalt bei voller Ladung das Beſtimmende. Iſt das Totalgewicht im Allgemeinen bekannt, ſo müſſen die drei Hauptdimenſionen des Gebäudes, Länge, Breite und Tiefe ſo gewählt werden, daß der Waſſerraum hinreichend groß wird, um das Schiff gegen zu tiefes Einſinken zu ſchützen.

2 Der zweite Beſtimmugspunkt iſt die Ebene des Hauptſpants, welche dem breiteſten Theile des Gebäudes ſeine Geſtalt giebt. Der Flächeninhalt dieſer Ebene beſtimmt den Widerſtand, den das Schiff leidet; ihre Geſtalt, oder ihr Umriß beſtimmt die Stabilität und die Ruhe oder Heftigkeit der Bewegungen.

Digitized by Google

Der dritte Beſtimmungspunkt iſt die Waſſertrachtsebene 3
hinſichtlich ihres Flächeninhalts und ihrer Geſtalt. Hievon hängt, wie ſich oben gezeigt hat, hauptſächlich die Stabilität des Schiffs im Verhältniß zu ſeinen Dimenſionen ab.

Der vierte Punkt iſt die Form und Größe des ſenkrechten 4
Längendurchſchnitts durch die große Axe, wodurch ſowohl die Tiefe des Schiffs, als auch die Stellung oder Neigung des Vor- und Achterſtevens beſtimmt wird.

Der fünfte Punkt iſt die Geſtalt und Größe zweier vertikaler 5
Breitendurchſchnitte zu finden, von denen der eine zwiſchen dem Hauptſpant und dem Vorderſchiffe, der andere zwiſchen dem Hauptſpant und dem Achterſchiffe ſteht, und zwar beide ſich da befinden, wo Vor- und Achterſchiff bedeutend von der Geſtalt des Mittelſchiffes abzuweichen anfangen und eigene Krümmungen nach den beiden äußerſten Enden hin machen. Auf dieſen beiden Durchſchnitten beruht einerſeits die Leichtigkeit und Sanftheit der Bewegungen, andrerſeits die Gewißheit, daß der nach den Hauptdimenſionen beſtimmte Waſſerraum die gehörige Größe behalten hat.

Nach dieſen fünf Hauptpunkten kommt dann mit Hülfe der fortſchreiten- 6
den Rechnung, die Beſtimmung aller zwiſchenliegenden Durchſchnitte.

Bei den, die Stabilität betreffenden Berechnungen iſt es übrigens nöthig, 7
daran zu denken, daß bei Kriegsſchiffen die allmälige Abnahme der Munition und Proviſion, bei Kauffahrteiſchiffen die häufig wechſelnde Quantität der Ladung eine Aenderung in dem Tiefgange, alſo auch in der Waſſertrachtsebene, und damit in der Stabilität hervorbringt; zugleich werden auch die Bewegungen heftiger, weil die Seiten nicht mehr ſo vielen Widerſtand im Waſſer finden; das Schiff treibt leicht ab, und kann ſich ſchwerlich von einem Leegerwall durch Laviren abarbeiten. Daher iſt es beſonders nöthig, allmälig die Konſtruktion der Kauffahrteiſchiffe inſoferne zu verbeſſern, daß man ihre Dimenſionen im Verhältniß zum Totalgewicht vergrößert. Bisher war das Hauptbemühen dahin gerichtet, die möglich größte Laſtigkeit oder Tragfähigkeit in die möglich kleinſten Dimenſionen zu bringen, um die Anzahl der zur Regierung nöthigen Mannſchaft ſo klein als möglich zu erhalten. Aber größere Dimenſionen geben größere Schnelligkeit, ſanfte Bewegungen, und Fähigkeit mehr und größere Segel zu tragen; gegen welche Vortheile, namentlich für weite Reiſen, die erforderliche Mannſchaft gewiß nicht in Betracht kommen kann.

Die Schiffsgebäude haben niemals eine Geſtalt, welche den regelmäßigen 8
geometriſchen Körpern, wie etwa den Cylindern oder Kugeln u. ſ. w. gleich wäre; die Berechnung ihres körperlichen Inhalts, alſo auch des Waſſerraums kann nur annäherungsweiſe geſchehen. Doch ſind die bei ſolcher Annäherung unvermeidlichen Fehler ſo unbedeutend, daß ſie für die Praxis gar keinen Einfluß haben; vorausgeſetzt, daß man die beſten Methoden ſolcher Annäherung befolgt.

Digitized by Google

9 Quadratur der beim Schiffsgebäude vorkommenden Kurven, oder ihre Flächenberechnung.

Die Flächenberechnung der zwiſchen einer Kurve und ihren Ordinaten enthaltenen Fläche geſchieht, wenn F die Fläche bezeichnet (vergl. S. 2087) durch die Beſtimmung und endliche Integrirung folgender Differentialgleichung:

$$dF = ydx; \text{ alſo } F = \int ydx + C$$

wobei ydx aus der Grundgleichung der betreffenden Kurve beſtimmt werden muß. Nimmt man die gemeine Parabel, ſo erhält man (vergl. S. 2088):

$$F = \frac{2}{3} xy.$$

Die Grundgleichung der gemeinen Parabel iſt (vergl. S. 2088) $y^2 = px$, wo p den Parameter bezeichnet. Die allgemeine Gleichung der Parabeln, oder die Gleichung für die Gattung der Parabeln iſt (vergl. S. 2123):

$$y^m = p^n \cdot x^{m-n}; \text{ oder } y^m = p^{m-n} x^n.$$

Eine Parabel der dritten Ordnung, oder eine kubiſche Parabel iſt alſo entweder $y^3 = px^2$; oder $y^3 = p^2x$. Man kann aber auch in den Gleichungen der krummen Linien überhaupt den Parameter = 1 ſetzen, wodurch die algebraiſchen und ſonſtigen Verrichtungen ſehr erleichtert werden. Die allgemeine Gleichung der Parabeln wird dann:

$$y^m = 1^{m-n} \cdot x^n; \text{ da aber } 1^{m-n} = 1; \text{ ſo iſt } y^m = x^n; \text{ oder } y = \sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$$

Man nimmt nun an, die zu quadrirenden Kurven ſeien Parabeln irgend einer Ordnung, und gehen durch die Endpunkte einer beſtimmten Anzahl gleichweit von einander abſtehender Ordinaten; die Zahl dieſer Ordinaten hängt von der Ordnung der Parabeln ab; für die koniſchen oder gemeinen Parabeln nimmt man drei Ordinaten; für die kubiſchen oder die vom dritten Grade, vier Ordinaten u. ſ. f. Es iſt klar, daß die Genauigkeit der Annäherung der paraboliſchen Fläche an die Fläche des zu berechnenden Kurvenraumes von dem Abſtande zwiſchen den Ordinaten abhängt; denn darnach richtet ſich das geringere oder größere Zuſammenfallen der Parabel mit der in Rede ſtehenden Umgrenzungskurve des zu berechnenden Flächeninhalts. Nimmt man die Abſtände zwiſchen den Ordinaten gleich 1 Fuß, ſo erhält man ſogar für diejenigen Theile des Schiffes, in denen ſich die Ordinaten ſehr ſchnell ändern, wie im Vor- und Achterſchiff, und in den untern Durchſchnitten, eine in jeder Hinſicht genügende Genauigkeit; für die übrigen Schiffstheile kann man die Abſtände ohne allen Nachtheil auch größer nehmen.

Wenn die Anzahl der Ordinaten ungerade iſt, ſo nimmt man an, daß jeder Theil der Kurve, welcher durch die Endpunkte dreier auf einander folgender Koordinaten geht, ein Theil einer gemeinen oder koniſchen Parabel

Digitized by Google

ſei; und daß die erſte Ordinate von den dreien des nächſt folgenden Theiles, zugleich die letzte von den dreien des nächſtvorangehenden Theiles der Parabel ſei. Aus dieſer Annahme ergiebt ſich folgende

Erſte Regel.

Man mißt die Länge aller gleichweit abſtehenden Ordinaten; daranf addirt man die erſte und letzte Ordinate; darauf addirt man von den übrigen die zweite, vierte, ſechste u. ſ. f., überhaupt die geraden Ordinaten, und multiplizirt dieſe Summe mit 4; ferner addirt man die dritte, fünfte, ſiebente u. ſ. f. überhaupt die ungeraden Ordinaten, und multiplizirt dieſe Summe mit 2; dieſe beiden Produkte, aus den geraden Ordinaten mit 4, und aus den ungeraden mit 2, addirt man zu der Summe der beiden äußerſten Ordinaten; dieſe neue Totalſumme multiplizirt man mit $\frac{1}{3}$ des gemeinſchaftlichen Abſtandes zwiſchen den Ordinaten; dieſes letzte Produkt iſt der angenäherte Werth des geſuchten Flächeninhalts.

Wenn die Zahl der Ordinaten um 1 größer iſt, als ein Vielfaches von 3, z. B. 4, 7, 10, 13, 16 u. ſ. w., ſo nimmt man an, daß jeder Theil der Kurve, welcher durch vier aufeinanderfolgende Ordinaten geht, ein Theil einer kubiſchen Parabel ſei; und daß jede erſte von den vier Ordinaten des nachfolgenden Theils, die letzte von den vier Ordinaten des vorangehenden Theils ſei. Aus dieſer Annahme ergiebt ſich folgende

Zweite Regel.

Man mißt die Längen aller gleichweit abſtehenden Ordinaten; darauf addirt man die erſte und letzte Ordinate; darauf addirt man diejenigen von den übrigen Ordinaten, deren Stellenzahl um 1 größer iſt, als ein Vielfaches von 3, alſo die 4., 7., 10. u. ſ. w., und multiplizirt dieſe Summe mit 2; ferner addirt man die noch übrigen Ordinaten, und multiplizirt dieſe Summe mit 3. Dieſe beiden Produkte addirt man zu der Summe der beiden äußerſten Ordinaten, und multiplizirt dieſe neue Totalſumme durch $\frac{3}{8}$ des gemeinſchaftlichen Abſtandes zwiſchen den Ordinaten; dieſes letzte Produkt iſt der angenäherte Werth des geſuchten Flächeninhalts.

Denkt man ſich jetzt einen Körper durch die Umdrehung einer Kurve gebildet (vergl. S. 1216—1224), ſo kann man zur Berechnung ſeines Volumens oder körperlichen Inhalts zuerſt durch die beiden eben angegebenen Methoden eine Reihe von parallelen und gleichweit abſtehenden Durchſchnitten dieſes Körpers ihrem Flächeninhalte nach erhalten. Betrachtet man darauf dieſe Flächen als Ausdrücke von Ordinaten für die Abſziſſe einer Kurve, ſo erhält man den Flächeninhalt einer, von einer krummen Linie eingeſchloſſenen Ebene, welcher Inhalt zugleich den körperlichen oder kubiſchen Inhalt eines Umdrehungskörpers angiebt; denn es iſt offenbar, daß jeder Zuwachs der angenommenen Fläche auch genau den gleichzeitigen Zuwachs des körperlichen Inhalts darſtellt.

Digitized by Google

Berechnet man alſo nach den vorigen Regeln entweder die Flächen der vertikalen Breitendurchſchnitte, oder der horizontalen Längendurchſchnitte des Schiffsgebäudes: ſo erhält man durch eine Reihe ſolcher, entweder vertikaler oder horizontaler Durchſchnitte, den kubiſchen Inhalt eines homogenen Körpers von derſelben Geſtalt und Größe, wie der Waſſerraum des Schiffes. Dieſer Inhalt mit der ſpezifiſchen Schwere des Waſſers multiplizirt giebt das Totalgewicht des Schiffes.

11 Von der Berechnung der Schwerpunkte.

Wie ſich ſchon oben gezeigt hat, iſt es von höchſter Wichtigkeit folgende drei Schwerpunkte genau zu kennen: erſtlich den Schwerpunkt des homogenen Waſſerraums, d. h. des Waſſerraums, inſofern er als aus einer homogenen Maſſe beſtehend angeſehn wird; zweitens den Schwerpunkt des Waſſertrachtsebenendurchſchnittes, d. h. des Waſſerebenendurchſchnittes durch die Ladewaſſerlinie; drittens den Schwerpunkt des vertikalen Breitendurchſchnittes. Die beiden letzteren haben durch ihre Lage bedeutenden Einfluß auf die Lage des erſteren.

Da die Durchſchnittslinie des vertikalen Längendurchſchnitts, welcher durch Vor- und Achterſteven geht, die Waſſertrachtsebene halbirt, ſo liegt der Schwerpunkt der letzteren in dieſer Linie. Aus demſelben Grunde findet ſich auch der Schwerpunkt des vertikalen Breitendurchſchnitts in ſeiner Durchſchnittslinie mit dem vertikalen Längendurchſchnitte. Da ferner das Schiff, wenn es in Ruhe iſt, eine aufrechte Stellung haben muß, ſo kann der Schwerpunkt ſeines Waſſerraums ſich nirgends anders befinden, als in der Ebene des vertikalen Längendurchſchnittes. Ferner wird dieſer letztere Schwerpunkt ſich nothwendig in dem gemeinſchaftlichen Durchſchnitte des vertikalen Längendurchſchnittes mit irgend einem vertikalen Breitendurchſchnitte, und deſſelben mit irgend einem horizontalen Durchſchnitte finden; der vertikale Breitendurchſchnitt wird die Lage dieſes Schwerpunktes hinſichtlich der Länge, und der horizontale Durchſchnitt ſeine Lage hinſichtlich der Tiefe beſtimmen. Zuweilen wird dieſer Schwerpunkt der Mittelpunkt der Schwimmkraft genannt. Es iſt aus den obigen Lehren vom Schwerpunkte bekannt, daß wenn man von einer beliebigen Anzahl von Körpern Perpendikel auf eine und dieſelbe Ebene zieht, die Summe der Produkte aus jedem Körper multiplizirt mit ſeinem perpendikulären Abſtande von der Ebene gleich iſt der Summe aller dieſer Körper multiplizirt mit dem perpendikulären Abſtande ihres gemeinſchaftlichen Schwerpunktes von derſelben Ebene (vergl. S. 1947—1961). Liegt einer oder der andere dieſer Körper auf der andern Seite der Ebene, ſo muß natürlich ſein Abſtand negativ genommen werden.

Man zieht nun eine Linie in einer Durchſchnittsebene nahe an einem der beiden Enden des Schiffes, und multiplizirt jede Ordinate in einer nach den vorherangegebenen Näherungsmethoden berechneten Ebene mit ihrem perpendikulären Abſtande von jener Linie. Dieſe Produkte werden dann ſelbſt wie Ordinaten angeſehen, und nach denſelben Regeln behandelt wie zur Auffindung

Digitized by Google

des Flächen- und Körperinhalts; das Reſultat iſt alsdann das Moment dieſer Ebene. Der Theil der Ebene, welcher auf der negativen Seite der beſtimmenden Linie liegt, wird nach denſelben Regeln behandelt, und ſein Moment von demjenigen der poſitiven Seite abgezogen. Der Reſt iſt das Totalmoment der Ebene in Beziehung auf die beſtimmende Linie; und dieſes dividirt durch den Flächeninhalt giebt den Abſtand ihres Schwerpunktes von der beſtimmenden Linie. Auf dieſe Art läßt ſich der Schwerpunkt der Waſſertrachtsebene nnd des vertikalen Breitendurchſchnitts finden.

Beſtimmung des Schwerpunkts des Waſſerraums. 12

Um ſeinen vertikalen Abſtand unterhalb der Ladewaſſerlinie zu beſtimmen, muß eine Reihe von gleichweit abſtehenden horizontalen Durchſchnitten gezeichnet, und der Flächeninhalt eines jeden ſolchen Durchſchnitts mit ſeinem vertikalen Abſtande von der Ladewaſſerebene multiplizirt werden; dieſe Produkte werden dann als Ordinaten in den vorherigen Regeln gebraucht. Das Reſultat iſt das Moment des Raumes zwiſchen der Ladewaſſerebene und dem unterſten Durchſchnitte. Hierzu muß noch das Moment desjenigen Theiles addirt werden, welcher unter dem tiefſten Durchſchnitte liegt. Man erhält dasſelbe, wenn man den körperlichen Inhalt dieſes Theiles mit dem vertikalen Abſtande ſeines Schwerpunktes von der Ladewaſſerebene multiplizirt; die Summe der beiden genannten Momente iſt das Moment des ganzen Waſſerraums in Bezug auf die Ladewaſſerebene. Dividirt man dieſes Moment durch die Maſſe des ganzen Waſſerraums, ſo erhält man den vertikalen Abſtand ſeines Schwerpunktes von der Ladewaſſerebene.

Die Stelle des Waſſerraum-Schwerpunkts hinſichtlich der Länge erhält man durch eine ähnliche Rechnung. Man wählt einen vertikalen Breitendurchſchnitt als den theilenden, und berechnet das Moment des Waſſerraumtheiles auf der einen Seite des gewählten Durchſchnitts, und dann dasjenige des Waſſerraumtheiles auf der andern Seite; man zieht das kleinere von dem größeren ab; der Reſt iſt das Moment des ganzen Waſſerraums in Beziehung auf jenen ſcheidenden vertikalen Breitendurchſchnitt; dividirt man dieſes Moment durch die Maſſe des ganzen Waſſerraums, ſo erhält man den Abſtand des Schwerpunktes von dem gewählten vertikalen Durchſchnitte.

Man kann die vorher angegebenen Rechnungen dadurch abkürzen, daß man, 13
ſtatt jede Ordinate mit ihrem vertikalen Abſtande von der gegebenen Linie oder Ebene zu multipliziren; dieſe Ordinaten der Reihe nach mit 1, 2, 3, 4 u. ſ. w. multiplizirt, die Produkte addirt, und die Summe der Produkte mit dem gemeinſchaftlichen Abſtande zwiſchen den Ordinaten multiplizirt. Wenn man übrigens den Gang der Rechnung überſieht, ſo wird man bald noch einige vortheilhafte Abkürzungen und tabellariſche Erleichterungen bemerken. Außerdem hat man die früher gegebenen Lehren und Formeln über die Berechnung der Flächen, Körper und der Schwerpunkte ſich noch einmal zu vergegenwärtigen. Die wichtigſten hierher gehörigen Stellen und Formeln ſind:

Digitized by Google

Für die Rektifikation einer Kurve, wo z den Bogen bezeichnet (S. 2086 Nr. 14):

$$\text{I)} \quad dz = \sqrt{dx^2 + dy^2}.$$

Für die Quadratur einer Kurve, wo F die Fläche bezeichnet (S. 2087 Nr. 15):

$$\text{II)} \quad dF = y dx.$$

Für die Berechnung der krummen Oberfläche eines Umdrehungskörpers, wenn man dieſe Oberfläche mit Q bezeichnet (S. 1218):

$$\text{III)} \quad dQ = 2\pi y \sqrt{(dx^2 + dy^2}.$$

Für die Berechnung des körperlichen Inhalts eines Umdrehungskörpers, wenn man den Inhalt mit K bezeichnet (S. 1222):

$$\text{IV)} \quad dK = \pi y^2 dx.$$

Hiezu kommen die Lehren über die allgemeinen Gleichungen für die Gattungen der Kurven (S. 2123); über die Schwerpunkte der Kurvenflächen und Umdrehungskörper (S. 1955—1961), namentlich das Guldinſche Theorem (S. 1960).

14 Iſt die Fläche des Ladewaſſerdurchſchnitts, und des vertikalen Breitendurchſchnitts, ſo wie der Waſſerraum gefunden; iſt ferner für eine jede dieſer drei Größen die Lage ihres Schwerpunkts berechnet, ſo muß genau geprüft werden: ob die beiden Durchſchnitte einen gehörigen Waſſerraum ergeben, und ob die Lage ihrer Schwerpunkte die Lage des Waſſerraumſchwerpunktes der erforderlichen Stabilität gemäß macht. Findet ſich kein genügendes Reſultat, ſo muß entweder die Geſtalt der Kurven, oder es müſſen die Dimenſionen geändert werden, ehe der Entwurf und die Zeichnung weiter ausgeführt wird.

§. 336. Beſtimmungen der Stabilität.

1 Aus der Theorie der ſchwimmenden Körper, aus den Lehren über das Metazentrum, und aus denen über die Stabilität (S. 2037—2054 u. S. 2180—2224) ergeben ſich als die Hauptbeſtimmungen um dem Schiffe eine ſanfte Bewegung zu ſichern: daß der Schwerpunkt des ganzen Schiffes, ſo wie es fertig iſt in See zu gehen, genau berechnet werde; daß ferner die prismatiſchen Theile des Schiffskörpers, welche bei ſeinen verſchiedenen Neigungen und Schwankungen abwechſelnd in das Waſſer tauchen und aus demſelben erhoben werden, zur völligen Gleichheit gebracht werden; und daß endlich die Schwerpunkte dieſer ein- und austauchenden Theile in einem und demſelben vertikalen Breitendurchſchnitte zu liegen kommen.

2 Der Schwerpunkt des ganz ſegelfertigen Schiffes muß hinſichtlich der Länge, Breite und Tiefe beſtimmt werden. Was die Länge und Breite anbetrifft, ſo muß er ſich bei ruhigem Gleichgewichte des Schiffes in einem und demſelben vertikalen Breitendurchſchnitte mit dem Schwerpunkte des Waſſerraums befin-

Digitized by Google

den (vergl. S. 2037 Nr. 1); ferner muß er ſich in dem vertikalen Längendurchſchnitte des Schiffes befinden, wenn das Schiff gerade liegen ſoll; demnach iſt ſeine Stelle in der Durchſchnittslinie der beiden genannten Durchſchnitte. Dagegen die Entfernung dieſes Schwerpunkts von der Ladewaſſerebene muß entweder durch Erfahrung, oder durch eine ſehr mühſame Rechnung gefunden werden; indem man die Momente aller am Bord befindlichen Laſten in Beziehung auf die Ladewaſſerebene berechnet, und die Summe dieſer Momente durch den Waſſerraum oder das Totalgewicht des Schiffes dividirt, wo dann der Quotient die geſuchte vertikale Entfernung des Schwerpunkts des ganzen Schiffs von der Ladewaſſerebene giebt. Dieſe Rechnung iſt für verſchiedene Linienſchiffe und zwar Zweidecker ausgeführt worden, und man hat ihren Schwerpunkt zwiſchen ſieben und neun Zoll über der Ladewaſſerebene gefunden. Es folgt etwas tiefer unten die Angabe einer Methode, den Schwerpunkt des ganzen Schiffs durch Verſuche zu finden.

Bis zu einer gewiſſen Entfernung von dem Hauptſpante nach jeder Seite 3
hin laſſen ſich im Vor- und Achterſchiffe vertikale Breitendurchſchnitte finden, welche einander beinahe völlig gleich und ähnlich ſind; dagegen nach den Enden zu werden die Durchſchnitte über und unter Waſſer im Vor- und Achterſchiffe einander ſehr unähnlich, und obgleich daher die aus- und eintauchenden Theile des Waſſerraums in ihrem Totalvolumen nothwendig gleich bleiben müſſen, weil das Gewicht des Schiffes in beiden Lagen daſſelbe iſt: ſo können doch die Flächeninhalte der eingetauchten und emportauchenden Breitendurchſchnittstheile bei gleicher Entfernung von dem Hauptdurchſchnitte ſehr verſchieden ſein.

Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 293, G der Schwerpunkt des Schiffes; GC die Vertikallinie bei ruhigem Gleichgewichte, AB die Waſſerlinie bei völliger Ruhe, D der Durchſchnitt beider Linien; man ziehe GY, ſo daß Winkel DGY gleich dem Neigungswinkel des Schiffs, und außerdem GY = GD iſt. Durch Y und zwar ſenkrecht auf GY zieht man die Linie OR; dieſe iſt die neue Waſſerlinie bei der Neigung; ſie ſchneidet die erſte Waſſerlinie AB in S. Durch D zieht man NM parallel mit OR.

Nimmt man nun an, daß die Schwerpunkte des eingetauchten und aus dem Waſſer gehobenen Theiles beide in einem und demſelben vertikalen Breitendurchſchnitte liegen, ſo wird die Entfernung DS für alle Breitendurchſchnitte des Schiffs dieſelbe ſein. Nimmt man die Punkte S, S, S, S u. ſ. w. in den verſchiedenen Durchſchnitten zuſammen, ſo liegen ſie ſämmtlich in einer geraden Linie, welche den Durchſchnitt der alten und der neuen Waſſertrachtsebene bezeichnet, und parallel mit der Längenaxe des Schiffes geht. Wenn nun durch Berechnung des körperlichen Inhalts des eingetauchten und emporgehobenen Theiles, in der Figur ASR und BSO, dieſelben als ungleich befunden werden, ſo muß man ſie ſo weit ändern, bis ſie einander gleich ſind.

Um die Stelle des Punktes S, oder die Entfernung DS zu finden, hat man zuerſt die Fläche ASR = BSO = A; ſetzt man ferner die kleine Fläche DSRM = a, und die Fläche DSON = b, ſo iſt:

$$\begin{aligned} ADM &= A + a \\ BDN &= A - b \end{aligned}$$

$$ADM - BDN = a + b = MNOR; \text{ nahe} = MN \times ST;$$

oder da $ST = SD \cdot \sin \angle MDS$, oder wenn man dieſen Neigungswinkel durch φ ausdrückt:

$$ADM - BDN = MN \cdot SD \cdot \sin \varphi;$$

daher:

$$I) \quad SD = \frac{ADM - BDN}{MN \cdot \sin \varphi}$$

4 Um den Flächeninhalt der Durchſchnitte der prismatiſchen eingetauchten und emporgehobenen Theile zu erhalten, kann man in jedem Durchſchnitte eine Chorde ziehen, welche die ganze Fläche in ein Dreieck und in eine paraboliſche Fläche theilt. Das Dreieck iſt bekanntlich gleich dem Produkt aus der Baſis, d. h. hier der Chorde, und der halben Höhe; die paraboliſche Fläche iſt aber gleich zwei Drittel der Baſis, d. h. wieder der Chorde, multiplizirt mit der perpendikulären Höhe des Segments. Denn nach den Regeln für die Quadratur der Parabel hat man (vrgl. S. 2088, VIII) $F = \frac{2}{3} xy$. Nimmt man nun, in der Nebenfigur zu 293, HI als Abſziſſe, und das eine Mal HM, das andere Mal HA als Ordinate, und addirt die beiden Hälften der Fläche, ſo iſt $\frac{2}{3} \cdot HI \cdot HM + \frac{2}{3} \cdot HI \cdot HA = \frac{2}{3} \cdot HI\,(HM + HA) = \frac{2}{3} \cdot HI \cdot AM.$

Das Moment einer jeden dieſer beiden Flächen, des Dreiecks und des paraboliſchen Raums, wird gefunden, indem man ihren Flächeninhalt mit der Entfernung multiplizirt, um welche ihr Schwerpunkt von dem Punkte S abſteht, und zwar dieſe Entfernung auf der geneigten Linie gemeſſen.

5 Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 294, AC die Waſſerlinie beim Gleichgewichte, ac die Waſſerlinie bei der Neigung, K ihr Durchſchnittspunkt. Bei der Neigung wird ein Theil des Schiffs auf der Leeſeite eingetaucht, auf der Luvſeite ein ihm gleicher emporgehoben werden. Man bezeichne die beiden Theile durch I und E, und denke ſie ſich in ihren beiden Schwerpunkten konzentrirt. Es ſei ferner der horizontale Abſtand zwiſchen dieſen beiden Schwerpunkten = b. Weil die neue Waſſerlinie ac iſt, ſo iſt E derjenige Theil des Schiffes, welcher an der Luvſeite von dem erſten Waſſerraume weggenommen worden; I der Theil an der Leeſeite, welcher hinzugekommen. Es iſt alſo dieſelbe Wirkung hervorgekommen, als wäre der Theil E nach I herübergetragen; und das Moment, welches durch dieſe Uebertragung entſteht, bI = bE, iſt das Moment, welches wirklich in horizontaler Richtung längs der Entfernung b hervorgebracht wird.

Es ſei G der Schwerpunkt des ganzen Schiffs, F der Schwerpunkt des Waſſerraums beim Gleichgewicht, O der Schwerpunkt des Waſſerraums bei geneigter Stellung; man ziehe OM perpendikulär auf ac. Nach der Neigung wird OM vertikal ſtehen. Aus F und G ziehe man FT und GV perpendikulär auf OM und aus G parallel mit MO die Linie GZ, welche FT in Z ſchneidet.

Digitized by Google

Iſt nun das Schiff ſo weit geneigt, daß der Schwerpunkt des Waſſerraums nach O gekommen: ſo wirkt der Auftrieb des Waſſers längs der Linie OM, und zwar mit einer dem Gewichte des Schiffes gleichen Kraft, alſo auch gleich dem Gewichte des Waſſerraums, welcher durch D bezeichnet ſein mag. (Die Franzoſen nennen den Waſſerraum, inſofern er das Gewicht des Schiffes repräſentirt, déplacement, die Engländer displacement). Die Drehungsaxe geht aber durch den Schwerpunkt G; und da GV ſenkrecht auf OM gezogen iſt, ſo giebt das Produkt D · GV das Moment der Kraft, mit welcher das Waſſer das Schiff aufzurichten ſtrebt. Es iſt durch Konſtruktion

$$D \cdot GV = D \cdot FT - D \cdot FZ.$$

Es iſt aber D · FT das horizontale Moment des Waſſerraums hervorgebracht durch die Uebertragung des körperlichen Theiles von der Luvſeite nach der Leeſeite der Mittellinie; es iſt alſo gleich dem horizontalen Momente bI; man hat alſo als Moment der aufrichtenden Kraft, oder Moment der Stabilität M:

$$II) \quad M = bI - D \cdot FZ.$$

Nimmt man FG als Radius, ſo iſt FZ der Sinus des Winkels $FGZ = \varphi$, daher:

$$III) \quad M = bI - D \cdot FG \cdot \sin \varphi.$$

Setzt man $FG = r$, ſo iſt:

$$IV) \quad M = bI - D \cdot r \cdot \sin \varphi.$$

Aus dem Vorigen ergiebt ſich alſo folgende Berechnungsweiſe des wirklichen 6 Moments der Stabilität für einen gegebenen Neigungswinkel:

1) Man nimmt eine geneigte Waſſerlinie an, welche die horizontale Ladewaſſerlinie in einem Winkel φ durchſchneidet, und zwar ſo, daß ihr Durchſchnittspunkt in der Durchſchnittslinie beider mit dem vertikalen Längendurchſchnitte des Schiffs liegt.

2) Man ſucht durch Näherungen den körperlichen Inhalt der prismatiſchen Körper, welche eingetaucht und emporgehoben werden, und zwiſchen der horizontalen und der geneigten Waſſertrachtsebene eingeſchloſſen ſind.

3) Man ſucht durch Annäherung den Flächeninhalt der angenommenen geneigten Waſſertrachtsebene.

4) Man ſucht den Werth von DS in Fig. 293, welcher nach der Gleichung I auf S. 2270 gleich iſt der Differenz des eingetauchten und emporgetauchten Körpers dividirt durch das Produkt aus dem Flächeninhalte der angenommenen Waſſertrachtsebene mit dem Sinus des Neigungswinkels.

5) Durch den Punkt S zieht man einen Durchſchnitt parallel mit dem angenommenen Waſſerebenendurchſchnitte, und ſucht in jedem vertikalen Breitendurchſchnitte die Flächeninhalte von jeder der beiden Durchſchnitte der wahren prismatiſchen eingetauchten und emporgehobenen Körper; ferner ſucht man die horizontalen Momente dieſer Flächen von dem Punkte S.

6) Man ſucht die horizontale Diſtanz des Schwerpunkts des ganzen emporgehobenen Theils von dem Punkte S; indem man dieſen Theil als die Hälfte

Digitized by Google

des eingetauchten und emporgehobenen Raumes anſieht, welcher zwiſchen der horizontalen und der angenommenen geneigten Waſſerebene eingeſchloſſen iſt.

7) Man ſucht den horizontalen Abſtand des Schwerpunkts des ganzen eingetauchten Theils von dem Punkte S; indem man dieſen Theil ebenfalls für die Hälfte des ganzen eingetauchten und emporgehobenen Raumes anſieht.

8) Man addirt die beiden horizontalen Diſtanzen und erhält die horizontale Diſtanz zwiſchen den beiden Schwerpunkten. Dieſe Summe multiplizirt man mit der halben Summe des körperlichen Inhalts der beiden eingetauchten und emporgehobenen Theile; dieſes Produkt giebt den poſitiven Theil des Moments der Stabilität, oder den Werth von bI.

9) Das Produkt folgender drei Größen: des Waſſerraums, des Abſtandes zwiſchen den Schwerpunkten des Schiffs und des Waſſerraums, und des Sinus des Neigungswinkels giebt den negativen Theil des Moments der Stabilität.

10) Man zieht dieſen negativen Theil von dem vorigen poſitiven ab, und erhält den wahren Werth des Moments der Stabilität des Schiffes für den gegebenen Neigungswinkel.

Setzt man den Unterſchied zwiſchen den beiden prismatiſchen Theilen = e, und die Fläche des erſten angenommenen geneigten Waſſerebenendurchſchnitts = a; ferner den perpendikulären Abſtand zwiſchen der angenommenen und der wirklichen geneigten Waſſerebene = x, ſo hat man nahe $ax = e$, oder $x = \frac{e}{a}$ ſetzt man dieſen Abſtand perpendikulär von der angenommenen geneigten Waſſerebene ab, ſo erhält man genau die Stelle des Punktes S.

7 Den Schwerpunkt des ganzen Schiffs durch Verſuche zu finden,

hat man folgendes Verfahren zu beobachten. Man bringt mehrere ſchwerwiegende Laſten am Bord nach der einen Seite hin, ſo daß ſie das Schiff ein wenig nach der Seite neigen; das Moment des ſo entfernten Totalgewichts wird nothwendig dem Moment der Stabilität gleich ſein. Nun iſt aber das Moment des ſo entfernten Gewichts dem Produkte aus folgenden drei Größen gleich: aus den Gewichten ſelbſt; aus der Entfernung nach der Breite des Schiffs, um welche ſie entfernt worden; und aus dem Koſinus des Neigungswinkels; dieſes Produkt iſt alſo gleich dem Momente der Stabilität.

Bezeichnet W die Gewichte; a die Diſtanz, um welche ſie nach der Seite gebracht worden; und c den Koſinus des Neigungswinkels: ſo hat man, da nach der Gleichung IV $\mathfrak{M} = bI - D \cdot r \cdot \sin \varphi$ iſt, folgende Gleichung:

$$V) \quad W \cdot a \cdot c = bI = D \cdot r \cdot \sin \varphi;$$

daher:

$$FG = r = \frac{bI - W \cdot a \cdot c}{D \cdot \sin \varphi}$$

wo FG = r, oder der Abſtand zwiſchen dem Schwerpunkte des Schiffes und

Digitized by Google

demjenigen des Waſſerraums, die einzige unbekannte Größe iſt, und deshalb leicht gefunden werden kann.

Beiſpiel. 8

Ein Schiff befindet ſich anfänglich in völligem Gleichgewicht und gerader Stellung; darauf werden Munition und Geſchütze in der Richtung der Breite, und in gemeſſenen Diſtanzen auf die eine Seite gebracht, bis das Schiff eine Neigung von 6° 20′ erhält. Das Gewicht der auf die Seite gebrachten Gegenſtände multiplizirt mit den in Fuß gemeſſenen Diſtanzen der Seitenentfernungen beträgt zuſammen 264,5 Tonnen. Dieſes Moment multiplizirt mit dem Koſinus des Neigungswinkels iſt offenbar gleich dem Momente der Stabilität des Schiffes.

Es ſei D der Waſſerraum des Schiffes ausgedrückt in Tonnen; I das durch die Neigung eingetauchte Volumen, ebenfalls in Tonnen; b die Diſtanz zwiſchen dem eingetauchten und emporgehobenen Theile (ſofern beide in ihren Schwerpunkten konzentrirt gedacht werden); r die Entfernung zwiſchen dem Schwerpunkte des Schiffes und demjenigen des Waſſerraums.

Es iſt alsdann nach den vorigen Regeln:

$$bI = r \cdot D \cdot \sin 6^\circ\,20' = 264{,}5 \cdot \cos 6^\circ\,20';$$

$$\text{alſo}\quad r = \frac{bI - 264{,}5 \cdot \cos 6^\circ\,20'}{D \cdot \sin 6^\circ\,20'}$$

Man findet weiter durch Rechnung $bI = 446{,}2$; und $D = 461$ Tonnen; da nun $\cos 6^\circ\,20' = 0{,}994$ und $\sin 6^\circ\,20' = 0{,}1103$, ſo ergiebt ſich für r, oder den Abſtand zwiſchen dem Schwerpunkt des ganzen Schiffs und demjenigen ſeines Waſſerraums folgender beſtimmte Werth:

$$r = \frac{446{,}2 - 262{,}8}{50{,}85} = 3{,}6 \text{ Fuß}.$$

Da ferner der Abſtand des Schwerpunkts des Waſſerraums von der Waſſerlinie nach unten zu = 3,97 Fuß gemeſſen wird, ſo iſt 3,97 − 3,6 = 0,37 Fuß unterhalb der Waſſerlinie.

Eine zweite Methode den Schwerpunkt des Schiffs durch Verſuch zu 9 finden iſt folgende. Es ſei ein Schiff in der Dock, und bei der Ebbe komme das Achterende des Kiels zuerſt in Berührung mit den auf dem Grunde liegenden Blöcken. So wie die fortſchreitende Ebbe das Waſſer weiter fallen macht, wird das Achterſchiff mehr und mehr von dem Waſſer verlaſſen, und das Vorſchiff tiefer eingeſenkt. Während dieſer Zeit erhält ſich ein fortdauerndes Gleichgewicht zwiſchen dem Totalgewicht des Schiffs und dem Waſſerdrucke gegen den eingeſenkten Theil des Schiffs, bis endlich Vor- und Achterſchiff völlig auf dem Grunde feſtſteht. In irgend einem der mittleren Zeitpunkte kann das Schiff wie ein Traghebel (vergl. S. 1967 Nr. 4) angeſehen werden, indem der Stützpunkt, hier der Achterblock, ſich an dem einen Ende, das Totalgewicht des ganzen Schiffs als Laſt in der Mitte, und das Gewicht des eingetauchten Theiles mit dem entſprechenden Auftriebe des Waſſers, als die Kraft an dem Vor-

Digitized by Google

ende befindet. Gewicht und Kraft wirken beide in der vertikalen Richtung, welche durch den Schwerpunkt des Schiffes geht. Durch Meſſung und Rechnung laſſen ſich folgende drei Größen leicht finden: das Gewicht des ganzen Schiffs aus ſeiner Waſſertracht; das Gewicht des eingetauchten Theils; und der perpendikuläre Abſtand der Waſſerdruckslinie oder ihrer Richtung von dem Stützpunkte. Es iſt alſo noch als unbekannte Größe in der Gleichung der Momente der Abſtand der durch den Schwerpunkt gehenden Vertikallinie zu finden.

Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 295, AN die Waſſerlinie des ſchwimmenden Schiffs, KL die Waſſerlinie, unmittelbar bevor das Vorderende den Block berührt. Die Linie PBO, ſenkrecht auf AN, geht durch den Schwerpunkt des Waſſerraums AFMN, folglich auch durch den Schwerpunkt des ganzen Schiffs. Man zieht QH durch den Schwerpunkt des Waſſerraums KFML, und FG durch den Stützpunkt F, parallel mit QH, ſenkrecht auf KL. Man ſetzt den ganzen Waſſerraum AFMN $= V$; KFML $= v$, und GH $= b$. Zieht man nun die Linie SEO parallel mit QH in der Entfernung GE von G $= \frac{bv}{V}$, ſo geht ſie ebenſowohl als PBO durch den Schwerpunkt des Schiffs, welcher in dem Schnittpunkte O liegen muß.

Die oben, S. 2042—2050, gegebenen Beſtimmungen über das Metazentrum, oder den Schnittpunkt, den die Vertikale durch den Schwerpunkt des ganzen Schiffes und durch denjenigen des Waſſerraums bei völligem Gleichgewichte mit der Vertikalen macht, welche bei geneigter Lage des Schiffs durch den Schwerpunkt des neuen Waſſerraums und denjenigen des Schiffes geht, haben für die Entfernung des Metazentrums vom Schwerpunkte des Waſſerraums im Gleichgewichte folgende Hauptformel feſtgeſtellt (S. 2047, Gleichung XVI):

$$mO = \frac{2}{3}\frac{\int y^3 dx}{V}$$

worin m das Metazentrum, O den Schwerpunkt des Waſſerraums und V das Volumen des Waſſerraumes bezeichnet; y iſt die halbe Breite des Schiffs in der Waſſerlinie, dx die unendlich kleine Länge der prismatiſchen eingetauchten und emporgehobenen Körper, alſo x ihre meßbare Länge. Soll die Höhe des Metazentrums nach dieſer Formel berechnet werden: ſo kann man die gewöhnliche Berechnungsweiſe des Flächeninhalts anwenden, indem man nur ſtatt der Ordinaten des Waſſerebenendurchſchnitts ihre Kuben in die Formel ſetzt (vergl. S. 2087 Gleichung VII). Das Reſultat iſt der Werth von $y^3 dx$; hievon zwei Drittel genommen und durch das Volumen des Waſſerraums dividirt giebt die Höhe des Metazentrums über dem Schwerpunkte des Waſſerraums.

Uebrigens muß man bemerken, daß dieſe Höhe des Metazentrums nur bei ſehr kleinen Neigungswinkeln zum Maaße der Stabilität gebraucht werden kann; weil nur bei ſolchen die in jener Formel liegenden Vorausſetzungen wahr ſind: daß nämlich die Breitendurchſchnitte der eingetauchten und emporgehobenen Theile rechtwinklige Dreiecke ſeien; und daß der horizontale Abſtand ihrer Schwerpunkte gleich zwei Dritteln der Breite des Schiffs in der Waſſerlinie ſei.

Digitized by Google

§. 337. Von den Hauptdimenſionen der Schiffe.

Bei Kriegsſchiffen hängt das Minimum der Länge von der Zahl der 1
Geſchütze ab, die es in einer Lage führen ſoll, und von dem zu ihrer Bedienung nöthigen Raume; das Minimum der Breite von dem Raume, den die Geſchütze zu ihrem Rücklaufe nach dem Abfeuern, und zu ihrer Bedienung in dieſer Richtung erfordern, ohne die Manöver des Schiffs in dem ungünſtigſten Wetter zu hindern, bei welchem die Geſchütze noch gebraucht werden können. Dieſe Minima müſſen ſo berechnet werden, daß ſie dem Schiffe angemeſſen ſind, wenn es bemaſtet und zugetackelt iſt, und ſeine vollſtändige Bewaffnung, Bemannung und Ausrüſtung am Bord hat. Soll es aber über dieſe gewöhnliche Ausrüſtung hinaus für einen beſonders lange dauernden Dienſt größere Proviſion und Munition an Bord nehmen können, ohne der gebrauchsfähigen Höhe der unterſten Geſchützlage über dem Waſſer durch tieferes Einſinken zu ſchaden: ſo muß natürlich der Waſſerraum durch Zuſätze zu jenen kleinſten Werthen der beiden Hauptdimenſionen vergrößert werden.

Mit der Länge ändern ſich in geradem Verhältniß der Waſſerraum, 2
die Stabilität und der Widerſtand des Waſſers an der Leeſeite; ſo daß mit der Vergrößernng der Länge auch die drei genannten Eigenſchaften vergrößert werden; aber es wird auch zugleich die Heftigkeit des Stampfens vergrößert; denn die Momente der Gewichte im Vor- und Achterſchiffe ändern ſich wie die Quadrate ihrer Abſtände von der Drehungsaxe; demgemäß wird auch der Angriff auf die Verbindung oder den Verband des Gebäudes vergrößert, und dagegen die Kraft des Widerſtandes vermindert, welche im umgekehrten Verhältniſſe mit der Länge ſteht. Durch den vergrößerten Seitenwiderſtand wird auch das Wenden durch den Wind und vor dem Winde, wie überhaupt jede Veränderung des Kurſes erſchwert.

Mit der Vergrößerung der Breite, d. h. der Breite desjenigen 3
Theils des Schiffes, welcher zwiſchen den Grenzen der Einſenkung und der Emporhebung eingeſchloſſen iſt, vergrößert ſich die Stabilität, welche ſich im Kubus der Breite ändert. Aber auch die Seitenmomente der Gewichte, in Beziehung auf die Drehungsaxe, ändern ſich wie die Quadrate ihres Abſtandes von dieſer Axe; und das Moment des Wellenſtoßes wird im gleichen Verhältniſſe vergrößert; es iſt daher der Zuwachs der Stabilität mit dem Zuwachs der Heftigkeit der Bewegungen, alſo auch mit dem Zuwachs des Angriffs auf den Verband des Gebäudes, namentlich mit dem Zuwachs der Gefahr für die Maſten verbunden.

Weil von der Stabilität die Wirkſamkeit der Geſchütze am mehrſten abhängt; weil ſie ferner das Schiff befähigt eine große Maſſe von Segeln beizuſetzen, wenn ein Leegerwall oder ein ſehr überlegener Feind in der Nähe iſt: ſo liegt die einzige Beſchränkuug der Stabilität in den nöthigen Rückſichten auf die Sanftheit der Bewegungen.

Digitized by Google

Durch den Zuwachs der Breite gewinnt das Schiff an Raum für die Ladung, aber es wächst auch der Widerſtand des Waſſers von vorne.

4 Die Geräumigkeit oder Laſtigkeit der Schiffe wächst wie die Kuben ihrer Dimenſionen; die Stabilität dagegen wächst wie die vierte Potenz der Dimenſionen. Kleine Schiffe müſſen daher eine verhältnißmäßig größere Breite haben als große.

Dies verlangt eine genauere Erklärung. Bei Schiffen von gleichviel Decken muß jedenfalls das kleinere eine verhältnißmäßig größere Breite haben. Dieſe Regel erhält eine Modifikation, wenn die Zahl der Decke wächst. Sollte z. B. ein Schiff von 120 Kanonen dieſe ſtatt auf drei auf vier Decken führen: ſo würde natürlich ſeine Länge vermindert werden; bliebe dabei die Breite dieſelbe, ſo würde der poſitive Theil des Ausdrucks für die Stabilität dadurch kleiner. Der Waſſerraum, als ein Element des negativen Theils jenes Ausdrucks, würde wahrſcheinlich ſehr nahe derſelbe bleiben, indem das hinzugekommene Gewicht der vergrößerten Höhe den durch die Längenverminderung hervorgebrachten Gewichtverluſt erſetzen könnte. In ſolchem Falle müßte aber das Schiff tiefer gehen, um dadurch daſſelbe Waſſervolumen wie vorher zu verdrängen. Durch die Erhöhung des Schiffsgebäudes würde der Schwerpunkt des Schiffs weiter nach oben, und durch die Vergrößerung des Tiefganges würde der Schwerpunkt des Waſſerraums weiter nach unten kommen; ſomit würde die Entfernung beider Schwerpunkte vergrößert werden. Da alſo der poſitive Theil des Stabilitätsausdruckes verringert, der negative Theil deſſelben vergrößert wäre, ſo müßte die Stabilität kleiner ſein. Von zwei Schiffen alſo, welche dieſelbe Anzahl Geſchütze führen, und dieſelbe Breite haben, von denen aber das eine mehr Decke enthält, hat dieſes letztere die geringere Stabilität.

Vergleicht man Schiffe von verſchiedenem Range mit einander, ſo ergiebt ſich nach dem Vorigen die einfache Regel, daß das kleinſte Schiff einer höhern Klaſſe, d. h. mit mehr Decken, eine verhältnißmäßig größere Breite erhalten muß, als das größte Schiff der nächſt niedrigen Klaſſe, um durch dieſen Zuſatz der Breite den aus der verhältnißmäßig geringeren Länge entſtandenen Mangel der Stabilität zu erſetzen.

Man kann alſo für die beſondern Fälle folgende Sätze aufſtellen:

1) Eine kleine Fregatte muß verhältnißmäßig breiter ſein, als eine große Korvette.

2) Ein kleiner Zweidecker muß verhältnißmäßig breiter ſein, als eine große Fregatte.

3) Ein kleiner Dreidecker muß verhältnißmäßig breiter ſein, als ein großer Zweidecker.

Es wird indeſſen auch für je zwei nächſte Klaſſen einen gewiſſen Punkt geben, wo die Schiffe aus beiden Klaſſen daſſelbe Verhältniß zwiſchen ihrer Länge und Breite haben müſſen. Es vergrößern nämlich die größeren Dimenſionen die Stabilität in größerem Maaße, als die Zahl der Decke und Geſchütze die Stabilität verringert. Demgemäß ergeben ſich noch folgende Sätze:

Digitized by Google

4) Eine mittlere Fregatte muß daſſelbe Verhältniß zwiſchen Länge und Breite haben, wie eine große Korvette.

5) Ein mittlerer Zweidecker daſſelbe Verhältniß zwiſchen Länge und Breite, wie eine große Fregatte.

6) Ein mittlerer Dreidecker daſſelbe Verhältniß zwiſchen Länge und Breite, wie ein großer Zweidecker.

Zu obigen kann man noch folgende Sätze fügen:

7) Eine große Korvette muß eine verhältnißmäßig größere Breite haben als eine große Fregatte.

8) Eine große Fregatte muß eine verhältnißmäßig größere Breite haben als ein großer Zweidecker.

9) Ein großer Zweidecker muß eine verhältnißmäßig größere Breite haben als ein großer Dreidecker.

Die Waſſertracht oder der Tiefgang eines Schiffes hängt nicht ſo- 5
wohl von feſten Prinzipien als vielmehr von lokalen Umſtänden ab. Schiffe welche für den großen Ozean beſtimmt ſind, dürfen und müſſen einen größern Tiefgang haben als ſolche, deren Fahrten auf Binnenmeere beſchränkt bleiben. Die durchſchnittliche ledige Waſſertracht, ſo wie die durchſchnittliche Lade-Waſſertracht läßt ſich durch die Berechnung des Waſſerraums ohne Schwierigkeit in beliebiger Annäherung finden.

Die Ladewaſſerlinie und die etwa nöthig befundene Steuerlaſtigkeit läßt ſich in folgender Weiſe beſtimmen. Man theilt das Schiff vermittelſt eines durch den Schwerpunkt des ganzen Waſſerraums gehenden vertikalen Breitendurchſchnittes in Vor- und Achterſchiff; darauf beſtimmt man die Lage der Schwerpunkte der beiden Theile des Waſſerraums unterhalb der angenommenen Waſſerlinie; verbindet man endlich dieſe beiden Schwerpunkte durch eine gerade Linie, ſo wird dieſelbe ſehr nahe parallel mit der Lage gehen, die das Schiff im Waſſer annimmt.

Man hat mancherlei Verſuche gemacht, die Steuerlaſtigkeit ganz aufzuge- 6
ben; indeſſen iſt man wieder zu ihrer Anwendung zurückgekehrt, indem die damit verbundenen Vortheile zu augenſcheinlich und unentbehrlich ſind. Zuerſt erhält dadurch das Waſſer einen freieren Zugang zum Steuerruder, und vermehrt deſſen Wirkung. Zweitens wird der Widerſtand, den das Schiff an ſeinem Vorderende erleidet, durch die Steuerlaſtigkeit vermindert; ſoll nämlich das Schiff auf ebenem Kiele gehen, d. h. keine Steuerlaſtigkeit haben, ſo muß ſein Achtertheil voller gehalten werden; bei ſolcher volleren Rundung hat das Schiff einen größeren Weg durchzumachen, um den vom Durchgange des Schiffes entſtandenen leeren Raum (vergl. S. 2254 Nr. 14) auszufüllen; der gewöhnliche Druck des Waſſers von hinten wird alſo ſchwächer, und der Widerſtand oder Druck von vorne findet demnach eine geringere Gegenwirkung; findet hingegen Steuerlaſtigkeit ſtatt, ſo iſt das Schiff hinten ſchärfer gebaut, das Waſſer füllt den leeren Raum ſchneller aus, ſetzt dem Drucke oder Widerſtande von vorne ſeinen Druck entgegen, und vermindert ihn demnach. Ferner giebt die Steuerlaſtigkeit ein günſtigeres Verhältniß zwiſchen der Reſultante des

Digitized by Google

Waſſerwiderſtandes und der zum leichten Manövriren der Segel erforderlichen Stellung der Maſten. Endlich iſt noch ein Hauptvortheil der Steuerlaſtigkeit dieſer, daß die Bewegungen eines beim Winde ſegelnden Schiffes beſſer regulirt werden können, indem die Reſultante des Waſſerwiderſtandes in Lee eine angemeſſenere Lage erhält. Iſt nämlich das Schiff hinten ſcharf, ſo bietet es längs den Kielklötzen, oder längs dem todten Holze, dem leewärts her andringenden Waſſer eine faſt ebene Fläche dar, und dieſe bewirkt mit ihrer Empfänglichkeit, daß die Reſultante des Waſſerſtoßes nicht zu weit nach vorne kommt.

7 Für Kauffahrteiſchiffe giebt es keine ſo feſten Prinzipien als für Kriegsſchiffe, um darnach ihre Hauptdimenſionen zu beſtimmen, weil möglich größter Tonnengehalt bei möglich kleinſter Mannſchaft für das Haupterforderniß gilt; welches nur dann durch das zweite Erforderniß der Schnelligkeit modifizirt wird, wenn ein Schiff zu weiten Reiſen im Indiſchen oder Stillen Ozean beſtimmt iſt.

Einige im neueren Handelsſchiffbau angewandte Verhältniſſe ſind folgende:

Sloops	v.	60	Tonnen	h.	ein Verhältniß	d. Breite	z. Länge	wie 34,8 zu 100
Schmaaken	"	170	"	"	"	"	"	33,4 " 100
"	"	200	"	"	"		"	32,0 " 100
Schooner	"	100	"	"	"	"	"	31,5 " 100
"	"	150	"	"	"	"	"	31,0 " 100
Brigg	"	150	"	"	"	"	"	30,0 " 100
"	"	300	"	"	"	"	"	28,6 " 100
Schiff	"	360	"	"	"	"	"	27.9 " 100
"	"	500	"	"	"	"	"	25,10 " 100

Die durchſchnittliche Tiefe der Sloops und Schmaacken iſt ungefähr fünf Neuntel ihrer Breite; der Schooner und Briggen von ſieben Zwölfteln bis drei Viertel ihrer Breite; große Briggen und Schiffe von drei Vierteln bis zwei Drittel ihrer Breite. Dieſe Verhältniſſe der Tiefe ſind offenbar zu groß, wenn man ſie mit den Tiefen vergleicht, welche Tafel CI bei den Dimenſionen neuerer Engliſcher, und Tafel CII neuerer Franzöſiſcher Kriegsſchiffe angegeben worden. Die zu große Tiefe iſt namentlich der Geſchwindigkeit nachtheilig. Von dem berühmten Schwediſchen Schiffbaumeiſter Chapman iſt folgende Formel für die Geſchwindigkeit G der Schiffe aufgeſtellt worden:

$$\text{I)}\quad G = \frac{\frac{1}{2}B \cdot \frac{4}{3}L}{\frac{3}{2}T}$$

worin B die Breite, L die Länge und T die Tiefe bis zum Flach am Pumpenſood bedeutet. Weil hierin die Tiefe als Diviſor vorkommt, ſo ſieht man ſogleich, daß ſie die Geſchwindigkeit verringert.

§. 338. Von dem Einfluſſe der bewegenden Kräfte auf die Geſtalt und Eigenſchaften der Schiffe.

1 Das Stampfen iſt die heftigſte Bewegung eines Schiffes, und eben ſo nachtheilig für den Verband ſeiner Theile, als für die Schnelligkeit ſeines Segelns. Es entſteht durch die entgegengeſetzte Wirkſamkeit des Waſſerauftriebes

Digitized by Google

an den unterſtützten Theilen und der Schwere der nicht unterſtützten. Es kann daher nur ſo lange in einiger Heftigkeit fortdauern, als das Schiff abwechſelnd über die Wellenſpitzen und über die Wellenthäler hingleiten muß, was nur geſchieht, wenn es *bei dem Winde* ſegelt. Die Heftigkeit des Stampfens hängt dann von folgenden vier Urſachen ab:

1) Von dem Grade der Ungleichheit der Waſſerfläche, d. h. von der Höhe der Wellen.

2) Von der Geſchwindigkeit mit welcher dieſelben auf einander folgen.

3) Von der Richtung, in welcher ſie das Vorſchiff oder den Bug treffen.

4) Von der Geſtalt des Vorſchiffes.

Am wenigſten nachtheilig iſt das Stampfen alsdann, wann der Wellen- 2
gang von ſolcher Art iſt, daß das Schiff ſo angeſehen werden kann, als drehe es ſich um eine feſte, durch ſeinen Schwerpunkt gehende Axe. Die Bewegungen können alsdann den Pendelſchwingungen gleichgeſetzt werden. Dieſe laſſen ſich in bedeutendem Maaße durch die Verlängerung oder Verkürzung des iſochroniſchen Pendels reguliren (vergl. S. 2214 ff.); je nachdem der Zuſtand der See längere oder kürzere Perioden der Schwingungen erforderlich macht. Dieſe Aenderungen laſſen ſich dadurch hervorbringen, daß einzelne Laſten der Ladung von der Drehungsaxe weiter entfernt oder ihr näher gebracht werden; denn dadurch werden die Trägheitsmomente des Vor- und Achterſchiffes vergrößert oder verringert.

Es ſind indeſſen nur einige Zuſtände der See von der Art, daß die Bewe- 3
gung des Stampfens mit den Schwingungen eines Körpers um eine durch ſeinen Schwerpunkt gehende feſte Axe verglichen werden kann, und daß die Trägheitsmomente des Vor- und Achterſchiffes der Bewegung entgegenwirken. Unter manchen Umſtänden kann bei ſchwerer See im Anfange der Bewegung die Drehungsaxe durch den Schwerpunkt des Schiffes gehen, während ſie weiter nach hinten rückt, wenn die Welle nach dem Achterſchiffe kommt. Das Trägheitsmoment des vor der Drehungsaxe liegenden Schiffes iſt das Produkt aller ſeiner Theile multiplizirt mit dem Quadrate ihrer einzelnen Entfernungen von der Drehungsaxe. Sobald dieſe hinter den Schwerpunkt des Schiffes rückt, wird das Trägheitsmoment größer, und zwar um das Produkt der vor die Drehungsaxe hinzugekommenen Theile multiplizirt mit dem Quadrate ihrer Entfernungen von der Drehungsaxe. Es wird demnach das Trägheitsmoment des vor der Axe liegenden Schiffes während der ganzen Bewegung vergrößert, und dasjenige des hinter der Axe liegenden in demſelben Maaße vermindert; dieſe Vergrößerung und Verminderung dauert natürlich bis zum Ende der Bewegung; und diejenige, welche den ſchädlichen Einfluß vermindert, wird kleiner. Weil die Richtung der Wellenbewegung der Richtung der Bewegung des Schiffes entgegengeſetzt iſt, ſo wird das Moment, mit welchem das Vorſchiff am Ende der Bewegung auf die See trifft, der Summe der Momente des Vorſchiffes und der See gleich; dieſer Zuſammenſtoß iſt in der Wirklichkeit oft groß genug, um die Bewegungen des Schiffes für einige Sekunden völlig zu hemmen.

Digitized by Google

Häufige Wiederholungen dieſer Stöße ſind daher nicht allein der Stärke des Gebäudes nachtheilig, ſondern hemmen auch den Gang des Schiffes; auch bringen ſie bei gewiſſen Lagen dadurch eine Gefahr, namentlich für Schiffe mit tiefer Kuhl, oder hoher Back und Schanze herbei, daß die Sturzſeen häufiger eindringen. Wenn ferner ein Schiff nicht im Stande iſt, den von vorn kommenden Seen mit Vortheil entgegenzugehen, ſo iſt die Möglichkeit, daß es ſich bei gefährlichen Gelegenheiten vom Legerwall abarbeiten könne, bedeutend vermindert.

Es müſſen demnach dieſe heftigen Bewegungen entweder durch die Verringerung der vorderen Momente oder dadurch vermieden werden, daß man dem Vorderſchiff eine Geſtalt giebt, welche ſein Einſinken in das Waſſer nur ſehr allmälig geſchehen läßt. Weil aber überhaupt der Bug ſo heftigen Stößen ausgeſetzt iſt: ſo muß er aus vorzüglich ſtarken Beſtandtheilen zuſammengeſetzt ſein; jedoch muß hiebei nicht mehr Gewicht dieſer Beſtandtheile angehäuft werden, als unumgänglich nöthig iſt, um nicht die Vorlaſt zu vergrößern. Aus demſelben Grunde darf auch der Fockmaſt nicht zu weit nach vorne kommen, weil er durch ſein Gewicht und den Druck der Vorderſegel noch die Heftigkeit des Stampfens vergrößern würde.

4 Während das Schiff unter Segel iſt, wirken zwei Kräfte zuſammen; die eine die des Windes, welche das Schiff vorwärts treibt; die andere der Widerſtand des Waſſers, welcher es aufhält. Sobald das Schiff die dem Winde entſprechende Geſchwindigkeit erhalten hat, ſind beide Kräfte gleich, und ihre auf ganze Flächen ausgedehnten Wirkungen können in einen *Kraftpunkt* geſammelt werden, auf welchen die Reſultanten wirken. Von den beiden einander gleichen Reſultanten wirkt die eine auf die Segel und zwar von der Luv- oder Windſeite her in der Richtung des Windes; die andere von der Leeſeite. Ihre Wirkungen ſtehen natürlich im Verhältniß der Entfernung ihrer Angriffspunkte vom Schwerpunkte. Sind dieſe Entfernungen gleich, ſo heben ſich die Wirkungen auf, und das Schiff bleibt hinſichtlich ſeines Kurſes in Ruhe; liegt der Angriffspunkt der Reſultante des Waſſerwiderſtandes vor demjenigen der Reſultante des Windes, ſo wird das Schiff *gegen* den Wind gedreht, oder luvt an; liegt der Angriffspunkt des Windes vor dem andern, ſo wird das Schiff leewärts gedreht, oder *fällt ab*. In beiden Fällen muß das Gleichgewicht der Kräfte durch die Wirkung des Waſſers auf das Steuerruder hervorgebracht werden. Wirkt das Waſſer auf die Leeſeite des Ruders, ſo bringt es die Reſultante des Waſſerwiderſtandes mehr nach hinten; wirkt es auf die Luvſeite des Ruders, ſo bringt es dieſelbe Reſultante mehr nach vorne, und zerſtört dadurch einen Theil von der Wirkung des Windes.

5 Um zu finden, wie weit der *Segelpunkt*, d. h. der Mittelpunkt der Wirkung des Windes auf die Segel, vor dem Schwerpunkte des Schiffes liegt, ſucht man zuerſt das Moment eines jeden Segels, indem man ſeine Fläche mit der horizontalen Entfernung multiplizirt, welche ſein Kraft- oder Schwerpunkt von dem Schwerpunkte des Schiffes hat. Die Momente, welche vorne liegen macht man zu einer poſitiven Summe; diejenigen, welche hinter demſelben lie-

Digitized by Google

gen, zu einer negativen Summe; die letztere von der erſtern abgezogen giebt einen Reſt, den man mit der Flächenſumme aller Segel zu dividiren hat (vrgl. S. 1949); der Quotient giebt den geſuchten Abſtand des Segelpunktes vom Schwerpunkte des Schiffs nach vorne hin. Die Lage des Segelpunktes in Bezug auf die Länge des Schiffs beſtimmt in bedeutendem Grade die Stelle der Maſten; indem es als eine der erfahrungsmäßig wichtigſten Eigenſchaften anzuſehen iſt, daß das Schiff gehörig anluvt, oder luvgierig ſei.

Ein großer Theil des Windes bei ſchrägen Kurſen ſtrebt das Schiff im Gan- 6
zen leewärts zu treiben; da dieſer Trieb nicht völlig aufgehoben werden kann, ſo macht das Schiff einige Abtrifft, und zwar in der Richtung einer Linie, welche parallel mit dem Kielwaſſer des Schiffs durch ſeinen Bug auf der Leeſeite und irgend einen Punkt der Luvſeite geht.

Faßt man die von S. 2242 bis S. 2260 gegebenen Lehren über die Wir- 7
kung des Steuerruders bei geradem und ſchrägem Laufe zuſammen, ſo iſt es leicht zu beſtimmen, welchen Einfluß die Segel auf daſſelbe üben. Wenn ein Körper ſich in einer Flüſſigkeit bewegt, ſo häuft er dieſelbe an ſeinem Vordertheile an, während ſie in entgegengeſetzter Richtung niederwärts ſtrebt. Die Größe der Anhäufung und des Niederdrucks hängt von der Geſchwindigkeit des bewegten Körpers ab. Je größer die Geſchwindigkeit iſt, deſto vortheilhafter fällt die Reſultante des Waſſerwiderſtandes auf das Vorſchiff, um es luvgierig zu machen; es wächst alſo die Luvgierigkeit mit der Geſchwindigkeit.

Ein Schiff, das bei dem Winde ſegelt, wird auf der Leeſeite etwas tiefer eingetaucht; die Geſtalt des neu eingetauchten Theiles weicht wenig von derjenigen des vorhereingetauchten ab, ſo daß der Einfallswinkel des Waſſers derſelbe bleibt; dagegen zieht die Vergrößerung der eingetauchten Fläche die Reſultante des Widerſtandes weiter nach vorne. Da ferner der Hintertheil des Schiffs ſcharf iſt, ſo wird durch die Neigung nach der Leeſeite der Neigungswinkel des Waſſerwiderſtandes gegen das Achtertheil ſo ſehr verringert, daß hinſichtlich des Laufes beinahe nur die Reibung übrig bleibt. Da aber die Geſtalt des Achterſchiffes beinahe eine Ebene bildet, ſo widerſteht dieſelbe zugleich einer gar zu großen Drehung des Schiffes, wodurch es gegen den Wind aufſtiegen würde; es hilft alſo dieſe beinahe ebene Geſtalt dazu, daß das Ruder nicht zu heftig bewegt werden darf, wodurch die Geſchwindigkeit vermindert werden würde.

Hieraus ergiebt ſich folgende allgemeine Regel, hinſichtlich des Unterſchie- 8
des der Waſſertracht, welche dem Achterſchiffe gegeben werden muß: dieſer Unterſchied muß in dem Verhältniſſe vermehrt oder verringert werden, in welchem die dem gerade vorwärts herwirkenden Widerſtande dargebotene Fläche zu der dem Seitenwiderſtande dargebotenen Fläche ſteht; oder in kürzerem Ausdrucke: der Unterſchied der Waſſertracht ändert ſich, bei übrigens gleichen Umſtänden, gerade in demſelben Verhältniſſe in welchem die Breite zur Länge ſteht.

Bei der Berechnung des Segelpunkts nimmt man an, daß die Segelflächen Ebenen, und hinſichtlich der Längenaxe des Schiffs gleichmäßig vertheilt ſeien. Sobald aber ein Schiff bei dem Winde ſegelt, befindet ſich ein größerer Theil

Digitized by Google

der Segelfläche auf der Leeſeite, und das ganze Segel nimmt eine Krümmung an, welche von der Luv- nach der Leeſeite zu größer wird. Hiedurch rückt der Segelpunkt um deſto weiter nach hinten, je ſtärker der Wind auf die Segel wirkt. Ferner rückt durch die Neigung der Segelpunkt leewärts, und der vorher erwähnte Einfluß auf die Reſultante des Waſſerwiderſtandes vergrößert ebenfalls die Entfernung zwiſchen ihnen. Bleibt alſo die Stellung und die Fläche der beigeſetzten Segel dieſelbe, ſo wächst die Luvgierigkeit mit dem Winde, und nimmt mit demſelben ab. Nimmt man nun die vorhin angeführten Urſachen der vermehrten Luvgierigkeit hinzu; beachtet man die praktiſche Erfahrung, daß die Schiffe ganz gewöhnlich bei leichtem Winde den Helmſtock in Lee, d. h. eine Ruderhülfe zum Luven haben müſſen: ſo zeigt ſich ſogleich, daß die Luvgierigkeit in einem größeren Verhältniſſe als der Wind ab- und zunimmt. Der Widerſtand von vorne und der von der Seite verändern ſich beide wie das Quadrat der Geſchwindigkeit des Schiffs in dieſen beiden Richtungen; daher vermindert ſich der Seitenwiderſtand in einem größern Verhältniſſe als der von vorne kommende oder direkte. Sobald alſo der Wind abnimmt, wird der Winkel der Abtrifft größer; dies zieht die Reſultante des Waſſerwiderſtandes nach hinten, und vermindert die Luvgierigkeit. Zunahme und Abnahme der Luvgierigkeit richtet ſich alſo nach dem Unterſchiede des Verhältniſſes zwiſchen Zunahme und Abnahme des Seiten- und des direkten Widerſtandes. Um alſo der Lafwindigkeit eines Schiffes, d. h. ſeiner Neigung abzufallen, oder ſich vor dem Winde zu drehen, entgegenzuwirken, muß man entweder dem Schiffe oder den Segeln diejenige Beſchaffenheit geben, welche die Entfernung zwiſchen dem Segelpunkte und zwiſchen dem Angriffspunkte der Waſſerreſultante vermehrt.

9 Zuweilen wird ein Schiff durch den Zuſtand der See lafwindig, indem die Wellen gegen den Bug an der Luvſeite ſchlagen. Da ſie alsdann ſchon allein eine Neigung des Schiffs nach der Leeſeite hervorbringen, ſo würde dieſer Stoß zum Nachtheil des Schiffs noch vermehrt werden, wenn man die vorher angeführten Mittel anwenden wollte, die ein tieferes Eintauchen des Bugs an der Leeſeite hervorbringen. Man muß in ſolchem Falle die vorderen Segel vermindern, wodurch theils der Segelpunkt weiter nach hinten kommt, theils die Heftigkeit des Stampfens vermindert wird.

10 Bei ſchwerem Wetter und daher unter wenigen Segeln, zeigen die Schiffe gewöhnlich eine ſehr geringe Steuerfähigkeit, theils wegen der alsdann vorhandenen Lage des Segelpunkts, theils wegen des Zuſtandes der See. Ein Zuſatz von Segeln, hinten oder vorne, iſt alsdann nicht zuläſſig. Eine urſprüngliche Stellung der Maſten kann für ſolche Fälle das Beſte thun. Doch darf die Aenderung dieſer Stellung nie ſo gemacht werden, daß die Schnelligkeit und Leichtigkeit der Bewegungen darunter leidet; und dieſe hängt bei weitem mehr von der Stellung der Segel vor und hinter der Drehungsaxe ab, als von der Stellung des Segelpunkts.

11 Zeigt ſich ein Schiff zu luvgierig, ſo muß, weil die Krümmung der Segel und die Neigung des Schiffs die Luvgierigkeit vermehrt, die Segelfläche vermindert werden; es müſſen alſo namentlich diejenigen Segel eingezogen wer-

Digitized by Google

den, deren größere Breite eine größere Krümmung annimmt. Man ſieht leicht ein, daß für die verſchiedenen Umſtände eine Aenderung in der Lage des Segelpunkts eintreten muß; ferner, daß dieſe Aenderung nur dadurch erlangt werden kann, daß ein gewiſſer Theil der Kraft des Windes ein anderes Moment erhält; dies Letztere geſchieht nur durch Feſtmachen eines Segels an einer Stelle, oder durch Beiſetzen eines Segels an einer andern, oder durch beides zugleich; es hat dies einen ähnlichen Effekt, als wenn ein Gewicht an einem Hebel andre und andre Stellen erhält.

Der Wind wirkt je nach ſeiner Stärke auf die Segelfläche mit einer Kraft, welche, wie S. 836 u. 867 gezeigt worden, in jedem beſondern Falle durch ein beſtimmtes Gewicht ausgedrückt werden kann. Tafel CXXXII iſt dieſes Gewicht für einen Quadratfuß Segelfläche und für die verſchiedene Stärke des Windes angegeben. Hat ein Segel 40 Quadratfuß Segelfläche, und wirkt der Wind mit einer Stärke von 5 Pfund auf den Quadratfuß: ſo trägt dieſes Segel in dem Augenblicke mit einem Gewicht von 200 Pfund zur Beſtimmung des Segelpunkts bei. Es kann nun Fälle geben, wo zur vortheilhafteren Stellung des Segelpunkts ein ſolches Gewicht weiter nach vorne oder nach hinten gebracht werden muß. Es müßte alſo jenes Segel feſtgemacht, und ein anderes ihm gleiches an der erforderlichen Stelle beigeſetzt werden; oder es müßte ein anderes doppelt ſo großes an jener Stelle beigeſetzt werden, um jenem in Thätigkeit bleibenden mit der einen Hälfte das Gleichgewicht zu halten, und mit der andern Hälfte die erforderliche Aenderung der Kraftvertheilung hervorzubringen.

Man hat folgende leicht anwendbare Tafel gebildet, worin angegeben iſt, ein wie großes Gewicht um eine Entfernung von 40 Fuß nach vorne oder hinten bewegt werden muß, um eine Aenderung von 1 Fuß in der ganzen Segelbeſchaffenheit des Schiffs hervorzubringen. Die Länge und Breite ſind für die Vergleichung wichtigere Angaben, als die Zahl der Kanonen. Die Fuße ſind Engliſche (von denen 1440 = 1351,2 Franzöſiſchen); die Engliſche Tonne enthält 2240 Pfund Engliſches avoir-du-poids Gewicht (von denen 100 = 92,65 Franzöſiſche Pfund poids-de-marc; vergl. Tafel CXVII, CXXIII u. Taf. CXXV, Anmerkung).

Klaſſen der Schiffe nach Kanonenzahl.	Länge. Fuß.	Breite. Fuß.	Gewicht, welches um 40 F. bewegt werden muß.
Erſte Klaſſe von 120 Kanonen	205,25	54,50	112 Tonnen.
Zweite — 84 —	192,25	51,44	90 —
Vierte — 60 —	174,00	43,67	58 —
Fünfte — 46 —	159,70	40,50	38 —
Sechste — 28 —	120,20	33,67	22 —
Sloops — 18 —	111,25	30,50	14 —

Iſt irgend eine andere Aenderung in der Segelbeſchaffenheit erforderlich, ſo kann ſie aus der obigen Tafel durch eine einfache Proportion hergeleitet werden. Weil ferner die auf den Segelpunkt durch Einziehung oder Beiſetzung

Digitized by Google

eines Segels hervorgebrachte Wirkung nach der vorausgegangenen Bemerkung leicht geſchätzt werden kann, ſo ſind die zu der beabſichtigten Aenderung erforderlichen Maßregeln ohne große Schwierigkeit zu beſtimmen.

12 Haben die Maſten einen Fall, oder eine von der Vertikallinie abweichende geneigte Stellung, ſo ändert ſich die Kraft des Windes, und zwar im Verhältniß des Sinus des Neigungswinkels (oder Koſinus des Einfallswinkels vergl. S. 2158). Wird alſo die ganze Segelbeſchaffenheit geändert, ſo wird natürlich auch dieſer Neigungswinkel und damit die Wirkung des Windes auf die einzelnen Segel, und ſeine Totalwirkung auf die ganze Segelfläche eine andere.

13 Man hat theils durch Theorie, theils durch Erfahrung den Winkel zu beſtimmen geſucht, den die Raaen mit dem Kiele bilden müſſen, wenn unter verſchiedenen Umſtänden, namentlich bei verſchiedenen Richtungen des Winds die vortheilhafteſte Wirkung deſſelben auf die Segel erhalten werden ſoll. Im Allgemeinen gilt die Regel: je mehr Segel beigeſetzt ſind, um deſto kleiner muß der Winkel ſein, den die Raaen mit dem Kiele machen, d. h. deſto ſchärfer müſſen ſie angebraßt werden. Je ſchärfer ferner ein Schiff gebaut, alſo je angemeſſener es für einen ſchnellen Lauf iſt, deſto kleiner muß der Winkel zwiſchen Raa und Kiel ſein. Je mehr ſich ferner die Segelfläche einer Ebene nähert, um deſto kleiner muß ebenfalls der genannte Winkel werden.

14 Gewöhnlich wird der Fockmaſt zu weit nach vorne gebracht, wodurch einestheils das ſcharfe Anbraſſen der Vorderſegel verhindert, und anderntheils die Heftigkeit des Stampfens vermehrt wird. Bei der jetzt üblichen größern Länge der Schiffe kann der Fockmaſt etwas weiter zurückgeſetzt werden, ohne daß die Segelregierung des Fock- und großen Maſtes gehindert, und ohne daß der Wind, der auf die Segel des Fockmaſts treffen ſoll, von den Segeln des großen Maſtes aufgefangen wird. Ferner ſind auch gegenwärtig die Achterſchiffe nicht mehr ſo hoch über Waſſer; ſo daß es nicht mehr einer ſo großen Kraft der Vorderſegel bedarf, um das Gegengewicht für die Wirkung zu bilden, die der Wind auf die Achterſchiffe ausübt. Auch giebt die gegenwärtige größere Länge eine viel ſchärfere und feinere Geſtalt des Achterſchiffes, wodurch die Reſultante des Widerſtandes weiter nach hinten kommt. Alle dieſe Gründe zuſammen zeigen, daß es gegenwärtig nicht mehr nöthig iſt, die Maſten nur um ein Neuntel der ganzen Länge von dem Vorſteven zu entfernen; der Abſtand kann größer ſein, da er zu jener Zeit als allgemeine Regel angenommen wurde, wo die geringere Länge der Schiffe, und die Höhe ihrer Achtertheile dieſelbe als richtig erwies.

Die gegenwärtig nach Chapmans Regeln faſt bei allen ſeefahrenden Nationen eingeführte Bauart giebt den Schiffen ein aufſteigendes Flach, oder eine aufſteigende Flur (unterſte Abtheilung des Bauchs), ein vollgehaltenes Vorderſchiff und ein außerordentlich ſchlankes Hinterſchiff. Demgemäß ſollte auch eine Aenderung für die Stellung des Fockmaſts eintreten. Bei der Schwediſchen Fregatte **Chapman**, welche ganz nach ſeinen Prinzipien gebaut, und deshalb nach ihm benannt worden, findet ſich bei einer Länge von 149,8 Fuß in

Digitized by Google

der Waſſerlinie folgende Stellung der Maſten, angegeben nach der Entfernung von dem vorderſten Punkte der Waſſerlinie in Fuß:

Fockmaſt 28,0; Großer Maſt 89,5; Beſahnmaſt 124,2.

Die Entfernung des Fockmaſts vom Vorderende der Waſſerlinie beträgt alſo 0,187 derſelben, oder beinahe ein Fünftel.

Gewöhnlich wird die Stellung der Maſten von dem äußern Rande der Sponning des Vorſtevens (d. h. der Vertiefung zur Einfügung der Planken) ausgemeſſen, indem dieſer Rand die Grenze des Waſſerebenendurchſchnitts bezeichnet. Die folgende Beſtimmungsweiſe iſt aber eine viel genauere, und könnte allgemein eingeführt werden.

Es ſtelle, Tafel XXXV, D, Fig. 297, AB einen Theil der Waſſerlinie vor; AD die vordere Grenze des vertikalen Längendurchſchnitts des Schiffes; PD eine Verlängerung des untern Randes vom loſen Kiel. Ferner ſei BC perpendikulär auf AB und gehe durch den Schwerpunkt des Schiffes, und ſei zugleich die Drehungsaxe deſſelben. Es ſei DV ebenfalls perpendikulär auf AB; D ſei das Ende des Kiels. Es ſei $AB = a$, $CD = b$, $AV = a - b = c$, $AK = x$, $AL = \frac{2}{3} x$; $VD = h$.

Soll ſich das Dreieck KFA um die Drehungsaxe BC drehen, ſo iſt der Widerſtand, den es bei ſolcher Drehung findet, ſeinem Momente in Beziehung auf die Drehungsaxe gleich. Dieſes Moment iſt das Produkt aus dem Flächeninhalte des Dreiecks und der Entfernung ſeines Schwerpunkts von der Axe. Der Schwerpunkt des Dreiecks liegt (vergl. S. 1950 Nr. 7) auf einem Drittel ſeiner Höhe von der Baſis gerechnet. Nimmt man AK als die Höhe, KF als die Baſis, und $AL = \frac{2}{3} AK$, ſo liegt der Schwerpunkt in der Linie LH parallel mit KF; halbirt man die Baſis KF in G, und zieht GA, ſo liegt der Schwerpunkt in H. Sein ſenkrechter Abſtand von der Drehungsaxe iſt aber gleich LB; man hat alſo den Widerſtand des Dreiecks KAF proportional der

$$\text{Fläche KAF} \times \text{LB} = \frac{AK \cdot KF}{2} \cdot LB.$$

Es iſt ferner $AK : KF = AV : VD$; alſo $KF = \frac{AK \cdot VD}{AV} = \frac{xh}{c}$.

Subſtituirt man dieſen Werth von KF in die obige Gleichung, ſo iſt der

$$\text{Widerſtand} = \frac{h \cdot x^2}{2c} \cdot \left(a - \frac{2}{3} x\right);$$

denn es iſt $BL = a - \frac{2}{3} x$.

In gleicher Weiſe findet man den Widerſtand, welchen das Dreieck DFP bei ſeiner Drehung um dieſelbe Axe BC erleidet, wenn man FP halbirt, MD zieht, $DO = \frac{2}{3} DP$ nimmt, und NO parallel mit MP zieht. Alsdann iſt N der

Digitized by Google

Schwerpunkt des Dreiecks DFP, und CO ſein ſenkrechter Abſtand von der Drehungsaxe, und es iſt der

$$\text{Widerſtand} = \text{Fläche DFP} \cdot \text{CO} = \frac{\text{DP} \cdot \text{PF}}{2} \cdot \text{CO}.$$

Da ferner DP : PF = VA : DV; ſo iſt $\text{PF} = \frac{\text{DP} \cdot \text{VD}}{\text{AV}} = \frac{\text{DP} \cdot \text{h}}{\text{c}}$

Es iſt ferner $\text{DP} = \text{VK} = \text{VA} - \text{KA} = \text{c} - \text{x}$; daher $\text{PF} = \frac{\text{h} \cdot (\text{c} - \text{x})}{\text{c}}$

und der Widerſtand des Dreiecks $\text{DPF} = \frac{\text{h} \cdot (\text{c} - \text{x})^2}{2 \cdot \text{c}} \cdot \left(\text{b} + \frac{2}{3} \cdot (\text{c} - \text{x})\right)$

denn es iſt $\text{CO} = \text{b} + \frac{2}{3}\,\text{DP}$.

Setzt man die beiden Widerſtände gleich, ſo iſt, indem man den gemeinſchaftlichen Faktor h ausläßt:

$$\text{x}^2 \left(\text{a} - \frac{2\text{x}}{3}\right) = (\text{c} - \text{x})^2 \cdot \left(\text{b} + \frac{2}{3} \cdot (\text{c} - \text{x})\right)$$

Um den Werth von x zu finden, hat man zuerſt

$$\frac{\text{x}^2\text{a} - \frac{2}{3}\,\text{x}^3}{\text{c}^2 - 2\text{cx} + \text{x}^2} = \text{b} + \frac{2}{3}\,\text{c} - \frac{2}{3}\,\text{x}.$$

Multiplizirt man beiderſeits mit dem Diviſor der linken Seite, ſo iſt:

$$\text{x}^2\text{a} - \frac{2}{3}\,\text{x}^3 = \text{bc}^2 + \frac{2}{3}\,\text{c}^3 - \frac{2}{3}\,\text{c}^2\text{x} - 2\text{bcx} - \frac{4}{3}\,\text{c}^2\text{x} + \frac{4}{3}\,\text{cx}^2 + \text{bx}^2 + \frac{2}{3}\,\text{cx}^2 - \frac{2}{3}\,\text{x}^3.$$

Indem die beiden letzten Glieder ſich heben, wird die Gleichung zu einer quadratiſchen. Da ferner $\text{a} = \text{b} + \text{c}$, ſo iſt:

$$\text{bx}^2 + \text{cx}^2 = \text{bc}^2 + \frac{2}{3}\,\text{c}^3 - \frac{2}{3}\,\text{c}^2\text{x} - 2\text{bcx} - \frac{4}{3}\,\text{c}^2\text{x} + \frac{4}{3}\,\text{cx}^2 + \text{bx}^2 + \frac{2}{3}\,\text{cx}^2.$$

Auf beiden Seiten heben ſich bx^2; außerdem hat man auf der rechten Seite $\left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3}\right)\text{cx}^2 = 2\,\text{cx}^2$; ferner $-\frac{6}{3}\,\text{c}^2\text{x} = -2\,\text{c}^2\text{x}$. Nimmt man alle Glieder mit x auf die linke Seite, ſo iſt:

$$\text{cx}^2 - 2\,\text{cx}^2 + 2\,\text{c}^2\text{x} + 2\,\text{bcx} = \text{bc}^2 + \frac{2}{3}\,\text{c}^3$$

$$\text{alſo} \quad -\text{cx}^2 + 2\,\text{c}^2\text{x} + 2\,\text{bcx} = \text{bc}^2 + \frac{2}{3}\,\text{c}^3$$

Damit die höchſte Potenz von x poſitiv ſei (vergl. S. 603 Nr. 10), ſo ändert man ſämmtliche Zeichen:

$$\text{cx}^2 - 2\,\text{c}^2\text{x} - 2\,\text{bcx} = -\,\text{bc}^2 - \frac{2}{3}\,\text{c}^3$$

Digitized by Google

Dividirt man ſämmtliche Glieder durch c, ſo iſt:

$$x^2 - 2(b + c)x = -bc - \frac{2}{3}c^2$$

Setzt man wieder $b + c = a$, ſo hat man folgende unvollſtändige quadratiſche Gleichung:

$$x^2 - 2ax = -bc - \frac{2}{3}c^2$$

daher:

$$x^2 - 2ax + a^2 = a^2 - bc - \frac{2}{3}c^2 = a^2 - \left(bc + \frac{2}{3}c^2\right)$$

$$x - a = \pm\sqrt{a^2 - \left(bc + \frac{2}{3}c^2\right)}$$

Nimmt man a auf die rechte Seite, ſo ſieht man ſogleich, daß nur der negative Werth des Wurzelausdrucks gelten kann, indem x offenbar kleiner ſein muß als a; daher endlich:

$$x = a - \sqrt{a^2 - \left(bc + \frac{2}{3}c^2\right)}$$

Nimmt man $BK = a - x$ gleich dem arithmetiſchen Mittel zwiſchen a und b, ſo erhält man eine genügende Genauigkeit. Es iſt alsdann $a - x = \frac{a + b}{2}$ alſo $x = a - \left(\frac{a + b}{2}\right)$; es muß alsdann beinahe ſein:

$$\sqrt{a^2 - \left(bc + \frac{2}{3}c^2\right)} = \frac{a + b}{2}$$

Nimmt man nun z. B. $a = 50$; $b = 40$; alſo $c = 10$; ſo iſt $a^2 = 2500$; $bc = 400$; und $\frac{2}{3}c^2 = \frac{2}{3} \cdot 100 = 66{,}6$; ferner $a + b = 90$; daher:

$$\sqrt{2500 - (400 + 66{,}6)} = \sqrt{2033{,}3} = 45 = \frac{90}{2}$$

Man kann alſo den Punkt K auf die Art beſtimmen, daß man das arithmetiſche Mittel zwiſchen a und b vom Punkte B aus auf der Waſſerlinie nach dem Vorſteven hin abſetzt. B iſt dadurch beſtimmt, daß BC durch den Schwerpunkt des Schiffes geht. Der Punkt K iſt dadurch wichtig, daß das von ihm auf die vorderſte Grenze des ſenkrechten Längendurchſchnitts gefällte Perpendikel dieſelbe ſo ſchneidet, daß der Widerſtand gegen die Winkelbewegung der beiden Dreiecke KFA und DFP gleich iſt.

Sobald dieſer Punkt für die in dem Ausſchießen ihres Vorſtevens verſchiedenſten Schiffe beſtimmt iſt, giebt er einen viel entſcheidenderen Anfangspunkt zur Stellenmeſſung der Maſten ab, als der äußere Rand der Sponning, oder irgend ein anderer Punkt; nach ihm nämlich läßt ſich die Lage der Reſultante des Waſſerwiderſtands beſtimmen.

Digitized by Google

16 Wenn der Wind auf die Segel zu wirken anfängt, so ist diese Wirkung dann, wann das Schiff aus der Ruhe in die Bewegung übergeht, am stärksten, während der Widerstand des Wassers zu dieser Zeit am schwächsten ist. Sobald aber die Geschwindigkeit des Schiffes zu wachsen anfängt, nimmt die Wirkung des Windes auf die Segel allmälig ab, während der Widerstand des Wassers mit der Schnelligkeit des Schiffs zu wachsen anfängt. Auf diese Art ändern sich die beiden auf das Schiff wirkenden Kräfte so, daß sie nach einem bestimmten Zeitverlaufe gleich werden. Von da an hört die Beschleunigung durch den Wind auf, und das Schiff nimmt eine gleichförmige Bewegung an, und zwar mit der zuletzt erlangten Geschwindigkeit. Diese steht aber im Verhältnisse zu der Kraft des Windes, und zu der Segelfläche, auf welche er trifft; oder wenn die Kraft des Windes als konstant angesehen wird, im Verhältnisse zu der beigesetzten Segelfläche: Das Moment dieser Segelfläche muß mit der Stabilität des Schiffes in Proportion stehen, und zwar so, daß die zulässig größte Segelwirkung erlangt wird. Hienach bestimmt sich hauptsächlich die Höhe des Segelpunktes über dem Schwerpunkte des Schiffs.

17 Die Luft ist im Allgemeinen 800mal leichter als Regenwasser und 832mal leichter als Seewasser, also auch ihre Wirksamkeit auf eine Fläche um eben so viele Male geringer, wenn sie auch mit derselben Gewalt wie das Wasser darauf trifft.

Weht demnach ein Wind mit der Geschwindigkeit $= c$ auf eine Fläche ff, so ist seine Gewalt dem Gewichte eines Wasservolumens gleich, dessen Inhalt $\frac{c^2\,ff}{800 \cdot 2g}$ beträgt, worin $g = 31$ Rhein. Fuß; denn die Gewalt, mit welcher das Wasser bei gleicher Geschwindigkeit auf dieselbe Fläche treffen würde, wäre $= \frac{c^2\,ff}{2g}$ (vergl. S. 2226). Die jedesmalige Gewalt des Windes mit der Schwere zu vergleichen dient der Anemometer (vergl. S. 836 u. S. 867). Trifft der Wind nicht perpendikulär auf die Segelfläche, so wird seine Kraft vermindert (vergl. S. 2226) und zwar im Verhältniß des Quadrats vom Sinus des Neigungswinkels (oder des Quadrats vom Kosinus des Einfallswinkels). Ist also die Neigung gegen die Segelfläche $= \vartheta$, so wird seine Gewalt gleich dem Gewichte eines Wasservolumens das $= \frac{c^2\,ff}{800 \cdot 2g} \cdot \sin^2 \vartheta$. Diese Kraft geht natürlich auch perpendikulär durch den Schwerpunkt der Segelfläche.

Könnte daher eine Segelfläche wirklich so gespannt werden, daß sie eine Ebene bildete, so wäre in obiger Formel das ff der Quadratinhalt derselben. Es sei ein solches Segel 10 Fuß lang und 10 Fuß breit; alsdann ist $ff = 100$; es sei ferner der Wind perpendikulär darauf gerichtet, und wehe mit einer Geschwindigkeit $= 10$ Fuß in der Sekunde; alsdann giebt die Formel seine Kraft gleich dem Gewicht eines Wasservolumens, dessen kub. Inhalt $= \frac{100 \times 100}{800 \times 62{,}6}$ Rheinische Kubikfuß wäre; dieses Volumen muß dann noch mit der Anzahl von Pfunden multiplizirt werden, die sich in einem Rheinischen Kubikfuß Wasser

Digitized by Google

finden. Von dem Franzöſiſchen Poids-de-marc ſind 71,586 Pfunde in einem Franzöſiſchen Kubikfuße enthalten; von demſelben Gewichte finden ſich in einem Rheiniſchen Kubikfuße 64,652 Pfunde.

Zur allgemeinen Ueberſicht des nach den verſchiedenen Maaßen und Gewichten ſehr abweichenden Werthes, den das Gewicht eines Kubikfußes Seewaſſer hat, dient folgende, in vielen Fällen anwendbare Tafel; die Kubikfuße, Pfunde und Laſten oder Tonnen ſind diejenigen des betreffenden Ortes oder Landes. Die Reduktionen auf andere Maaße und Gewichte können nach den Tafeln XX, XXII, CXVII Anmerkung, CXXIII Anmerkung, CXXV Anmerkung gemacht werden.

Oerter und Länder.	Pfunde in 1 Kubikf. Seew.	Zahl der Kubikfuße Seewaſſer in 1 Laſt.	Die Laſt wiegt in Pfunden des Orts.
Königsberg:	63,476	63,0158	4000
Stettin:	49,344	81,0636	4000
Bremen:	49,512	80,7888	4000
Hamburg:	49,648	80,5670	4000
Lübeck:	52,129	76,7333	4000
England (London):	63,964	(Tonne) 35,0393	(Tonne) 2240
Frankreich:	71,586	(Tonne) 27,9375	(Tonne) 2000
Holland (Amſterdam):	47,134	84,8600	4000
Schweden:	63,000	91,4286	5760

Die Schwediſchen Pfunde ſind das ſogenannte Viktualiengewicht, welches oft zur Vergleichung der übrigen auf See gebräuchlichen Gewichte genommen wird.

Es iſt übrigens bei der Berechnung der Windkraft wohl zu bemerken, daß 18
die Segel niemals ſo geſpannt werden können, daß ſie eine wahre Ebene bilden. Je ſtärker der Wind iſt, um deſto mehr wölben ſie ſich. Je mehr ein Segel gekrümmt wird, um deſto geringer iſt natürlich auch die Gewalt, welche im Verhältniß zur eigentlichen Kraft ausgeübt wird; gerade wie eine gekrümmte Oberfläche des Vorderſchiffs einen geringeren Widerſtand erleidet, als die ebene Fläche des Hauptſpants. Nähert ſich die Krümmung einer Halbkugel, ſo wird die Wirkung des Windes bis auf die Hälfte vermindert, in Beziehung auf die Fläche eines größten Kreiſes derſelben Kugel (vergl. S. 2164). Da nun aber die Fläche eines größten Kreiſes zweimal kleiner iſt, als die Oberfläche einer Halbkugel (vergl. S. 1220 Nr. 2): ſo ſieht man, daß ein bis zur Halbkugelform gewölbtes Segel nur den vierten Theil von der Wirkung des Windes empfängt, welche es bei einer vollkommen ebenen Spannung erhalten würde. Man muß daher, ſo weit es angeht, die Wölbung der Segel zu verhindern oder wenigſtens zu vermindern ſuchen. Was indeſſen die theoretiſchen Rechnungen anbetrifft, ſo kann man immer ein im angemeſſenen Verhältniſſe verkleinertes Segel, als völlig eben, an die Stelle des wirklichen und größeren aber gewölbten ſetzen.

Sobald das Schiff in Bewegung iſt, ſo wird die Wirkung des Windes 19

Digitized by Google

auf die dann ebenfalls in Bewegung befindlichen Segel auch bedeutend geändert. Es ſei das Segel nach einer gewiſſen Richtung mit der Geſchwindigkeit = v in Bewegung, während der Wind nach derſelben Richtung mit der Geſchwindigkeit = c weht. Er kann alsdann das Segel nur in ſolcher Art treffen, als wäre daſſelbe in Ruhe, und der Wind ginge mit einer Geſchwindigkeit = c − v. Wäre die Geſchwindigkeit des Windes kleiner als diejenige des Segels, wie wenn ein Dampfſchiff bei ſchwachem Winde mit aufgeheißten Segeln ginge: ſo würde die Geſchwindigkeit, mit welcher der Wind das Segel träfe negativ, oder das Segel ſogar von vorneher vom Luftdrucke gewölbt werden. Wäre aber die Richtung des Windes derjenigen der Segelbewegung gerade entgegengeſetzt, ſo würde ſeine darauf treffende Geſchwindigkeit = c + v geſetzt werden müſſen.

Man muß daher die wahre Geſchwindigkeit und die wahre Richtung des Windes, welche er ohne alle Rückſicht auf irgend ein Schiff oder deſſen Segel hat, von der ſcheinbaren Geſchwindigkeit und der ſcheinbaren Richtung unterſcheiden, welche er in Beziehung auf ein in Bewegung befindliches Segel erhält. Der wahre Wind trifft auf ein in Ruhe befindliches Segel; der ſcheinbare Wind auf ein in Bewegung befindliches.

20 Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 298, ST die Richtung und Geſchwindigkeit, mit welcher ſich das Segel bewegt; etwa ſeine Richtung und Geſchwindigkeit in einer Sekunde. Der Wind wehe in der Richtung und mit der Geſchwindigkeit = VS, ſo daß alſo dieſe Linie den wahren Wind vorſtellt. Um jetzt den ſcheinbaren Wind zu finden, kann man dem ganzen Syſtem eine Bewegung in Gedanken zuſchreiben, welche derjenigen des Windes gleich, aber entgegengeſetzt iſt; ſo daß das Ganze in der Richtung und Geſchwindigkeit SV fortgehe, während die Luft in Ruhe gedacht wird. Das Segel hat auf dieſe Art eine aus ST und SV zuſammengeſetzte Bewegung; dieſe wird durch die Diagonale Sv für eine ruhige Luft dargeſtellt. Das Segel erleidet alſo auch umgekehrt dieſelbe Gewalt, als wenn es in Ruhe wäre, und der Wind träfe es in der Richtung Sv; dieſe Diagonale ſtellt alſo den ſcheinbaren Wind dar.

21 Um die Wirkung des ſcheinbaren Windes zu beſtimmen, hat man nur das Segel in Ruhe zu denken; man erhält dann mit der Beſtimmung des ſcheinbaren zugleich diejenige Wirkung des wahren Windes, die er auf ein in Bewegung befindliches Segel ausübt.

Es ſei die Geſchwindigkeit des Segels oder ST = v; die Geſchwindigkeit des wahren Windes VS = c; der Winkel, den beide mit einander bilden oder VST = ζ; alsdann iſt die Geſchwindigkeit des ſcheinbaren Windes

$$vS = \sqrt{c^2 + 2cv \cdot \cos \zeta + v^2}.$$

Es iſt nämlich in dem Dreieck vST bekannt vT = VS = c, ST = v und der Winkel vTS als Supplementswinkel von ζ, daher ſein Koſinus gleich dem Koſinus von ζ, aber mit entgegengeſetztem Zeichen (vergl. S. 656); und ſein Sinus = + sin ζ.

Digitized by Google

Man fällt den Perpendikel vA; alsdann ist:

$vT : vA = 1 : \sin \zeta$; also $vA = c \cdot \sin \zeta$; eben daher $AT = -c \cdot \cos \zeta$.

Im Dreieck vAS hat man $SA : vA = 1 : \text{tang } vST$; also $\text{tang } vST = \frac{vA}{SA} = \frac{c \cdot \sin \zeta}{v - AT}$; oder indem man für AT seinen Werth setzt:

$$\text{I)} \quad \text{tang } vST = \frac{c \cdot \sin \zeta}{v + c \cdot \cos \zeta}$$

Man hat ferner $vS^2 = vA^2 + SA^2$; also wenn man die obigen Werthe in die Gleichung bringt:

$$vS^2 = c^2 \cdot \sin^2 \zeta + v^2 + 2v \cdot c \cdot \cos \zeta + c^2 \cdot \cos^2 \zeta.$$

Setzt man $\cos^2 \zeta = 1 - \sin^2 \zeta$. so wird $vS^2 = c^2 \cdot \sin^2 \zeta + v^2 + 2v \cdot c \cdot \cos \zeta + c^2 - c^2 \cdot \sin^2 \zeta$.

$$\text{Daher II)} \quad vS = \sqrt{v^2 + 2v \cdot c \cdot \cos \zeta + c^2}.$$

Man hat ferner $vS : vA = 1 : \sin vST$; also $\sin vST = \frac{vA}{vS}$; daher:

$$\text{III)} \quad \sin vST = \frac{c \cdot \sin \zeta}{\sqrt{v^2 + 2v \cdot c \cdot \cos \zeta + c^2}}$$

Es bezeichne jetzt u den scheinbaren Wind vS, und η den Winkel vST; v sei wie vorher die Geschwindigkeit des Segels, und c die Geschwindigkeit des wahren Windes. Ist nun diese Geschwindigkeit c aus u und η zu finden, so hat man durch einen ganz ähnlichen Beweis, und nach Analogie der gefundenen Formeln:

$$\text{IV)} \quad c = \sqrt{(u^2 - 2u \cdot v \cdot \cos \eta + v^2)}; \quad \text{und V)} \quad \text{tang } \zeta = -\frac{u \cdot \sin \eta}{v - u \cdot \cos \eta}$$

Die beiden negativen Zeichen, wodurch sich diese Formeln von den vorigen unterscheiden, kommen daher, daß Winkel η selbst genommen wird, also sein Kosinus positiv hineinkommt; denn es ist bei dem Beweise $u : SA = 1 : \cos \eta$; also $SA = +u \cdot \cos \eta$; was bei den Subtraktionen die negativen Zeichen hervorbringt.

Aus dem Vorigen ergiebt sich leicht, daß auf einem in Bewegung befind- 22
lichen Schiffe niemals der wahre, sondern nur der scheinbare Wind wahrgenommen werden kann, indem selbst die Flügel und Flaggen nur diesen letzteren zeigen können. Daher können auch zwei Schiffe, die sich auf offener See begegnen, zwei verschiedene (scheinbare) Winde beobachten, während der wahre nur einer ist.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 299, ST die Bewegung des einen, S'T' die Bewegung des andern Schiffes, und beide werden von dem wahren Winde VS oder V'S' getroffen. Zieht man die beiden Diagonalen vS und v'S', so werden die Flügel des ersten Schiffes den scheinbaren Wind vS, diejenigen des zweiten den scheinbaren Wind v'S' anzeigen; beide Richtungen können oft einige Striche (jeder = 11° 15') von einander abweichen.

Digitized by Google

§. 339. Von der für die Wirkſamkeit der Segel erforderlichen Stellung der Maſten und Geſtalt des Vorſchiffes.

1 Man ſucht im Allgemeinen den Raum oberhalb des Schiffes mit ſo viel Segeln als möglich auszufüllen, um von jedem Winde den möglichſten Vortheil für die Bewegung zu erlangen. Man beſtimmt alſo die Höhe der Maſten und die Breite der Segel nach dieſem Hauptzwecke, mit der nöthigen Rückſicht auf die Stärke und die ſonſtige Fähigkeit des Schiffes eine gewiſſe Wirkung ertragen zu können. Auch zwiſchen den Maſten, vorne und hinten bringt man Segel an, die von dem Seitenwinde getroffen werden können. Man kann indeſſen ſtatt ſämmtlicher Segel und Maſten *ein einziges ſtellvertretendes Segel* annehmen, welches der Summe der einzelnen Segel gleichkommt. Es wird dann die Hauptaufgabe, dieſem ſtellvertretenden Segel ſeine Größe und ſeine Stellung anzuweiſen.

2 Die Größe kommt zunächſt der Summe der wirklichen Segelflächen gleich, welche dabei als Ebenen und als parallel mit einander angeſehen werden. Einige kleine Segel, welche zur Unterſtützung des Steuers dienen, mögen nöthigenfalls ausgenommen werden. Es ſei alſo im Allgemeinen das ſtellvertretende Segel den wirklichen parallel, und ſeine Fläche ihrer Flächenſumme gleich.

Dabei iſt jedoch zu merken, daß nur diejenigen Segelflächen addirt werden dürfen, welche wirklich vom Winde getroffen werden, und daß diejenigen, zu denen der Wind wegen vorliegender Segel nicht gelangen kann, von dieſer Summe ausgeſchloſſen bleiben. Weht z. B. der Wind gerade von hinten, ſo werden auch nur die Segel des hinterſten Maſtes völlig gefüllt; die der vorderen nur von den geringen durchſchlüpfenden Luftzügen.

3 *Der Schwerpunkt dieſes ſtellvertretenden Segels*, durch welchen die Windwirkung geht, heißt der *Segelpunkt*. Seine Stelle zu kennen iſt alſo der wichtigſte Punkt. Da das Schiff zu beiden Seiten das möglichſte Gleichgewicht beſitzen ſoll, ſo befindet ſich der Segelpunkt offenbar in der nach oben verlängerten Ebene des vertikalen Längendurchſchnitts. Man hat alſo noch die beiden andern Beſtimmungen ſeiner Stelle zu finden: ſeine Höhe über der Waſſerebene, und ſeine Stelle nach vorne zu, d. h. auf welchen Punkt der horizontalen Längenaxe des Schiffs das von ihm gefällte Perpendikel trifft. Daß dieſe letztere Stelle etwas nach vorne zu liegt iſt ſchon oben gezeigt worden (vergl. S. 2240).

4 Es ſei die Fläche irgend eines Segels $= K$; die Höhe ſeines Schwerpunktes über der Waſſerfläche $= h$; die Entfernung des vom Schwerpunkte auf die Waſſerebene gefällten Perpendikels vom Achterende $= l$; für die übrigen Segel ſeien dieſelben Größen K', h', l', K'', h'', l'' u. ſ. w. Hiernach wird (vergl. S. 1947) die Höhe des Segelpunktes H ſein:

$$H = \frac{Kh + K'h' + K''h'' + \text{ꝛc.}}{K + K' + K'' + \text{ꝛc.}}$$

Digitized by Google

Seine Entfernung vom Achterende oder L wird ſein:

$$L = \frac{Kl + K'l' + K''l'' + \text{ꝛc.}}{K + K' + K'' + \text{ꝛc.}}$$

Die Höhe hängt vorzüglich von der Höhe der Maſten ab, welche durch die Größe und Beſtimmung des Schiffes beſchränkt iſt. Da ferner die höheren Segel viel ſchmäler ſind als die untern, ſo liegt der Segelpunkt nicht in der Mitte dieſer Höhe, ſondern etwas tiefer unten. Demgemäß müſſen alſo die wirklichen Segel vertheilt werden; und inſofern ihre Vertheilung und Stellung bekannt iſt, kann auch die Stelle des Segelpunktes und die Größe des ſtellvertretenden Segels als bekannt angeſehn werden.

Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 300, der vertikale Längendurchſchnitt eines 5
Schiffes, AB die Längenaxe des Waſſerebenendurchſchnitts; LEH der Kiel; G der Schwerpunkt des Schiffs; W der Segelpunkt, alſo um die Entfernung Wg höher liegend als G; und um die Entfernung Gg oder Ff weiter nach vorne als G. Es zeigt ſich nun, daß die Kraft des Windes ein großes Moment erlangt, das Schiff zu neigen; dieſes Moment wird um ſo größer ſein, je größer die Höhe Wg iſt. Bei geradem Laufe wird das Moment des Windes das Schiff nach vorne zu neigen. Wie groß nun auch die Stabilität des Schiffes ſein mag, ſo wird eine ſolche Neigung die Bewegung des Schiffes ſehr beunruhigen. Um dieſe Wirkung zu vermeiden iſt es nöthig, daß der Widerſtand, den das Vorſchiff im Waſſer findet, ein gleiches Moment aber in entgegengeſetzter Richtung erhalte. Dies geſchieht, wenn die Reſultante des Widerſtandes ebenfalls durch den Schwerpunkt W geht. Es ſei WR die Kraft des Widerſtandes, und werde nach den beiden Richtungen, der horizontalen Ws und der vertikalen Wu zerlegt. Die erſtere muß vollſtändig durch die Kraft des Windes aufgehoben werden. Alsdann findet ſich nirgends ein Moment, das Schiff zu neigen.

Die vertikale Kraft Wu hat eine zweifache gute Wirkung: ſie ſtößt das Schiff in die Höhe, und vermindert dadurch eben ſo wohl ſein Gewicht, und damit die Tiefe des Waſſerraums oder eingetauchten Theils; als auch dient ſie, vor dem Schwerpunkte angreifend, dazu, das Vorderſchiff zu heben. Wäre alſo auch der Segelpunkt noch höher angebracht, ſo würde von daher dennoch keine Neigung erfolgen. Man kann dieſe hebende Kraft noch dadurch ein wenig vermehren, daß man den Segeln eine kleine Neigung gegen den Horizont giebt, d. h. die Maſten ein wenig nach hinten neigt; alsdann müßte die Kraft des Windes ebenfalls ein wenig dazu beitragen, das Vorſchiff zu erheben.

Die Reſultante des Waſſerwiderſtandes wird aber ganz ſicher durch den 6
Segelpunkt W gehen, wenn die Oberfläche des Vorſchiffes ein Theil einer ſolchen Kugelfläche iſt, deren Mittelpunkt W iſt, und deren größter Kreis mit einem Radius = WH = WA beſchrieben worden; alsdann geht die Reſultante des Waſſerwiderſtandes WR nothwendig durch W, und zwar ebenſo wohl bei geradem als bei ſchrägem Laufe. Die übrigen Erforderniſſe des Vorſchiffes geſtatten es freilich nicht, daß es ganz und gar eine Kugelfläche habe; man

Digitized by Google

muß aber wenigſtens dem Vorſteven HA, ſo weit er unter Waſſer iſt, die Geſtalt eines Kreisbogens geben, der mit dem Radius WA aus dem Mittelpunkt W beſchrieben iſt. Oberhalb des Waſſers erhält er beſſer eine ſo viel als möglich ſenkrechte Geſtalt, um den Wogen bei ſtürmiſchem Wetter deſto weniger Angriffsfläche zu bieten.

7 Um dem übrigen Theile des Vorſchiffs eine paſſende Geſtalt zu geben, muß man durch W eine horizontale Axe, alſo parallel mit AB ziehen; eine Ebene durch WBA bis LH legen, und dieſe Ebene um die durch W gehende Axe ſich drehen laſſen; alsdann beſchreibt die Linie LHA die paſſende Geſtalt des Vorſchiffes ſo weit es unter Waſſer geht.

8 Um das Ausſchießen oder die Neigung des Vorſtevens zu beſtimmen, ſei die Axe AB = a, die Breite = b, die Tiefe oder Waſſertracht EF = e. Die Erhöhung des Segelpunkts über der Waſſerfläche oder Wf = h. Die Entfernung Af, d. h. der Abſtand des Perpendikels des Segelpunkts auf die große Axe von dem Vorderende A iſt ſchon oben (S. 2241) gleich $^2/_5$ a gefunden worden; demnach Ff = $^1/_{10}$ a, wenn F für den Mittelpunkt von AB genommen wird.

Es iſt ferner We = h + e, und Ee = Ff = $^1/_{10}$ a. Das rechtwinklige Dreieck AWf giebt $AW^2 = h^2 + \frac{4}{25} a^2$. Da WA = WH, ſo iſt auch $WH = h^2 + \frac{4}{25} a^2$. In dem Dreieck WeH iſt $He^2 = WH^2 - We^2$.

Es iſt aber We = h + e; alſo $We^2 = h^2 + 2he + e^2$; daher:

$$He^2 = h^2 + \frac{4}{25} a^2 - (h^2 + 2he + e^2) = \frac{4}{25} a^2 - 2he - e^2.$$

Es iſt ferner $Ee + eH = EH = \frac{1}{10} a + \sqrt{\frac{4}{25} a^2 - 2he - e^2}$

Hiermit hat man das Vorderende H des Kiels. Zieht man EH = Fk von FA ab, ſo hat man das Ausſchießen des Vorſtevens:

$$Ak = \frac{2}{5} a - \sqrt{\frac{4}{25} a^2 - 2he - e^2}$$

Die ſenkrechte Höhe des Stevens unter Waſſer iſt Hk = e.

9 Im Allgemeinen kann man Wf = h = 4e, oder die ganze Höhe des Segelpunkts über der Sponning des Kiels nehmen. Setzt man die Breite des Waſſerebenendurchſchnitts oder $b = \frac{5}{2} e$ (vergl. S. 2209 Nr. 6), wie es die Stabilität verlangt; und $a = nb = \frac{5}{2} ne$, wo n die Verhältnißzahl zwiſchen Länge und Breite bedeutet, ſo kann man das Vorſchießen des Stevens folgendermaßen ausdrücken:

$$Ak = ne - \sqrt{n^2e^2 - 10e^2 - e^2} = ne - e\sqrt{n^2 - 9}.$$

Setzt man nun für n nach und nach die Zahlen 3, 3½, 4, 4½ u. ſ. w.

Digitized by Google

(vergl. S. 2232), ſo hat man für die verſchiedenen Arten der Schiffe das Ausſchießen des Vorſtevens leicht zu finden.

Die bis dahin angeführte Beſtimmung des Segelpunkts iſt die von Bouguer und Euler gegebene.

Die von Chapman aufgeſtellte iſt folgende. Es ſeien, Tafel XXXV, D, 10
Fig. 301, DF und CE die Reſultanten der direkten und vertikalen Widerſtände gegen Vor- und Achterſchiff, ſowohl der Stärke als der Richtung nach. Man verlängert beide Linien, bis ſie ſich in B ſchneiden, und noch darüber hinaus. Auf der Verlängerung von DF nimmt man BV = DF, und auf BC nimmt man BI = EC, und vollendet das Parallelogramm VBIH. Alsdann iſt BH in Größe und Richtung die Reſultante der ganzen vertikalen und direkten Widerſtände gegen Vor- und Achterſchiff. Zieht man ferner GM perpendikulär von dem Schwerpunkte G des Schiffs auf die Verlängerung von BH, ſo iſt BH · GM das Moment jener Reſultante, womit das Schiff um ſeinen Schwerpunkt gedreht wird.

Der Segelpunkt muß daher in ſolcher Höhe liegen, daß das Moment des Windes in Beziehung auf den Schwerpunkt des Schiffes dieſem Momente BH · GM gleich wird. Es ſei HM die Richtung der Reſultante des Windes, und HB ſeine Stärke. Seine Wirkung iſt horizontal, und dem horizontalen Waſſerwiderſtande gleich. Zerlegt man HB in die beiden Seitenkräfte BN und HN, ſo ſtellt BN den horizontalen Waſſerwiderſtand in Richtung und Stärke dar, und zugleich auch die Richtung und Stärke der horizontalen Wirkung des Windes. Zieht man GO perpendikulär gegen den Horizont vom Schwerpunkte des Schiffes in die Höhe, ſo ſchneidet dieſe Linie die Verlängerung von HB in O. Die beiden Dreiecke HBN und OGM, deren Seiten ſenkrecht gegen einander ſtehen, ſind ſich ähnlich, daher NB : HB = GM : GO; folglich NB . GO = HB . GM. Hieraus ergiebt ſich, daß der Punkt O, in welchem ſich die Vertikallinie durch den Schwerpunkt des Schiffs mit der Reſultante der Widerſtände gegen Vor- und Achterſchiff ſchneiden, die richtige Höhe angiebt, die der Segelpunkt haben muß, damit die horizontale Waſſerlinie des Schiffs, wenn ſie eine gleichförmige Geſchwindigkeit erlangt hat, durch keinen Wechſel in der Stärke des Windes berührt wird.

Dieſer Punkt O giebt aber nur eine von den nöthigen Beſtimmungen des 11
Segelpunktes, d. h. ſeine Höhe; er kann alſo eigentlich nur der Höhenpunkt der Segel genannt werden. Dagegen ſeine Lage hinſichtlich der Länge, d. h. auf welchen Punkt der Längenaxe der von ihm gefällte Perpendikel fallen ſoll, dieſe Beſtimmung muß aus dem Vorigen genommen werden.

Wenn nicht BH mit NB zuſammentrifft, d. h. wenn auch die Reſultante der Widerſtände des Waſſers horizontal iſt, ſo wird es auch eine Kraft NH oder HN geben, welche in einer vertikalen Richtung aufwärts oder abwärts wirkt, und zwar auf den Schwerpunkt des Schiffes, je nachdem der negative oder der poſitive vertikale Widerſtand der größere iſt.

Diejenige Stabilität, welche ein Schiff durch den einfachen Auftrieb des Waſſers in vertikaler Richtung erhält, kann man die hydroſtatiſche Sta-

Digitized by Google

bilität nennen, weil ſie von den Gleichgewichtsgeſetzen der Flüſſigkeiten abhängt; dagegen diejenige, welche aus dem Widerſtande gegen das bewegte Schiff herkommt, kann man die hydrodynamiſche nennen. Die Richtung der Reſultante des von der Bewegung herrührenden Widerſtandes hängt natürlich von der Geſtalt des Vorſchiffes ab. Iſt dieſelbe ſo, daß jene Richtung oberhalb des Schwerpunkts des Schiffes geht, ſo wird das Moment dieſes Widerſtandes mit demjenigen der hydroſtatiſchen Stabilität zuſammenwirken, und die Neigung durch den Wind vermindern; geht aber die Reſultante des Bewegungswiderſtandes unterhalb des Schwerpunkts des Schiffs, ſo wird ihr Moment natürlich zur Vergrößerung der Neigung beitragen.

Wenn nun dieſe die Neigung vermindernde Kraft, oder ihr Moment, dem Momente der die Neigung hervorbringenden gleich iſt, ſo bleibt natürlich das Schiff in vertikaler Stellung. Sind die Momente nicht gleich, ſo wird die Neigung um ſo viel erfolgen, als das Moment der neigenden Kraft dasjenige der die Neigung vermindernden übertrifft. Das Schiff wird ſich alſo um ſeinen Schwerpunkt drehen, bis dieſer Theil der neigenden Kraft durch das Moment der hydroſtatiſchen Stabilität aufgehoben iſt, welches ſich durch die Neigung erzeugt. Die Unterſcheidung der hydroſtatiſchen und hydrodynamiſchen Stabilität iſt noch nicht allgemein eingeführt, aber nach den vorangegangenen Erklärungen (vergl. S. 2161) leicht verſtändlich, und für manche Betrachtungen erleichternd.

Die Bouguerſche und Eulerſche Segelpunktbeſtimmung hat eigentlich den Zweck: daß das Moment der neigenden Kraft gänzlich von dem Momente der hydrodynamiſchen Stabilität aufgehoben werde. Dieſe Bedingung läßt ſich aber hinſichtlich der Segelanordnung in den Fällen nicht erfüllen, wo die Richtung der Windwirkung einen Winkel mit dem Kurſe des Schiffes macht; denn wegen des geringen Verhältniſſes, welches die Breite eines Schiffes zu ſeiner Länge hat, wird das Moment der hydrodynamiſchen Stabilität kleiner ſein, als wenn Kurs und Reſultante der Windwirkung zuſammenfallen; während die Reſultante der Windwirkung in beiden Fällen in derſelben Höhe über dem Schwerpunkte des Schiffes wirkt.

Bouguer ſah dieſe Ungleichheit in beiden Fällen ein, alſo auch die Unmöglichkeit, das Moment der neigenden Kraft ganz allein durch das Moment der hydrodynamiſchen Stabilität aufzuheben. Er verlangte daher, daß dem Schiffe ſo viel hydroſtatiſche Stabilität gegeben würde, daß ſie dem Ueberſchuſſe des Windmoments über das hydrodynamiſche entgegenwirken könne.

Wenn aber auch Windwirkung und Kurs zuſammenfallen, ſo iſt es doch von großer Wichtigkeit, daß alle Uebergänge von der Ruhe zur Bewegung, oder von einer Geſchwindigkeit zu einer andern ſo geſchehen, daß keines der beiden Enden, weder Vor- noch Achterſchiff, eine Neigung der Länge nach erleiden; vielmehr ſoll das Schiff dieſelbe Lage im Waſſer behalten, welche als die vortheilhafteſte für die Längenſtellung des Segelpunkts gefunden worden.

Man ſieht leicht ein, daß, wenn, Tafel XXXV, D, Fig. 300, sW die Stärke und Richtung des Windes, WR die Stärke und Richtung des Widerſtandes

gegen das Vorſchiff darſtellt, und man das Parallelogramm RuWS vollendet, und die Diagonale Wu zieht: dieſe letztere die Stärke und Richtung derjenigen Kraft darſtellt, welche übrig bleibt, nachdem ſich die in den Kräften sW und WR gleichen und entgegengeſetzten Theile aufgehoben haben; dieſe übrig bleibende Kraft Wu wirkt in vertikaler Richtung das Schiff emporzuheben. Zugleich kann aber dieſe ſelbe Kraft eine Drehung des Schiffs um ſeinen Schwerpunkt hervorbringen; dies hängt natürlich von der Stelle des Punktes W, d. h. des Durchſchnittspunktes von sW und AR ab.

Nimmt man an, es ſei die Richtung AR konſtant in ihrer Stellung, es verändre ſich aber dagegen sW in ihrer Stellung je nach der Höhe der Segel: ſo zeigt ſich, daß, wenn Maſten und Segel ſehr hoch ſind, der Durchſchnittspunkt W weit nach hinten rückt, d. h. der Perpendikel von W auf die Längenaxe gefällt, wird dieſelbe nahe am Hintertheile treffen; die an dieſer Stelle vertikal wirkende Kraft Wu wird alſo das Achterſchiff emporheben, und das Vorſchiff einſenken. Sind dagegen die Maſten und Segel niedrig, ſo fällt der Angriffspunkt von Wu nahe an den Bug, hebt das Vorſchiff, und taucht das Achterſchiff ein. Dieſe Eintauchung wird ſo lange dauern, bis das durch die Neigung erzeugte hydroſtatiſche Moment dasjenige von Wu aufhebt. Trifft aber der Punkt W in einer mittleren Gegend zwiſchen Vor- und Achterſchiff ein, ſo dient die Kraft Wu ohne alle neigende Kraft nur zur Erleichterung des Gewichts des Schiffs, oder verringert den Waſſerraum. Der auf ſolche Art eintretende Punkt iſt der von Bouguer und Euler geſuchte Segelpunkt.

Die Bouguerſche Beſtimmung dieſes Punktes iſt genauer folgende; Tafel XXXV, D, Fig. 302 ſei r der Schwerpunkt des Ladewaſſerliniendurchſchnitts. Es werde das Schiff durch die Kraft Wu um die dünne Schichte ABba emporgehoben. Man ziehe die Vertikallinie Vu; dieſe wird die Reſultante des Waſſerwiderſtandes gegen den Bug in W ſchneiden. Durch dieſen Punkt W muß nun auch die horizontale Linie SK gehen, welche die Richtung des Windes auf die Segel darſtellt; alsdann bewegt ſich das Schiff ohne alle Neigung in ſeinem Kurſe.

Der ganze Waſſerraum ABFE kann nämlich aus den beiden homogenen Theilen ABba, der dünnen emporgehobenen Schichte, und abFE, dem unter Waſſer bleibenden Waſſerraume zuſammengeſetzt werden. Erleidet das Schiff keinen andern als den vertikalen Auftrieb des Waſſers, ſo werden die beiden genannten Theile einen gemeinſchaftlichen Schwerpunkt haben, welcher zugleich der Schwerpunkt des ganzen Waſſerraums iſt, und mit dem Schwerpunkte des ganzen Schiffs in derſelben Vertikallinie liegt.

Wenn die Schichte ABba ſehr dünn iſt, ſo wird ſie beinahe denſelben Schwerpunkt r wie der Waſſerebenendurchſchnitt haben. Der Schwerpunkt des andern Theils bFEa ſei ω. Der horizontale Abſtand dieſer beiden Schwerpunkte r und ω von der Vertikalebene, in welcher ſich die Schwerpunkte des ganzen Schiffes und des ganzen Waſſerraums befinden, wird im umgekehrten Verhältniſſe der Theile ſtehen, zu denen dieſe Schwerpunkte r und ω gehören. Wird durch die Wirkung der Kraft Wu bei r der Waſſerraum um den Theil ABba verringert:

Digitized by Google

ſo wird auch der vertikale Auftrieb des Waſſers überhaupt vermindert, und wirkt bei ω, dem Schwerpunkte des neuen Waſſerraums abFE mit einer Kraft, welche dieſem neuen Waſſerraume gleich iſt. Da ſich nun die Kräfte umgekehrt wie ihre Entfernungen vom gemeinſchaftlichen Schwerpunkt des Schiffs verhalten, und beide in vertikaler Richtung aufwärts wirken: ſo werden ſie das Schiff um ſeinen Schwerpunkt im Gleichgewicht erhalten.

In dieſem rein theoretiſchen Beweiſe findet ſich aber eine Annahme, welche die Erfahrung nicht beſtätigt; denn dieſelbe zeigt, daß der Waſſerraum eines Schiffes wirklich größer iſt, wenn es ſich bewegt, als wenn es in Ruhe bleibt. Durch dieſen thatſächlichen Zuwachs des Waſſerraums kann eine Aenderung in der Stelle des Waſſerraum-Schwerpunkts entſtehen, welche der Kraft Wu entweder entgegen wirkt, oder ſie noch verſtärkt, je nachdem die Geſtalt des Schiffes oberhalb der urſprünglichen Waſſerlinie gebildet iſt.

Ein anderer Fehler in Bouguer's Beweisführung iſt der, daß ſie nur mit Rückſicht auf den poſitiven Widerſtand gebildet iſt, den das Vorſchiff erleidet; während es auch einen negativen Widerſtand giebt; nämlich das am Hintertheile des Schiffes zuſammenſtrömende Waſſer vermindert mit ſeinem hydroſtatiſchen Drucke den von vorne kommenden Widerſtand (vergl. S. 2161); dieſer Druck auf das Achterſchiff kann daher als der negative Widerſtand angeſehn werden. Dieſe beiden Widerſtände ſind aber in Chapmans vorher angegebener Beſtimmung gleichmäßig berückſichtigt; die erſte Beſtimmung betrifft, Tafel XXXV, D, Fig. 301', BH, d. h. die Reſultante der beiden Widerſtände gegen Vor- und Achterſchiff.

12 Betrachtet man nun die vorher (S. 2295) gefundene Kraft NH, Fig. 301, ſo ſieht man, daß ſie den Waſſerraum des in Bewegung befindlichen Schiffes entweder vergrößern oder verringern muß, je nachdem der negative oder poſitive vertikale Widerſtand größer iſt.

Wirkt dieſe Kraft in der Richtung NH, ſo vermindert ſie den Waſſerraum; iſt nämlich das Schiff in Bewegung, ſo vergrößert ſich der Waſſerraum, weil der hydroſtatiſche Druck am Achterſchiffe vermindert, alſo auch der Auftrieb geringer wird; dieſer Vergrößerung des Waſſerraums wirkt NH entgegen. Iſt dabei NH nicht größer als die eben angeführte Verringerung des Auftriebes, ſo ändert ſie in keiner Weiſe die Stellung des Waſſerraumſchwerpunkts, und hat alſo auch keinen Einfluß auf die Neigung des Schiffs nach ſeiner Länge.

Wirkt die Kraft in der Richtung HN, ſo vergrößert ſie den Waſſerraum, indem ſie ebenfalls zur Verminderung des vertikalen Auftriebes beiträgt; ſie bringt dann natürlich auch eine Aenderung in der Stellung des Waſſerraumſchwerpunkts hervor; was von der Geſtalt des Schiffes über Waſſer abhängt. In dieſem Falle kann das Schiff eine geringe Anlage zu Schwankungen nach ſeiner Länge haben, ſelbſt wenn der Segelpunkt die von Chapman beſtimmte Höhe hat. Doch kann dieſem zufälligen Fehler durch eine angemeſſene Geſtalt des Schiffes in der Nähe der Waſſerlinie leicht vorgebeugt werden, ſo daß Chapmans Beſtimmung des Segelpunkts dadurch nicht widerlegt wird.

13 Nimmt man BV und BI, Fig. 301, hinſichtlich ihrer Stellung als gegeben

Digitized by Google

an, ſo hängt die Kraft NH oder HN in Größe und Richtung von dem Verhältniſſe zwiſchen BV und BI, oder zwiſchen DF und EC ab. Fällt BH mit NB zuſammen, oder wirkt die Reſultante des Waſſerwiderſtandes in horizontaler Richtung, ſo verſchwindet die Kraft NH oder HN. In dieſem Falle iſt auch HB parallel mit CD; der Winkel VBH iſt alsdann dem Winkel BDC gleich, und der Winkel BCD = HBC = VHB. Es iſt ferner:

$$VH : VB = \sin VBH : \sin VHB = \sin BDC : \sin BCD;$$

da ferner VH = BI = EC, und VB = DF, ſo hat man:

$$EC : DF = \sin BDC : \sin BCD.$$

Man ſieht hieraus, daß der poſitive und negative vertikale Widerſtand einander gleich ſind, und daß die Richtung der Reſultante der Waſſerwiderſtände horizontal iſt: wenn ſich die Reſultante des direkten und vertikalen Widerſtandes gegen das Vorſchiff und die Reſultante des direkten und vertikalen Widerſtandes gegen das Achterſchiff umgekehrt zu einander verhalten, wie die Winkel, welche dieſe Reſultanten mit der Horizontallinie machen.

Die Achter- und Vordertheile der Schiffe von gewöhnlicher Geſtalt können 14
zur Beſtimmung des Verhältniſſes zwiſchen den direkten und vertikalen Widerſtänden als Ebenen betrachtet werden, welche ſich ſchräge in einer Flüſſigkeit bewegen. Demgemäß wird jenes Verhältniß der Widerſtände von den Neigungswinkeln abhängen, welche die Flächen des Vor- und Achterſchiffs mit der Richtung der Bewegung des Schiffs, alſo mit einer Horizontallinie machen. Die Summe der direkten Widerſtände auf jeden einzelnen der beiden Theile verhält ſich zur Summe der vertikalen, wie der Koſinus zum Sinus des Neigungswinkels. Wie lange alſo die Neigungen des Vor- und Achterſchiffs gegen eine Horizontallinie unverändert bleiben: ſo lange iſt auch das Verhältniß zwiſchen den direkten und vertikalen Widerſtänden, welche Vor- und Achterſchiff erleiden, unveränderlich, d. h. das Verhältniß DK : KF und LC : LE. Es werden alſo auch, ſo weit die angegebenen Bedingungen Einfluß haben, die Richtungen der Reſultanten, d. h. DF und EC konſtant ſein, welche Aenderung auch irgend in ihrem beiderſeitigen Verhältniſſe durch Zunahme oder Verringerung der Geſchwindigkeit des Schiffes ſtattfinden mag.

Bei der horizontalen Richtung der Waſſerreſultante iſt EC : DF = sin BDC : 15
sin BCD; daher EC . sin BCD = DF . sin BDC. Es ändere ſich das Verhältniß von DF : EC, ſo daß EC . sin BCD größer wird als DF . sin BDC; oder daß das Verhältniß DF : EC größer wird.

Bei dieſer Annahme verlängere man DV nach P, mache BP zu BI in dem vergrößerten Verhältniſſe von DF : EC, vollende das Parallelogramm BPQI, und ziehe die Diagonale QB; dieſe letztere ſtellt die Richtung der Waſſerreſultante nach der Aenderung des Verhältniſſes zwiſchen DF und EC dar.

Verlängert man QB bis S, ſo iſt ∠ PBQ = ∠ DBS. Es iſt aber BP parallel mit IQ, alſo auch ∠ PBQ = ∠ IQB; der Winkel IHB iſt als äußerer Winkel größer als der innere IQB. Daher iſt ∠ DBM = ∠ IHB größer als Winkel IQB; demnach ∠ DBM größer als ∠ DBS, und S, oder der Punkt, in

Digitized by Google

welchem die Richtung QB die Vertikallinie GO ſchneidet, fällt unterhalb des Punktes O. Es wird alſo auch GS kleiner als GO ſein. Wenn EC oder BI im Verhältniß zu DF oder BV angewachſen wäre, ſo würde der Punkt auf gleiche Weiſe oberhalb O gefallen ſein. Hieraus ergiebt ſich folgender allgemeine Satz:

Wenn das Verhältniß zwiſchen der Reſultante des direkten und vertikalen Widerſtandes gegen das Vorſchiff, und der Reſultante des direkten und vertikalen Widerſtandes gegen das Achterſchiff größer iſt, als das Verhältniß zwiſchen dem Sinus des Winkels, den die Reſultante des hintern Widerſtandes mit der Horizontallinie macht, und dem Sinus des Winkels, den die Reſultante des vordern Widerſtandes mit der Horizontallinie bildet: ſo wird die Höhe des Segelpunkts verringert. Wenn aber das erſte jener beiden Verhältniſſe kleiner iſt, ſo wird die Höhe des Segelpunkts vergrößert.

Nimmt man nun noch DF als unendlich in Vergleich mit EC, d. h. wenn der hintere oder negative Widerſtand ganz verſchwindet: ſo wird BQ mit BP zuſammenfallen, und die Höhe des Segelpunkts wird in W ſein, d. h. in dem Punkte, wo ſich die Vertikallinie vom Schwerpunkt des Schiffes mit der Richtung der Reſultante des poſitiven Widerſtandes ſchneidet.

Wenn aber DF in Vergleich mit EC verſchwindet, d. h. wenn der vordere Widerſtand im Vergleich zum hintern als Null angeſehn wird, ſo fällt BQ mit BI zuſammen, und die Höhe des Segelpunkts wird in R ſein, d. h. in dem Punkte, wo ſich die Vertikale vom Schwerpunkte des Schiffes mit der Reſultante des hintern Widerſtandes ſchneidet.

Es ſind alſo nach dem eben geführten Beweiſe die Punkte W und R die beiden Grenzen für die Höhe des Segelpunktes. Wenn nun die Richtungen der Reſultanten der Widerſtände auf Vor- und Achterſchiff bekannt ſind, ſo hängt die Stellenbeſtimmung des Segelpunktes zwiſchen den beiden Grenzen R und W von der Schnelligkeit des Schiffes ab, inſofern dieſelbe das Verhältniß zwiſchen den Reſultanten bedingt. Da der negative Widerſtand von dem Grade des Vakuums abhängt, welches durch den Lauf des Schiffes durch das Waſſer erzeugt wird: ſo wird er (inſofern er hydrodynamiſch ſein ſoll) ſo lange unbedeutend ſein, als die Geſchwindigkeit geringe iſt. Die Erfahrung beſtätigt das; ſie zeigt aber auch, daß dieſer negative Widerſtand in einem größeren Verhältniſſe wächst als die Geſchwindigkeit.

Man kann daher die allgemeine Regel aufſtellen: je geringer die Geſchwindigkeit des Schiffes iſt, um deſto mehr wird ſich die Höhe des Segelpunkts der niedrigſten Grenze nähern; und je größer die Geſchwindigkeit wird, deſto näher wird ſie der höchſten Grenzen kommen. Die Geſetze der Bewegung der Flüſſigkeiten ſind jedoch nicht bekannt genug. Man kann daher nicht beſtimmen, in welchem Verhältniſſe der negative und der poſitive Widerſtand eines in einer Flüſſigkeit fortſchreitenden Körpers wächst und abnimmt; man kann daher auch nicht angeben, wie nahe die äußerſte Stellung der Höhe des Segelpunkts bei der möglich größten Geſchwindigkeit eines Schiffs der Grenze kommen kann.

Digitized by Google

Es giebt noch einen Einfluß auf die Höhe des Segelpunkts; dies iſt die 16
Abweichung der *ſcheinbaren Waſſerlinie* eines in Bewegung befindlichen Schiffes von der *wahren Waſſerlinie* oder der horizontalen, die es bei ruhigem Stande und vollem Gleichgewichte hat. Sobald nämlich ein Körper in irgend einer Flüſſigkeit fortſchreitet, ſo häuft ſich dieſelbe an dem Vordertheile an, und drückt ſich an dem Hintertheile durch die eigene Schwere herab. Dieſe Abweichung der ſcheinbaren von der wahren Waſſerlinie iſt nach dem Grade der Geſchwindigkeit des Schiffs verſchieden. Die Zunahme der einen und die Abnahme der andern widerſtehenden Fläche ändert das Verhältniß zwiſchen ihren reſpektiven vertikalen uud horizontalen Widerſtänden, und damit auch die Richtungen der Widerſtandsreſultanten auf dieſe Flächen.

Wären die beiden Enden des Schiffes von ebenen Flächen begrenzt, ſo würde weder die Anhäufung noch die Niederſenkung die Richtungen der Widerſtandsreſultanten ändern; denn die Einfallswinkel würden für alle Theile der Flächen dieſelben bleiben. Aber die beiden Enden der Schiffe ſind krumme Flächen. Der Einfluß auf die Richtung ihrer reſpektiven Widerſtandsreſultanten hängt alſo von der relativen Neigung gegen den Horizont der Krümmung desjenigen Theiles ab, der ſich unterhalb der horizontalen Waſſerlinie befindet, und derjenigen Theile, welche oberhalb der Waſſerlinie liegen, und von der Anhäufung und Niederſenkung des Waſſers berührt werden. Die untern Theile ſowohl des Vor- wie des Achterſchiffs ſind im Allgemeinen die am mehrſten gegen den Horizont geneigten. Daher läßt ſich annehmen, daß die *Richtung* der Widerſtandsreſultante *gegen den Bug* durch die Anhäufung *erniedrigt*; dagegen die *Richtung* der Widerſtandsreſultante *gegen das Achterſchiff* durch die Niederſenkung des Waſſers *erhöht* wird. Zu gleicher Zeit wird aber auch der *Angriffspunkt* des Widerſtandes *am Bug* durch die Anhäufung *erhöht*; *und der Angriffspunkt am Achtertheile erniedrigt*.

Die Lage dieſes Punktes beſtimmt die Höhe, welche der gemeinſchaftliche Segelpunkt über dem Schwerpunkt des Schiffes haben muß, und zwar nicht allein, wenn Kurs und Wind in ihrer Richtung übereinſtimmen, ſondern auch bei jeder von einander abweichenden Richtung derſelben; denn unter allen Umſtänden wird der Theil der Windkraft, welcher das Schiff in ſeinem Kurſe vorwärts treibt, denſelben Geſetzen unterworfen ſein, wie die ganze Kraft, wenn ſie in der Kursrichtung wirkt.

Es iſt übrigens leicht einzuſehn, daß nicht nur der gemeinſchaftliche Segel- 17
punkt derjenigen Segel, welche gewöhnlich beigeſetzt werden, und für welche man daher den Segelpunkt genau zu beſtimmen für nöthig hält, mit dem allgemeinen, durch die vorigen Beſtimmungen gefundenen Segelpunkte des ganzen Schiffes zuſammen fallen muß; ſondern daß auch dann, wenn die gelegentlich beigeſetzten Segel die Segelfläche vermehren, der alsdann hervorkommende gemeinſchaftliche Segelpunkt nahebei dieſelbe Höhe über dem Schwerpunkt des Schiffes behalten muß.

Digitized by Google

§. 340. Von einigen besondern Eigenschaften und Wirkungen der Segel.

1 Es ist eine häufig gemachte Erfahrung, daß die Schnelligkeit weder im Verhältniß der mehr beigesetzten Segel wächst, noch im Verhältniß der eingezogenen sich vermindert. Diese scheinbaren Ausnahmen von der Regel kommen offenbar von der unpassenden Lage des Segelpunktes her. Es kann sogar die unpassende Lage desselben bewirken, daß die Geschwindigkeit des Schiffes abnimmt, wenn mehr Segel beigesetzt werden, und daß sie zunimmt, wenn einige eingezogen werden.

2 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 303, AB die Wasserlinie eines Schiffs, wenn der Mittelpunkt der Kraft in der richtigen Höhe des Segelpunkts GF liegt. Es werde darauf die Anordnung der Segel so verändert, daß ihr Kraftpunkt mit dem Punkte E zusammenfällt, welcher über dem richtigen Segelpunkte F liegt. Es sei die Kraft des Windes auf die Segel sowohl vor als nach der Aenderung = a. Ihr Moment das Schiff um seinen Schwerpunkt G zu drehn, ist, wenn ihr Angriffspunkt in E liegt, = a · EG. Dieser Kraft setzt sich der horizontale Widerstand des Wassers, auch = a, entgegen, welcher in dem Abstande FG von dem Schwerpunkte wirkt (weil der richtige Segelpunkt diese Entfernung bestimmt). Man erhält also a . EG — a . FG = a . EF als diejenige Kraft des Windes, mit welcher er das Schiff um seinen Schwerpunkt G zu drehen strebt, und zwar so, daß das Vorschiff einsinkt. Die Neigung wird wirklich so lange vor sich gehen, bis das dadurch hervorgebrachte hydrostatische Moment groß genug ist, der Neigungskraft des Windes entgegen zu wirken. Wegen des Unterschiedes, den die Neigung des Schiffs in den Einfallswinkeln des Wassers auf Bug und Achterschiff hervorbringt, wird die richtige Höhe des Segelpunkts wahrscheinlich nicht mit dem Punkte F zusammenfallen; aber die aus dieser Verrückung des Segelpunktes hervorgehende Aenderung wird von der Gestalt des Schiffes abhängen.

Es falle, wenn das Moment a . EF aufgehoben ist, die Wasserlinie mit CD zusammen; man ziehe GH, indem man den Winkel EGH gleich dem Neigungswinkel DGB, und GH = GE macht; alsdann ist H der Punkt, nach welchem der Segelpunkt E nach der Neigung gerückt sein wird, und der Winkel BGH wird die Neigung der Ebene des Segels gegen den Horizont darstellen, während sie vor der Neigung als senkrecht angenommen wurde. Von H zieht man HM horizontal, d. h. parallel mit AB, und nimmt HM für die ganze Kraft des Windes, welche in dieser Richtung sowohl bei dem Punkte F als bei dem Punkte H wirkt. Man zieht ML perpendikulär auf GH, und LK perpendikulär auf MH. Es stellt alsdann MK die horizontale Kraft des Windes vor, mit welcher er das Schiff in der Richtung seines Kurses vorwärts treibt, wenn der Mittelpunkt der Segelkraft in E ist. MH stellt die Größe dieser Kraft für die Zeit dar, wo der Mittelpunkt der Segelkraft in der richtigen Höhe, d. h. in F liegt; es ist also KH derjenige Theil der horizontal wirkenden Kraft des

Digitized by Google

Windes, welche durch die unpaſſende Lage des Segelpunktes verloren geht. Nimmt man MH zum Radius, ſo erhält man aus den ähnlichen Dreiecken MHL und LKH den Werth von KH gleich dem Quadrate des Sinus des Neigungswinkels dividirt durch den Radius, welcher letztere der ganzen Kraft des Windes gleich iſt.

Das Dreieck MLH iſt nämlich bei L rechtwinklig; aus der Spitze des rechten Winkels iſt der Perpendikel auf die Hypotenuſe MH gefällt; daher ſind (vergl. S. 684 Nr. 12) die beiden Dreiecke MLH und LKH einander ähnlich. Man hat daher:

$$MH : HL = HL : HK; \text{ alſo } HK = \frac{HL^2}{MH}$$

Aus derſelben Gleichung folgt, daß der Winkel HML = Winkel HLK iſt. Als korreſpondirender Winkel iſt aber HLK = HGE = DGB, d. h. gleich dem Neigungswinkel. Nimmt man in dem rechtwinkligen Dreiecke HLM die Hypotenuſe HM zum Radius, ſo iſt HL = sin ∠ HML, d. h. gleich dem Sinus des Neigungswinkels; daher

$$HK = \frac{HL^2}{MH} = \frac{\sin^2 \text{ des Neigungswinkels}}{\text{Ganze Kraft des Windes}}$$

Wenn daher die Verrückung des Segelpunktes von der richtigen Stelle F durch einen Zuſatz von beigeſetzten Segeln verurſacht wird, ſtatt durch eine Aenderung in der Anordnung, ſo wird die Geſchwindigkeit verringert, ſtatt vergrößert; es müßte dann etwa der Zuwachs den MH, d. h. die Kraft des Windes, durch die Vergrößerung der dargebotenen Segelfläche erhält, größer ſein als HK, d. h. größer als der verurſachte Verluſt. Die wirkliche Kraft des Windes, das Schiff gerade vorwärts zu treiben, würde alſo um eine Größe vermindert werden, welche dem Unterſchiede zwiſchen KH und dem kleineren durch die vermehrte Segelfläche hervorgebrachten Zuwachſe der Windkraft gleich iſt. Nimmt man nun an, daß durch die unpaſſende Stellung des Segelpunkts in E das Schiff ſo geneigt wird, daß GH die Ebene der Segel vorſtellt: ſo zeigt ſich ſogleich, daß die Segelfläche verkleinert werden kann, bis die Kraft des Windes um eine Größe $= \frac{\sin^2 EGH}{\text{rad} \cdot MH}$ vermindert worden, ohne daß dadurch die Geſchwindigkeit abnimmt; ſobald nämlich durch dieſe Verminderung der Segelfläche der Segelpunkt in ſeine richtige Stelle F verſetzt wird.

Aus dem Vorigen ergiebt ſich auch, daß wenn der Segelpunkt zu hoch über dem Schwerpunkte des Schiffes geſtellt worden, der Nachtheil dieſer Stellung durch eine Neigung oder ein ſogenanntes Ueberhängen der Maſten verringert werden kann, wodurch man vermeidet die Kraft des Windes, d. h. die Segelfläche zu verkleinern.

Wenn der wirkliche Segelpunkt höher als der richtige liegt, ſo wird die 3
Geſchwindigkeit des Schiffes auch noch ferner durch den Zuwachs des Widerſtandes vermindert, welcher davon herkommt, daß durch die Eintauchung der volleren Theile des Vorderſchiffs dem Waſſer eine größere Angriffsfläche dar-

Digitized by Google

geboten wird. War alſo die Segelfläche vor der Neigung vertikal, ſo wird nach der Neigung um den Winkel EGH ein Theil der Kraft KL dahin wirken, daß der Waſſerraum und ſomit der Widerſtand vergrößert wird. Dieſer Nachtheil kann ebenfalls durch ein Ueberhängen der Maſten vermieden werden.

4 Sobald das Moment des Windes auf die Segel das Moment der hydrodynamiſchen Stabilität übertrifft, ſo erfolgt eine Neigung, bis die dadurch erzeugte hydroſtatiſche Stabilität dem Ueberſchuß des Windmoments das Gleichgewicht hält, wie ſchon vorher geſagt iſt. Dieſes Gleichgewicht wird ſich aber eben ſo oft ändern, als die Kraft des Windes wächst oder abnimmt; folglich ändert ſich dann auch jedesmal die Neigung. Ein Schiff mit falſch geſtelltem Segelpunkte wird alſo mit jedem Wechſel der Windſtärke auch einen Wechſel in ſeiner Waſſerlinie erleiden. Hiedurch wird es unmöglich, die Längenſtellung des Segelpunktes mit einer vortheilhaften Segeleinrichtung des Schiffes in Einklang zu bringen; ja es wird ſogar aus dieſem Grunde unmöglich eine ſolche Längenbeſtimmung für den Segelpunkt zu finden, weil die Segelbeſchaffenheit des ganzen Schiffes einem ſteten Wechſel unterworfen iſt.

5 Befindet ſich der wirkliche Segelpunkt *unterhalb* des richtigen, ſo wird das Achterſchiff eintauchen, weil alsdann das Moment des Waſſerwiderſtandes größer iſt, als dasjenige des Windes. Dadurch ergiebt ſich folgender Unterſchied zwiſchen einem zu hohen und einem zu niedrigen Segelpunkte: bei einem zu hohen taucht der Bug ein, der Widerſtand gegen denſelben wird größer, und das Schiff fliegt gegen den Wind auf; bei einem zu niedrigen Segelpunkte taucht das Achterſchiff ein, der Widerſtand gegen daſſelbe wird größer, und das Schiff fällt vor dem Winde ab.

6 Haben Maſten und Raaen ein ſo unpaſſendes Verhältniß, daß der Segelpunkt eine falſche Stellung hinſichtlich der Höhe erhält: ſo läßt ſich der mannigfache daraus hervorgehende Nachtheil zwar nicht völlig entfernen, wohl aber einigermaaßen verringern, und zwar durch Umſtauung, d. h. Ortsveränderung irgend welcher bedeutenden Gewichte. So läßt ſich denken, daß die Neigung des Schiffes, wenn der Wind auf den Punkt E, Fig. 303, wirkt, aufgehoben wird, wenn man ein Gewicht b von einem Orte N im Vorſchiffe nach einem Orte O im Achterſchiffe bringt. Das Gleichgewicht des Schiffs wird dann durch die beiden gleichen Kräfte oder Momente a . EF und b . NO hervorgebracht, und es wird ſich das Schiff ohne alle Neigung der Länge nach bewegen, ſo lange die Kraft des Windes unverändert bleibt. Jede Aenderung des Windes muß demnach durch eine Aenderung in der Stauung unwirkſam gemacht werden. Dieſe Abhülfe läßt ſich jedoch nur bei ruhigem Waſſer anwenden. Die richtige Stellung des Segelpunktes iſt alſo geradezu der wichtigſte Punkt des Schiffbaues, weil ſie es erſt möglich macht, alle ſonſtigen guten Eigenſchaften eines Schiffes zu benutzen, und ihm die möglich größte Geſchwindigkeit zu geben. Die falſche Stellung deſſelben dagegen bewirkt, daß manche ſonſtige gute Eigenſchaft, ſogar die zum Segeln beſte Geſtalt, unbenutzt bleiben muß.

7 Wären die Segel, wie in den vorigen Auseinanderſetzungen angenommen worden, wirklich lauter Ebenen, ſo fiele ihr gemeinſchaftlicher Schwerpunkt mit

Digitized by Google

ihrem Segelpunkte genau zuſammen. Sie werden aber durch die Kraft des Windes gewölbt. Handelt es ſich aber nur darum, die Höhe des Segelpunkts zu beſtimmen, ſo kann, da die allen Segeln gleichgeltende Fläche aus den vielen einzelnen zuſammengeſetzt iſt, kein bedeutender Irrthum entſtehn, wenn man die Höhe des gemeinſchaftlichen Schwerpunktes auch für die Höhe des Segelpunktes annimmt; dieſe Annahme iſt daher für die Praxis genau genug.

Welchen Dienſt man auch irgend von einem Schiffe verlangen mag, ſo 8
ſieht man leicht ein, daß es dazu ein gewiſſes Maximum der Dienſtbarkeit beſitzen muß. Dieſes Maximum läßt ſich nur durch eine wohl überdachte Verbindung der Vermögen des Schiffs mit den Mitteln hervorbringen, die jene Vermögen in Thätigkeit ſetzen. Die hiezu beſonders erforderlichen Eigenſchaften eines Schiffes laſſen ſich in zwei Hauptabtheilungen bringen (vergl. S. 2170 Nr. 5): ſolche die zur Geräumigkeit oder Tragfähigkeit für Ladung gehören; und ſolche die zur Geſchwindigkeit zuſammenwirken. Für Kauffahrteiſchiffe hat man in neuerer Zeit, namentlich in England nach dem Zeugniß Engliſcher Schiffbaumeiſter, faſt nur die Tragfähigkeit berückſichtigt, und zwar in einem ſolchen Uebermaaße, daß man ihr nicht nur jede andre auszeichnende Eigenſchaft, ſondern ſogar die Sicherheit des ganzen Schiffes und der Mannſchaft aufopferte.

Für Kriegsſchiffe iſt unter allen Umſtänden eine richtige Verbindung von Tragfähigkeit und Schnelligkeit unerläßlich; die Schnelligkeit muß aber nicht blos für die geraden Kurſe, ſondern auch bei dem Winde, und zwar mit der möglichſt geringen Abtrifft vorhanden ſein.

Mit welchem Winkel der Wind irgend die Segelfläche treffen mag, ſo iſt 9
die Gewalt deſſelben nur ſo groß, wie der bei Zerlegung ſeiner Kraft auf die Fläche fallende Perpendikel; alſo wie der Sinus des Neigungswinkels (vergl. S. 855). Wenn die Bewegung eines Schiffes parallel mit ſeiner Längenaxe geht, ſo erleidet es den geringſten Widerſtand. Jede Kraft des Windes, welche das Schiff in einer andern Richtung treibt, vermehrt den Widerſtand des Waſſers, und ſchadet alſo dem Fortſchritte. In jedem wirklichen Falle läßt ſich die Kraft des Windes auf das Segel in eine perpendikulär darauf gerichtete und eine parallel mit ihm gehende zerlegen. Es ſei, Taf. XXXV, D, Fig. 304, AB die Längenaxe oder der Kiel des Schiffs, und CD die Richtung der Raa, welche mit AB den Winkel DEB kleiner als 90° macht. Die Stärke und Richtung des Windes iſt EF. Ihre Zerlegung giebt GE perpendikulär auf die Segelfläche CD, und FG parallel mit derſelben. Man zieht GH perpendikulär auf AB; ferner zerlegt man GE in GH und HE; es ſtellt GH den Theil dar, welcher das Schiff ſeitwärts treibt; und HE den Theil davon, welcher es gerade vorwärts ſtößt. Wäre die Raarichtung CD ſenkrecht auf AB, ſo würde die Seitenkraft GH verloren gehn; bei einer ſchrägen Richtung finden ſich aber immer zwei ſolcher Kräfte wie GH und HE. Weil DEB = CEH, und CEG ein Rechter, ſo iſt GEH das Komplement von DEB, und bleibt daher eben ſo lang konſtant, als dieſer; es bleibt alſo auch in dem Dreiecke GHE das Verhältniß GH : HE unverändert, d. h. die ſeitwärts und die vorwärts treibende Kraft

Digitized by Google

des Windes behalten ein unverändertes Verhältniß; finden aber auch eine entgegengeſetzte Kraft im Widerſtande des Waſſers, nämlich HG und EH; die Bewegung des Schiffes geht alſo in einer gewiſſen geraden Linie ab vor ſich, welche dem Gleichgewichte der genannten Kräfte entſpricht. Hierauf beruht alſo die Abtrifft des Schiffes, d. h. die Abweichung des wirklichen Kurſes von der Richtung des Kiels.

Es ſei R der direkte und r der Seitenwiderſtand des Waſſers, und die ihnen dargebotenen Flächen d und e: der Winkel DEB, den das Segel mit dem Kiel macht, ſei c; der Winkel der Abtrifft ſei x, alsdann hat man:

$$R : r = d \cdot \cos^2 x : e \cdot \sin^2 x;$$

$$\text{alſo } \frac{R}{r} = \frac{d \cdot \cos^2 x}{e \cdot \sin^2 x} = \frac{d}{e \cdot \operatorname{tang}^2 x}$$

Es iſt auch nach Fig. 304:

$$\frac{R}{r} = \frac{EH}{GH} = \frac{\sin \cdot c}{\cos \cdot c} = \operatorname{tang} c;$$

daher:

$$\frac{d}{e \cdot \operatorname{tang}^2 x} = \operatorname{tang} c; \quad \text{und } \operatorname{tang}^2 x = \frac{d}{e} \cdot \operatorname{cotg}. c;$$

$$\text{oder A) } \operatorname{tang} x = \sqrt{\frac{d}{e} \cdot \operatorname{cotg} c}.$$

Die erſte Proportion ergiebt ſich aus den S. 2233 gegebenen Erläuterungen. Die Umwandlungen ſind folgende: $\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \operatorname{cotg}^2 x$; es iſt aber $\operatorname{tang} x : 1 = 1 : \operatorname{cotg} x$; alſo $\operatorname{tang} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$; daher $\operatorname{cotg}^2 x = \frac{1}{\operatorname{tang}^2 x}$. Ferner iſt $\angle$ DEB $= \angle$ CEA $= c$; daher iſt $\angle$ HEG das Komplement für den $\angle c$, daher $EH = \cos HEG = \sin c$; und $GH = \sin HEG = \cos c$.

Endlich iſt $\frac{1}{\operatorname{tang} c} = \operatorname{cotg} c$

Aus der Gleichung A ergiebt ſich, daß die Abtrifft des Schiffes allein von dem Winkel abhängt, den das Segel mit dem Kiele macht; und ſcheint in keiner Weiſe von der Geſchwindigkeit des Schiffes berührt zu werden. Daher haben die mehrſten Mathematiker ſtets das Gleichgewicht betrachtet, welches zwiſchen der Kraft des Windes und dem Widerſtande des Waſſers beſteht, um dieſen Winkel hervorzubringen. Die Erfahrung zeigt aber auch die Abhängigkeit der Abtrifft von der Geſchwindigkeit des Schiffs, und von der Richtung des Windes.

Sobald der Winkel DEB $= c$, d. h. der Winkel den das Segel mit dem Kiele macht, ſich verringert, wird das Komplement von c größer und das Verhältniß zwiſchen GH und HE muß wachſen. Es zeigt ſich aber auch ferner in der wirklichen Erfahrung, daß ohne irgend eine Aenderung der Windrichtung, die Abtrifft ſich mit jeder Aenderung der Geſchwindigkeit ebenfalls ändert.

Digitized by Google

Ferner zeigt die Erfahrung, daß ſich die Abtrifft auch mit dem Winkel ändert, den die Richtung des Windes mit dem Kiele macht.

Dieſer Widerſpruch zwiſchen Theorie und Erfahrung entſpringt aus der 11
noch fehlenden Kenntniß derjenigen Geſetze, nach denen ſich ein Körper in einer Flüſſigkeit bewegt. Sobald nämlich die theoretiſchen Regeln des Widerſtandes auf ſchiefe Kurſe angewandt werden, ſo weichen die berechneten Widerſtände bedeutend von den wirklich beobachteten ab; und zwar um ſo mehr, je größer der Einfallswinkel, und je ſpitzer der Neigungswinkel, d. h. je kleiner der Winkel wird, den der Widerſtand mit der getroffenen Ebene macht. Dieſer Widerſpruch zwiſchen Theorie und Erfahrung zeigt ſich weit ſtärker beim Seitenwiderſtande als beim Widerſtande gegen den Bug; und hat auch in dieſem Verhältniſſe Einfluß auf die Abweichung der wirklichen von der berechneten Abtrifft.

Wenn das Schiff (vergl. S. 2288) aus der Ruhe in Bewegung, oder aus 12
einer langſamern Bewegung in eine ſchnellere übergeht, ſo iſt anfänglich die Wirkung des Windes größer als der Widerſtand des Waſſers, bis allmälig beide Kräfte gleich werden, und das Schiff eine gleichförmige Geſchwindigkeit erhält. Nimmt man nun an, die Widerſtände in den Richtungen EH und HG wachſen wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten; und bemerkt man ferner, daß der Seitenwiderſtand wegen der Geſtalt des Schiffs und der Flächen größer als der Widerſtand von vorne iſt: ſo findet man bald, daß der Seitenwiderſtand ſich ſchneller mit dem Winde ins Gleichgewicht ſetzt, als der Widerſtand von vorne; daß ſich alſo die Abtrifft immer weiter verringert, je mehr das Schiff eine gleichförmige Geſchwindigkeit erhält. Je größer daher die Gewalt des Windes, alſo auch die Geſchwindigkeit des Schiffes iſt, um deſto geringer wird die Abtrifft. Je größer aber der Neigungswinkel des Windes gegen das Segel iſt, deſto ſtärker wird ſeine Wirkung; denn ſenkrecht darauf fallend hat er die größte Wirkung. Man kann alſo auch ſagen: die Abtrifft ſteht im umgekehrten Verhältniſſe mit dem Sinus des Neigungswinkels des Windes gegen das Segel.

Man hat durch eine große Reihe von Beobachtungen gefunden: daß ſich 13
die Abtrifft umgekehrt verhält wie das Quadrat der Geſchwindigkeit; und daß die Abtrifft wächst, je ſchiefer die Stellung der Segel gegen den Kiel wird.

Aus allen vorherigen Bemerkungen zuſammengenommen zeigt ſich alſo, daß auf die Größe der Abtrifft folgende Urſachen Einfluß haben: der Neigungswinkel des Windes auf das Segel, inſofern die Geſchwindigkeit des Schiffes davon abhängt; der Neigungswinkel zwiſchen Segel und Kiel; die Geſtalt des Schiffes, inſofern ſie das Verhältniß des Seitenwiderſtandes zum vorderen Widerſtande bedingt; die Geſtalt des Schiffes, inſofern ſie die Geſchwindigkeit des Schiffes bedingt; die Stabilität, inſofern von ihr der Seitenwiderſtand abhängt; die Größe der beigeſetzten Segel; und der Zuſtand der See.

Die Größe um welche ein Schiff in irgend einer gegebenen Zeit wirklich von 14
ſeinem Kurſe leewärts abtreibt, kann leicht durch Beobachtung gefunden werden (vergl. S. 925 — 928). Dergleichen Beobachtungen müßten unter allen den verſchiedenen Umſtänden gemacht werden, unter denen die aufgezählten verſchiedenartigen Einflüße die Abtrifft verändern; aus einer hinreichenden An-

Digitized by Google

zahl ſolcher Beobachtungen ließen ſich dann leicht Tafeln zuſammenſtellen. Zu ſolchen Beobachtungen würde namentlich ein genau gepeilter Küſtenpunkt dienen, welcher in der Richtung der Abtrifft liegt, und daher bei der Annäherung wie bei der Entfernung des Schiffs immer denſelben Winkel mit dem Kiele macht.

Die wirkliche Geſchwindigkeit des Schiffes längs der Abtrifftslinie kann in zwei zerlegt werden: die gerade oder direkte, in der Richtung des Kiels, und die Seitengeſchwindigkeit, in einer ſenkrecht auf den Kiel gehenden Richtung. Gleichzeitig mit dieſen iſt noch diejenige Geſchwindigkeit, mit welcher das Schiff gegen den Wind vordringt.

Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 305, AB der Kiel, EF die Raa, oder das Segel; mag der Wind irgend welche Richtung GH haben; alsdann wird das Schiff in irgend einer ſchrägen Richtung HK gehn, welche mit dem Kiel den Winkel KHB bildet; indem die Länge von HK zugleich die Geſchwindigkeit in dieſer Richtung darſtellt. Es ſei KL ſenkrecht auf AB; die Geſchwindigkeit HK iſt damit in zwei zerlegt: LH die direkte, und KL die ſeitwärtsgehende. Man zieht HM perpendikulär auf die Richtung des Windes GH und MK parallel mit GH; es bezeichnet alsdann MK wie viel in der Zeit das Schiff windwärts gekommen, oder gegen den Wind vorgedrungen iſt, während es den Raum HK durchlaufen iſt. Nimmt man den Urſprung des Windes in unendlicher Entfernung von H, oder von dem Schiffe, ſo kann man die ſenkrecht auf GH gezogene Linie HM ſo anſehn, als ſei jeder ihrer Punkte gleichweit von dem Urſprungspunkte des Windes entfernt. Da GHK kleiner als GHM, ſo iſt natürlich die Linie HK innerhalb der Linie HM. Es iſt alſo auch der Punkt K dem Urſprunge des Windes näher als der Punkt H, und zwar um die perpendikuläre Entfernung MK; daher hat das Schiff um ſoviel gegen den Wind gewonnen. Fiele HM mit HK zuſammen, ſo würde das Schiff weder Etwas gegen den Wind gewonnen, noch durch ihn verloren haben. Fiele HM innerhalb HK, ſo würde das Schiff Etwas verloren haben, oder leewärts getrieben ſein. Wenn HK und der Abtrifftswinkel KHL bekannt ſind, ſo läßt ſich KM leicht berechnen. Weil nämlich GHF, FHL und LHK ſämmtlich bekannt ſind, und MH perpendikulär auf HG iſt, ſo iſt auch ihr gemeinſchaftliches Komplement MHK bekannt; HMK iſt aber ein rechter Winkel. Man hat alſo in dem rechtwinkligen Dreieck HMK folgende Proportion:

$$HK : KM = 1 : \sin KHM.$$

Die einzige Schwierigkeit iſt hiebei, die Richtung HM zu beſtimmen, oder auch GH, die Richtung des Windes ſicher zu haben, und den Winkel GHF zu finden; da die Flügel ſämmtlich (vergl. S. 2290) nur den ſcheinbaren Wind zeigen. Je größer die Geſchwindigkeit des Schiffes iſt, deſto mehr weicht der ſcheinbare Wind von dem wahren ab. Auch wird der ſcheinbare Wind dem Schiffe immer mehr entgegengeſetzt zu ſein ſcheinen, als der wahre; daher wird auch das Schiff immer dichter an dem Winde zu liegen ſcheinen, als es eigentlich der Fall iſt.

Digitized by Google

Die leichteſte Art, die Geſchwindigkeit des wahren Windes zu finden, iſt 16
folgende: man beobachtet den Bogen, welchen die Richtung des Kiels durchmacht, indem das Schiff von den ſcharf zugeholten Halſen an dem einen Bord bis zu den ſcharf angeholten Halſen an dem andern Bord gedreht wird. Die Hälfte dieſes Bogens giebt, wenn Alles ſonſt gleich bleibt, die Richtung des wahren Windes; denn die Richtung des Schiffs bleibt hinſichtlich der Richtung des Windes für beide Halſen dieſelbe. Man kann auch die beiden von einander abweichenden (S. 2291) Richtungen des ſcheinbaren Windes in beiden Stellungen des Schiffes vor und nach dem Wenden beobachten; der wahre Wind iſt alsdann der Mittelpunkt zwiſchen beiden; denn als die Urſache der Abweichung der Flügel und der Geſchwindigkeit des Schiffes muß er für beide Borde derſelbe ſein. Sobald aber der wahre Wind bekannt iſt, laſſen ſich die übrigen Größen leicht finden, weil alsdann Richtung und Geſchwindigkeit des Schiffs und auch der Winkel bekannt iſt, den dieſe Richtung mit dem ſcheinbaren Winde macht.

Trifft es ſich, daß die Geſchwindigkeit des Schiffes für den einen Bord größer als für den andern iſt: ſo theilt man den Wendungsbogen in zwei Abſchnitte, welche ſich umgekehrt wie die beiden Geſchwindigkeiten verhalten; und findet ſo den wahren Wind.

Gewöhnlich wird der Winkel, den Wind und Kiel mit einander bei ſchrä- 17
gem Laufe machen dürfen, auf 6 Striche = 67° 30′ geſetzt (vergl. S. 924). Man hat aber auch noch günſtigere Richtungen bei wirklich vorgekommenen Fällen beobachtet; z. B. bei einer Korvette betrug der ganze Unterſchied zwiſchen beiden Richtungen des Schiffes vor und nach dem Wenden bei friſcher Briefe nur 10 Striche, und bei leichtem Winde ſogar nur 9 Striche; ſo daß der Winkel um welchen das ſcharf beigebraßte Schiff mit ſeiner Kielrichtung von dem Winde abweichen muß, nur 5 und 4½ Striche groß zu ſein braucht; vorausgeſetzt, daß die Geſtalt des Schiffes ſcharf genug ſei.

Nach Bouguers Beweiſen kann ein ſchnell ſegelndes Schiffs keine größere 18
Geſchwindigkeit erlangen, als zwei Siebentel von der Geſchwindigkeit des Windes, und zwar, wenn es beinahe vor demſelben ſegelt; Kauffahrteiſchiffe ſollen ſogar nur ein Fünftel der Geſchwindigkeit des Windes haben können; höchſtens können nach Bouguers Behauptung ſchnellſegelnde Fregatten bis zur Hälfte der Windgeſchwindigkeit gelangen. Andere Schriftſteller haben dagegen aus gemachten Erfahrungen und Beobachtungen gezeigt, daß ſehr gut ſegelnde Schiffe der vollen Geſchwindigkeit des Windes ſehr nahe kommen, wenigſtens bis zu dem Verhältniſſe von 21 : 23; als Durchſchnitt nehmen ſie daher an, daß, wenn Kurs und Wind zuſammenfallen, die Geſchwindigkeit des Schiffs von $^2/_3$ bis $^{20}/_{27}$ der Geſchwindigkeit des Windes betragen kann.

Bei ſchrägem Kurſe kann ein Schiff ſogar eine Geſchwindigkeit erreichen, 19
welche noch größer iſt, als diejenige des Windes. Die Geſchwindigkeit, mit welcher der Wind auf das Segel wirkt, nachdem das Schiff in Bewegung gekommen, iſt nur ſeine relative Geſchwindigkeit, d. h. diejenige, um welche er die erlangte Geſchwindigkeit des Schiffes übertrifft. Fallen Kurs und Wind-

Digitized by Google

richtung zuſammen, ſo iſt dieſe relative Geſchwindigkeit des Windes nur der Unterſchied zwiſchen der wirklichen Geſchwindigkeit des Schiffes und des Windes. Iſt aber der Kurs des Schiffes ein ſchräger in Beziehung auf die Richtung des Windes, ſo iſt die relative Geſchwindigkeit des letzteren der Unterſchied zwiſchen der wirklichen Geſchwindigkeit des Windes, und demjenigen Theile der Geſchwindigkeit des Schiffes, welcher bei der Zerlegung derſelben mit der Richtung des Windes zuſammenfällt.

Sind die Segel ſenkrecht gegen den Kiel gebraßt, und der Wind gerade von hinten, ſo ſteht die Geſchwindigkeit des Schiffs in geradem Verhältniß zu der relativen Geſchwindigkeit, und zu der Quadratwurzel der Segelfläche. Um alſo die relative Geſchwindigkeit durch einen alleinigen Zuſatz von Segeln zu vergrößern, muß der Zuſatz des Segels in doppeltem Verhältniſſe des Zuwachſes der relativen Geſchwindigkeit gemacht werden.

Bezeichnet man die Segelfläche mit S, die Geſchwindigkeit des Windes mit V; und die abſolute Neigung des Windes gegen das Segel, oder vielmehr gegen die Raa mit a, ſo iſt die Geſchwindigkeit dem Ausdrucke $\sqrt{S} \cdot V \cdot \sin a$ gleich. Dies ſtimmt mit den vorher gemachten Bemerkungen überein.

Wenn die Geſchwindigkeit des Windes dieſelbe bleibt, und der Sinus des Neigungswinkels des Windes gegen die Raa gleich dem Radius wird, d. h. der Wind perpendikulär mit ſeiner ganzen Kraft auf das Segel wirkt: ſo hängt offenbar die Geſchwindigkeit des Schiffes von der beigeſetzten Segelfläche ab, und kann ſogar, theoretiſch ausgedrückt, ohne Grenzen wachſen.

Aus dem Vorigen ergiebt ſich von ſelbſt, daß zur Vollkommenheit der drehenden wie der fortſchreitenden Bewegung eines Schiffes ſeine Bemaſtung und Beſegelung mit ſeiner Geſtalt in Uebereinſtimmung ſtehen muß. Schiffe, welche durch ihre Bauart nahe am Winde liegen und gut luven, können dieſe Eigenſchaften nur dann in Wirkſamkeit ſetzen, wenn ihre Zurüſtung in Maſten und Segeln dazu geeignet iſt. Schiffe, welche nicht ſo gebaut ſind, daß ſie ſcharf anliegen und leicht luven, werden mit einer nur auf ſchräge Kurſe berechneten Zurüſtung auch nicht einmal die Vortheile gewähren, welche ſie durch eine für gerade Kurſe paſſende Zurüſtung wenigſtens durch die ihnen erreichbare Geſchwindigkeit darbieten könnten. Die Bauart muß alſo jedesmal von der Bemaſtung und Beſegelung unterſtützt werden; und außerdem müſſen ſie von Offizieren geleitet werden, welche die Vortheile der Geſtalt und Zurüſtung zu benutzen wiſſen.

Da die Geſetze des Waſſerwiderſtandes gegen bewegte Körper noch nicht mit der erforderlichen Sicherheit und Vollſtändigkeit erforſcht ſind: ſo bleibt die Schiffsbaukunſt noch einem großen Theile nach darauf angewieſen, durch Beobachtung und Vergleichung vorzüglicher Schiffe, ſowohl hinſichtlich ihrer Körper als ihrer Bemaſtung und Beſegelung, immer mehr geſicherte Erfolge ihrer Regeln und ihrer Werkthätigkeit zu gewinnen. Auch dem gebildeten Seemanne, der ſeinen edeln und großartigen Beruf nicht als alleinigen mit möglichſt wenigen Kenntniſſen erreichbaren Broderwerb anſieht, iſt eine ſolche Vergleichung von der höchſten Wichtigkeit. Er ſetzt ſich durch dieſe Einſicht in die Lenkſamkeit

Digitized by Google

und Fähigkeit der Schiffe in den Stand, die beiden großen Elemente, Waſſer und Luft, trotz ihrer großen Gewalt mit Sicherheit zu beherrſchen, und ihre geregelten Kräfte zu ſeinen Zwecken zu benutzen. Zu einer ſolchen Vergleichung enthält der dritte Band dieſes Werkes eine zahlreiche Sammlung von Tafeln, welche Dimenſionen von Schiffskörpern und Proportionen von Maſten und Segeln enthalten. Namentlich dienen zu dieſem Zwecke Tafel CIII, CXVIII bis CXXVI, CXXX bis CXXXIX.

§. 341. Von einigen mechaniſchen Methoden den Bauriß eines Schiffes zu beſtimmen.

Für den heutigen Standpunkt der mechaniſchen Wiſſenſchaften überhaupt, 1
und der Schiffsbaukunſt insbeſondere haben dieſe früher allein gebrauchten mechaniſchen Methoden keinen andern Werth als den, ein geſchichtliches Moment in der allmäligen Entwickelung des Schiffbaues darzuſtellen. Keine derſelben beruht auf einem wiſſenſchaftlichen Prinzipe, aus welchem ſich beweiſen läßt, daß ein nach ſolchem Entwurfe gebautes Schiff die erforderlichen guten Eigenſchaften beſitzt. Jene Methoden ſtreben z. B. ſämmtlich dahin, die Hauptſpantebene in Kreisbogen einzuſchließen, während die wiſſenſchaftlich begründeten Prinzipien der heutigen Schiffbaukunſt es als nothwendig darthun, der Hauptſpantebene an einigen Stellen eine geradlinige Umgrenzung zu geben, um den Seitenwiderſtand zu vergrößern, die Stabilität bei der gegebenen Fläche zu erhöhen, und ſanfte Waſſerlinien zu bilden. Der Gebrauch der Ellipſe iſt ebenſo willkürlich. Alle mechaniſchen Methoden waren und ſind noch Nothbehelfe ſtatt der wiſſenſchaftlichen Kenntniſſe, und hindern ſowohl die Vervollkommnung der Schiffbaukunſt, als auch ſelbſt die Anwendung der ſchon erlangten beſſeren Einſicht. Man kann ſie indeſſen nicht ganz ignoriren. Sie dienen wenigſtens dazu, die beſſeren Methoden ihrem Werthe nach deſto mehr ſchätzen zu lernen; und geben außerdem manchen erleichternden Handgriff für eine Zeichnung nach beſſeren Prinzipien.

Eine der älteſten, von Bouguer verbeſſerte Methode das Hauptſpant zu 2
zeichnen iſt folgende: Man ziehe, Tafel XXXV, D, Fig. 306, die gerade Linie AB, die größte Breite auf den Spanten, alſo ohne die Außenplanken gemeſſen. Dieſe Linie nimmt man zum Diameter für den Kreis RANB. Durch den Mittelpunkt C zieht man den Perpendikel CD gleich der Tiefe, welche dem Schiffe gegeben werden ſoll, gemeſſen von der Unterkante des Deckbalkens bis zur Oberkante des Kiels. Durch den Punkt D zieht man eine Parallellinie mit AB, und macht DG und DH jedes gleich einem Viertel der ganzen Breite AB; es iſt alsdann GH = EF das Flach des Schiffs. Ferner zieht man die beiden Perpendikel GE und HF gleich dem Aufſteigen der Flur. Je nachdem das Schiff voller oder ſchärfer werden ſoll, iſt GE oder HF entweder der vierundzwanzigſte, oder der achtzehnte, oder nur der zwölfte Theil von GH, d. h. von der ganzen Breite des Flachs; der vierundzwanzigſte Theil giebt natürlich das flachſte,

Digitized by Google

der zwölfte Theil das ſchärfſte Schiff; man verbindet E und F durch eine gerade Linie.

In dem Punkte E errichtet man auf EF ein Perpendikel, und verlängert es auf der einen Seite bis K, auf der andern Seite bis S, man macht EK = CA, d. h. gleich der halben größten Breite, und zieht KC. Dieſe letztere Linie KC halbirt man in L, errichtet ſenkrecht auf KC das Perpendikel LM, und macht den Punkt M, wo es EK ſchneidet, zum Durchgangspunkte für die Linie CN, welche ein Radius des großen Kreiſes, alſo auch der halben größten Breite gleich iſt. Dieſen Durchſchnittspunkt der drei Linien, oder M, macht man zum Mittelpunkte, und MN zum Radius des Kreisbogens NE, welcher ſich an den großen Kreisbogen AN anſchließt, ohne einen Winkel zu bilden. MC und MK ſind auch gleich. Auf beiden Seiten von D ſetzt man die halbe Breite des Kiels DO und DP ab, zieht die gerade Linie EO, und halbirt ſie in T; von T zieht man die gerade Linie TS, welche die untere Verlängerung von EK in S ſchneidet. Dieſen Punkt S macht man zum Mittelpunkte und SE zum Radius, und zieht den Bogen EO. Auf ſolche Art hat man die von dem großen Kreiſe abweichende Aus- und Niederbugt NE, und die davon abweichende Auf- und Einbugt EO des Flachs oder Bodens. Ebenſo muß auch auf der andern Seite der Mittellinie die Kurve PF gezeichnet werden.

Oberhalb des Diameters oder der größten Breite AB weichen aber auch beide Seiten von dem großen Kreiſe ab, wie an AQR zu ſehn iſt. Den Bogen AQ beſchreibt man aus dem Mittelpunkte bei I, mit dem Radius IA, welcher der viertel Breite gleich iſt, den Bogen QR beſchreibt man mit demſelben Radius IA, aber aus einem außerhalb des großen Kreiſes liegenden Mittelpunkte, deſſen Lage zum Theil von IA, zum Theil von der Länge und Lage abhängt, die QR haben ſoll. Dieſe Methode das Hauptſpant zu zeichnen iſt von Fournier, und ſo viel es anging von Bouguer verbeſſert.

3 Die nächſte Methode iſt von Palmi. Man zeichnet, Fig. 307, ein Rektangel ABIL, deſſen Länge AB die größte Breite, und deſſen Höhe BI die Tiefe von der untern Kante des Deckbalkens bis zur obern des Kiels bezeichnet. Bei E und F, den Endpunkten des Flachs oder der Flur, errichtet man die Perpendikel EG und FH, deren Länge von der Erhebung der Flur abhängt; DG = DH = ½ AC.

Man macht, Nebenfigur zu Fig. 307, ein Quadrat, deſſen Seite = LG iſt. Mit einem Radius = LG = KE beſchreibt man aus den beiden Mittelpunkten K und H die beiden Kreisquadranten AXE und AQE, innerhalb des Quadrats. Einen davon theilt man in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, z. B. den Quadranten AXE in AV, VX, XY, YZ u. ſ. w., und zieht von den Theilungspunkten auf die gegenüberſtehende Seite AK die Perpendikel VO, XN, YM, ZU. Die Tiefe des Schiffs bis zur Erhebung der Flur, oder in der Hauptfigur die Linie AK theilt man in dieſelbe Anzahl gleicher Theile. Von dieſen Theilungspunkten zieht man horizontale, alſo auf AL ſenkrecht ſtehende Linien, denen man die in der Nebenfigur zwiſchen AK und dem Quadranten AQE enthaltenen Längen OS, NR, MQ, UP giebt. Durch die Punkte A, S, R, Q, P, E

Digitized by Google

zieht man in der Hauptfigur eine Kurve, welche den Belauf des Hauptſpants von A bis E darſtellt. Der Bogen ED, bis zur Seite des Kiels wird mit ſolchem Radius beſchrieben, daß er ſich an die Kurve AE bei E anſchließt, ohne einen Winkel zu bilden.

Eine dritte Methode von Bouguer gilt für ſcharfe Schiffe. Man zeich- 4
net, Tafel XXXV, D, Fig. 308, das Rektangel ABIL, welches die Ebene des Hauptſpants unterhalb der größten Breite einſchließt. Man halbirt CA in M, und fällt das Perpendikel MG auf LD, und ſetzt auf beiden Seiten der Mittellinie CD auf der Grundlinie LI die Länge DG = DH ab; alsdann iſt GH = ½AB, d. h. gleich der halben größten Breite. Darauf nimmt man GE = HF, als die Erhebung der Flur, gleich dem fünften oder dem ſechsten Theile der Flurbreite GH oder EF, und errichtet die Perpendikel GE und FH: ihre obern Endpunkte bezeichnen die Erhebung der Flur in der Mitte des Schiffes. Von E nach A und von F nach B beſchreibt man Bogen oder Theile einer Parabel; für die eine iſt A der Scheitel, und AC die Axe; für die andere B der Scheitel, und BC die Axe.

Das Flach der Flur wird durch zwei Kreisbogen gebildet, deren einer die Wölbung nach unten hat, und ſich ohne Winkel an E anſchließt; deren anderer die Wölbung nach oben hat, und ſich ohne Winkel an den vorigen anſchließt. Von dem Punkte E zieht man ſenkrecht auf AC die Linie EM, und EK ſenkrecht auf AL. Aus einem Mittelpunkt, der in einer angemeſſenen Verlängerung von CA, d. h. in MN liegt, beſchreibt man einen Halbkreis MKN, welcher durch K geht. Alsdann iſt AN der Parameter der Parabel, mit deſſen Hülfe man beliebig viele Punkte der Kurve beſtimmen kann. Will man z. B. einen Punkt in der Vertikallinie PQ finden, durch welchen die Parabel geht, ſo beſchreibt man den Halbkreis NOP, und zieht von dem Schnittpunkte O, wo dieſer Halbkreis AL ſchneidet, die horizontale Linie OQ; der Punkt Q iſt alsdann ein Punkt der Parabel. In gleicher Weiſe findet man die übrigen Punkte.

Damit der erſte Kreisbogen, welcher die Flur bildet, keinen Winkel mit der Parabel bei E mache, iſt es nöthig, daß ſein Mittelpunkt in irgend einem Punkte S liege, welcher in der Normale ER enthalten iſt, d. h. in der auf der Parabel ſenkrecht ſtehenden Linie ER. Um dieſen Perpendikel zu ziehen, macht man die Subnormale RM gleich dem halben Parameter AN (vrgl. S. 1723 und S. 2108).

Die mechaniſchen Methoden, um den ganzen Schiffskörper vor und hinter 5
dem Hauptſpant zu entwerfen, beziehen ſich auf die Waſſerlinien und auf die Senten (vergl. S. 2260 – 2261), und namentlich auf die Top-, Herz- und Flurſenten, und ihre entſprechenden Waſſerlinien. Die Senten zeigen ihre Niederbugten in der Mitte, und ihre Aufſteigung gegen die Steven hin am deutlichſten auf dem Seitenriſſe, oder dem vertikalen Längendurchſchnitte; ihre ſenkrechten Entfernungen von der Längenaxe oder der Länge nach gehenden Mittellinie derjenigen Waſſerebene, auf welcher ſie projizirt werden können, zeigen ſie am deutlichſten auf dem horizontalen oder waſſerpaſſen Riſſe, welcher deshalb gewöhnlich Sentenriß genannt wird.

Digitized by Google

6 Eine der älteſten Methoden, die Geſtalt des Schiffskörpers zu entwerfen, iſt die Mallung nach dem Hauptſpant, oder Mallung nach einem Mall, Engliſch Whole moulding. Ein Mall iſt eigentlich ein von ſchwachem Holz gemachtes Modell für den Belauf oder die Bugt eines Bauholzes. Die Zimmerleute an Land, und die Maurer, Tiſchler u. ſ. w. nennen es gewöhnlich Schablone. Durch dieſe Methode erhält der Haupttheil des Schiffskörpers, mit Ausnahme des nach dem Vor- und Achterſteven hin ſich mehr zuſammenbiegenden Vor- und Achterſchiffes, ſeine Geſtalt mit Hülfe zweier Mallen; das obere giebt die Geſtalt der Spanten oberhalb der Flurſente, Rising line, welche über die oberen Enden der Bauchſtücke hinläuft, und die Flur von dem übrigen Hauptraume des Schiffs ſcheidet; das andere Mall giebt die Geſtalt unterhalb der Flurſente bis zum Kiel.

Heut zu Tage werden nur noch Boote auf dieſe Art konſtruirt. Zur Erklärung dient Tafel XXXIX, Fig. 10 bis 14, wo die verſchiedenen Riſſe des Boots, und Fig. 13 u. 14 das Mall ſelbſt dargeſtellt ſind.

Die ganze Methode beruht hauptſächlich auf einem richtigen Entwurfe der Flurſente oder Flurlinie, Fig. 10, G, ſowohl in ihrer Niederbugt, als in ihrer Ausbugt. Dieſe richtet ſich natürlich nach der Beſtimmung des Boots, ob es mehr zum Laſttragen, oder mehr zum Schnellſegeln beſtimmt iſt. Das größte Weit oder die Herzſente und die Flurſente bleiben bei dieſer Art Mallung ſtets parallel, ſowohl in der Ausbugt wie in der Niederbugt.

Der Zeichner muß ſchon einige Uebung haben, wenn die Flurſente dem Zwecke des Boots entſprechen ſoll. Die beabſichtigte Laſtigkeit des Boots und die Geſtalt des Hauptſpants bedingen beiderſeits, wie hoch die Flurſente vorne und hinten aufſteigen ſoll, ohne ihre innere Geräumigkeit zu ſehr zu vermindern.

Das Boot, Tafel XXXIX, Fig. 10 bis 12, iſt ein großes Boot, Longboat; ſeine Dimenſionen ſind Tafel CVI, Bd. III, Fig. 461, unter den Beſtecken für die großen Boote, in der letzten Abtheilung derſelben, angegeben. Die drei Hauptdimenſionen ſind in Engliſchem Fußmaaße (vergl. Taf XXII, S. 208):

Die Länge vom Vorderrande des Vorſtevens bis zum Heckbalken . . . . . 19 Fuß;

Die Breite auf den Inhölzern des Hauptſpants (ohne Außenplanken) . . . . . 7 Fuß 1 Zoll;

Die Tiefe vom oberen Rande der Kielſponning bis zum oberen Rande des oberſten Plankenganges unter dem Dollbord, auf der mit ⊕ bezeichneten Spante, d. h. auf ihrer ſenkrechten Höhe gemeſſen . . . . . 2 Fuß 10 Zoll.

Die Höhe des größten Weits im Hauptſpant iſt einige Zoll tiefer, und geht dann vorne und hinten parallel mit der Flurſente, und in der Richtung der ſenkrecht gegen den Kiel ſtehenden Spanten; dieſe Herzſente oder Kurve der größten Breite muß ſo weit nach vorne und hinten gezogen werden, als man im Sinne hat, die Mallung nach dem Hauptſpant auszuführen.

Digitized by Google

Wie die andern Linien zu zeichnen ſind, kommt tiefer unten vor; hier werden nur diejenigen erklärt, welche zu dieſer Mallungsweiſe gehören.

Für das Hauptſpant iſt die größte Breite in der Beſtecktafel CVI gegeben; es kann durch einen Kreisbogen beſchrieben werden, deſſen Radius die Entfernung zwiſchen der Flurſente und der Höhe der Herzſente ſein kann; der Mittelpunkt wird in die Höhe der Herzſente gelegt. Alles höher liegende kann perpendikulär genommen werden, wie der Spantenriß des Boots, Fig. 11, zeigt. Von der Seite des Kiels bis zu dem vorhin genannten Kreisbogen kann eine gerade oder eine wenig gebogene Linie gezogen werden.

Man mißt darauf in dem Seitenriß, Fig. 10, die Höhe der Flurſente auf jedem Spant *vor* dem Hauptſpant, und ſetzt dieſe Maaße in Fig. 11, d. h. in dem Spantenriſſe, rechts von dem Steven ab, und zwar von der Grundlinie aus, welche durch den obern Rand der Kielſponning geht. Ebenſo mißt man auf dem Seitenriſſe Fig. 10, die Höhen der Flurſente auf den Spanten hinter dem Hauptſpante, und trägt ſie in Fig. 11 auf die linke Seite des Stevens. Hierauf verfährt man auf dieſelbe Weiſe mit den Höhen der Herzſente oder des Weits.

Ferner nimmt man die halben Breiten der horizontalen Projektionen beider Linien für jedes Spant auf dem waſſerpaſſen Riſſe, Fig. 12, und ſetzt ſie in Fig. 11 von der Mittellinie aus in den entſprechenden Höhen ab. Man läßt alsdann ein Mall nach der Geſtalt des Mittelſpants machen, von der Flurſente bis zur Topſente oder Topſeite, und einige Zoll darüber, Fig. 13, ABE. An der Flurſente muß es genau anpaſſen, und der untere Theil geht in gerader Linie fort. Dieſer untere gerade Theil wird auf die verſchiedenen Flurſenten gelegt, ſo daß der obere Theil gerade den Punkt für die halbe Breite berührt, welche der Flurſente entſpricht, auf welche das Mall gelegt iſt. Es kann alsdann eine Kurve längs dem Rande des Malls von der Herzſente bis zur Flurſente gezogen werden. Auf dieſe Weiſe kann man ſoweit fortfahren, als die Herzſente mit der Flurſente parallel geht. Darauf muß ein zweites Mall mit einer Aufbugt gemacht werden, welches den untern Theil des Hauptſpants darſtellt, und an beiden Enden ein wenig verlängert iſt, Fig. 13, CD. Dies wird ſo angelegt, daß ein Theil der Biegung die Seite des Kiels berührt, und ein anderer Theil ſich an die mit dem andern Mall gezogene Kurve anſchließt. Dieſes zweite Flurmall wird bei jedem Spant tiefer zu liegen kommen, bis man zum Hauptſpant gelangt.

Hat man auf dieſe Art die Spanten ſoweit gezeichnet, als die Mallung nach dem Hauptſpant gehen darf, ſo müſſen die zunächſt ſtehenden Vorder- und Achterſpanten beſtimmt werden. Ihre halbe Breite iſt aus dem waſſerpaſſen Riſſe und dem Seitenriſſe zu nehmen, und der einzige beſtimmte Punkt, durch welchen ihre Kurve gehn muß. Wenn alle Spanten gebildet ſind, und jedes einzelne eine noch ſo gefällige Geſtalt hat, ſo frägt ſich doch noch erſt, welche Geſtalt die ganze Seite des Schiffs durch ihre Verbindung erhält? Es müſſen alſo noch die eigentlichen Waſſerlinien gezogen werden; bilden ſie keine ſchönen Kurven, ſo müſſen ſie geändert, und nach ihnen auch die Spanten ver-

Digitized by Google

beſſert werden. Nach dieſen läßt ſich auch die Geſtalt des Heckbalkens zeichnen; ſeine untere Seite muß man aber frei von der Ladewaſſerlinie laſſen, damit das Boot kein ſchweres Kielwaſſer hinter ſich zu ſchleppen hat.

Die Hukſpanten, die vorderſten und hinterſten, welche, um nicht der Beplankung wegen zu ſtark geſchmiegt werden zu müſſen, nicht wie die mittleren Spanten mit ihren Seiten ſenkrecht gegen den Kiel, ſondern in einer ſchrägen (einen Winkel oder eine Huk bildenden) Stellung gegen ihn geſtellt werden, erhalten ihre Beſtimmungen wie bei einem Schiffe.

In den beiden vorher beſchriebenen Mallen, dem Seitenmall und dem Flurmall, kommt noch ein Winkelmaaß, Fig. 13, FH, wenn die Mallen, für die einzelnen Spanten, in ihrer wirklichen Größe auf dem Boden oder der Flur des Mallſaals gezeichnet und gemacht werden ſollen. Im Uebrigen verfährt man wie vorher bei der bloßen verkleinerten Zeichnung.

Wenn die beiden, das Seitenmall und das Flurmall, ſo gerichtet worden, wie vorher angegeben, um die Geſtalt eines jeden einzelnen Spants zu erhalten: ſo zieht man die Mittellinie des Spantenriſſes über das Seitenmall; ferner zieht man da, wo das Flurmall die Seite des Kiels berührt, ebenfalls eine Linie über daſſelbe hin. Ferner bezeichnet man die beiden Malle mit den Zeichen und Nummern der einzelnen Spanten, wie Fig. 13 bei E und C. Die Abtheilungen und Gradationen auf dem Mall werden dann genau dieſelben ſein, wie die allmäligen Verengerungen der Breite; z. B. die Entfernung zwiſchen ⊕ und D auf dem Mall iſt genau dem Unterſchiede zwiſchen der halben Breite des Spants ⊕ und derjenigen des Spants D gleich.

Die Höhe des Tops jedes Spants iſt ebenfalls auf dem Mall bezeichnet, und ebenſo die Flur- und Breitenzeichen. Die Flurzeichen mögen der Punkt ſein, wo ein gerades Richtſcheit den Rücken des Malls berührt. Die verſchiedenen Erhebungen der Flur und die Höhen der Schneidungen oder des todten Holzes, oder der vorne und hinten aufliegenden Kielklötze ſind auf dem Winkelmaaße für die Schneidungen angezeigt, und die halbe Breite des Kiels von ſeiner Seite abgeſetzt.

Nachdem die Mallen auf die angegebene Art vorgerichtet ſind, wie in Fig. 13 u. 14 zu ſehen, ſollen ſie z. B. zur Mallung des im Spanten- und Seitenriß mit D bezeichneten Spants angewendet werden. Die beiden Malle ſind zu einander paſſend gemacht, und kreuzweiſe über einander gelegt, wie die Figur zeigt.

Nachdem zuerſt die Spanten an ihrer nicht gemallten Seite viereckig geſägt, oder von ihren Schillſtücken befreit ſind, wird ihr unterer Rand in einer geraden Linie gehalten, und ſie ſelbſt werden fortbewegt, bis die Mittellinie auf den Mallen zutrifft; und zugleich ſo, daß ſie der Rundung nach dem Striche des Holzes am beſten entſprechen.

Die Mallen in der Zeichnung ſind am Spant F feſtgelegt; da aber die Mittellinie auf dem untern Mall nicht zu ſehen iſt, ſo iſt es am beſten, die Mittellinien ebenfalls auf den Rändern anzuzeichnen. Wenn die Mallen gelegt

Digitized by Google

ſind, ſtellt man den innern Rand des Schneidungswinkelmaaßes feſt an die Mittellinie auf dem Mall des Spants; der andere Rand des Winkelmaaßes ſtellt alsdann die Seite des Kiels dar; es kann nun auf das Stück ſelbſt gehoben werden. Man ſchiebt alsdann das Winkelmaaß bis ſeine Seite nach D auf dem Mall kommt. Eine Linie längs ſeiner Seite geriſſen wird die Mitte des Kiels bezeichnen. Die andere Seite des Kiels muß auf dieſelbe Art geriſſen, und der Punkt D, der auf dem Winkelmaaße angegeben iſt, muß auf jeder Seite des Kiels bezeichnet werden. Eine Linie, welche durch beide Punkte gezogen wird, ſtellt den oberen Rand des Kiels dar. Von dieſer Linie muß die Höhe der Schneidung bei D aufwärts abgeſetzt und über Kreuz abgepaßt werden. Man kann alsdann das Winkelmaaß fortnehmen, und den Belauf des Spants an der Innen- und Außenſeite des Malls, vom Top bis zum Flurzeichen, oder wenn nöthig noch tiefer ziehn.

Nachdem die obern Theile der Spanten bezeichnet ſind, kann das Seitenmall fortgenommen, und das Flurmall ſo angelegt werden, daß der Punkt D auf demſelben die obere Seite des Kiels durchſchneidet, wie ſie vorher mit dem Kiel abgeſetzt worden. Damit iſt dann die Außenſeite des Spants vollendet. Die Innenſeite deſſelben läßt ſich ebenfalls mit dem Flurmall ziehen. Die Dimenſion des Kiels iſt durch die Schneidungslinie, wie ſie vorher abgeſetzt worden, gegeben. Das Mall muß ſo geſtellt werden, daß es die Kurve der Innenſeite des Spants berührt, wie dieſelbe vorher durch das Flurmall gebildet worden, und dann durch den Punkt der Schneidungslinie gehn.

Auf ähnliche Weiſe läßt ſich der andere Arm der Flur mallen, indem man das Winkelmaaß umlegt. Die Flurſente oder Flur-Erhebung und die Schneidungslinie müſſen auf beiden Seiten bezeichnet werden.

Soll nur ein Winkelmaaß für die Flur gebraucht werden, ſo wird das Vorſchiff auf der einen, und das Achterſchiff auf der andern Seite abgeriſſen. Hat man das Winkelmaaß auf der andern Seite zu gebrauchen, ſo muß man mit Kreide auf dem Rande deſſelben die Flurerhebung und die Schneidung für das Spant bezeichnen, das man eben mallen will, und dann erſt das Winkelmaaß umlegen.

Die Mallung der Auflanger, d. h. der oberſten Theile der Spanten geſchieht in ähnlicher Weiſe, indem man Mallen anwendet, welche den beiden genannten Mallen nachgebildet ſind.

Eine andere Methode von Mungo Murray geſchieht vermittelſt eines 7
Proportional-Zirkels oder Sektors (vergl. S. 786 bis 794), auf welchem ſieben Linien auf jedem Schenkel vom Mittelpunkte aus abgeſetzt ſind, deren einzelne Theilpunkte die Länge der verſchiedenen Elemente angeben. Auf der einen Seite ſind die Maaße für das Vorſchiff, auf der andern diejenigen für das Achterſchiff aufgetragen. Nachdem die Hauptdimenſionen beſtimmt, und ein Maaßſtab für die Zeichnung beſtimmt worden, nimmt man die Spannung des Zirkels gleich der halben Breite des Hauptſpants, welche auf einer der Linien angegeben iſt, ſetzt die eine Spitze in den entſprechenden Punkt der hal-

Digitized by Google

den Breite, und öffnet den Sektor, bis die andere Zirkelſpitze gerade in den entſprechenden Punkt auf dem andern Schenkel paßt.

Nachdem ſo die richtige Oeffnung des Sektors gefunden, nimmt man die verſchiedenen Diſtanzen auf den entſprechenden Linien, und ſetzt ſie in die verſchiedenen Riſſe ein.

Man ſieht ſogleich, daß bei dem Gebrauche eines ſolchen Sektors alle darnach konſtruirten Schiffe demjenigen ähnlich werden müſſen, nach deſſen Dimenſionen die Linien des Sektors gezeichnet ſind. Soll ein volleres oder ein ſchärferes Schiff gebaut werden, als das dem Sektor zu Grunde liegende: ſo muß zuerſt das Hauptſpant, und das vorderſte und hinterſte Spant nach dem Willen des Baumeiſters entworfen werden. Die zwiſchenliegenden Spanten werden dann nach den Diagonalen beſtimmt, indem man den Sektor für jede Diagonale beſonders ſtellt, und dann von den verſchiedenen Linien die Diſtanzen wie vorher nimmt.

8 Folgende Methode iſt von Bouguer. Das Hauptſpant wird nach dem Willen des Baumeiſters entworfen, und die beiden äußerſten Spanten, das vorderſte und hinterſte, nach einem von dem Baumeiſter zu beſtimmenden Verhältniſſe zum Hauptſpant. Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 309, ABC das Hauptſpant, FED das Achterſpant, und BE die Projektion einer der Diagonalen. Die Diagonalen auf dem Spantenriß ſind die Projektionen der Seuten (vergl. S. 2262); ihre Niederbugt ſtellt ſich durch die ſchräge oder diagonale Richtung der Projektion dar, während ihre Ausbugt auf der Ebene des Hauptſpants nur als eine gerade Linie projizirt werden kann. Die Diagonalen in dieſer Methode ſind von elliptiſchen Bogen gebildet. Man beſchreibt, Fig. 310, einen Kreisbogen AB mit einem Radius dreimal ſo groß als BE, und deſſen Sinusverſus BC = BE iſt. Man theilt den Sinus AC in eine ſo große Anzahl gleicher Theile, als man Zwiſchenſpanten zu zeichnen gedenkt. Von den Theilungspunkten zieht man die Linien DI, EK u. ſ. w. perpendikulär auf AC, und von den Punkten der Peripherie, wo dieſelbe von jenen Perpendikeln getroffen wird, zieht man 15, K4, L3 u. ſ. w. parallel mit AC. Man überträgt die Linie BC mit ihren Abtheilungen 1, 2, 3 u. ſ. w. auf die Diagonale BE in Fig. 209, ſo daß B auf B, und C auf E zu liegen kommt. Die Punkte 1, 2, 3 u. ſ. w. geben alsdann die Stellen, an denen die Zwiſchenſpanten die Diagonale BE durchſchneiden werden. Die andern Diagonalen werden auf eine ähnliche Weiſe eingetheilt indem man AC in 310 verlängert, einen beliebigen Punkt O darauf wählt, und die Linien OB, O1, O2, O3 u. ſ. w. zieht. Darauf trägt man eine andere Diagonale, z. B. PQ in 309 nach 310 über, parallel mit BC, ſo daß der Punkt P in die Linie OB, und der Punkt Q in die Linie OC fällt.

Einige Baumeiſter ziehen es vor, jede Diagonale beſonders abzutheilen; indem ſie ſolche Kreisbogen wie BA mit verſchiedenen Radien beſchreiben. Noch Andere theilen nicht den Sinus AC, ſondern den Bogen AB in gleiche Theile, und verfahren dann wie vorher.

Dieſes eben gezeigte Verfahren giebt die zwiſchen dem Haupt- und dem

Digitized by Google

Achterſpant liegenden Zwiſchenſpanten, als die Geſtalt des Achterſchiffes in ſeinem Hauptheile.

Die Geſtalt des Vorſchiffes wird auf ähnliche Weiſe gefunden, iſt aber 9
immer voller als das Achterſchiff. Es ſei, Fig. 309, Abc das Mittelſpant, und Aed das äußerſte Vorderſpant. Man verlängert die Diagonale bc bis zur Mittellinie f. Darauf beſchreibt man, Fig. 311, den Kreisquadranten AB mit einem Radius = fb, und zieht den Sinus CD = fc, und parallel mit FB, dem einen Radius des Quadranten. Man verlängert den Radius FA bis E, ſo daß FE = 1½FB, oder 2FB; mit dem Radius FE beſchreibt man aus dem Mittelpunkt E einen Kreisbogen, bis er die Verlängerung von CD in G trifft. Ob man FE = 1½FB, oder = 2FB nimmt, das hängt von der volleren oder ſchärferen Geſtalt ab, die man dem Vorſchiffe geben will.

Den Bogen FG theilt man in ſo viel gleiche Theile, als man Durchſchnittspunkte auf der Diagonale cb für die Zwiſchenſpanten finden will. Von den Theilungspunkten H, I ꝛc. zieht man HM, IN ꝛc., parallel mit CD, und zieht P1, O2, N3 u. ſ. w. parallel mit FA. Darauf trägt man die ſo eingetheilte Linie BF mit ihren Eintheilungen in Fig. 309 auf die Diagonale bc über, und zwar ſo, daß B auf b und F auf f zu liegen kommt. Alsdann erhält man die Schnittpunkte für die Zwiſchenpunkte auf der Diagonale.

Einige Baumeiſter theilen nicht den Bogen FG ſondern den Sinus DG in gleiche Theile, und ziehen von den Theilungspunkten Linien parallel mit FD, beſtimmen ſo die Theilungspunkte des Bogens FG, und verfahren dann wie vorher. Anſtatt ähnliche Figuren für die andern Diagonalen zu machen, werden ſie häufig proportional mit fb eingetheilt.

Eine der leichteſten Methoden iſt die von Du Hamel mit Hülfe des 10
gleichſeitigen Dreiecks. Um das Dreieck für das Achterſchiff zu bilden, zieht man irgend eine Linie AB, Fig. 312, und theilt ſie in den Punkten 1, 2, 3 u. ſ. w., ſo daß der Abſtand zwiſchen 1 und 2 dreimal ſo groß iſt, als der Abſtand zwiſchen A und 1, welcher letztere nach Belieben genommen iſt; der Abſtand zwiſchen 2 und 3 muß fünfmal ſo groß ſein als A1 u. ſ. w., daß die Entfernungen werden wie 1, 3, 5, 7, 9 u. ſ. w. Die Zahl der Punkte hängt von der Anzahl der Spanten ab, die man zwiſchen dem Hauptſpant und dem Achterſteeven haben will, das hinterſte Spant am Steven mitgerechnet; alſo die ganze Zahl beträgt 1 weniger als alle Spanten, Spiegel- und Hauptſpant mitgezählt. Angenommen es ſei dieſe Zahl 7; alsdann muß der Abſtand zwiſchen 7 und B gleich 15 ſein. Man beſchreibt über AB das gleichſeitige Dreieck ABC, und verbindet alle Theilungspunkte auf AB mit C, d. h. man zieht die Linien C1, C2, C3 u. ſ. w. Der Gebrauch dieſes Dreiecks iſt nun, die Projektion der Diagonalen im Spantenriß nach der Proportion der Theile auf der Baſis AB einzutheilen.

Auf dem Seitenriß, den Einige auch den Elevationsplan nennen, weil er den vertikalen Längendurchſchnitt des Schiffes darſtellt, nimmt man den Abſtand zwiſchen irgend welchen zwei ſenkrechten Spantenprojektionen, und zieht DE gleich einem ſolchen Abſtande, parallel mit AB, und zwar ſo, daß

Digitized by Google

ihre Endpunkte in den Linien C7 und CB liegen; es muß daher auch die Länge der Linie AB ſo gewählt werden, daß der letzte Abſtand zwiſchen 7 und B wenigſtens ſo groß, beſſer aber größer ſei, als ein Abſtand zwiſchen zwei ſenkrechten Spanten auf dem Seitenriſſe. Man verlängert DE bis F, und nimmt den Horizontalabſtand von dem Durchſchnitt der Diagonalprojektion mit der Spante 7, bis dahin, wo die Diagonalprojektion die Projektion des Spiegelſpants trifft. Dieſen Abſtand DG ſetzt man auf DF ab, indem man den einen Endpunkt in D ſetzt; darauf verbindet man CG, und verlängert dieſe Verbindungslinie, bis ſie mit der Verlängerung von AB in H zuſammentrifft. Man nimmt die Projektion dieſer Diagonale IK in dem Spantenriß, Fig. 313, von dem Hauptſpant LIM nach dem Spiegelſpant NKO, und trägt ſie in das Dreieck über, parallel mit AB, und mit ihren Endpunkten i und k in den Linien CA und CH; die Linien C1 C2 C3 u. ſ. w. werden dann die Linie ik proportional mit den Theilen der Baſis AB des Dreiecks eintheilen. Dieſe ſo eingetheilte Linie ik trägt man darauf nach dem Spantenriß 313 über, und legt ſie auf IK, ſo daß i auf I und k auf K kommt; die Punkte 1, 2, 3 u. ſ. w. geben dann die Stellen, wo die Zwiſchenſpanten durchgehn.

Einige Schiffbauer, welche ſich dieſer Methode bedienten, haben alle Diagonalen parallel mit der Baſis des Dreiecks AB gelegt; Andere ſtellten ſie unter verſchiedenen Winkeln ſchräge gegen dieſelbe. Die Projektion der untern Diagonale oder die Flurſente parallel mit der Baſis; die Projektion der zweiten Diagonale in einem Winkel von 60° 30′ mit dem Theile der Dreiecksſeite oberhalb der Projektion dieſer Diagonale; die dritte in einem Winkel von 68°; die vierte in einem Winkel von 86°; die fünfte in einem Winkel von 65°; und die Projektion der ſechsten, d. h. der Topſente in einem Winkel von 60°.

Zur Bildung des Vorſchiffs dient ein ähnliches Verfahren; nur wird die Baſis des Dreiecks auf eine verſchiedene Weiſe eingetheilt. Gewöhnlich geſchieht dies in einer geometriſchen Progreſſion, deren Progreſſionsexponent oder gemeinſchaftlicher Multiplikator 2 iſt. Die Theile der Dreiecksbaſis ſind völlig willkürlich gewählt, ebenſo wie die Neigungswinkel, unter welchen die Projektionen der Diagonalen für Vor- und Achterſchiff geſtellt werden.

§. 342. Chapman's paraboliſches Konſtruktionsſyſtem.

1 Auch dieſes von Chapman, dem berühmten Schwediſchen Schiffbaumeiſter herrührende Konſtruktionsſyſtem gehört zu den mechaniſchen Methoden, zeichnet ſich aber vor allen in dem vorigen Paragraphen beſchriebenen höchſt vortheilhaft aus. Er nimmt dabei auf die Verringerung des Waſſerraums Rückſicht, welche durch den Verbrauch der Munition und Proviſion entſteht; und verlangt, daß alle Stabilitätsberechnungen, ſo wie die Beſtimmung der Maſten und Segel nach einer Waſſerlinie gemacht werden ſollen, welche etwa nach einem Viertel der ganzen Zeit eines Seezuges an dem Schiffe ſtattfindet. Er rechnet den Ballaſt zu den nothwendigen Erforderniſſen eines Linienſchiffes, um demſelben die erforderliche Stabilität zu bewahren. Das Gewicht der Ka-

Digitized by Google

nonen und der ganzen Bemaſtung, alſo das über dem Waſſer befindliche Schiff behält ſein Gewicht im Ganzen, während die Verringerung von Munition und Proviſion das Gewicht unterhalb der Waſſerlinie vermindert. Damit der Schwerpunkt des ganzen Schiffes nicht zu hoch kommt, muß alſo der Ballaſt das Gewicht unter Waſſer wieder erſetzen.

Die Beſtandtheile des ganzen Gewichts, oder des ganzen Waſſerraums ſind: 1) die Bewaffnung mit Zubehör; 2) der Ballaſt; 3) der Mundvorrath, welcher ſich nach der Stärke der Mannſchaft richtet, die wieder bei dem Kriegsſchiffe von der Bewaffnung abhängt; 4) das Schiff ſelbſt mit Maſten, Raaen, Tauwerk, Ankern, Ankertauen u. ſ. w. Die möglichſt genaue Berechnung dieſer einzelnen Beſtandtheile giebt das Totalgewicht, und damit die Größe des Waſſerraums.

Die nächſte Beſtimmung nach dem Waſſerraum iſt diejenige der Länge 2
und Breite. Man pflegt beide nach der Anzahl der Kanonenpforten, dem zwiſchen, hinter und vor ihnen erforderlichen Raume zu beſtimmen. Sie ſollten aber nach dem Waſſerraume beſtimmt werden, welcher hauptſächlich von dem Gewichte der Bewaffnung abhängt; weil ſich Ballaſt, Proviſion und Bemaſtung darnach richten. Das Produkt aus der Kanonenzahl in ihr Gewicht giebt den Waſſerraum, und der Waſſerraum die Länge. Kommt dieſe zu groß für die Zahl der Pforten zum Vorſchein, ſo geſchieht es, weil das Totalgewicht der Kanonen als konſtant angeſehen, bei einem größeren Gewicht jeder einzelnen Kanone eine kleinere Pfortenzahl, und bei einem kleineren Gewicht jedes einzelnen Geſchützes eine größere Pfortenzahl ergiebt. Die Länge des Schiffs iſt aber nichts deſto weniger gleich.

Aus mehreren in Schweden im Jahr 1794 angeſtellten Verſuchen hat es ſich 3
ergeben, daß der Widerſtand des Waſſers gegen den hintern Theil eines darin vorſchreitenden Körpers, wodurch ſein Gang aufgehalten wird, dann am kleinſten iſt, wenn die Oberfläche des Körpers einen Winkel von 13° 17′ mit der Mittellinie deſſelben macht (vergl. S. 2166 u. 2229). Nach dieſem Reſultate entwarf Chapman die Achtertheile ſeiner Schiffe.

Er bildet die allgemeinen Regeln, nach denen Länge und Breite vermöge 4
ſeines Syſtems aus dem Waſſerraum hergeleitet werden ſollen, auf folgende Art.

Die größte Breite in der Waſſerebene für alle Linienſchiffe ſei = B; die Länge der „Konſtruktions-Waſſerlinie“ (welcher Ausdruck S. 2326 erklärt wird) ſei = l. Darauf entwarf Chapman mit der größten Sorgfalt Bauriſſe für Linienſchiffe, und bildete folgende Tabelle:

	110 Kan.	94 Kan.	66 Kan.
Waſſerraum = D . . .	= 152875	128297	88722
Länge = l	= 207,59	196,65	175,48
Breite = B	= 56,27	53,32	48,46

Um die Länge l aus dem Waſſerraum für alle Linienſchiffe zu finden, iſt das Schiff von 94, und das von 66 Kanonen gebraucht worden.

Digitized by Google

Man ſetzt deshalb $\mathfrak{D} = 128297$; und $D = 88722$; ferner $\mathfrak{l} = 196{,}65$ und $l = 175{,}48$. Man hat alsdann:

$$\mathfrak{D}^{\nu} : D^{\nu} = \mathfrak{l} : l.$$

$$\text{daher der Exponent } \nu = \frac{\text{Log } \mathfrak{l} - \text{Log } l}{\text{Log } \mathfrak{D} - \text{Log } D} = \frac{\text{Log } 196{,}65 - \text{Log } 175{,}48}{\text{Log } 128297 - \text{Log } 88722}$$

Log 196,65 . . .	= 2,2936940	Log 128297 . . .	= 5,1082165
Log 175,48 . . .	= 2,2442276	Log 88722 . . .	= 4,9480313
	0,0494664		0,1601852

Log $\frac{0{,}0494664}{0{,}1601852}$ . . . $= \bar{2}{,}6943103$

. . . $= \bar{1}{,}2046224$

Log $\nu = \bar{1}{,}4896879$; alſo $\nu = 0{,}3088$.

Log 5,1082165 = 0,7082694

Log ($\nu \cdot$ Log $\mathfrak{D}$) = 0,1979573; alſo $\nu \cdot$ Log $\mathfrak{D} = 1{,}5774172$.

Log $\mathfrak{l}$ = 2,2936940

abgezogen $\nu \cdot$ Log $\mathfrak{D}$ . . . = 1,5774172

Logarithmus des Koeffizienten = 0,7162768; alſo Koeffizient = 5,2033.

Log 4,9480313 = 0,6944324

Log $\nu = \bar{1}{,}4896879$

Log ($\nu \cdot$ Log D) . . . = 0,1841203; alſo ν . Log D = 1,5279520.

Log l = 2,2442276

abgezogen ν . Log D . . . = 1,5279520

Logarithmus des Koeffizienten = 0,7162756; alſo Koeffizient = 5,2033.

Alſo die Länge $l = 5{,}2033 \cdot \mathfrak{D}^{0{,}3088}$ wird für alle Linienſchiffe gelten.

Um die Breite B aus der Länge l für Dreidecker zu finden, bedient man ſich derſelben Methode.

Der Exponent für 110 und 94 Kanonen-Schiffe iſt

$$\nu = \frac{\text{Log } 56{,}27 - \text{Log } 53{,}32}{\text{Log } 207{,}59 - \text{Log } 196{,}65}$$

alſo $\nu = 0{,}9947$; der Koeffizient ergiebt ſich als ein Diviſor = 3,5863; es iſt alſo für alle Dreidecker die Breite

$$B = \frac{l^{0{,}9947}}{3{,}5863}$$

Um die Breite B aus der Länge l für Zweidecker zu finden, verfährt man folgendermaaßen.

Der Exponent für 94 und 96 Kanonen-Schiffe iſt

$$\nu = \frac{\text{Log } 53{,}32 - \text{Log } 48{,}46}{\text{Log } 196{,}65 - \text{Log } 175{,}48}$$

alſo $\nu = 0{,}8391$; der Koeffizient ergiebt ſich als ein Diviſor = 1,5767; es iſt alſo für alle Zweidecker die Breite

Digitized by Google

$$B = \frac{l^{0,8391}}{1,5767}$$

Hiernach ergiebt ſich zu der vorher gegebenen Tafel noch folgende:

	80 Kan.	74 Kan.	52 Kan.
Waſſerraum = D . . .	= 107400	96422	66753
Länge = l	= 186,15	180,05	160,72
Breite = B	= 50,92	49,51	45,01

Chapman bemühte ſich zu entdecken, ob die Flächen der verſchiedenen ver- 5
tikalen Breitendurchſchnitte, oder die verſchiedenen Spantenflächen in gut konſtruirtem Schiffe irgend einem Geſetze folgen; und wenn es der Fall wäre, auch dieſes Geſetz zu finden. Er berechnete daher die Spantenflächen verſchiedener Schiffe, und um die erhaltenen Zahlen bequemer zu machen, dividirte er dieſe Fläche durch die Breite des mittelſten Durchſchnitts, oder des Hauptſpants; darauf ſetzte er an ihren zugehörigen Stellen in der Zeichnung von der Waſſerlinie aus Diſtanzen ab, welche den Quotienten gleich waren, und zog eine Kurve, welche die Fläche darſtellte. Dieſe nannte er die Kurve der Durchſchnitte. Darauf verſuchte er die Gleichung für dieſe Kurve, oder vielmehr für diejenige zu finden, welche dem größten Theile nach mit ihr zuſammenfiele. Er fand nun, daß wenn der Exponent und der Parameter einer Parabel ſo beſtimmt würden, daß ſie derſelben möglich machen durch drei gegebene Punkte der Kurve der Durchſchnitte zu gehen, ſo würden die beiden Kurven beinahe zuſammenfallen. In dem Vorſchiffe wurden die drei Punkte ſo genommen: einer vorne, einer bei dem Hauptſpant, und einer in der Mitte zwiſchen jenen. In dem Achterſchiffe wurden die drei Punkte ähnlich gewählt. In einigen Schiffen war der Exponent der Kurve höher im Achterſchiffe als im Vorſchiffe; in einigen war er für beide Theile gleich. Es fanden ſich auch Schiffe, in denen die Kurve der Durchſchnitte genau mit der Parabel übereinſtimmte; und dieſe Schiffe hatten ohne Ausnahme die vortrefflichſten Eigenſchaften. Hieraus ſchloß Chapman, daß, wenn die Flächen der verſchiedenen Spanten eines Schiffs dem Geſetze der Abſziſſen einer Parabel folgten, daſſelbe ſo gebaut werden kann, daß es die zum Schnellſegeln erforderlichen Eigenſchaften beſitzt; wodurch das ganze Konſtruktionsverfahren ſehr vereinfacht wird.

Aus dem Geſagten ergiebt ſich, daß dieſe Methode auf alle Arten von Konſtruktionen anwendbar iſt; ſie erfordert nur, daß die bezüglichen Spantenflächen von dem Hauptſpant nach den beiden Enden hin in einem gewiſſen Verhältniſſe abnehmen, welches unendlich verändert werden kann. Die Methode dient alſo ebenſo wohl dazu, das ſchärfſte Kriegsſchiff, wie das vollſtgehaltene Kauffahrteiſchiff zu konſtruiren.

Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 314, ein Schiff gefunden, welches bei einer 6
gegebenen Waſſerlinie AC allen Erforderniſſen in hohem Maaße entſpricht. Es ſeien die Spantenflächen durch irgend eine konſtante Größe dividirt, z. B. durch die Breite; es ſeien die Diſtanzen ab, cd u. ſ. w. gleich den Quotienten, um von der Waſſerlinie aus auf den zugehörigen Spanten abgeſetzt zu werden.

Digitized by Google

Zieht man alsdann eine Kurve durch dieſe Punkte b, d u. ſ. w., ſo iſt ſie die Kurve der Durchſchnitte. Es findet ſich dabei, daß ſie an ihren beiden Enden konver gegen die Waſſerlinie wird.

7 Die Ordnung oder der Exponent derjenigen Parabel, welche dem größten Theile nach mit dieſer Kurve zuſammenfällt, wird leicht gefunden (vergl. S. 2123 u. S. 2264). Man kann die allgemeine Gleichung der Parabel ſo ausdrücken:

$$A)\quad y^n = ax.$$

Bezeichnet man den Parameter durch p, ſo iſt $a = p^{n-1}$, woraus die allgemeine Gleichung $y^n = p^{n-1}x$ wird. Es läßt ſich n und a immer ſo beſtimmen, daß die Parabel durch zwei gegebene Punkte außer dem Scheitel geht. Es mögen nun irgend welche zwei Punkte zwiſchen b und C gewählt werden. Je weiter die Punkte von einander und von dem Anfangspunkte abſtehen, deſto länger wird die Parabel mit der Kurve der Durchſchnitte zuſammenfallen. Natürlich darf keiner der beiden Punkte in dem konvexen Theile der Durchſchnittskurve liegen. Man ſieht bald, daß g am äußerſten Ende des konkaven Theils, und h in der Mitte zwiſchen b und g die zu wählenden Punkte ſind. Man zieht eine Tangente an dem Punkte b der Kurve, welche mit der Waſſerlinie parallel iſt. Alsdann nimmt man mh und ng für Abſziſſen, und bm und bn für Koordinaten für eine Parallele welche durch b, h und g geht. Man ſetzt $mh = x'$, $ng = x''$; $bm = y'$ und $bn = y''$. Setzt man dieſe Werthe in die obige Gleichung A für die Parabel, ſo erhält man (vergl. S. 561):

$$y'^n = ax'; \text{ und } y''^n = ax''; \text{ oder } n \cdot \operatorname{Log} y' = \operatorname{Log} a + \operatorname{Log} x' \text{ und}$$
$$n \cdot \operatorname{Log} y'' = \operatorname{Log} a + \operatorname{Log} x'';$$

$$\text{daher B)}\quad n = \frac{\operatorname{Log} x' - \operatorname{Log} x''}{\operatorname{Log} y' - \operatorname{Log} y''};\ \text{und C)}\quad a = \frac{y'^n}{x'}$$

$$\text{folglich D)}\quad \operatorname{Log} a = \frac{\operatorname{Log} x' \,.\, \operatorname{Log} y'' - \operatorname{Log} x'' \,.\, \operatorname{Log} y'}{\operatorname{Log} y' - \operatorname{Log} y''}$$

Die Gleichung B erhält man durch folgende Subtraktion (vergl. S. 618):

Minuendus: $n \cdot \operatorname{Log} y' = \operatorname{Log} a + \operatorname{Log} x'$

Subtrahendus: $n \cdot \operatorname{Log} y'' = \operatorname{Log} a + \operatorname{Log} x''$

Reſt: $n \cdot (\operatorname{Log} y' - \operatorname{Log} y'') = \operatorname{Log} x' - \operatorname{Log} x''$.

Hieraus ergiebt ſich die Gleichung B. Die Gleichung C iſt eine unmittelbare Folge des erſten paraboliſchen Ausdrucks.

Aus C erhält man:

$$\operatorname{Log} a = n \cdot \operatorname{Log} y' - \operatorname{Log} x'.$$

Setzt man für n den Werth aus der Gleichung B, ſo iſt:

$$\operatorname{Log} a = \frac{(\operatorname{Log} x' - \operatorname{Log} x'') \cdot \operatorname{Log} y'}{\operatorname{Log} y' - \operatorname{Log} y''} - \operatorname{Log} x'$$

Bringt man die rechte Seite auf gemeinſchaftliche Benennung, ſo hat man:

$$\operatorname{Log} a = \frac{\operatorname{Log} x' \cdot \operatorname{Log} y' - \operatorname{Log} x'' \cdot \operatorname{Log} y' - \operatorname{Log} x' \cdot \operatorname{Log} y' + \operatorname{Log} x' \cdot \operatorname{Log} y''}{\operatorname{Log} y' - \operatorname{Log} y''}$$

Digitized by Google

Oder nach der gehörigen Reduktion:

$$\text{Log } a = \frac{\text{Log } x' \cdot \text{Log } y'' - \text{Log } x'' \cdot \text{Log } y'}{\text{Log } y' - \text{Log } y''}$$

wie die Gleichung D giebt.

Da man jetzt die Werthe von n und a, und durch den letztern auch den von x hat; denn nach der Gleichung A iſt $x = \frac{y^n}{a}$, ſo kann man noch beliebig viele Abſziſſen berechnen und die Parabel ziehen.

Auf dieſelbe Weiſe findet man auch den Exponenten und den Parameter derjenigen Parabel, welche der Durchſchnittskurve des Achterſchiffes am ähnlichſten iſt. Gewöhnlich ſind die Exponenten im Vor- und Achterſchiff beinahe dieſelben, wenn das Hauptſpant nach der tiefer unten angegebenen Weiſe beſtimmt wird.

In den mehrſten Fällen trifft die Parabel mit der Durchſchnittskurve ziemlich genau zuſammen; zuweilen geht die Parabel zwiſchen g und h, Fig. 314, ein wenig innerhalb der Durchſchnittskurve, und an der Vorderſeite von h außerhalb; ſeltener in entgegengeſetzten Abweichungen. Die Parabel ſchneidet die Waſſerlinie immer in einer geringen Entfernung von der Sponning; dieſer Abſtand iſt gewöhnlich vorne größer als hinten.

Die Parabeln ſind nach ihrem Exponenten und Parameter verſchieden. 8
Iſt ein Schiff voll gebaut, ſo paßt ein großer Exponent dazu; iſt es ſcharf gebaut, ſo gehört ein kleiner Exponent dazu. Dehnt ſich die Breite des Schiffs ziemlich weit nach vorne und hinten aus, und verengern ſich Vor- und Achterſchiff mit raſcher Abnahme, ſo hat man nur einen Theil des Mittelſchiffs von der Vergleichung auszuſchließen, um das Syſtem darauf anwenden zu können. Iſt ein Schiff, wie gewöhnlich in der Engliſchen Handelsflotte, ſehr tief im Verhältniß zu ſeiner Breite (vergl. S. 2278), ſo zieht man einen Theil des Schiffes unterhalb der Waſſerlinie ab, und kann das Syſtem wieder anwenden.

Aus allem Vorherigen ergiebt ſich, daß Schiffe völlig nach paraboliſchen Waſſerlinien gebaut werden können, ohne von der durch Erfahrung gegebenen Form anerkannt vorzüglicher Schiffe abzuweichen. Auch ſind Linienſchiffe, Fregatten und Kauffahrteiſchiffe wirklich darnach gebaut worden, und haben die erwünſchteſten Eigenſchaften in hohem Grade beſeſſen. Auch ſind mehrere Amerikaniſche Kriegsſchiffe, deren Vorzüglichkeit in der ganzen ſeefahrenden Welt bekannt iſt, bei ihrer Ausmeſſung dem Syſteme Chapman's entſprechend befunden worden.

Es ergiebt ſich aus der Bildungsweiſe der *Durchſchnittskurve*, daß 9
ihr *Flächeninhalt mit der Breite multiplizirt dem Waſſerraume* des ganzen Schiffes *gleich* ſein muß; und daß *der Schwerpunkt* dieſer Fläche in demſelben vertikalen Breitendurchſchnitt liegt, wie der Schwerpunkt des ganzen Schiffs. Es iſt aber nach der Natur der Parabel (vergl. S. 2088 u. S. 2264) der Flächeninhalt dieſer Kurve ein bekannter Theil des Rektangels aus der größten Ordinate und Abſziſſe. Läßt man alſo die Flächen der

Digitized by Google

Durchſchnitte nach dem Verhältniſſe der Abſziſſen in der Parabel abnehmen, ſo erhält man beſtimmte Gleichungen zwiſchen dieſen Größen.

Um dieſe Gleichungen zu finden, ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 315, ACB die paraboliſche, die Durchſchnittslinie darſtellende, Kurve, welche die Waſſerlinie in einiger Entfernung von den Sponningen vorne und hinten ſchneidet; es ſei C die Stelle des Hauptſpants, und DC die größte Abſziſſe.

Es ſei AB = l, und DC = d; und der Exponent der Parabel vorne und hinten = n; der Waſſerraum = D.

Es ergiebt ſich dann (vergl. S. 2088) für die Fläche der Parabel, d. h. $BDACB = \frac{n}{n+1} \cdot l \cdot d$; ferner wenn man die Breite mit B bezeichnet, der Waſſerraum $D = \frac{n}{n+1} \cdot l \cdot d \cdot B$. Es iſt aber $d \cdot B$ gleich der Fläche des Hauptſpants; daher hat man:

$$I) \quad D = \frac{n}{n+1} \cdot l \cdot (\text{Fläche des Hauptſpants}).$$

10 Die Waſſerlinie AB, welche durch die Länge der, die Durchſchnittskurve darſtellenden, Parabel beſtimmt wird, heißt die oben (S. 2321 Nr. 4) angeführte Konſtruktionswaſſerlinie. Es ſei ihr Mittelpunkt E, und F die Stelle des Schwerpunkts hinſichtlich der Länge; ferner ſei ED der Abſtand des Hauptſpants vor dem Mittelpunkte der Waſſerlinie, und zwar ED = k; der Abſtand des Schwerpunkts F von jenem Mittelpunkte E, oder EF = a. Es ſoll nun die Stelle des Hauptſpants in Bezug auf den Schwerpunkt F beſtimmt werden.

Es ſtellt BCD den Waſſerraum des Vorſchiffs, CDA denjenigen des Achterſchiffes dar; die Momente dieſer beiden Theile geben das gemeinſchaftliche Moment.

Zur Berechnung der Schwerpunkte der beiden paraboliſchen Flächen BCD und CDA dienen folgende Vorbereitungen (vergl. S. 1957 Nr. 20).

11 Es ſoll, Taf. XXXV, D, Fig. 316, der Schwerpunkt C der Ebene APM gefunden werden, welche zwiſchen dem Bogen AM und den beiden zugehörigen Koordinaten AP und PM liegt.

Angenommen der Raum AMP = E wachſe um den Raum PMNQP, ſo iſt dieſer letztere = ΔE; es ſei C' der Schwerpunkt dieſes hinzugekommenen Theils. Das Moment des Raumes E iſt, in Beziehung auf die Axe AD, gleich $E \cdot CK$. Das Moment des hinzugekommenen Theils ΔE iſt gleich $\Delta E \cdot C'R$. Dies letztere Moment iſt offenbar die Zunahme des erſteren; alſo:

$$A) \quad \Delta(E \cdot CK) = \Delta E \cdot C'R.$$

In Beziehung auf die Axe AB iſt das Moment des Raumes $E = E \cdot CO$, und für den hinzugekommenen Raum PMNQP iſt das Moment = $\Delta E \cdot C'S$, welches wieder die Zunahme des erſtern Moments iſt; daher:

$$B) \quad \Delta(E \cdot CO) = \Delta E \cdot C'S.$$

Digitized by Google

Es nähere ſich die Ordinate NQ unendlich der Ordinate MP; alsdann nähert ſich auch der Punkt C' unendlich der Linie PM; es nähert ſich damit auch C'R = AS dem Werthe von AP = x. Zugleich nähert ſich der hinzugekommene Raum PMNQP der Größe eines Parallelogramms, deſſen Schwerpunkt C' in der Mitte von PM liegt; es iſt alſo $\frac{1}{2}$PM oder $\frac{1}{2}y$ die Grenze von C'S (vergl. S. 1120 Nr. 8). Nimmt man alſo ſtatt der Differenzen ihre Grenzen, d. h. die Differentialien, ſo erhält man aus den beiden Gleichungen A und B:

$$\text{C)}\quad d(E \cdot CK) = x \cdot dE; \text{ und D)}\quad d(E \cdot CO) = \frac{1}{2}\, y \cdot dE.$$

Es ſei die krumme Linie AM eine gemeine Parabel, ſo iſt (vergl. S. 2087 12 Nr. 15 und Seite 2088 Nr. 16); $dE = y \cdot dx$; und $y = \sqrt{px}$, wo p den Parameter bezeichnet; ſetzt man $\sqrt{px} = \sqrt{p} \cdot \sqrt{x} = p^{1/2} \cdot x^{1/2}$, ſo wird die Gleichung bei C:

$$\text{E)}\quad d(E \cdot CK) = x \cdot dx \cdot p^{1/2} \cdot x^{1/2} = p^{1/2} \cdot x^{3/2} \cdot dx.$$

Es iſt ferner in der Parabel $E = \frac{2}{3}\, xy = \frac{2}{3}\, x^{3/2} \cdot p^{1/2}$; es wird nach der vorigen Gleichung:

$$E \cdot CK = \int p^{1/2} \cdot x^{3/2} \cdot dx = \frac{2}{5} \cdot p^{1/2} \cdot x^{5/2}$$

Die Konſtante iſt 0, wenn man beim Urſprunge der Koordinaten den Raum anfangen läßt; aus der letzten Gleichung ergiebt ſich, indem man für E ſeinen Werth ſetzt:

$$CK = \frac{\frac{2}{5} \cdot p^{1/2} \cdot x^{5/2}}{\frac{2}{3} \cdot p^{1/2} \cdot x^{3/2}}$$

Es heben ſich oben und unten $p^{1/2}$, ferner reduziren ſich die Exponenten von x auf die Einheit, und die beiden Bruchkoeffizienten ergeben durch die Diviſion $3/5$; daher:

$$\text{F)}\quad CK = \frac{3}{5}\, x.$$

Die Gleichung bei D ergiebt durch ähnliche Subſtitutionen:

$$\text{G)}\quad d(E \cdot CO) = \frac{1}{2}\, y \cdot y \cdot dx = \frac{1}{2}\, y^2 dx = \frac{1}{2}\, pxdx;$$

daher:

$$E \cdot CO = \int \frac{1}{2}\, pxdx = \frac{1}{4}\, px^2.$$

Eine Konſtante iſt wieder nicht hinzuzuſetzen; man hat, indem man für E ſeinen obigen Werth ſetzt:

$$CO = \frac{\frac{1}{4}\, px^2}{\frac{2}{3} \cdot p^{1/2} \cdot x^{3/2}} = \frac{3}{8} \cdot p^{1/2} \cdot x^{1/2}$$

Digitized by Google

Da $p^{1/2} \cdot x^{1/2} = \sqrt{p} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{px} = y$ iſt, ſo hat man:

$$H) \quad CO = \frac{3}{8} y.$$

In Bezug auf die Ordinatenaxe AD iſt alſo das geſuchte Moment $= \frac{3}{5} x$ und in Bezug auf die Abſziſſenaxe AB iſt das geſuchte Moment der paraboliſchen Fläche $= \frac{3}{8} y$.

13 In der gemeinen Parabel iſt der Exponent 2; nimmt man nun für die Gattung der Parabeln (vergl. S. 2123) den allgemeinen Exponenten n, ſo kann man nach Analogie der beiden Gleichungen bei F und H auch allgemeine Gleichungen für die Schwerpunkte paraboliſcher Flächen bilden.

Die beiden genannten Gleichungen für die gemeine Parabel laſſen ſich folgendermaaßen ſchreiben:

$$CK = \frac{2+1}{2 \cdot 2 + 1} \cdot x; \text{ und } CO = \frac{2+1}{2 \cdot 2 + 4} \cdot y.$$

Daher, wenn man ſtatt 2 den Exponenten n ſetzt, iſt für jede Parabelfläche F:

K) Das Moment in Bezug auf die Ordinatenaxe $= \frac{n+1}{2n+1} \cdot x \cdot F.$

L) Das Moment in Bezug auf die Abſziſſenaxe $= \frac{n+1}{2n+4} \cdot y \cdot F.$

Läßt man aus beiden Ausdrücken den Multiplikator F, d. h. die Fläche ſelbſt fort, ſo hat man die entſprechenden Entfernungen der Schwerpunkte allein.

14 Wendet man die letzte Gleichung L auf die beiden paraboliſchen Flächen BCD und DCA in Fig. 315 an, ſo hat man zuerſt für die Fläche BCD, als Abſtand ihres Schwerpunkts von der Abſziſſe DC:

$$\frac{n+1}{2n+4} \cdot DB;$$

es iſt nämlich DB die größte Ordinate dieſer Fläche.

Für die Fläche ACD iſt der Abſtand ihres Schwerpunkts von derſelben Abſziſſe DC:

$$\frac{n+1}{2n+4} \cdot DA.$$

Will man jetzt das Moment beider Flächen in Bezug auf den Punkt E wiſſen, ſo hat man zu der obigen Entfernung für die Fläche BCD noch den Abſtand DE = k zu addiren; dagegen dieſen ſelben Abſtand von der obigen Entfernung für die Fläche DCA zu ſubtrahiren, und die Reſultate mit den reſpektiven Flächen zu multipliziren. Demnach:

das Moment der Fläche DCB f. d. Punkt E $= \left(k + \frac{n+1}{2n+4} \cdot DB\right) \cdot DCB;$

das Moment der Fläche ACB f. d. Punkt E $= \left(\frac{n+1}{2n+4} \cdot DA - k\right) \cdot DCA.$

Digitized by Google

Man ſieht ferner, daß die Fläche $DCB = \frac{n}{n+1} \cdot DC \cdot DB$, u. die Fläche $DCA = \frac{n}{n+1} \cdot DC \cdot DA$.

Nach der Lehre von den Momenten und Schwerpunkten (vergl. S. 1927, 1931, 1936, 1947, 2046, 2186—2206 u. 2267) wird die Entfernung des Schwerpunkts einer Ebene von dem Mittelpunkte oder der Axe der Momente gefunden, wenn man die algebraiſche Summe (oder den Unterſchied) ihrer poſitiven und negativen Momente durch den Flächeninhalt der ganzen Ebene dividirt. Man hat alſo, da $EF = a$ dieſe Entfernung bezeichnen ſoll (vergl. S. 2326 Nr. 10), indem man die Flächen DCB und DCA durch ihre Produkt-Werthe ausdrückt, und den gemeinſchaftlichen Faktor abſondert:

$$EF = a = \frac{\left(\frac{n}{n+1} \cdot DC\right) \cdot \left(\left(k + \frac{n+1}{2n+4} \cdot DB\right) \cdot DB - \left(\frac{n+1}{2n+4} \cdot DA - k\right) \cdot DA\right)}{\left(\frac{n}{n+1} \cdot DC\right) \cdot \left(DB + DA\right)}$$

Die gemeinſchaftlichen Faktoren oben und unten heben ſich; ferner iſt $DB + DA = AB = 1$, nach der obigen Bezeichnung (vergl. S. 2326 Nr. 9); nimmt man nun den Diviſor 1 auf die andere Seite, ſo erhält man durch Ausführung der Multiplikation im Zähler:

$$a1 = k \cdot (DB + DA) + \frac{n+1}{2n+4} \cdot (DB^2 - DA^2).$$

Um einen gemeinſchaftlichen Faktor zu erhalten, kehrt man die Zeichen im letzten Gliede um, und erhält:

$$a1 = k \cdot (DB + DA) - \frac{n+1}{2n+4} \cdot (DA^2 - DB^2).$$

Es iſt aber $DA^2 - DB^2 = (DA + DB) \cdot (DA - DB)$; daher hat man:

$$a1 = (DA + DB) \cdot \left(-\frac{n+1}{2n+4} \cdot (DA - DB) + k\right)$$

Es iſt aber $DA - DB = 2 \cdot ED = 2k$, und $DA + DB = 1$; daher:

$$a1 = 1 \cdot \left(-\frac{n+1}{2n+4} \cdot 2k + k\right) = 1k \cdot \left(1 - \frac{n+1}{n+2}\right)$$

$$a = k \cdot \frac{1}{n+2}; \text{ oder II)} \quad k = a \cdot (n+2)$$

Das Hauptſpant wird alſo in einer ſolchen Entfernung $= k$ von dem Mittelpunkte der Konſtruktionswaſſerlinie geſtellt; alsdann wird ſich der Schwerpunkt in F befinden.

Die beiden Gleichungen I (S. 2326 Nr. 9) und die eben bewieſene II, 15 d. h. die beiden Werthe:

der Waſſerraum $D = \frac{n}{n+1} \cdot 1$. die Fläche des Hauptſpants;

Digitized by Google

die Entfernung k des Hauptſpants von dem Mittelpunkte der Konſtruktionswaſſerlinie $= a \cdot (n + 2)$;

dieſe bilden die Grundlage der ganzen paraboliſchen Konſtruktionsmethode. In der erſten Gleichung kann jede der Größen gefunden werden, wenn man den andern beſtimmte Werthe giebt; in der zweiten iſt, wenn man dem a, d. h. der Entfernung des Schwerpunkts von dem Mittelpunkte der Konſtruktionswaſſerlinie einen beſtimmten Werth giebt, die Stelle des Hauptſpants bekannt. Hat man ferner aus der erſten Gleichung den Exponenten der Parabel gefunden, ſo läßt ſich jede beliebige Abſziſſe der Parabel, z. B. GH oder KL, Tafel XXXV, D, Fig. 315, finden. Z. B. es ſoll GH beſtimmt werden.

In der Grundgleichung $y^n = ax$ iſt n bekannt, alſo auch y und x in Beziehung auf einen beſtimmten Punkt B, durch welchen die Parabel geht; der Werth für $y = DB$, und $x = DC$; daher:

$$a = \frac{DB^n}{DC}.$$

Setzt man $DB = f$, ſo hat man, weil nach obigen Bezeichnungen $DC = d$:

$$\text{III)} \quad a = \frac{f^n}{d}.$$

Giebt man CG einen beſtimmten Werth, ſo läßt ſich GH leicht beſtimmen. Es ſei CG oder irgend eine andre Ordinate $= y'$, und die zugehörige Abſziſſe $= x'$, alsdann hat man:

$$\text{IV)} \quad x' = \frac{y'^n}{a}.$$

Dieſe Gleichung genügt, um den Flächeninhalt aller Spanten des Vorſchiffs zu berechnen. Für das Achterſchiff ſetzt man in die Gleichung III $f = DA$; alsdann erhält man den Werth von a' oder von dem Parameter der Parabel für das Achterſchiff. Setzt man dieſen Werth ſtatt a in die Gleichung IV, und giebt y' irgend einen Werth, z. B. CK, ſo erhält man den Werth der entſprechenden Abſziſſe LK. Auf dieſe Art laſſen ſich ſo viele Koordinaten beſtimmen, als nöthig ſcheinen. Uebrigens ſieht man ſogleich ein, daß GH und LK von der größten Abſziſſe DC abgezogen werden müſſen, um G'H und K'L zu geben, welche die Flächen der entſprechenden Spanten darſtellen.

Man könnte die wahren Abſziſſen G'H und K'L auch gleich direkt ſo berechnen, daß man den Punkt D zum Urſprunge nimmt; es giebt aber keine Erleichterung; während die vorherige indirekte Weiſe ſich durch ihre Einfachheit empfiehlt.

Man kann aber auch ſtatt des Quotienten der Hauptſpantfläche dividirt durch die Breite, die Fläche des Hauptſpants ſelbſt nehmen; alsdann erhält man ſogleich die andern Spantenflächen ſelbſt, ſtatt der Linien die ſie repräſentiren.

16 Nachdem die Prinzipien der paraboliſchen Methode dargeſtellt ſind, läßt ſich auch leicht zeigen, mit welchem Nutzen ſie zur Vergleichung von Schiffen angewandt werden kann, mögen dieſelben darnach gebaut ſein oder nicht.

Aus der Gleichung I findet man, daß, wenn der Waſſerraum, die Haupt-

Digitized by Google

ſpantfläche, und die Konſtruktionswaſſerlinie bekannt ſind, der Exponent der mit der Durchſchnittskurve am nächſten zuſammenfallenden Parabel leicht gefunden wird. Setzt man die Hauptſpantfläche = M, ſo hat man, weil $D = \frac{n}{n+1} \cdot l \cdot M$:

$$\frac{n}{n+1} = \frac{D}{l \cdot M}; \quad n = \frac{Dn + D}{l \cdot M}; \quad n - \frac{Dn}{l \cdot M} = \frac{D}{l \cdot M}; \quad n\,(lM - D) = D;$$

$$\text{alſo A)} \quad n = \frac{D}{l \cdot M - D}$$

der Werth von n zeigt, wie voll das Schiff gebaut iſt.

Die paraboliſche Methode kann auch gebraucht werden, um die relative 17
Ausbugt oder Geräumigkeit des Hauptſpants, oder irgend einer beliebigen Waſſerlinie, oder den Waſſerraum mit Bezug auf ſolche Waſſerlinien, und verſchiedene andere Elemente zu zeigen.

Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 317, ABC ein Hauptſpant, und EF eine Tangente an dem Punkte C, wo die Krümmung des Flachs beginnt. Die kleine Fläche CED hat zu geringe Bedeutung, und kann daher vernachläſſigt werden. Iſt das Hauptſpant dem gewöhnlichen ähnlich, ſo läßt ſich durch die Punkte B und C eine Parabel legen, welche nahe mit der wirklichen Kurve des Spants übereinſtimmt, und auch ſehr nahe denſelben Flächeninhalt hat; ſo daß ſich durch den Exponenten über die relative Schärfe oder Geräumigkeit entſcheiden läßt.

Es ſei die Breite der Waſſerlinie $AB = \frac{1}{2} B$; die Tiefe $AE = h$; und die Fläche $ABE = \frac{1}{2} M$. Es ſei ferner m der Exponent der Parabel, welche dieſelbe Fläche hat.

Man erhält alsdann (vergl. S. 2326 Nr. 9):

$$\frac{m}{m+1} \cdot \frac{1}{2} B \cdot h = \frac{1}{2} M;$$

$$\frac{m}{m+1} = \frac{M}{Bh}; \quad m = \frac{m \cdot M}{Bh} + \frac{M}{Bh};$$

$$m \cdot \left(1 - \frac{M}{Bh}\right) = \frac{M}{Bh}; \quad m \cdot \left(\frac{Bh - M}{Bh}\right) = \frac{M}{Bh};$$

$$\text{V)} \quad m = \frac{M}{Bh - M}.$$

In gleicher Weiſe läßt ſich der Exponent für die Waſſerlinie finden; indem man eine Parabel annimmt, welche ihren Scheitel in der größten Breite hat, und durch die Punkte geht, in denen die Waſſerlinie die Mittellinie ſchneidet. Es ſei der Exponent dieſer Parabel = r; die Länge der Waſſerlinie = L; die Breite, wie vorher, = B; alsdann hat man für die Fläche der Waſſerlinie = W folgenden Werth:

$$\frac{1}{2} W = \frac{r}{r+1} \cdot L \cdot \frac{1}{2} B; \quad \text{VI)} \quad r = \frac{W}{BL - W}$$

Digitized by Google

Man nehme endlich an, daß die Flächen der verſchiedenen Waſſerlinien, von der Ladewaſſerlinie abwärts in dem Verhältniß der Abſziſſen einer Parabel abnehmen; der Exponent ſei = s; die Tiefe von der Waſſerlinie bis zur Tangente des Hauptſpants = h; der Waſſerraum = D; und die Fläche der Waſſerlinie = W, alsdann iſt:

$$\frac{s}{s+1} \cdot Wh = D; \text{ alſo VII)} \quad s = \frac{D}{Wh - D}$$

18 Wenn man dieſe verſchiedenen Exponenten für ſchon gebaute, und durch vorzügliche Eigenſchaften ausgezeichnete Schiffe berechnet: ſo wird man eine genaue Vorſtellung von ihrer ganzen Geſtalt bekommen, welche man bei der Konſtruktion neuer Schiffe benutzen kann. Nach einer kurzen Uebung wird der Baumeiſter im Stande ſein, nicht allein die Hauptdimenſionen, ſondern auch die Umriſſe des Schiffsgebäudes vor der Zeichnung zu beſtimmen.

Man weiß jetzt vermittelſt ſolcher Berechnungen den Werth der Exponenten für die verſchiedenen Klaſſen der Schiffe, und für den verſchiedenen Dienſt, zu dem ſie beſtimmt ſind. Im Allgemeinen ſind demnach große Schiffe voller als kleine, und haben alſo größere Exponenten; Kauffahrteiſchiffe haben aber größere Exponenten als Kriegsſchiffe von derſelben Größe.

Es zeigt ſich ferner, daß kleine Schiffe viel größere Dimenſionen im Verhältniſſe zu ihrem Waſſerraume haben, als große.

Bei den Berechnungen wird der Waſſerraum und die Breite ohne die Außenplanken genommen; die Länge iſt die der Konſtruktionswaſſerlinie (vergl. S. 2326 Nr. 10), welche bei Schwediſchen Schiffen $^1/_{84}$ kleiner iſt, als die Länge zwiſchen den Sponningen. Von dieſem Unterſchiede oder Abzuge kommen $^7/_{10}$ nach vorne und $^3/_{10}$ nach hinten. Um den Exponenten für die Waſſerlinie zu finden, wird dieſelbe in ihrer ganzen Länge zwiſchen den Sponningen genommen.

19 Die angegebenen Exponenten beſtimmen übrigens die Geräumigkeit nur in einer Richtung; ſie können aber auf ſolche Art kombinirt werden, daß ſie zu gleicher Zeit die Geräumigkeit in der Länge und Breite ausdrücken. Zu dieſem Zwecke muß die Fläche des Hauptſpants $= \frac{m}{m+1} \cdot Bh$ in die Gleichung I (S. 2326) ſubſtituirt werden; daher:

$$B) \quad \frac{n}{n+1} \cdot \frac{m}{m+1} \cdot l \cdot Bh = D.$$

Subſtituirt man den Werth von $W = \frac{r}{r+1} \cdot BL$ in Gleich. VII, ſo iſt:

$$C) \quad \frac{r}{r+1} \cdot \frac{s}{s+1} \cdot L \cdot B \cdot h = D.$$

In dieſen Gleichungen zeigen die Produkte $\frac{n}{n+1} \cdot \frac{m}{m+1}$ und $\frac{r}{r+1} \cdot \frac{s}{s+1}$ die relative Geräumigkeit der verſchiedenen Schiffe in Vergleich mit

Digitized by Google

dem umſchriebenen Parallelepipedon. Wenn die Konſtruktionswaſſerlinie der ganzen Waſſerlinie gleich iſt, ſo hat man:

$$\frac{n}{n+1} \cdot \frac{m}{m+1} = \frac{r}{r+1} \cdot \frac{s}{s+1}$$

Durch dieſe letzte Gleichung läßt ſich leicht ein jeder Fehler in der Beſtimmung der Exponenten finden; auch bei Anwendung der ganzen Gleichungen B und C laſſen ſich Fehler in den Dimenſionen oder Exponenten entdecken.

Durch Interpolation (vergl. S. 1690—1704) laſſen ſich leicht anwend- 20
bare Formeln herleiten, durch welche man die Tiefe des Schwerpunkts des Waſſerraums unterhalb der Waſſerlinie, die Höhe des Metazentrums, und verſchiedene andere Elemente, ohne die gewöhnlichen langwierigen Rechnungen annähernd finden kann. Auf ſolche Weiſe laſſen ſich die mehrſten berechenbaren Eigenſchaften der Schiffe beſtimmen und vergleichen, und mit geringer Mühe vor der Zeichnung des eigentlichen Bauriſſes ändern.

§. 343. Allgemeine Erklärungen der bei dem Seiten-, Spanten- und Senten- oder waſſerpaſſen Riſſe vorkommenden Linien.

Bei den drei Hauptbauriſſen eines Schiffes (vergl. S. 2260—2262) wer- 1
den mehrere Linien gebraucht, die ſich auf den verſchiedenen Riſſen bald als krumme, bald als gerade darſtellen.

1. Die Waſſerlinien (Water lines), bezeichnen den Durchſchnitt der Waſſerebene mit dem Körper des Schiffes. Auf dem waſſerpaſſen Riſſe bilden ſie Kurven, Tafel XL, Fig. 3, WL1, WL2, WL3 u. ſ. w., mit mehr oder weniger Krümmung, je nachdem die ſchneidende Waſſerebene näher an der größten Breite des Schiffs, oder näher am Kiele gedacht wird. Die Ladewaſſerlinie LWL 1 iſt die am höchſten liegende, und zeigt an, bis zu welcher Stelle das vollgeladene Schiff einſinken darf. Auf dem Seiten- und Spantenriſſe, Fig. 1 u. 2, zeigen ſich nur die Projektionen der Waſſerlinien als gerade Linien, WL2, WL3 u. ſ. w. Denkt man ſich das Schiff mehr und mehr von ſeiner Ladung befreit, ſo kommen allmälig die untern Waſſerlinien in die wirkliche Waſſerebene hinein, d. h. es hebt ſich das Schiff um ſo viel hervor. Die Ladewaſſerlinie wird auf den Riſſen gewöhnlich mit grüner Farbe aufgezogen, um ſie von allen übrigen ſogleich zu unterſcheiden. Hat das Schiff eine Steuerlaſtigkeit, d. h. liegt es hinten tiefer als vorne, ſo können die Waſſerlinien natürlich nicht mit dem Kiel parallel gehen; da man aber der übrigen Zeichnung wegen auch Parallellinien mit dem Kiel gebraucht, ſo zieht man in ſolchem Falle alle Waſſerlinien grün aus, und die Ladewaſſerlinie ſtärker.

Bei dem Seitenriſſe bildet die über die Sponning des Kiels gezogene Horizontallinie die Baſis; iſt das Schiff nicht achterlaſtig, ſo gehen die Waſſerlinien, wie Fig. 1, ſämmtlich parallel mit der Baſis. Hat aber das Schiff Achter- und Steuerlaſtigkeit, ſo weichen ſie auf den verſchiedenen Spanten in verſchiedenem Grade von der Parallelrichtung mit der Baſis ab, und bilden eine Art Kurven.

Digitized by Google

2 2. Kielparallel-Linien (Level lines), ſind den Waſſerlinien ähnlich, ausgenommen, daß ſie nicht mit dem Waſſerſpiegel, ſondern mit dem Kiele parallel gehen. Um nicht zu verwirren, werden ſie in dem Seitenriß ausgelaſſen. Soll das Schiff keine Achterlaſtigkeit haben, ſo fallen ſie ganz mit den Waſſerlinien zuſammen.

3 3. Sentenlinien (Ribband lines) geben die Geſtalt der Senten, oder der, in der Mitte des Schiffs dünneren, am Vorder- und Achtertheile ſtärkeren Latten, welche die Spanten des noch im Bau begriffenen Schiffes ſo lange zuſammenhalten, bis die Planken daran befeſtigt werden. Sie haben (vergl. S. 2261) eine doppelte Biegung, eine Ausbugt, wie die Waſſerlinien, und eine Niederbugt, indem ſie ſich in der Mitte dem Kiele nähern, und gegen die beiden Steven aufſteigen. In dem Seitenriſſe zeigt ſich natürlich nur ihre Niederbugt, weil ſie da auf der Ebene des vertikalen Längendurchſchnitts projizirt ſind. In dem waſſerpaſſen, nach ihnen gewöhnlich ſo genannten Sentenriſſe, zeigt ſich nur ihre Ausbugt, weil ſie da auf der horizontalen Ebene des nach der größten Länge und Breite des Schiffs gemachten Durchſchnitts projizirt ſind. Sie haben auf dieſem Riſſe die größte Aehnlichkeit mit den Waſſerlinien, weil eben ihre Niederbugt nicht zu ſehen iſt; dürfen aber nicht mit den Waſſerlinien verwechſelt werden, und müſſen daher in der Zeichnung, wenn ſie mit denſelben zuſammen auf einem waſſerpaſſen Riſſe dargeſtellt ſind, eine leicht erkenntliche Unterſcheidung erhalten; es geſchieht am beſten dadurch, daß die Waſſerlinien grün gezogen werden.

Auf dem Spantenriſſe werden ſie für einen in der Verlängerung des Kiels ſtehenden Beobachter auf die Ebene des Hauptſpants projizirt und können daher von ihrer Ausbugt ſo gut wie Nichts zeigen; ihre Niederbugt von den Steven nach der Mitte zu wird ſich aber als eine ſchräge Linie darſtellen, welche von dem Haupt- oder Mittelſpante, als dem äußerſten Umriſſe des Spantenriſſes, gegen die Vor- und Achterſpanten aufſteigt. Dieſer ſchrägen Stellung wegen nennt man die Sentenprojektionen auf dem Spantenriſſe Diagonalen. Tafel XL, Fig. 3 iſt im Senteuriſſe eine Sente, bezeichnet durch Diag. 1F, neben den Waſſerlinien dargeſtellt; auf dem Spantenriſſe, Fig. 2, zeigt ſie ſich auf den Vorder- und Achterſpanten unter derſelben Bezeichnung. Die verſchiedenen Arten der Senten, wie Herzſente, Flurſente u. ſ. w. ſind ſchon oben (S. 2261) angeführt; weiter unten kommt noch etwas Genaueres vor.

4 4. Diagonalen (Diagonal lines) ſind, wie eben erklärt, die Projektionen der Senten auf dem Spantenriſſe, Tafel XL, Fig. 2, FH, 1F, 2F, 3F, MB.

5 5. Herzſente, Sente des größten Weits oder Scheerſente (Main breadth line), iſt die Kurve, welche der größten Weite des Schiffs folgt, oder durch alle die Punkte geht, wo die einzelnen Spanten ihre größte Weite haben; Tafel XL, Fig. 2 u. 3, MB (vergl. die folgende Nr. 7).

6 6. Bugten des Spantenbelaufs (Sweeps) ſind die verſchiedenen Bogen oder Abſchnitte von Kreiſen und Parabeln, welche zuſammen den Umriß oder Belauf eines Spants ausmachen.

Jedes Spant beſteht aus mehreren Stücken, deren Zahl von der Größe

Digitized by Google

und Höhe der Schiffe, oder der Länge der Spanten abhängt. Das unterſte, quer auf dem Kiel liegende, heißt der Lieger oder das Bauchſtück, Tafel XXXVIII, Fig. 6, TT. Die Bauchſtücke in der Mitte des Schiffs haben wenig Krümmung, wie in der eben genannten Figur; daher heißen ſie auch flache Bauchſtücke. Die an dieſe grenzenden haben ſchon mehr Krümmung, und heißen krumme Bauchſtücke; auf dieſe kommen die eingezogenen Lieger, welche einen noch weniger ſtumpfen Winkel machen; endlich kommen die dem Vor- und Achterſteven zunächſt ſtehenden, welche ſchon eine gabelförmige Geſtalt, faſt wie ein Y haben, und Piekſtücke oder Twillen heißen, Tafel XXXVII, Fig. 6, U, U, U iſt ein krummes, ein eingezogenes Bauchſtück, und ein Piekſtück zu ſehn.

Das nächſte Stück zu beiden Seiten des Liegers heißt Sitzer, Tafel XXXVII, Fig. 6, V, V. Die Sitzer liegen mit der Hälfte ihrer ganzen Länge neben dem Bauchſtück oder Piekſtück, und werden mit demſelben verbolzt; gegen die andere überragende Hälfte des Sitzers kommt dann, ſich auf den Top des Liegers ſtützend, das dritte Stück des Spants, der erſte Auflanger. Man unterſcheidet die Sitzer in zwei Arten: Sitzer des Flachs, deren runde Bugt nach Außen fällt, und die Geräumigkeit des Schiffs vermehrt; und verkehrt; Sitzer, deren runde Bugt nach Innen fällt, wodurch der Bauch des Schiffes eingezogen wird; die letzteren ſitzen neben den Piekſtücken.

Die auf die Sitzer folgenden Stücke des Spants heißen Auflanger; auf jeder Seite des Schiffs hat ein Spant je nach ſeiner Größe oder Höhe zwei, drei bis ſechs Auflanger; Tafel XXXVII, Fig. 6, V, V und W, W. Die letzteren mit W bezeichneten, welche zu oberſt ſitzen, heißen die verkehrten oder Top-Auflanger, und haben eine Geſtalt wie ein S, wodurch ſich das Schiff nach oben zu wieder verengert.

Zwiſchen dem Sitzer und dem verkehrten Auflanger ſtehen halb neben, halb über einander die von unten herauf gezählten Auflanger. Der erſte Auflanger ſteht mit ſeinem Fuße auf dem Top (Kopf) des Liegers, ſteigt neben dem halben Sitzer auf, und überragt ihn mit ſeiner halben Länge. Sitzer und erſter Auflanger werden mit einander verbolzt. Der zweite Auflanger ſteht mit ſeinem Fuß auf dem Top des Sitzers, und ſteht mit ſeiner halben Länge neben dem erſten Auflanger, iſt mit ihm verbolzt, und überragt ihn wieder. So ſtehen die auf einander folgenden Auflanger abwechſelnd neben und übereinander: der dritte auf dem erſten und neben dem zweiten; der vierte auf dem zweiten und neben dem dritten u. ſ. f. Große Dreidecker haben bis fünf Auflanger; kleine Schiffe nur einen oder zwei.

Die Auflanger werden erſt auf dem Werft je zwei und zwei verbolzt, und dann paarweiſe aufgeſetzt. Der verkehrte Auflanger heißt auch zuweilen Aufſtützer.

Man unterſcheidet bei allen Bauhölzern die gemallte Seite, und die nicht gemallte Seite. Das Mall iſt ein Modell von dünnem Holze, und ſtellt alſo nur diejenige Seite des Bauholzes dar, deren Umriſſe eine beſtimmte Form haben ſollen. Bei den Spanten iſt z. B. die gemallte Seite die vordere

Digitized by Google

und hintere, die ſich beide in der Breitenrichtung des Schiffes ausdehnen, alſo die, Tafel XXXVIII, Fig. 6, ſichtbare; die nicht gemallte Seite iſt die, deren Umriſſe parallel, oder ſonſt gleichgültig ſind; bei den Spanten iſt es die äußere und innere Seite, die ſich in der Längenrichtung des Schiffes ausdehnen; welche Breite z. B. die neben einander verbolzten Lieger, Sitzer und Auſlanger einnehmen, und dadurch zur Längenbildung der Schiffsſeite beitragen, das hängt von der natürlichen Stärke des Holzes ab, und iſt theilweiſe gleichgültig. Dagegen an der gemallten Seite, deren Umriſſe den äußern und innern Belauf des Spants beſtimmen, findet von unten nach oben hin eine Verjüngung ſtatt, und zwar ſo, daß das obere Ende der Mallſeite jedes Auſlangers um ein Zehntel ſchmäler iſt, als das untere. Das Spant, Tafel XXXVIII, Fig. 6, iſt zwar von beiden Seiten mit dem Durchſchnitte der Außen- und Innenplanken umgeben, aber dennoch bleibt ſeine Verjüngung nach oben erkenntlich. Am leichteſten läßt ſich die ganze Bildung der Spanten Tafel XXXVII, Fig. 5 erkennen, wo das noch unbeplankte Schiff auf den Stapeln nur von Senten zuſammengehalten wird.

Die Hölzer, welche das hinterſte Spant oder Spiegelſpant bilden, heißen die Randſomhölzer, Tafel XXXVII, Fig. 5, m, m, Fig. 6, O; in Fig. 5 ſind n, n und in Fig. 6 P die Auſlanger der Randſomhölzer.

Im Engliſchen heißen die Sitzer und Auſlanger zuſammen Futtocks; und zwar der Sitzer first futtock, oder lower f., oder ground f.; der erſte Auſlanger second futtock, der zweite third u. ſ. w.; die Randſomhölzer heißen fashion pieces; die Lieger oder Bauchſtücke floor timbers; die Piekſtücke crotches; die verkehrten Auſlanger toptimbers.

Die verſchiedenen Bugten des Spantenbelaufs erhalten beſondere Namen. Tafel XXXVIII, Fig. 5 zeigt a'e' denjenigen Theil des Spants, welcher ſenkrecht ohne Biegung ſteht; von ſolchem Spant ſagt man, es habe ein doppeltes Weit, und dient dazu, dem auf die Seite geneigten Schiffe einen größern Widerſtand zu verſchaffen. Die horizontale Linie oder Entfernung von a' bis zur Mittellinie FA heißt dann das obere (halbe) Weit oder die obere größte Breite; und die horizontale Entfernung von e' bis zur Mittellinie FA heißt das untere (halbe) Weit oder die untere größte Breite. Von der horizontalen, über die obere Fläche des Kiels hingehenden Grundlinie BC gemeſſen, heißt Ce' die Höhe der untern, und Ca' die Höhe der oberen Breite. Engliſch heißen die beiden Breiten im Hauptſpant the upper main breadth, und the lower m. b.

Von oben herab werden die einzelnen Theil des Spantenbelaufs folgendermaaßen unterſchieden: der Bogen aaa heißt die hohle Topbugt, top timber sweep, oder hollow of the top timber; der Bogen bbb die obere Spantenbugt, upper main breadth sweep; der Bogen ccc die untere Spantenbugt, lower main breadth sweep; der Bogen ddd die Vereinigungsbugt, reconciling sweep; der Bogen eee die obere Liegerbugt, upper futtock sweep oder upper floor sweep; der Bogen fff die untere Liegerbugt the lower floor sweep; die beiden Bogen eee und fff zuſammen heißen auch Flurbugt.

Digitized by Google

floor sweep. Wenn die Flur ſehr wenig gekrümmt, oder eine gerade Linie iſt, ſo heißt ſie das Flach, the flat.

7. Nach dieſen verſchiedenen Abtheilungen des Spantenbelaufs werden die 7
Hauptſenten ſowohl hinſichtlich ihrer Stelle als ihres Namens beſtimmt; z. B. die oben Nr. 5 genannte Herzſente, oder Sente des Weits, oder Scheerſente (the main breadth line), folgt dem Belaufe der größten Weite des Schiffs, Tafel XL, Fig. 3, im Senteniß mit MB bezeichnet; ebenſo in Fig. 2 im Spantenriß, wo ſie nach der oberen und unteren Breite zweimal bezeichnet iſt. Auf dem Seitenriſſe, Fig. 1, findet ſie ſich ebenfalls doppelt punktirt, von den Fenſtern der Seitengallerie bis zu den beiden Klüſen. In der Mitte ſtehen die Linien am weiteſten von einander ab, weil dort an der tiefſten Stelle derſelben der perpendikuläre Belauf der Spanten am größten iſt. Vorne und hinten aber, wo beide ſteigen, iſt der Unterſchied nicht mehr nöthig, und ſie fallen dort beinahe zuſammen. Dieſes Zuſammenfallen iſt auch auf dem Spantenriſſe, Fig. 2, zu erkennen, wo beide als Diagonalen MB dargeſtellt am hinterſten und vorderſten Spant zuſammenlaufen.

8. Die Flurſente, oder Sente der Schneidungen, oder des 8
Scharfs (Rising line), läuft über die Köpfe oder den Top aller Lieger oder Bauchſtücke, Tafel XL, Fig. 1, BL; Tafel XXXVIII, Fig. 3, bbb. Bei flachgebauten Schiffen läuft ſie in der Gegend des Mittelſchiffs eine Strecke nach vorne und hinten mit dem Kiel parallel; und die in dieſer Gegend darunter befindlichen Lieger heißen die flachen Bauchſtücke (vergl. S. 2334 Nr. 6), und bilden zuſammen das Flach. Die Mittelpunkte der Flurbugten liegen beinahe alle in der Höhe der Flurſente, ſo daß die Radien Horizontallinien von den betreffenden Mittelpunkten nach der Flurſente bilden. Wenn ein Schiff mit einer erhobenen Flur gebaut wird, ſo haben die Flurbugten ſämmtlich die gleiche Länge.

Will man die Flurſente auf dem waſſerpaſſen Riſſe darſtellen, ſo nimmt man den Abſtand von der Mittellinie aus dem Spantenriß. Denkt man ſich die Lieger ſämmtlich von gleicher Länge, was bei einer ſcharfen Flur namentlich der Fall iſt (indem erſt die Sitzer den bauchigeren oder eingezogenen Theil bilden: ſo kann man eine vertikale Ebene, parallel mit dem ſenkrechten Längendurchſchnitte des Mittelſchiffs, durch die Flurſente legen; alsdann giebt die Projektion derſelben auf dem waſſerpaſſen Riſſe eine gerade Linie parallel mit der Mittellinie, wie Tafel XL, Fig. 3, BL, BL; auf dem Spantenriſſe, Fig. 2, zeigt ſich dann der Durchſchnitt dieſer Ebene mit ſämmtlichen Spanten in den beiden, mit der Mittellinie der Steven parallel gehenden Perpendikeln BL. In dieſer Darſtellungsweiſe nennen die Engländer dieſe Linien Buttock and Bowlines; buttock heißt nämlich der abgerundete Theil des Achterſchiffs unter den Randſomhölzern und dem Heckbalken, oder der eigentliche Spiegel, über welchem das Heck mit den Kajütsfenſtern und den Gallerien liegt; bow heißt der Bug, oder der runde Theil des Vorderſchiffs von der Fockrüſte bis zum Steven.

9. Die Topſente (Top timber line) läuft über dem Top der oberſten 9

Digitized by Google

oder verkehrten Auflanger an der untern Seite des Schandeckels, d. h. der Planke, welche in horizontaler Lage den Top der Auflanger bedeckt, und das Eindringen des Waſſers von oben her zwiſchen die Spanten verhindert; Tafel XL iſt die Topſente in den drei Riſſen mit TB bezeichnet. Auf dem Senten- oder waſſerpaſſen Riſſe heißt die Topſente gewöhnlich die Topbreite, (Top breadth, oder weil nur die Hälfte zu ſehen iſt, Top halfbreadth); Taf. XXXVIII, Fig. 4 iſt DWX die Topſente. Durch ſie iſt zugleich der obere Rand des gemalten Ganges unter dem Schandeckel bezeichnet.

10 10. Die Sente der Verzeunung (Topside line) bezeichnet den oberſten Rand des Schiffsgebäudes, d. h. den oberſten Rand der Schanz- und Backbekleidung, oder hinteren und vorderen Bruſtwehr des oberſten freiliegenden Verdecks, Tafel XL, Fig. 1 und 2 mit TS bezeichnet. Bei Linienſchiffen, welche eine ſehr hohe Verzeunung haben, giebt es mehrere Senten der Verzeunung, welche bei dem wirklichen Schiffe von Außen durch Leiſten bezeichnet ſind, wie Tafel XXXVIII, Fig. 3 zu ſehn. Die Leiſte, welche zunächſt unter dem Schandeckel dem Laufe der Topſente folgt, heißt die Raaleiſte, oder das Raaholz, Sheerrail oder auch Waistrail.

11 11. Die Zwiſchenſenten (Ribband lines between the rising-and the main breadth line), werden ihrer drei oder vier, oder nach der Höhe des Schiffs noch mehrere, zwiſchen der Flurſente und der Sente des Weits angeordnet; ſie richten ſich gewöhnlich nach der Zahl und Höhe der verſchiedenen Auflanger. Tafel XL, Fig. 2, im Spantenriſſe der Fregatte, iſt die Diagonale FH am Top der Lieger; 1F am Top der Sitzer; 2F am Top der erſten Auflanger; 3F am Top der zweiten Auflanger.

12 12. Die Kurve der Liegermitte (Cutting down line), läuft durch die Mittelpunkte der oberen Seiten der Lieger, und der vorderen und hinteren Kielklötze, oder des todten Holzes, und bildet demnach die untere Grenze des perpendikulären Längendurchſchnitts des Schiffes, ſoweit er innerhalb des hohlen Raumes deſſelben fällt; Tafel XXXVIII, Fig. 3, aaa; Tafel XL, Fig. 1, CD. Die Kielklötze oder Slempklötze ſind ſchwere Stücken Holz, die man auf den Kiel legt, theils um ihn zu verſtärken, vorzüglich aber, um die Einziehung der Piekſtücke und Twillen (vergl. S. 2335 Nr. 6) zu vermindern. Dieſe können nämlich nicht unmittelbar auf den Kiel geſetzt werden, weil ſich Vor- und Achterſchiff dort zu ſehr verengern. Die Kielklötze vorne und hinten ſind ungefähr zwei Drittel des Kiels breit, und ſo hoch, als es das Holz erlaubt, und die Verminderung der Einziehung der vordern und hintern Piekſtücke es erfordert. Sie heißen im Engliſchen Dead wood, todtes Holz. Die vorderen fangen am Binnenvorſteven an, gegen den ſie verſchärft ſind, und laufen bis zu dem Vorderſpant, welches nach einem Mall mit einem Spant des Achterſchiffs gebildet iſt. Die hintern Kielklötze fangen am Binnenachterſteven an, und gehen bis zu demjenigen Achterſpant, welches dem eben erwähnten Vorſpant gleich iſt. Sie werden auf dem Kiel feſtgeſpickert, und ſind zuweilen durch eine 3 bis 5 Zoll dicke Bohle verbunden, welche der Gegenkiel heißt, und dazu dient, daß die Hielungen (Einſchnitte) für die Lieger einge-

Digitized by Goog

ſchnitten werden können, ohne den Kiel ſelbſt zu ſchwächen. Tafel XXXVII, Fig. 6, ſind e, e die beiden Kielklötze; auf derſelben Tafel, Fig. 1, iſt der hintere durch KIK bezeichnet, der vordere unter KS an den Laſchungen oder Scherben erkenntlich; ebenſo Tafel XXXVIII, Fig. 1, und Tafel XL, Fig. 1, unter CD vorne und hinten.

Das Kolſchwinn oder Saatholz (Keelson, oder gewöhnlicher Kelson), Tafel XXXVII, Fig. 6, X, X, beſteht aus drei bis vier ſchweren Stücken Holz, welche durch Laſchungen wie der Kiel mit einander verbunden werden. Es liegt in der Mitte auf allen Liegern und Piekſtücken parallel mit dem Kiel, und reicht vom Binnenvorſteven bis auf zwei Drittel der hintern Piekſtücke, oder auch bis zum Binnenachterſteven. Ueber jedem Lieger iſt das Kolſchwinn anderthalb bis zwei Zoll, wie an der Figur zu ſehen, eingeſchnitten, und mit denſelben Bolzen verbolzt, womit dieſe an den Kiel gebolzt ſind.

Tafel XXXVII, Fig. 1, und Tafel XXXVIII, Fig. 1 iſt das Kolſchwinn mit KS bezeichnet, Tafel XL, Fig. 1 iſt es über der Kurve der Liegermitte, welche mit CD bezeichnet iſt, durch eine parallel mit ihr laufende Linie angedeutet; denn die Kurve der Liegermitte, oder die Cutting down line geht an der unteren Seite der Einſchnitte des Kolſchwinns hin, welche auf der oberen Seite der Bauchſtücke aufliegen.

Es verſteht ſich von ſelbſt, was auch Tafel XXXIX, Fig. 1 an der Darſtellung der äußern Beplankung zu erkennen iſt, daß die Kielklötze vorne und hinten ebenfalls mit Planken bedeckt werden.

Unter dem eigentlichen Kiel legt man noch einen falſchen oder loſen Kiel, durch welchen theils der Hauptkiel verſtärkt, theils auch die Abtrifft des Schiffes vermindert wird, indem der Seitenwiderſtand des Waſſers durch dieſe Unterlage größer wird. Tafel XXXVIII, Fig. 1 iſt er durch FK bezeichnet; Tafel XL, Fig. 1 durch die doppelte ſtarke Linie unter dem Kiel.

13. Vor- und Achterſchiff (Fore and after bodies) bilden zuſammen 13
das ganze Schiff; man ſcheidet ſie durch einen vertikalen Breitendurchſchnitt des Schiffs an der weiteſten Stelle, und nennt dieſen die Ebene des Hauptſpants (midshipsection oder dead-flat).

14. Rechtwinkliger und ſchiefwinkliger Schiffstheil (Square 14
and cant bodies); dies ſind Unterabtheilungen von Vor- und Achterſchiff; denn es giebt ein rechtwinkliges und ein ſchiefwinkliges Vorſchiff, und ein rechtwinkliges und ſchiefwinkliges Achterſchiff. In dem rechtwinkligen, vor und hinter dem Mittelſpant bis zu einer gewiſſen Entfernung hin reichenden Theile, ſtehen die Spanten ſo, daß ihre gemallten Seiten in ſenkrecht gegen den Kiel ſtehenden Ebenen liegen; in dem ſchiefwinkligen Vor- und Achterſchiffe ſtehen die Spanten ſo, daß ihre gemallten Seiten zwar vertikal ſind, aber in ſolchen Ebenen liegen, welche ſchiefe Winkel mit dem Kiele machen. Dieſe Spanten heißen Hukſpanten, und haben dieſe Stellung, um nicht der anzupaſſenden Planken wegen zu ſtark beſchmiegt oder zu ſchräge behauen werden zu müſſen.

15. Mallung und Schlichtung (Moulding and siding) ſind gleichbe- 15

Digitized by Google

deutende Ausdrücke mit Dicke und Breite; die Mallung eines Bauholzes iſt die Dimenſion derjenigen ſeiner Seiten, auf welcher das Mall gelegt wird, um ſeine Geſtalt und Krümmung zu beſtimmen; und giebt z. B. bei den Spanten die Dicke der Schiffsſeite; die Schlichtung iſt die von dem Mall unabhängige Seite, wie bei den Spanten deren Breite in der Richtung der Länge des Schiffs gemeſſen.

16 16. Facken (Room and space), ſind die offenen Räume zwiſchen den Mallungen zweier nächſter Spanten. Gewöhnlich beträgt dieſer Abſtand die Breite zweier Spanten, und noch zwei bis vier Zoll darüber. Die Facken aller Schiffe, welche Pforten haben, ſollten eigentlich ſo geordnet werden, daß die Breite der Spanten auf beiden Seiten einer unteren Pforte, und die Breite der Pforte von vorn nach hinten gemeſſen, gleich dem Raume zweier Facken ſei. Die Größe der Schiffe beſtimmt natürlich die Größe der Facken.

Gewöhnlich dient ein einziges Mall für zwei Spanten, ſo daß danach die Vorderſeite des einen und die Achterſeite des andern gebildet wird. Denkt man ſich beide Spanten an dieſer Seite zuſammengelegt, ſo paſſen ihre Ränder genau aufeinander, und bilden nur eine Linie, die Fuge (joint); man kann alſo auch die Facken den Abſtand der Fugen nennen. Auf den drei Riſſen eines Schiffes pflegt man nicht alle Spanten, aus denen das Schiff beſtehen ſoll, zu zeichnen, ſondern nur eine beſtimmte Anzahl und zwar in gleichen Entfernungen von einander. Dieſe heißen dann die Richtſpanten oder Scheerſpanten; weil diejenigen Senten, welche um dieſelben gelegt oder geſchoren werden, den Belauf der Zwiſchenſpanten, auch Füllungsſpanten genannt, leicht angeben.

Das Hauptſpant, welches den breiteſten Theil des Mittelſchiffs beſtimmt, wird in den Riſſen gewöhnlich mit dem Zeichen ⊕ ausgezeichnet; die Spanten des Vorſchiffs erhalten alle große lateiniſche Buchſtaben, A, B, C u. ſ. w. zur Bezeichnung; die Spanten des Achterſchiffs Zahlen 1, 2, 3 u. ſ. w. Zuweilen, wenn es Bauriſſe ſehr großer Schiffe ſind, unterſcheidet man noch mit kleinen lateiniſchen Buchſtaben a, b, c u. ſ. w. die vorderen Hukſpanten, und durch kleinere Zahlen 1, 2, 3 u. ſ. w. die hinteren Hukſpanten. Man muß dann natürlich darauf achten, daß dieſelben Spanten im Seiten-, Spanten- und Sentenriß auch immer dieſelben Zeichen erhalten; auf Tafel XXXVII, Fig. 1, Fig. 2 und Fig. 3, und auf Tafel XXXVIII, Fig. 1 ſind dieſe Bezeichnungen zu ſehen. Ebenſo Tafel XL, Fig. 1, Fig. 2 und Fig. 3. Man ſieht auf allen drei Tafeln, daß die Vorſpanten nur B, D, F, H u. ſ. w., und die Achterſpanten nur 2, 4, 6, 8 u. ſ. w., und auf Tafel XL, 3, 5, 7, 9 u. ſ. w. bezeichnet ſind. Dieſe Auslaſſung der Buchſtaben und Zahlen deutet alſo an, daß ein ſolcher Abſtand wie BD, oder DF, oder 3 bis 5, zwei Facken oder zwei Zwiſchenräume zwiſchen den Spanten darſtellt.

17 17. Verſchießender Scherben (Shift), heißt die Scherben zweier an einander liegender Hölzer, z. B. zweier Seitenplanken ſo ordnen, daß eine Scherbe ſich nicht gerade über der andern, ſondern wenigſtens 5 bis 6 Fuß von derſel-

Digitized by Google

ben entfernt befindet. Dies ist zur guten Verbindung eines Schiffes unerläßlich. Je genauer ein solches Verschießen beobachtet wird, desto stärkere Verbindung erhält das Schiff; siehe Tafel XXXIX, Fig. 1, wo immer drei Planken zwischen zwei Stuvscherben oder zwei Quernathen zu liegen kommen. Bei Englischen Kriegsschiffen ist es Regel, zum Verschießen 6 Fuß zu nehmen, und drei Planken zwischen zwei perpendikulär unter einander befindlichen Stuvscherben zu lassen; auf solche Art laufen die Planken 24 Fuß lang. Das eben Gesagte läßt sich Tafel XXXIX, Fig. 1 mit dem darunter befindlichen Maaßstabe leicht abmessen.

Scherben heißen im Allgemeinen Fugenverbindungen zwischen zwei Planken oder Hölzern, welche einander verlängern sollen. Sind die Köpfe gerade abgeschnitten, und blos gegen einander gestoßen, wie bei den Planken, so heißt es eine Stuvscherbe (butt-scarf). Liegen ihre Enden aber in der ganzen Breite übereinander, und sind, so weit sie sich bedecken, der Breite nach keilförmig weggeschnitten, so daß beide zusammen nur die Dicke der Planken behalten, so heißt eine solche Verbindung eine Plattscherbe oder Plattlasching (scarf). Auf diese Art werden die Stücken der Berghölzer, (d. h. der stärkeren, vor den übrigen hervorragenden Außenplanken in der Gegend der größten Breite des Schiffs) mit einander verbunden. Werden Planken oder andere Hölzer der Länge nach übereinander gelegt, und durch keilförmig zugespitzte Ausschnitte so zusammengesetzt, daß sie zusammen nur eine Breite, wie bei den Planken, oder eine Höhe, wie bei dem Kiele ausmachen: so heißt solche Verbindung eine Langscherbe oder Langlasching, oder auch blos Lasching (long scarf); siehe Tafel XXXVII, Fig. 1, Li, Fig. 6, A, A, A.

18. Die Schmiegungen (bevellings) sind die Winkel, welche zwei an- 18
einanderliegende Seiten eines behauenen Stückes Holz mit einander machen; bei den Spanten diejenigen Winkel, welche die Mallung oder gemallte Seite mit der schlichten Seite oder eigentlich der Rand der Mallung mit der Fuge macht. (Der rechte Winkel heißt dabei square, der stumpfe standing bevelling, der spitze under bevelling).

19. Die Schmiegzeichen (sirmarks) sind die Abtheilungszeichen auf 19
den Mallen der Spanten, oder die Stellen, an denen die respektiven Schmiegungen angelegt werden müssen. Im Spantenriß sind sie durch die Diagonalen angegeben.

20. Zu allen genannten eigenthümlichen Linien und Zeichen kommen noch 20
die horizontalen Grundlinien und die Perpendikel; beide Arten Linien werden gewöhnlich durch die Sponningen des Kiels nnd der Steven bestimmt. Eine Sponning (rabbet) ist eine fortlaufende Kerbe oder Vertiefung an einem starken Stücke Holz, um nachher die Kanten und Köpfe der Planken aufzunehmen. Der Kiel hat eine solche Sponning an seinen beiden Seiten der ganzen Länge nach; ihre Tiefe richtet sich nach der Dicke der Planken, welche den untersten Gang, oder den sogenannten Sandstrook bilden; sie kommen mit der untern Kante in die Sponning hinein. Der Vor- und auch der Achtersteven haben ebenfalls auf jeder Seite ihrer ganzen

Digitized by Google

Höhe noch eine Sponning, in welche die Köpfe der Seitenplanken und Berghölzer eingelaſſen werden. Auch der Heckbalken hat eine ſolche Sponning, in welche die Köpfe der ſich am Spiegel heraufbiegenden Hautplanken eingelaſſen werden.

Im Seitenriß geht die horizontale Grundlinie durch den obern Rand der Kielſponning, und von ihr aus werden alle vertikalen Höhen abgemeſſen. Von den Perpendikeln in dem Seitenriſſe geht der vordere durch den hintern Rand der Sponning des Vorſtevens; der hintere durch den vorderen Rand der Sponning des Achterſtevens; Tafel XL, Fig. 1, ſtößt bei AP der hintere Perpendikel mit der Grundlinie und bei FP der vordere mit ihr zuſammen; bei den mehrſten Kriegsſchiffen begrenzen die beiden Perpendikel die Länge des unteren Kanonendecks.

21 21. Gewöhnlich zeichnet man unter dem Seitenriß, wie Tafel XXXVII, XXXVIII und XXXIX, Fig. 1 zu ſehen, einen genau eingetheilten, mit Diagonalen für die Zehntel verſehenen, gleichtheiligen Maaßſtab (vergl. S. 768 bis 772), welcher das nach dem Verhältniß der Zeichnung verjüngte Fußmaaß enthält.

§. 344. Erklärung der vorzüglichſten Beſtandtheile eines Schiffsgebäudes.

1 Um die praktiſchen Regeln zur Zeichnung der Bauriſſe ganz zu verſtehen, iſt es unumgänglich nothwendig, Namen, Zweck und Lage der vorzüglichſten Beſtandtheile eines Schiffsgebäudes zu kennen. Es dienen dieſe Angaben zugleich dazu, die nachfolgende Beſteckkehre und Baulehre (vergl. S. 2170) zu erleichtern und abzukürzen.

2 Sieht man die Spanten als Rippen des Schiffsgebäudes an, ſo kann man den Kiel den Rückgrad nennen, indem er die Länge des untern Gebäudes beſtimmt. Er iſt das erſte auf den Stapel gelegte Stück, und beſteht aus mehreren durch Laſchingen und Bolzen verbundenen Balken, welche Tafel XXXVII, Fig. 6, A, A, A einzeln dargeſtellt ſind; Fig. 5, b, b, b liegt er zuſammengeſetzt auf den Stapelblöcken, als der unterſte Balken des ganzen Gebäudes. Seine Dimenſionen werden in der Beſtecklehre angegeben. Hier iſt nur zu bemerken, daß er an ſeiner perpendikulären Seite größere Dimenſionen hat, als an ſeiner Breitenſeite, theils weil er in der lothrechten Richtung mehr zu tragen hat, theils weil die Laſchingen oder Scherben nach der Höhe eingeſchnitten werden. Die Sponningen (Spündungen) für den unterſten Plankengang werden ſo wenig tief als möglich gemacht, um den Kiel nicht zu ſchwächen.

3 Das Stück, welches den Kiel nach vorne beendigt, Tafel XXXVII, Fig. 6, f, heißt der Anlauf des Kiels zum Vorſteven, der Stevenlauf, oder auch zuweilen das Slempholz, Fig. 5, g. Der Stevenlauf iſt an ſeinem Achterende horizontal, und mit dem Kiel durch Laſchingen und Bolzen verbunden; an ſeinem Vorderende hat er eine nach der Bauart des Schiffes mehr oder minder flache Kniebugt, durch die er mit dem Steven verbunden iſt.

Digitized by Google

Nur am Halſe, d. h. in der Biegung ſelbſt, iſt er der Höhe nach ſtärker als der Kiel. Der aufwärts gehende vordere Arm iſt mit dem Vorſteven verbunden, alſo von deſſen Breitendimenſion. Am vorderſten Zacken erhält er einen Einſchnitt oder auch einen Zapfen, um das Kehlſtück des Galjonſchegs darin zu befeſtigen. Zuweilen wird der horizontale Arm unter den Kiel, der ſtehende Arm vor den Steven gelegt, und dieſer letztere kommt unmittelbar an das vordere Kielende; der untere loſe Kiel und das Galjonsſcheg gleichen dann die Vorragungen aus. In ſolchem Falle heißt der Anlauf Vorfuß (Fore foot).

Die Kielklötze oder Slempklötze, Tafel XXXVII, Fig. 6, ee, Fig. 1, 4
KIK, ſind (vergl. S. 2338 Nr. 12) zwei ſchwere Stücke Holz, welche vorne und hinten auf den Kiel gelegt werden; theils um ihn zu verſtärken, theils um die Verengerung der Piekſtücke geringer zu machen. Der vordere Kielklotz reicht vom Vorſteven bis zum vorderen Balancirſpant; der hintere vom Achterſteven bis zum hintern Balancirſpant. Dieſer letztere Name wird den beiden Spanten gegeben, welche vorne und hinten ſtehend nach einem und demſelben Mall gebildet ſind. Einige nennen auch die Kielklötze Slempholz, welcher Name aber beſſer für den Stevenlauf gilt.

Bei einigen Nationen werden die beiden Kielklötze oberhalb des Kiels durch eine ſtarke Bohle verbunden, welche der Oberkiel oder Gegenkiel heißt; mit dem Kiel ſelbſt werden ſie durch ſtarke Spiker oder Bolzen verbunden, und von Außen ebenſo wie die Spanten mit Planken bekleidet.

Der Gegenkiel oder Oberkiel iſt eine auf den Kiel gebolzte ſtarke 5
Bohle, welche theils zur Verbindung der Kielklötze, theils dazu dient, den Kiel von den Einſchnitten für die Bauchſtücke der Spanten frei zu halten. Es werden dieſe Einſchnitte, oder die Spuren für die Hielungen, oder unterſten Theile der Spanten einige Zoll tief in den Gegenkiel gemacht. Gegen beide Enden iſt der Gegenkiel ſtärker, um ſich an die Kielklötze anzuſchließen. Bei Schiffen, die keinen Gegenkiel haben, ſtehen die Spanten unmittelbar auf dem Kiel.

Der loſe oder falſche Kiel wird nach der ganzen Länge unter den 6
Hauptkiel gelegt; entweder erſt dann, wenn der letztere beſchädigt iſt, zur Verſtärkung; oder gleich beim Neubaue, um den Seitenwiderſtand des Waſſers dadurch zu vermehren, alſo die Abtrifft des Schiffes zu vermindern. Aus dem letztern Grunde erhalten zuweilen Schiffe einen doppelten falſchen Kiel. Tafel XXXVII, XXXVIII und XL, Fig. 1 iſt der falſche Kiel an der unteren doppelten Linie der Seitenriſſe erkenntlich.

Der Vorſteven bildet den aufwärts gehenden, etwas gekrümmten Haupt- 7
balken des Vorderſchiffes, und beſteht, je nach der Größe des Gebäudes, aus einem oder mehreren Stücken Krummholz; Tafel XXXVII, Fig. 6, C, C; Fig. 1, VS. Das unterſte wird an den Stevenlauf mit Laſchingen und Bolzen verbunden.

Die ſich vorne endigenden Planken und Barkhölzer werden mit ihren Köpfen oder Vorderenden in die Sponning des Vorſtevens geſteckt. Der Vorſteven erhält gewöhnlich eine lothrechte Fußeintheilung mit großen la-

Digitized by Google

teiniſchen Zahlen in weißer Farbe aufgetragen, um den jedesmaligen Tiefgang daran zu erkennen.

8 Der vordere Binnenſteven, Tafel XXXVII, Fig. 6, H, H, Fig. 1, BVS, beſteht gewöhnlich aus zwei Stücken Krummholz, paßt mit ſeiner Ausbugt oder konvexen Seite in die hohle Bugt oder konkave Seite des Vorſtevens, und dient zu deſſen Verſtärkung und feſteren Verbindung mit dem Kiel. Laſchungen des Binnenſtevens müſſen möglichſt weit von den Laſchungen des Vorſtevens entfernt ſein, oder paſſend verſchießen (vergl. S. 2340 Nr. 17). Nach der Breite des Schiffs gemeſſen iſt er eben ſo breit wie der Vorſteven; nach der Länge gemeſſen nur zwei Drittel ſo ſtark, und wird mit dem Vorſteven durch ſtarke Nägel verbunden.

Wenn ſein unteres Stück aus einem Knie beſteht, deſſen liegender Arm mit den Kielklötzen bindet, und deſſen ſtehender den Anfang des Binnenſtevens macht: ſo nennt man dieſes Stück das Knie des vorderen Binnenſtevens.

9 Das innere Slempholz am Vorderſteven, Tafel XXXVII, Fig. 6, I, I, beſteht gewöhnlich aus zwei Stücken Krummholz, und paßt mit ſeiner Ausbugt in die hohle Bugt des Binnenſtevens, obgleich nicht der ganzen Länge nach, und dient zur Verſtärkung deſſelben. Mit ſeinem hintern Ende bildet es entweder den Anlauf des Kolſchwinns, oder liegt auf demſelben; im letztern Falle heißt es das Knie des vorderen Binnenſtevens. Bei kleinern Schiffen liegt das innere Slempholz mit dem hinteren Ende unmittelbar auf den vordern Piekſtücken, und ſchließt ſich an das Kolſchwinn als deſſen Anlauf an.

10 Der Achterſteven bildet den in gerader Linie, wenn auch nicht ganz ſenkrecht aufſteigenden, Hauptbalken des Achterſchiffes, und ſteht mit ſeinem Fuße oder ſeiner Hielung, und zwar vermittelſt eines Zapfens, in einem beinahe am hinterſten Ende des Kiels angebrachten Zapfenloche; Tafel XXXVII, Fig. 6, B, Fig. 1, SqA. Nach der Breite des Schiffs gemeſſen, hat er gleiche Stärke mit dem Kiel; nach der Länge des Schiffs gemeſſen verjüngt er ſich von unten nach oben.

Die ſich hinten endigenden Planken, welche die eingezogenen Flurhölzer bekleiden, werden mit ihren Köpfen oder hinteren Enden in die Sponning des Achterſtevens geſteckt. Er erhält, wie der Vorderſteven eine lothrechte Fußeintheilung, um den jedesmaligen Tiefgang des Achterſchiffes daran zu erkennen.

Wie der Vorderſteven eine beſonders ſtarke Verbindung verlangt, weil das Vorderſchiff den ganzen Andrang der Wellen und den Zug des Ankertaues zu ertragen hat: ſo muß der Achterſteven eine ſehr ſtarke Verbindung erhalten, weil er das Steuerruder zu tragen, und deſſen Wirkungen auszuhalten hat.

Kiel, Vorderſteven und Achterſteven ſind die drei Bauhölzer, durch welche der perpendikuläre Längendurchſchnitt des Schiffes ſeiner Geſtalt und ſeiner Fläche nach hauptſächlich beſtimmt wird.

11 Der hintere Binnenſteven iſt ein ſtarkes Stück Holz, das von innen her auf dem Achterſteven verbunden iſt, und zu ſeiner Verſtärkung, ſowie na-

Digitized by Google

mentlich dazu dient, die Einſchnitte für die Spiegelwrangen (welche tiefer unten erklärt ſind) aufzunehmen; Tafel XXXVII, Fig. 6, C, in der Nähe des Achterſtevens, an den vielen Einſchnitten erkenntlich; ſein unterer Theil ſteht entweder, wie der eigentliche Achterſteven in einem eigenen Zapfenloche des Kiels; oder er iſt, wie in der genannten Figur, mit klein c bezeichnet, ein Stück Krummholz oder Knie, welches das hintere Binnenſlempholz heißt, am oberen Ende durch eine Haakenſcherbe mit dem hintern Binnenſteven C verbunden, und mit dem unteren liegenden Arme auf dem Achterende des Kolſchwinns befeſtigt iſt (ſiehe Nr. 14 innere Slempholzer).

Der loſe Achterſteven oder Butenſteven (Außenſteven) iſt ein ge- 12
rades Stück Holz wie der Achterſteven, hinter welchem er, wenn das Schiff ſchon geplankt iſt, angebracht wird, um die Beſchläge für das Steuerruder, und ſomit dieſes ſelbſt zu tragen, ſo daß der Achterſteven durch ihn bedeutend verſtärkt wird; Tafel XXXVII, Fig. 6, E. Der loſe Achterſteven kommt nur bei ſchweren Schiffen vor. Er wird ſelten in den Kiel eingezapft; ſondern iſt unten ſtumpf abgeſchnitten, und hat außer der Verbindung mit dem Hauptachterſteven noch folgende Befeſtigung: die unterſte Planke des ſogenannten Sandſtrooks wird auf jeder Seite über den Achterſten hinaus verlängert, und in die am Butenſteven ſeiner ganzen Breite nach befindlichen Einſchnitte eingefügt. Nach der Breite des Schiffs hat der Butenſteven dieſelbe Dimenſion wie der Hauptſteven; nach der Länge des Schiffs gemeſſen iſt er nur halb ſo breit, und verjüngt ſich nach oben um die Hälfte.

Das Knie des Achterſtevens oder Reitknie iſt ein ſtarkes Stück 13
Holz, mit einem ſtehenden und einem liegenden Arme. Der letztere iſt mit den hinteren Kielklötzen durch eine Laſching verbunden, oder liegt auf ihnen; ſo daß er die Höhe derſelben bedeutend vermehrt, und dadurch den hinteren Piekſtücken, welche auf ihm ſtehen, eine angemeſſene erhöhte Lage giebt; Tafel XXXVII, Fig. 6, G, Fig. 1, KIK. Der ſtehende Arm iſt gegen den Binnenſteven verbunden.

14. Die innern Slempholzer vorn und hinten, Tafel XXXVII, 14
Fig. 6, vorn I, I, hinten c, liegen vorn und hinten mit einem Arme auf dem äußerſten Ende des Kolſchwinns, und ſchließen ſich mit dem ſtehenden Arme an die Binnenſteven an; ſie bilden die oberſten und innerſten Balkenverbindungen von Kiel und Steven. Das innere Slempholz hinten hat dieſen Namen nur, wenn der hintere Binnenſteven bis zum Kiel reicht (ſ. Nr. 11).

Um dieſe ganze Balkenverbindung deutlicher zu erkennen, merke man ſich für fünf Stellen derſelben dieſe Reihenfolge der genannten Stücke von unten nach oben für den Kiel, und von innen nach außen für die Steven.

In der Mitte des Kiels: der falſche oder loſe (untere) Kiel; der Hauptkiel; der Ober- oder Gegenkiel (wenn einer da iſt); die Lieger oder Bauchſtücke; das (oben S. 2339 der Hauptſache nach ſchon erklärte, und tiefer unten vorkommende) Kolſchwinn.

Am Vorderende des Kiels: der falſche Kiel (oder der Vorfuß, ſiehe Nr. 3); der Anlauf des Kiels zum Vorſteven oder das Haupt-Slempholz;

Digitized by Google

der vordere Kielklotz; die vordern Piekſtücke; das Kolſchwinn; das innere Slempholz vorne.

Am Achterende des Kiels: der falſche Kiel; der Hauptkiel; der hintere Kielklotz; das Knie des Achterſtevens; die hintern Piekſtücke; das Kolſchwinn; das innere Slempholz hinten.

Am Vorſteven, in der Höhe des innern Slempholzes, und zwar von innen nach Außen: das innere Slempholz vorn; der vordere Binnenſteven; der Vorſteven. Vor dem letzteren kommen dann noch die tiefer unten genannten Theile des Galjonſchegs.

Am Achterſteven, in der Höhe des innern Slempholzes, und zwar von innen nach außen: das innere Slempholz; das Knie des Achterſtevens; der hintere Binnenſteven; der Achterſteven; der Butenſteven, an welchen dann noch das Steuerruder in die an dem Butenſteven befindlichen Fingerlinge gehängt wird.

15 Der Heckbalken, große Heckbalken oder untere, iſt ein horizontalliegender Querbalken oben am Achterſteven, an deſſen innerer Seite auf halbes Holz (von jedem die Hälfte) eingeſchnitten. Er hat eine Ausbugt und eine Aufbugt; Tafel XXXVII, Fig. 6, L; am Achterſteven B iſt der Einſchnitt für ihn zu ſehen; auf derſelben Tafel, Fig. 1, und Tafel XXXVIII, Fig. 1 iſt er mit HB bezeichnet, und zugleich etwas von ſeiner Ausbugt erkenntlich. Er liegt beinahe im Weit des Spiegelſpants, reicht mit beiden Enden bis zu den Randſomhölzern (vergl. S. 2336), mit denen er ebenſo wie mit dem Achterſteven verbolzt iſt. Er bildet auf größern Kriegsſchiffen gewöhnlich die unteren Trempel (Brüſtungen) der Pforten in der Konſtabelkammer. Er hat eine Sponning, in welche ſich die hintern Enden der von unten heraufgebogenen Spiegelplanken endigen. Bei der in neuerer Zeit oft gewählten runden Bauart des Hecks, wie Tafel XL, Fig. 4, endigen ſich die Planken in einen höher liegenden Querbalken des Hecks, welcher die große Gilling bildet.

Der Heckbalken ſcheidet die ganze hintere Fläche des Schiffs in zwei Haupttheile: der über ihm liegende, welcher die Kajütsfenſter enthält, heißt das Heck (the stern); der unter ihm befindliche heißt der Spiegel im genaueren Sinne (the buttock); wo eine genauere Unterſcheidung nicht nöthig iſt, nennt man wohl auch die ganze hintere Fläche den Spiegel. In ganz alter Zeit baute man den Spiegel wie das Heck flach; ſpäter rundete man ihn ab; und in neueſter Zeit baut man ſogar auch das Heck rund, wie bei der Fregatte Tafel XL.

16 Die Worpen ſind überhaupt horizontal liegende, mehr oder weniger gekrümmte Balken, namentlich am Spiegel; wenn ſie, wie jetzt allgemein, gekrümmt ſind, ſo heißen ſie auch gewöhnlich Wrangen oder Spiegelwrangen. Sie liegen ſämmtlich unterhalb des Heckbalkens, von dieſem bis zum Lieger der Randſomhölzer. Die unterſten bilden ſpitze Winkel, die oberen öffnen ſich mehr und mehr in einem Bogen. Die ganz unterſte Spiegelwrange wird zuweilen der Bauer genannt, und iſt ein ſpitzwinkliges Knie. Tafel XXXVII und XXXVIII, Fig. 1, mit WB bezeichnet.

Digitized by Google

Diejenige Wrange, welche die Köpfe der Planken des unteren Decks trägt, heißt die Deckwrange oder das Deckworp; Tafel XXXVII und XXXVIII, Fig. I, mit DW bezeichnet. Zwiſchen dem Deckworp und dem unterſten oder Bauer befinden ſich je nach der Größe des Schiffs zwei, drei oder mehrere Wrangen, welche von oben herab das erſte, zweite u. ſ. w. heißen; in Fig. 1 auf den beiden genannten Tafeln mit W', W'' bezeichnet. Zwiſchen dem Deckworp und dem Heckbalken finden ſich noch einige Füllungswrangen, in den genannten Figuren mit FW' und FW'' bezeichnet. Auf Tafel XXXVII, Fig. 6, ſind M, N Worpen in geradliniger Projektion; auf derſelben Tafel, Fig. 5, ſind o, p, q Wrangen.

Der obere Heckbalken (gewöhnlich nur bei Franzöſiſcher oder Spaniſcher Bauart) befindet ſich einige Fuß über dem eigentlichen Heckbalken, und bildet die oberen Trempel der Kanonenporten in der Konſtabelkammer. Er hat wie der Heckbalken eine horizontale Ausbugt, aber keine Aufbugt, ſondern auf der obern Seite einen Ausſchnitt, in welchem die Ruderpinne fährt. Tafel XXXVII, Fig. 6, K iſt er in ſeiner geradlinigen Projektion zu ſehn, und an dem Achterſteven B iſt am oberſten Ende der halbe Theil deſſelben, gegen welchen der obere Heckbalken anliegt. Auf derſelben Tafel, Fig. 5, iſt zuerſt das Hennegat, d. h. das runde Loch zu ſehen, in welchem der Achterſteven endigt, und durch welches das Steuerruder mit ſeinem obern Ende in das Schiff hineingeht, und den Achterſteven überragt, ſo daß die Ruderpinne über dem letztern hin und hergeht. Der horizontal liegende Balken, welcher durch dieſes Hennegat unterbrochen erſcheint, iſt der obere Heckbalken; der darunter liegende iſt der eigentliche Heckbalken. 17

Die Gillingshölzer oder Gillingsknie, Tafel XXXVII, Fig. 5, t, t, ſind etwas gebogene, aber aufrechtſtehende Hölzer, welche mit ihrem Fuße auf dem Heckbalken, mit der hohlen Bugt nach hinten, ſtehen, ſich alſo mit ihrem oberen Ende über die vertikale Ebene durch die Länge des Heckbalkens hinausbiegen, und ſo den hohlen Theil des Achterſchiffes bilden, welcher die große Gilling oder das große Wulf genannt wird. Taf. XXXVII, Fig. 1, reicht dieſe Gilling vom Heckbalken HB bis L, bis zur untern Gillingsleiſte, welche von Außen den oberen Rand des Wulfs mit ihrem Vorſprunge bezeichnet; die beiden Buchſtaben GG ſtehen in der Mitte der Gilling. In dem Wulf befindet ſich das in der vorigen Nummer erklärte Hennegat, und zu beiden Seiten deſſelben befinden ſich gewöhnlich bei Kriegsſchiffen die Porten der Konſtabelkammer. Mit dem obern Ende ſchließen ſich die Gillingskniee an einen Querbalken des Hecks, welcher der Gillingsbalken (counter transom) heißt, und von außen durch die untere Gillingsleiſte erkenntlich iſt. Das Wulf oder die große Gilling muß ſo wenig als möglich, d. h. nur ſo viel ausſpringen, als zum Hennegat, oder zur Aufnahme des Kopfs des Steuerruders erforderlich iſt; damit ſie dem Spiegel nicht zu großes Gewicht giebt, und damit die Kielgebrechlichkeit des Schiffs vermehrt. 18

Ueber der großen Gilling befindet ſich noch die kleine oder obere Gilling, welche die Brüſtung der Kajütsfenſter ausmacht, daher weit niedriger

Digitized by Google

iſt, und eine viel geringere Wölbung hat. Sie iſt von außen durch die obere Gillingsleiſte an ihrem obern Rande begrenzt; Tafel XXXVII, Fig. 1 iſt ſie durch gG bezeichnet, und reicht von L bis l. Dieſelben Buchſtaben finden ſich in Fig. 4. Die kleine Gilling dient gewöhnlich dazu, den Namen des Schiffes mit großen Buchſtaben und mancherlei Verzierungen zu tragen.

19 Die Heckſeitenſtützen oder Windveeringsſtützen ſind die oberſten oder verkehrten Auflanger der Randſomhölzer (vergl. S. 2336); Tafel XXXVII, Fig. 6, P; Fig. 5, n, n; Fig. 4, K, K; im Engliſchen side counter timbers.

Zwiſchen den beiden Windveeringsſtützen befinden ſich die übrigen Heckſtützen, als die perpendikulären Haupttheile des Hecks; Taf. XXXVII, Fig. 6, d; Fig. 5, u, u; ſie ſchließen ſich an die Gillingskniee an, und ſind gleichſam deren Auflanger; zugleich bilden ſie die Seitenpfoſten der Kajütsfenſter, Fig. 4, Kj, und reichen bis zum Heckbord.

Wenn, wie es nicht allein bei den Kriegsſchiffen, ſondern gegenwärtig auch bei allen größeren Kauffahrern der Fall iſt, das Achterſchiff Seitengallerien hat, ſo ſchließen ſich, als die hinterſte Grenze derſelben, an die Windveeringsſtützen noch die ſogenannten Termen oder Gallerieſtützen an, Engliſch Quarter pieces, Tafel XXXVII, Fig. 1 und 4 mit S, S bezeichnet, ſie ſtehen etwas hinter den Windveeringsſtützen zurück, namentlich wenn das Heck rund gebaut iſt. Zwiſchen ihnen und den Windveeringsſtützen liegen die hintern Fenſter der Seitengallerien; oder wenn ein größeres Schiff eine Heckgallerie, d. h. einen hervorſpringenden offenen Balkon vor den Kajütsfenſtern hat, ſo befinden ſich zuweilen auch die auf den Balkon führenden Glasthüren an dieſer Stelle. Tafel XXXVIII, Fig. 3, iſt EF die Backbords-Gallerienſtütze; in der Mitte iſt die hervorragende Heckgallerie oder der Balkon eines Linienſchiffs zu ſehen. Tafel XL, Fig. 1 und 4 ſind die Seitengallerien deutlich zu erkennen, und namentlich das Zurücktreten der Gallerieſtützen hinter den Windveeringsſtützen. Ueber den Kajütsfenſtern hat das Heck noch zwei Abtheilungen, die gewöhnlich mit allerhand Verzierungen und Leiſten geſchmückt ſind. Die obere größere Abtheilung, Tafel XXXVII, Fig. 4, H, heißt der Heckbord (the taffarel); die untere kleinere mit G' bezeichnete heißt die Heckbordgilling (the cove).

Die Seitengallerien ſind, wie Erker an den Häuſern, hervorſtehende Anbaue an den Seiten des Achterſchiffes, welche Nebengemache für die Kajüte enthalten; bei Fregatten und Kauffahrteiſchiffen von einem Stockwerke, bei Linienſchiffen von zwei Stockwerken, wie Tafel XXXVIII, Fig. 3; nur bei den letztern pflegen ſich Heckgallerien, und zwar bei den Zweideckern nur eine, hinter der obern Kajüte, bei Dreideckern zwei zu finden. Bei hinten rundgebauten Schiffen, wie bei der Fregatte Tafel XL, ſind die Seitengallerien ebenfalls rund. Die obere kuppelartige Bedeckung, welche ſich an den Bord der Schanze (des oberen Hinterdecks) anſchließt, heißt die Kappe der Seitengallerie; Tafel XXXVII, Fig. 1, K'. Der ganze untere, in der genannten Figur zwiſchen L'' und Sz liegende Theil der Seitengallerie, welcher ſich ebenfalls an

Digitized by Google

die Schiffsſeite anſchließt, und der Kappe ähnlich iſt, nur in umgekehrter Stellung, heißt der Drücker der Seitengallerie; Drücker bedeutet nämlich in der Schifferſprache daſſelbe, was in der Architektur Konſole oder Kragſtein heißt. Das unterſte Ende des Galleriedrückers, der Theil Sz heißt die Schnecke oder der Schwanz der Seitengallerie. Die Seitengallerie hat eine Anzahl von Leiſten, welche durch ihre Vorſprünge eine architektoniſche Verzierung bilden. In der zuletzt genannten Figur heißt l' die obere Kappenleiſte; l'' die untere Kappenleiſte; L' heißt die obere Stuhlleiſte; unter Stuhl verſteht man die horizontal von der Schiffsſeite hervorragenden Planken, welche die Decke und den Fußboden der Seitengallerie bilden; L'' heißt die Galleriefenſterleiſte; L''' die untere Stuhlleiſte; L'''' die Schwanzleiſte der Gallerie. Hat ein Schiff zwei Seitengallerien übereinander, ſo finden ſich noch zwei Leiſten in der Mitte, wie Tafel XXXVIII, Fig. 3, von denen die oberhalb D befindliche die obere Galleriefenſterleiſte, und die unterhalb D die mittlere Stuhlleiſte heißt. Die bei E befindliche heißt dann die untere Galleriefenſterleiſte.

Bei der hintern oder Heckgallerie beſteht die Bruſtwehr oder das Geländer, wie in der letztgenannten Figur rechts von D, außerhalb der Galleriestützen zu ſehen, aus einer oben und einer unten hervorragenden Latte, zwiſchen denen die Stäbe des Geländers ſenkrecht feſtſtehen. Eine jede ſolche Latte, auch bei den Bruſtwehren die ſich auf dem Borde des Schiffs befinden, heißt eine Regeling oder Reiling, und zwar die obere und die untere; zwiſchen ihnen ſtehen die Reilingsſtützen oder auch Stieper; die Leiſten heißen die obere und die untere Reilingsleiſte der Heckgallerie.

Die Fenſterpfoſten oder Fenſterſtützen der Kajüte am Heck werden von den Heckſtützen gebildet; die Fenſterſtützen an den Seitengallerien heißen im Engliſchen the munnions oder mullions.

Die Spanten oder Inhölzer ſind ihrer Geſtalt und Zuſammenſetzung 20
nach ſchon oben (S. 2334 Nr. 6) hinlänglich erklärt. Von den Bauchſtücken oder Liegern iſt hier noch zu erwähnen, daß die mittleren unmittelbar auf dem Kiel, oder auf dem Ober- oder Gegenkiel; die vorderen und hinteren auf den Kielklötzen und auf dem Knie des Achterſtevens oder dem Reitknie ſtehen. Jeder Lieger wird auf dem Stück, auf welches er tritt, mit zwei ſtarken Bolzen befeſtigt.

Die Sitzer heißen auch Kimmſitters (vergl. S. 2335); unter Kimm 21
des Schiffes verſteht man den Theil des Schiffes, wo die Flurſente liegt, alſo am Top ſämmtlicher Bauchſtücke. Die Sitzer des Flachs, deren Bucht nach Außen geht, wie in der Mitte des Schiffs, heißen auch Stecher; die verkehrten Sitzer haben ihre Bucht nach innen, um mit den Piekſtücken verbunden werden zu können.

Unter den Auflangern (vergl. S. 2335) ſind noch beſonders die Klü- 22
ſen oder Bug-Auflanger oder Ohrſtützen zu erwähnen. Sie ſtehen im Vorſchiffe, welches die mehrſte Gewalt zu ertragen hat, ſo nahe an einander, daß ſie ſich berühren, und haben ihren Namen davon, daß die Klüſen

Digitized by Google

(die runden Löcher, durch welche die Ankertaue zum Schiffe hinausgehen) durch ſie hindurch geſchlagen werden.

Zuweilen ſind die zu einem Spante beſtimmten Holzſtücke weder lang noch krumm genug, um unmittelbar durch Laſchungen mit einander verbunden werden zu können. In ſolchem Falle vervollſtändigt man die Laſchungen durch kleinere mit Haakenſcherben verſehene Stücke Holz, welche Kalven heißen. Wenn die Laſchungen der nebeneinander liegenden Theile des Spants gehörig gegen einander verſchießen, ſo iſt die Verbindung der Kalven völlig hinreichend. Tafel XXXIX, Fig. 3, I, L, M.

23 Die Katſporen oder Katſpuren ſind eine Art Binnenſpanten, welche zur Verſtärkung der Schiffsſeiten von innen auf den Wegerungen angeordnet werden. Die von Innen auf den eigentlichen Spanten befeſtigten Planken heißen Weger, und bilden die innere Haut des Schiffes. Auf der Innenſeite derſelben befeſtigt man die Katſporen, welche, wie die eigentlichen Spanten, ihre Lieger, Sitzer und Auflanger, und zwar in ähnlicher Weiſe (vergl. S. 2335) mit einander verbunden haben. Sie müſſen ſo angeordnet werden, daß ſie ſenkrecht unter der Mitte des Raums zwiſchen zwei Pforten der unterſten Lage gerade auf ein eigentliches Spant treffen, und daß ihre Laſchingen niemals gegen die Laſchingen der Spanten fallen. Die Balken des unteren Decks und deren Kniee veranlaſſen es bisweilen, daß die oberen Auflanger der Katſporen von ihnen getrennt werden müſſen. Wo die Katſporen mit dem Kolſchwinn und den Wegerungen zuſammentreffen, werden ſie eingeſchnitten; außerdem werden ſie durch ſtarke eiſerne Nägel und durch Bolzen befeſtigt, welche von Außen herein durch die Hauptplanken, eigentlichen Spanten, Wegerungen und Katſporen gehen, und inwendig auf Platten verklunken ſind. Den Kauffahrteiſchiffen giebt man höchſt ſelten Katſporen, weil ihre ſchwere Ladung in den untern Raum kommt; höchſtens erhalten ſie eiſerne Katſporen-Lieger und Sitzer. Dagegen die Kriegsſchiffe, deren Spanten durch die ſo hoch liegenden Geſchütze ſo ſehr angeſtrengt werden, können dieſe Verſtärkung durch die Katſporen nicht entbehren.

24 Das Kolſchwinn, Kolſem oder Saatholz (vergl. S. 2339 Nr. 12) beſteht aus drei bis vier ſchweren Stücken Holz, welche gleich den Theilen des Kiels durch Laſchungen verbunden ſind. Es dient dazu, die Lieger und Piekſtücke gegen den Kiel zu befeſtigen, und liegt deshalb parallel mit dem Kiel in der Mitte über denſelben, und reicht vom vorderen bis zum hinteren Binnenſteven. Ueber jedem Lieger iſt das Kolſchwinn anderthalb bis zwei Zoll eingeſchnitten. Es hat die gleiche Breite wie der Kiel, iſt aber, ohne den Einſchnitt zu rechnen, nur halb ſo hoch wie derſelbe; Tafel XXXVII, Fig. 6, X, X.

Wenn Lieger und Sitzer auf dem Kiel liegen, wird ein Spant um das andere, eines durch den Lieger, das andere durch den Sitzer mit dem Kiel verbolzt. Darauf wird das Kolſchwinn aufgelegt, und bei den Spanten, deren Lieger vorher mit dem Kiel verbolzt worden, werden jetzt die Bolzen durch Kolſchwinn und Sitzer in den Kiel getrieben; bei den Spanten aber, deren Sitzer mit dem Kiel verbolzt worden, kommen jetzt die Bolzen durch Kolſchwinn und

Digitized by Google

Lieger in den Kiel. An der Stelle, wo der Fuß des großen Mastes zu stehen kommt, wird das Kolschwinn einige Zoll breiter, als an allen übrigen gemacht.

Die Spuren der Masten sind Zusammenfügungen von starken Stücken 25
Holz, die man da anbringt, wo der Fuß eines Mastes auftreten soll. Die Stelle der Spur des großen Masts ist Tafel XXXVII und Tafel XXXVIII, Fig. 1 durch GM und Spr bezeichnet. Sie besteht der Hauptsache nach aus zwei Wangen, welche auf die Lieger der beiden dort nahe zusammenliegenden Katsporen eingeschnitten sind, und parallel mit dem Kiel liegen; sie werden von außen durch zwei in der Mitte zwischen den Katsporen befestigte Klampen vom Ausbeugen abgehalten; und von innen durch zwei andre dicht neben den Katsporen und quer über dem Kolschwinn liegende Klampen auseinandergehalten; so daß die beiden Wangen und diese beiden innern Klampen zusammen ein Viereck bilden, in welches die Pinne oder der unterste Fußtheil des Mastes hineingestellt wird. Zur völligen Befestigung, wie zur etwa nöthig befundenen Verrückung desselben dienen einige keilförmig zugehauene Brettchen, welche zwischen die Wangen und Klampen und den Mastfuß hineingetrieben werden.

Die Spur für den Fockmast ist in den beiden genannten Figuren ebenfalls mit FM und Spr bezeichnet, leicht zu erkennen, und unterscheidet sich von der vorigen dadurch, daß sie wegen der Enge des Schiffes in dieser Gegend nur von der einen Seite einen Katspornlieger, von der andern aber, d. h. nach vorne zu nur einen einfachen Klotz hat, welcher auf das Kolschwinn gebolzt ist.

Die Spur des Besahnmasts, in den genannten Figuren ist ebenfalls mit BM und Spr bezeichnet, liegt aber nicht auf dem Kolschwinn, sondern auf dem untern Deck, und wird durch Einlassung in die Deckbalken befestigt. Sie besteht auch bei größern Schiffen gewöhnlich nur aus einem dicken Stück Holz, in welches ein Zapfenloch für die Pinne des Mastfußes eingehauen wird. Bei kleineren Schiffen bestehen auch die Spuren der beiden andern Masten aus solchen einfachen auf dem Kolschwinn befestigten Klötzen.

Das Kissen des Bugspriets befindet sich ebenfalls auf dem untern 26
Decke. Auf demjenigen Deckbalken, über welchem der Fuß des Bugspriets zu liegen kommt, und auf dem nächstvorderen kommen parallel mit dem Kiel zwei kurze Balken zu liegen, und werden auf denselben eingeschnitten oder verkammt. Auf beiden kommt über dem hintern Deckbalken das eigentliche starke viereckige hölzerne Kissen zu liegen, auf dem das Bugspriet mit seinem Fuße ruht. Auf den beiden (Backbords- und Steuerbords-) Seiten des Kissens werden zwei Klampen perpendikulär errichtet, und umfassen den Fuß, so daß sie über demselben zusammengefügt sind. Zuweilen stehen sie etwas schräg mit dem oberen Ende nach hinten geneigt, um mit dem Balken des drüberliegenden Decks verbunden zu werden; Tafel XXXVIII, Fig. 1, liegt der Fuß des Bugspriets BgS zwischen solchen schrägen Klampen. Die zweite Stütze erhält es durch die Klüshölzer-Toppe Kh (Knightheads oder Bollard timbers), welche zu beiden Seiten des Vorstevens hervorragende Enden der Klüshölzer sind, d. h. derjenigen Bugstücke oder vordersten Spanten, durch welche die Klüsgatten KG geschlagen sind.

Digitized by Google

27 Die Spuren der Gang-Spille werden zwiſchen zwei Balken desjenigen Decks angebracht, auf welchem ſie ſtehen; wenn ſie nämlich klein ſind, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1; das hinter der Achterlucke AL befindliche größere, und das hinter der Vorlucke VL befindliche kleinere Gangſpill, beide mit GSp bezeichnet. Die Spuren ſelbſt ſind einfache.

Iſt ein Gangſpill groß, oder gar, wie auf Kriegsſchiffen das größere, ein doppeltes, mit zwei übereinander auf zwei verſchiedenen Decken befindlichen Trommeln: ſo reicht die Welle unter das untere Deck, und dreht ſich dort mit ihrer eiſernen Pinne in einer eiſernen in der Spur befindlichen Pfanne. Die Spur ſelbſt iſt dann bedeutend ſtärker, und in die Balken des untern Decks eingelaſſen, und wird zuweilen noch durch eine auf dem Kolſchwinn ſtehende und bis zum untern Deck reichende Stütze gehalten. (Von den Betungen überhaupt und den Betungen des Bratſpills, ſo wie von den Fiſchungen der Maſten und Spillen folgen die Erklärungen tiefer unten.)

28 Die Bugbänder, oder Krop-Wrangen, oder Bruſtbänder ſind ſtarke Stücke Krummholz, welche auf verſchiedenen Höhen des Vorſchiffes beinahe horizontal liegend ſo angebracht ſind, daß ſie den Vorſteven und die Klüshölzer beinahe ſenkrecht durchſchneiden, gegen dieſelben genau anſchließen und mit ihnen durch Bolzen verbunden ſind, welche durch die Außenplanken, Klüshölzer und Bugbänder reichen, und von Innen auf den letzteren verklunken ſind. Je nach der Größe und Höhe des Schiffes liegen dergleichen Bugbänder bis vier oder fünf vom Kolſchwinn bis zum unteren Deck, deſſen Planken mit ihren Vorderenden auf dem oberſten dieſer Bänder ruhen; Taf. XXXVII, Fig. 6 iſt R eines der unteren Bugbanden, S ein Bugband zwiſchen Deck; Tafel XXXVIII, Fig. 1, ſind vom Kolſchwinn aufwärts drei Bugbänder mit BgB bezeichnet; das Deckbugband unter den Planken des unteren Decks mit DB; ein Bruſtband zwiſchen Decks mit BgB, und das Deckbugband unter den Planken des oberen Decks mit DB; endlich das oberſte, nahe unter dem Bugſpriet wieder mit BgB.

Die unterſten ſind wegen der dortigen Schärfe des Schiffs ſpitzwinklig wie die Piekſtücke geſtaltet; je weiter ſie ſich über dem Kiel befinden, deſto offener wird ihre Biegung, nach der ſich oben hin erweiternden Geſtalt des Vorſchiffes. Der Hals der Bugbänder, welcher mit dem Vorſteven verbolzt iſt, behält die ganze Stärke des natürlichen Holzes. Die Arme erhalten die Dicke der Deckbalken.

Das Bugband großer Schiffe, welche ihre Klüſen zwiſchen Deck haben, und welches nur um einige Zoll unter denſelben liegt, heißt dann das Klüsbugband. Dasjenige, welches unter dem Bugſpriet liegt, heißt das Bugſprietband. Von den unter den Deckplanken liegenden heißt das eine das untere, das andere das obere Deckbugband.

Auf Kriegsſchiffen ordnet man ſie auch ſo an, daß ſie die Untertrempel derjenigen Kanonenpforten bilden, unter denen ſie zu liegen kommen, um ſo die Verbindung des Vorſchiffes zu verſtärken.

Je weiter die Bruſtbänder mit ihren Armen in das Schiff hineinreichen

Digitized by Google

oder ſich ſeitwärts vom Vorſteven an die Spanten anſchließen, deſto mehr tragen ſie zur Verſtärkung bei, welche bei der mannigfaltigen Gewalt der Wellen und Anker, die das Vorſchiff auszuhalten hat, höchſt nothwendig iſt.

Die Hautplanken oder Außenplanken bekleiden die ganze Außenſeite der Spanten, um das Eindringen des Waſſers zu verhindern. Sie werden auf die Spanten genagelt, endigen ſich vorne in der Sponning (Spündung) des Vorſtevens, hinten in der Sponning des Achterſtevens und des Heckbalkens, und unten in der Sponning des Kiels. Sie paſſen nur genau aneinander, ohne gefedert oder gefaſet zu ſein. Die Fugen zwiſchen ihnen, oder die Nathen, werden mit Werg ausgefüllt oder kalfatert. Außer der Befeſtigung durch Nägel auf den Spanten werden ſie noch auf den Katſporen verbolzt. Man giebt darauf Achtung, daß die Quernathen, d. h. die Fugen, wo die Enden zweier Planken zuſammenſtoßen, immer auf Spanten treffen; und daß die Quernathen zweier nächſten Gänge gehörig gegen einander verſchießen (vergl. S. 2340 Nr. 17), wie Tafel XXXIX, Fig. 1 zu ſehen, wo immer drei Gänge zwiſchen zwei perpendikulär übereinander ſtehenden Quernathen liegen. Auch vermeidet man ſorgfältig, daß keine derſelben unmittelbar unter oder über eine Geſchützpforte zu liegen kommt. 29

Unter Gang verſteht man eine Reihe mit ihren Enden aneinander gefügter Planken vom Vorſteven bis zum Achterſteven. Man rechnet danach auch die Seitenneigungen eines Schiffes; z. B. ſagt man: ein Schiff ſei acht Gänge gekielholt (zur Ausbeſſerung auf die Seite gelegt), wenn acht Gänge, die vorher unter Waſſer waren, jetzt über demſelben ſichtbar ſind.

Unter dem (in der folgenden Nummer erklärten) Bergholz oder Barkholz, d. h. unmittelbar unter der größten Breite des Schiffs, haben die Außenplanken beinahe dieſelbe Dicke, wie dieſe; die tieferen auf einander folgenden Gänge bis auf vier Fuß unter der Ladewaſſerlinie nehmen an Dicke gleichförmig ab. Der unterſte Gang, deſſen untere Kante in der Sponning des Kiels ſteckt, und Sandſtrook heißt, iſt nur halb ſo dick, wie der nächſte unter dem Barkholz. Die übrigen Gänge zwiſchen dem Sandſtrook und dem vier Fuß unter der Ladewaſſerlinie befindlichen Gange haben gleiche Dicke. Dieſe Verhältniſſe ſind an den Plankendurchſchnitten außerhalb des Mittelſpants, Tafel XXXVIII, Fig. 6, A, A, A, und Tafel XXXIX, Fig. 3, erkenntlich. Im Allgemeinen werden die Planken ſo lang und breit genommen, als ſie das Holz giebt.

Die Verdecksplanken, und die Planken auf Back und Schanze werden etwa ein Viertel ſo dick genommen, als die Balken, auf denen ſie liegen; im Fall ſie nicht wegen des Kalfaterns dicker genommen werden müſſen. Denn dazu müſſen die Planken wenigſtens zwei Zoll dick ſein, weil ſonſt das Werg dazwiſchen nicht feſthält. Die mit Werg ausgefüllten Näthe werden mit heißem Pech überzogen, und das neben den Näthen ſitzende mit Schrapen abgeſchabt. Bei ganz kleinen Fahrzeugen, deren Planken zu dünne ſind, legt man dieſe an den Kanten übereinander, und kalfatert ſie von unten auf.

Bei manchen Nationen, deren Häfen ſeicht ſind, in denen alſo die Schiffe

Digitized by Google

oft auf dem Trocknen ſitzen, macht man den Sandſtrook und die Bodenplanken ſtärker, als die Planken von der Kimm bis zum Bergholz.

Die über dem Bergholz liegenden Plankengänge nehmen nach oben hin an Dicke ab; die über dem Reeholz oder Raaholz, d. h. der auf Tafel XXXVII, Fig. 1, mit Sd bezeichneten, von vorne bis hinten um das Schiff gehenden ſtarken Leiſte, liegenden Planken ſind nur zwei Zoll dick. Die Planken der Verzeunung an Back und Schanze, in der angegebenen Figur Bk und Sd, ſind, um oben Alles ſo leicht als möglich zu machen, von Föhren- oder Fichtenholz; die übrigen Planken dagegen von Eichenholz. Die Planken am Bug ſind eben ſo ſtark, wie die Berghölzer; theils um das Vorſchiff möglichſt zu verſtärken; theils um das Aufſetzen der Anker zu erleichtern, welche an den Vorſprüngen leicht aufgehalten werden. Da wo die Rüſten, die horizontal von der Schiffsſeite abſtehenden Planken, an denen die Wanten und Pardunen (Seitentaue der Maſten und Stengen) befeſtigt werden, angebracht ſind, in der angegebenen Figur BR, GR, FR, haben die Außenplanken ebenfalls die Dicke der Berghölzer.

Weil die Bugplanken ſtarke Krümmung haben, ſo ſchneidet man ſie zuweilen nach einem Mall aus ſtärkerem Krummholz. Zuweilen bringt man die Planken über ſtarkes Feuer, und indem man ſie fortdauernd mit Waſſer beſprengt, giebt man ihnen durch die an den Enden angebrachten Beſchwerungen allmälig die erforderliche Krümmung; dies nennt man die Planken brennen.

Auf ſorgfältig eingerichteten Werften hat man aber zu dieſem Beugen der Planken eigene Einrichtungen, die ſogenannten Stooven oder Kochflotten. Eine Stoove iſt ein aus handdicken Planken zuſammengeſetzter und mit ſtarken eiſernen Klammern verbundener Kaſten, von der Breite und Länge der zu beugenden Planken, welcher mit einem Deckel zugemacht werden kann. Er ſteht auf mehreren anderthalb Fuß hohen, nach ſeiner Breite gerichteten Mauern, welche immer einige Fuß von einander entfernt ſind. Zwiſchen dieſen Mauern iſt die untere Fläche und ein Theil der Seite des Kaſtens mit Kupfer beſchlagen; die Mauern ſelbſt ſtehen auf einem Floß oder Flott, um in einem Hafen von einem Ort zum andern gebracht werden zu können. In den Kaſten werden die Planken hineingelegt, und ganz mit Waſſer bedeckt. Zwiſchen den Mauern wird ein Feuer angemacht, und die Planken werden ſo lange gekocht, bis ſie völlig biegſam geworden ſind.

Zuweilen iſt der Kaſten dicht verſchloſſen, und durch eine Röhre wird der Dampf eines in der Nähe ſiedenden Waſſerkeſſels hineingelaſſen, wodurch die Erweichung der zu biegenden Planken bewirkt wird. Uebrigens iſt das Kochen nicht ſo vortheilhaft wie das Brennen, weil die gekochten Planken mürber werden und Spalten bekommen. Das Dampfen kann nur bei dünnen Planken angewendet werden.

Die Barkhölzer oder Berghölzer ſind breitere, und noch einmal ſo dicke Planken wie die übrigen; ſie bilden einige hervorſpringende Gänge auf verſchiedenen Höhen rund um das Schiff, und dienen eben ſo ſehr zur Verſtärkung der Verbindung, als durch ihren Vorſprung zur Zierde. Sie werden

Digitized by Google

nicht blos an einander geſtoßen, wie die gewöhnlichen Planken, ſondern durch Haaken-Scherben, oder Haaken-Laſchingen mit einander verbunden. Auf den Spanten werden ſie mit Nägeln befeſtigt; wo ſie auf Katſporen oder auf Balkenkniee treffen, werden ſie mit denſelben verbolzt und verklunken. Gewöhnlich liegen unter jeder Geſchützlage zwei Barkhölzer, von denen ſo wenig als möglich durch Pfoſten unterbrochen werden dürfen.

Tafel XXXVIII, Fig. 6 ſind die Berghölzer an beiden Seiten des Hauptſpants im Durchſchnitt mit B bezeichnet. P iſt der Schandeckel, oder ſeiner Lage wegen auch der Flachbord genannt. O iſt das Raaholz oder die Raaleiſte (im Engliſchen Sheer-Rail); B iſt das oberſte oder kleine Bergholz (Waist Rail); in der Höhe der Rüſten liegen zwei Berghölzer B, B; in der Gegend der größten Breite liegen wieder zwei Berghölzer B, B, welche wie die beiden erſten eine andre Planke zwiſchen ſich haben, die auch mit B bezeichnet iſt. Man zählt ſie gewöhnlich von unten herauf, und nennt das unter dem unterſten Deckrande befindliche das erſte; das darüberliegende das zweite u. ſ. f. Das oberſte unter der Raaleiſte befindliche heißt dann das fünfte Bergholz. Einige nennen dieſes fünfte Bergholz auch ſchon Raaholz, und die darüber liegende Leiſte nur Raaleiſte. Die zwiſchen den Berghölzern in der Rüſtengegend liegenden Planken heißen die Füllungsplanken. In der Engliſchen Bauart haben die Berghölzer keine Füllungsplanken zwiſchen ſich, ſondern ſchließen ſich dicht an einander an.

Die drei unteren Berghölzer in der größten Breite heißen zuſammen im Engliſchen Main-Wale, das große Bergholz, und die beiden in der Rüſtenhöhe zuſammenliegenden Channel-Wale, das Rüſten-Bergholz; das oberſte unter der Raaleiſte allein liegende heißt dann, wie ſchon angegeben, Waist-Rail. Die Engliſche Bauart, keine Füllungsplanken zwiſchen die Berghölzer zu nehmen, iſt für die Stärke der Verbindung viel vortheilhafter, und Schiffe mit ſolchen zuſammenhängenden Berghölzern brechen den Rücken weit ſeltener, als die mit Füllungsplanken gebauten. Für Kriegsſchiffe hat man bei dem Engliſchen Schiffbau eine doppelte Raaleiſte; und das oberſte Bergholz oder Waist-Rail geht als eine, je nach der Größe der Schiffe mehr oder weniger breite Leiſte ungefähr durch die Mitte der oberſten Pforten; ſo iſt ſie auch mit RI bezeichnet auf Tafel XXXVII, Fig. 1 bei dem Kauffahrteiſchiffe zu ſehen. Tafel XXXVIII, Fig. 3 iſt LQZ das große oder untere Bergholz, DRX das zweite Bergholz, SWS das oberſte Bergholz, durch die Mitte der oberen Pforten gehend. Wegen des Springs, d. h. der an den Enden des Schiffs vorkommenden Erhebung der Berghölzer ſchneiden die Geſchützpforten der unterſten Lage etwas in das große oder untere Bergholz ein, wie in der genannten Figur zu ſehen iſt.

Die Wäger, Weger oder Weiger ſind die Binnenplanken, d. h. ſie 31
bedecken die Spanten von innen. Damit ſie zugleich die Stärke der Verbindung vermehren, ſo ſorgt man nicht blos dafür, daß die Quernathen zweier aufeinander folgender Gänge, wie bei den Hautplanken um fünf bis ſechs Fuß von einander entfernt ſind; ſondern daß auch die Quernathen der ähnlich

Digitized by Google

liegenden Außenplanken von denen der entſprechenden Weger um eben ſo viel entfernt bleiben. Wenn dieſe letztere Sorgfalt auch nicht bei allen Wegern erforderlich iſt, ſo muß ſie doch bei den Setz- und Balkwegern beobachtet werden, welche der Länge nach mit den Berghölzern übereinſtimmen.

Die Wegerung, d. h. Belegung mit Wegern, geſchieht bei verſchiedenen Nationen auf verſchiedene Weiſe. Bei einigen wird halb voll, halb offen bewegert, d. h. man läßt zwiſchen zwei aufeinander folgenden Gängen einen der Wegerbreite gleichen Zwiſchenraum offen, damit die Luft an die Spanten kommen, und ſie austrocknen kann. Bei andern werden nicht blos dieſe Zwiſchenräume mit Wegern ausgefüllt, ſondern dieſelben werden auch wie die Außenplanken gekalfatert. Zuweilen bleiben auch einige Weger loſe, ſo daß man ſie leicht herausnehmen kann, um die Spanten zu ſehen; ſolche leicht beweglichen Weger heißen Füllungen. Namentlich geſchieht dieß mit den Wegern über den Loggatten, oder Rüſtergatten und den Waſſergängen in den Liegern (welche tiefer unten erklärt ſind), durch welche das eingedrungene Waſſer zu den Pumpen läuft, und die daher oft gereinigt werden müſſen; die Reinigung zu erleichtern ſind die Füllungen darüber leicht herauszunehmen.

Zuweilen werden die Weger auf den Spanten eingeſchnitten; ſie heißen dann eingelaſſene Weger oder Bandweger; zuweilen werden ſie nur platt aufgenagelt; dann werden Keile oder Stöße zwiſchen die Spanten geſchlagen. Bei ſchweren Schiffen findet man zuweilen alle die Weger, welche auf die Laſchungen der Spanten treffen, ſtärker als die andern, und eingeſchnitten.

Einige Schiffbauer legen die Weger parallel mit dem Kiel, wie die Außenplanken; andere aber legen ſie ſchräge, ſo daß ſie gegen die Steven zu ſteigen; dieſe Lage vermindert die Kielgebrechlichkeit. Wenn die Bewegerung parallel mit dem Kiele läuft, ſo nennt man die dem Kiel zunächſtliegenden die Flurweger, Bauchdennungen oder Bauchdielen, auch Weger im Flach. Die dem Kolſchwinn zunächſt liegenden, Taf. XXXIX, Fig. 3, F (the limber-strake) ſind ſtärker als die folgenden, und haben von demſelben einen Abſtand von zehn bis eilf Zoll; ſo daß auf jeder Seite des Kolſchwinns eine Art von Kanal oder Waſſergang für das eingedrungene Waſſer offen bleibt, durch den es zu den Pumpen laufen kann; dieſer Waſſergang heißt auch Rüſtergatten, oder die oberen Rüſtergatten (the limber passage), in der genannten Figur zu beiden Seiten des Kolſchwinndurchſchnitts ſchwarz bezeichnet. Der Gang wird mit den Füllungen der Rüſtergatten E bedeckt; ſie beſtehen aus dünnen und kurzen Eichenplanken, deren eine Kante in eine Sponning der Flurweger paßt, und deren andere Kante ſchräge zugeſchnitten gegen das Kolſchwinn anliegt, ſo daß ſie leicht zur Reinigung der Rüſtergatten aufgehoben werden können; es befindet ſich an ihren Enden gewöhnlich eine Schraube zum Anfaſſen. Um die Verwechſelung zu verhüten, befinden ſich gleiche Nummern auf den Füllungen und den Flurwegern. Da wo Schotten ſtehen, d. h. ſenkrechte Abtheilungswände des Raumes, müſſen natürlich die Köpfe der Füllungen endigen, um nicht unter die Schotten zu kommen.

Digitized by Google

Es haben auch die Bauchſtücke oder Lieger der Spanten an ihrer unteren Seite viereckige Löcher, durch welche das Waſſer unmittelbar über den unteren Hautplanken oder dem Sandſtrook den freien Zugang zu dem eben genannten Waſſergange hat; dieſe Löcher heißen auch die Rüſtergatten, oder die unteren Rüſtergatten; ſie ſtehen etwa neun Zoll von jeder Seite des Kiels ab. Auf manchen, namentlich Engliſchen Kriegsſchiffen, gehen eiſerne Ketten von vorne bis hinten durch alle dieſe Rüſtergatten der Lieger, und werden, um die Verſtopfung zu verhüten, zuweilen hin und her gezogen. Auf Kauffahrteiſchiffen, deren Ladung durch eine Anſammlung des Waſſers an irgend einer Stelle leicht verdorben werden kann, ſind dieſe unteren Rüſtergatten ebenfalls nöthig.

Die den Flurwegern zunächſt liegenden heißen Strauchweger; die nächſtfolgenden Kimmweger; ſie beginnen in der genannten Figur bei H; die hierauf folgenden heißen die Garnierungen im Raume.

Die Dicke der eingeſchnittenen oder Bandweger beträgt ein Viertel der Kieldicke; die übrigen ſind etwas ſchwächer. Im Allgemeinen läßt man den Wegern ihre volle Breite und Länge.

Die Verdecke oder Decke ſind die übereinander liegenden Boden, welche 32
die verſchiedenen Geſchoſſe des Schiffs bilden. Sie dienen eben ſo ſehr zur Verbindung der Seiten des Schiffes, als auch das ſchwere Geſchütz zu tragen, und in den Zwiſchenräumen die Wohnungen der Mannſchaft darzubieten. Auf Kauffahrteiſchiffen dienen ſie auch dazu, ſolche Waaren hinein zu ſtauen, welche keine Näſſe vertragen. Die Zahl der Decke hängt von der Größe und Tiefe der Schiffe ab.

Auf Linienſchiffen vom erſten Range finden ſich drei ganze mit Kanonen beſetzte Decke, und davon haben ſie den Namen Dreidecker; außerdem haben ſie aber noch mit Kanonen beſetzte Halbdecke; ferner unter dem unterſten Kanonendeck noch ein leichtes Deck, welches durch verſchiedene Bretterverſchläge oder Schotten in mehrere Abtheilungen getheilt iſt, in denen der Mundvorrath aufbewahrt wird, um nicht der Näſſe im Raume ausgeſetzt zu ſein; auch andre vor der Näſſe zu hütende Schiffsbedürfniſſe werden darauf geſtaut; ein Theil dient auch der Mannſchaft zur Wohnung; während der Schlacht befindet ſich der Schlachtverband daſelbſt, d. h. die Verwundeten werden dort verbunden.

Das unterſte Kanonendeck heißt das erſte, iſt das breiteſte und ſtärkſte von allen und mit den ſchwerſten Geſchützen beſetzt; ſpricht man nur von den Kanonen, ſo heißt auch dieſes Deck die erſte Batterie; und ihre ganze Reihe nur auf einer Seite die halbe Batterie.

Das mittlere Kanonendeck heißt das zweite, weniger breit und ſtark als das vorige, und mit leichteren Geſchützen beſetzt, welche zuſammen die zweite Batterie ausmachen.

Das oberſte ganze Kanonendeck heißt das dritte, noch ſchmäler und ſchwächer als das vorige und mit noch leichteren Geſchützen beſetzt, welche die dritte Batterie ausmachen. Dieſes oberſte Kanonendeck bleibt einem Theile

Digitized by Google

nach, von dem großen Maſt bis zur Fockerüſt unbedeckt; dieſer unbedeckte Theil heißt die Kuhl; nur an beiden Seiten geht ein ſchmaler Gang, die Laufplanken, von der Schanze zur Back, welcher auf kleinen Knien ruht.

Ueber dem dritten, oder bei Zweideckern über dem zweiten Deck befinden ſich zwei halbe Decke.

Das eine heißt die Schanze (the quarter-deck); es reicht von dem Heck bis zum großen Maſt; es wird auch das Halbdeck genannt, und hieß früher das Achterkaſtell. Es iſt ebenfalls, aber mit den leichteſten Kanonen beſetzt, und dient den wachthabenden ſo wie auch den übrigen Offizieren und Kadetten zum Aufenthalt. Am hinteren Ende der Schanze befindet ſich die obere Kajüte, deren mittleres Fenſter als eine Glasthüre auf die hintere oder Heckgallerie führt. Dieſe Kajüte heißt auch die Hütte (the round house); ihre Decke reicht bis zum Beſahnmaſt, ragt um vier bis fünf Fuß über die vorderen Schotten hervor und ruht auf Säulen; in dieſer Vorhalle ſteht das Steuerrad. Die Decke ſelbſt, das höchſte (Viertel-) Deck des ganzen Schiffes, heißt die Kampanje, und wird zu aſtronomiſchen Beobachtungen gebraucht. Von der Kampanje führt an jeder Seite eine kleine Treppe auf das Halbdeck und einige Stufen von dieſem auf die Laufplanken; von dieſen kann man auf Treppen, von denen ſich in jeder der vier Ecken der Kuhl eine befindet, auf das obere Kanonendeck gelangen. Die Schanze hat an ihrem Vorderrande ein verziertes Geländer, oder eine Bruſtwehr; auch der Vorderrand der Kampanje iſt durch ein kleines Geländer bezeichnet. Dieſe Geländer heißen Bogen.

Das andere Halbdeck von den Krahnbalken bis zur Kuhl, d. h. bis zum Hinterrande der Fockerüſt, heißt die Back oder das Vorkaſtell (the forecastle); ſie iſt gleichfalls mit leichteren Kanonen beſetzt, und nach vorne zu mit einem eigenen Geländer umgeben. Unter der Back, am vorderſten Ende des obern Kanonendecks, befindet ſich eine Thür, durch welche man in das Galjon, d. h. in den vorderen gallerieartig, aber ſpitz zulaufenden Raum treten kann, welcher ſich von dem Vorſteven aus zur Unterſtützung des Bugſpriets und zur leichteren Durchſchneidung des Waſſers nach vorne hin erſtreckt; Tafel XXXVII, Fig. 1 mit GS, GIn und GSg bezeichnet; Tafel XXXVIII, Fig. 3 mit Z, Z und X, X (vergl. tiefer unten Galjon). Zu beiden Seiten dieſer Thür befinden ſich unter der Back einige Kammern, welche das Hospital der kranken oder verwundeten Matroſen oder Seeſoldaten ausmachen. In früheren Zeiten baute man die Backen ziemlich hoch; jetzt aber, um die Kielgebrechlichkeit und den Windfang zu vermindern, baut man ſie ſo niedrig als möglich, ſo daß man ohne Stufen von der Back auf die Laufplanken treten kann.

Kauffahrteiſchiffe haben größtentheils nur ein unteres Deck, das ſogenannte Zwiſchendeck, und ein oberes, das ſogenannte Verdeck. Um den Raum zwiſchen Deck zu ſparen, kommt oft die Kajüte als Hütte aufs Achterdeck, und ihre Decke heißt dann auch die Kampanje, genauer das Hüttendeck. Gegenüber der Hütte iſt vorne auch eine Back, die der Mannſchaft zur Wohnung, oder nach gewöhnlichem Ausdrucke zum Volkslogis dient. Dieſe letztere Einrichtung iſt bei dem Kauffahrteiſchiffe, Tafel XXXVIII, Fig. 1, H u. Bk zu erkennen;

Digitized by Google

die Hütte reicht von dem obersten Querbalken des Hecks T, welcher zuweilen die Schwieping genannt wird, bis vor den Besahnmast; ihr Deck bis zG, wo an der Seite der sogenannte zerbrochene Gang mit einer gewundenen Leiste aufhört. Alle Decke haben eine doppelte Bugt: sie sind in der Mitte höher als an den beiden Seiten, damit das hinaufgekommene Wasser dahin ab, und durch die Speigatten, die dazu am Bord gemachten, und mit Blei oder Kupfer ausgefütterten Löcher ablaufen kann; zweitens heben sich die Decke von der Mitte nach den beiden Enden zu, oder haben einen Spring; theils um das an den Seiten abrinnende Wasser nach der Mitte derselben zu bringen, theils um die Zwischendecksräume hinten und vorne höher zu erhalten. Die genannte Aufbugt und den Spring macht man in neuerer Zeit geringer als früher. Tafel XXXVIII, Fig. 1 ist die Aufbugt des Hüttendecks dadurch bezeichnet, daß die Mitte eine doppelte punktirte Linie und die Buchstaben ML, Mittellinie erhalten hat; die Seitenlinie SL liegt darunter, und ruht auf den viereckigen Durchschnitten der leichten Deckbalken; H gilt als Bezeichnung des ganzen Hüttendecks. Der Kopf des Ruders reicht bei diesem Kauffahrteischiff ganz durch bis über das Hüttendeck, wo eine hölzerne Kappe, das sogenannte Ruderhaus denselben bedeckt; die Ruderpinne Rp erstreckt sich bis nahe zum Besahnmast, und vor demselben befindet sich das Steuerrad Sr, mit dessen Welle die Pinne oder der Helm regiert wird. Tafel XXXVII, Fig. 1, ist das Hüttendeck mit He, und seine Mitte und Seite durch m und s bezeichnet.

Die Back dieses Kauffahrteischiffs reicht, Tafel XXXVIII, Fig. 1, von Rg bis Kh, d. h. von einigen Fuß hinter dem Fockmast bis zu den Klüshölzern am Bugspriet; ihr Deck Bk hat auch die Bezeichnung von m und s für Mitte und Seite, welche letztere auf den Durchschnitten der leichten Deckbalken Db ruht. Dicht vor der Back befindet sich auf dem oberen Deck das Bratspill BSp.

Die genannte Figur zeigt also die sämmtlichen Decke dieses Kauffahrteischiffes: das untere Deck, gewöhnlich das Zwischendeck genannt (obgleich dies eigentlich der Raum zwischen dem oberen und unteren Deck ist), mit UDk, m und s bezeichnet, vom Deckworp oder der Deckwrange DW bis zum unteren Deckbugband DB reichend; das obere Deck, gewöhnlich das Verdeck, von der kleinen oder obern Gilling gG am Heck bis zum oberen Deckbugband DB, ebenfalls mit doppelter Mittellinie und einfacher Seitenlinie; darüber hinten von T bis zG das Hüttendeck, und vorne von Rg bis zu Kh das Deck der Back. Tafel XXXIX, Fig. 3, liegt im mittleren Breitendurchschnitte über DM das untere, und über A das obere Deck. Tafel XXXVIII, Fig. 6, zeigt der mittlere Breitendurchschnitt eines Zweideckers die Kuhbrücke oder den Orlop CC, das untere oder erste Kanonendeck EME, und darüber das obere oder zweite Kanonendeck ENE. Tafel L unter den Nachtsignalen ist ein Theil einer Batterie zu sehen. Die Lucken, von denen die Decke durchbrochen werden, sind tiefer unten erklärt.

Bei Schiffen, welche keine Kuhl haben, wie die Kauffahrer, heißt der Theil des Decks zwischen dem großen Mast und dem Bratspill die Last.

Ueber dem Raaholz oder der Raaleiste ziehen sich noch mehrere Leisten

Digitized by Google

an der Schanze, Hütte und Back hin, welche die zerbrochenen Gänge zieren, d. h. die ſtufenweiſe übereinander liegenden Planken, welche nicht ganz durchgehen. Die Schnörkel, mit welchen dieſe Leiſten am Ende der zerbrochenen Gänge endigen, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1, zG und VG, und Fig. 3, heißen auch die Gillingen oder beſſer, um ſie von denen am Heck zu unterſcheiden, die Seitengillingen (the drifts); die hintere heißt die Schanz-Gilling; die mittlere die große Gilling; und die vordere an der Back die Back-Gilling. Die Leiſten erhalten auch hiernach ihre Namen: die Schanz-Gillingsleiſte; die große Gillingsleiſte und die Back-Gillingsleiſte; im Engliſchen heißen ſie ſämmtlich drift-rails.

Wenn ein Schiff keine Hütte, Schanze oder Back, alſo auch keine Kuhl hat, ſo ſagt man, es habe ein glattes Deck; der Schandeckel, d. h. die platt auf dem Top der oberſten Auflanger liegende ſtarke Planke, läuft dann um das ganze Schiff herum, und bildet den feſten Bord deſſelben. Sind aber Schanze, Hütte und Back da, ſo haben dieſe ebenfalls ihre eigenen Schandeckel; im Engliſchen heißt dann der mittlere Theil, zwiſchen der großen und Back-Gilling gunwale oder gunnel; und die Theile an Schanze oder Hütte und Back planksheers.

Man nennt zuweilen Schanze, Hütte und Back zuſammen die Verzeunung eines Schiffs; man verſteht aber auch überhaupt unter dieſem Namen den ganzen Theil des Schiffsgebäudes der ſich vorne und hinten über dem Raaholz befindet.

Um den äußerſten Rand der oberſten freiliegenden Decke und halben Decke läuft noch eine Bruſtwehr oder ein Geländer herum, welches im Allgemeinen die Reilings, oder auch die Schanzkleidung genannt wird, obgleich dieſe Namen eigentlich nur auf einzelne Theile paſſen. Sie werden auf ſehr verſchiedene Weiſe gebildet.

Die eigentlichen Regelingen oder Reilings (the rough tree-rails) ſind lange ſtarke Latten oder hölzerne Riegel, nach der Krümmung des Deckrandes theilweiſe gebogen, und in angemeſſenen Entfernungen von hölzernen oder eiſernen Stützen getragen, welche bald Reilingsſtützen, bald Finknetzſtützen heißen. An dieſe Stützen kommt dann die Schanzkleidung, welche entweder von Holz, oder von bemaltem Segeltuch, oder von Netzen gemacht iſt. Die hölzernen Kleidungen ſind wie die Kanonenpfortenlucken gebildet, nur länger, von dünnen Brettern zuſammengefügt, hängen mit ihrem obern Rande in Angeln oder Scharnieren an den Reilings, und werden mit Haaken an den Reilingsſtützen gehalten. Sollen ſie geöffnet werden, ſo haakt man dieſe Haaken aus, und ſchiebt den unteren Rand heraus, um Taue oder dergleichen um die dahinter befindlichen Pöller nehmen zu können, d. h. um die noch über den Schandeckel hervorragenden oberſten Enden der verkehrten Auflanger, welche zum Belegen ſtärkerer Leinen und Troſſe beſtimmt ſind. Die Reilings auf der Back, oder dem vorderen Theile des glatten Decks, bleiben gewöhnlich ohne Kleidung, weil dort beinahe immer Taue belegt ſind, und die Arbeit mit den Ankern fortwährend freien Bord erfordert. Die Reilings zwiſchen der großen

Digitized by Google

und der Backgilling, oder zwiſchen dem großen und Fockmaſt, ſind looſe auf ihre Stützen gelegt, ſo daß ſie zuſammt der Kleidung fortgenommen werden können, wenn Laſten über Bord, hinein oder hinaus, geheißt werden, was immer in der Gegend der großen Lucke oder der Mitte der Kuhl geſchieht. Der Name Schanzkleidung paßt eigentlich nur für die Kleidung auf der Schanze, wird aber auch für dieſe Kleidung in der Gegend der Laſt gebraucht.

Statt der hölzernen Kleidung hat man auch zuweilen ſtarkes mit Oelfarbe bemaltes Segeltuch in Rahmen geſpannt. Zuweilen hat man ſtatt des Segeltuchs nur Netze von dünnen Leinen in den Rahmen, welche Finknetze heißen, wovon dann die Stützen den oben genannten Namen erhalten.

Auf Kriegsſchiffen läßt man gewöhnlich die Reilingslatten fort, und ſtellt dafür immer doppelte eiſerne Finknetzſtützen am innern und äußern Rande des Schandeckels auf. Durch das an ihrem obern Ende befindliche Auge ſcheert man eine etwas ſtarke Leine, einen ſogenannten Leiter. Dieſe doppelten Leiter vertreten die Stelle der Reilingslatten, und zwiſchen ihnen und den Stützen ſpannt man die Finknetze aus. Zwiſchen die beiden Netze werden, bei ſchönem Wetter zum Auslüften, und beim Gefecht um eine Art elaſtiſchen Wall zu haben, die zuſammengerollten Hängematten der Mannſchaft geſtaut. Dieſe Einrichtung iſt den hölzernen Reilings darum vorzuziehen, weil die letztern von Kugeln getroffen, mit ihren Splittern häßliche Wunden bereiten.

Auf kleinen Kauffahrteiſchiffen hat man, namentlich in der Gegend der Laſt, oft eiſerne Reilingsſtützen, oben mit gabelförmigen Armen; in dieſe werden entweder die Reſerveraaen und Spieren, oder eigens dazu gemachte, ſogenannte Wanderſpieren gelegt. Ueber der Kuhl wird auch zuweilen von den Reſerveſpieren eine Art leichter Kuhbrücke gebildet, um Boote u. dgl. darauf zu ſtellen.

Ueber die Schanzkleidung des Heckbords ragt an jeder Seite ein Balken hervor, an deſſen äußerem Ende ein Haakenblock auf und nieder gezogen werden kann, um ein vor dem Heck hängendes Boot, gewöhnlich die Heckjolle genannt, niederzulaſſen oder in die Höhe zu heißen, und während der Fahrt des Schiffs dort hängen zu laſſen. Dieſe Balken heißen die Davits oder Bootsbalken. Linienſchiffe und größere Fregatten haben außerdem noch zwei eiſerne bogenförmig nach Außen gekrümmte Davits an jeder Beſahnrüſte, und zwei dergleichen an jeder großen Rüſte, ſo daß ſie während des Segelns fünf Böte an ſich hängend tragen. Korvetten und Briggen führen außer der Heckjolle nur an jeder Beſahnrüſte noch ein Boot, alſo in allem drei; kleinere Schiffe nur die Heckjolle und ein Boot auf Deck.

Da wo die große Gilling endigt, alſo in der Gegend des großen Maſts, ſteigt man gewöhnlich von außen auf das Schiff; die Schanzkleidung beſteht dort aus einer kleinen Thür, welche ſich um eine ſenkrechte Axe dreht; ſie heißt die Fallreepsthür (the gangway). Auf See iſt ſie an die eine Reilingsſtütze feſtgehaakt, und über den obern Rand wird der um eine horizontale Axe bewegliche Theil der Reiling feſtgelegt. An der Außenſeite des Schiffes führt eine Treppe hinauf; dieſe iſt oft eine bloße Strickleiter, die ſogenannte

Digitized by Google

Sturmleiter; aus einem Tau gemacht, welches doppelt genommen mit jedem Ende durch die Enden kleiner ſchmaler, in gehörigen und gleichen Entfernungen durch Knoten befeſtigter Brettchen geht, und ſo die beiden Seiten der Leiter bildet, während die Brettchen die Stufen ausmachen; von der oberen Bugt, die an einen Deckbolzen in der Fallreepsthür gehaakt wird, hängt in der Mitte noch ein drittes Tau hinab, welches zum Anhalten beim Hinauf- und Hinunterſteigen dient, und deshalb in verſchiedenen Entfernungen mit Knoten verſehen iſt. Dieſes Tau heißt das Fallreep, und giebt dem Eingange den obigen Namen.

Man hat aber auch ganz hölzerne Treppen, die mit ihrem oberen Ende in der Fallreepsthüre angehängt, und unten durch eiſerne Stäbe etwas von der Schiffsſeite abgehalten werden, um nicht ganz ſenkrecht niederzuhängen; ſie haben ein Fallreep in der Mitte, oder eines an jeder Seite, gewöhnlich mit farbigem Tuche bekleidet. Dieſe mehr zu einem feſtlichen Empfange beſtimmten Treppen heißen Fallreepstreppen.

Endlich hat man noch, namentlich bei Kriegsſchiffen, Trepp-Klampen, d. h. kurze und ſchmale Tritte von Holz, welche an der Außenſeite in gehörigen Entfernungen untereinander von der Gegend der Kuhbrücke bis an die Fallreepsthür geſpickert werden, und auf denen man mit Hülfe eines Fallreeps an Bord ſteigt.

Vorne am Schiff ragen von dem Deck der Back noch an jeder Seite des Schiffs zwei ſtarke Balken beinahe horizontal doch ſo heraus, daß ſie mit der Längenaxe des Kiels ungefähr einen Winkel von 45° machen, und Krahnbalken heißen; Tafel XXXVII, Fig. 1, Kb; Tafel XXXVIII, Fig. 3, ee; ſie dienen zum Anker werfen und Anker lichten, Tafel XXXVI, A, Fig. 8, c, und werden tiefer unten genauer erklärt.

33 Die Deckbalken machen das Hauptgebälke der Decke, und ruhen auf den nachher erklärten Balkwegern, welche, ſtärker als die andern Weger, von vorne bis hinten auf beiden Seiten des Schiffs gehen, und mit den Balken durch Schwalbenſchwänze verbunden ſind.

Außerdem ſind die Köpfe der Deckbalken durch zwei Kniee mit den Spanten verbunden, die man bald von Holz, bald von Eiſen macht; doch ſind die hölzernen beſſer als die eiſernen, welche letzteren ſich leicht verbiegen.

Der Deckbalken, welcher in der größten Breite des Hauptſpants liegt, heißt der Segelbalken oder große Balken; er iſt der längſte von allen, und giebt für viele Dimenſionsbeſtimmungen der Schiffstheile das Grundmaaß. Tafel XXXVII, Fig. 6, liegen, ſämmtlich mit D bezeichnet, ſechs Deckbalken eines Dreideckers in geradliniger Projektion übereinander; der unterſte iſt der unter der Kuhbrücke; der nächſte der Segelbalken; der folgende des zweiten oder Mitteldecks; der folgende des obern oder dritten Decks; der fünfte iſt der Deckbalken der Schanze; der ſechste der Deckbalken der Kampanje; Tafel XXXVIII, Fig. 6 iſt EDME der Segelbalken eines Zweideckers; auf derſelben Tafel, Fig. 2 ſind die halben Deckbalken leicht erkenntlich; ebenſo Tafel XXXIX, Fig. 2 ſind die Deckbalken unter den Deckplanken punktirt, und von vorne nach hinten mit Zahlen bezeichnet.

Digitized by Google

Je nach der Größe eines Schiffes liegen mehr oder weniger Deckbalken unter dem unterſten Deck; auch richtet ſich ihre Zahl nach der Güte des Holzes, indem ſtarkes und geſundes bei geringerer Anzahl eben ſo viel trägt, als ſchwaches und mürbes bei größerer.

Das zweite Deck hat wegen des Falls des Hecks, d. h. wegen der Neigung deſſelben nach hinten, zwei bis drei Balken mehr. Sie ſind übrigens nicht in gleichen Entfernungen nach der ganzen Länge vertheilt, wie Taf. XXXVIII, Fig. 1 an den Querdurchſchnitten, und Fig. 2 an den halben Längen zu ſehen iſt. Die mancherlei andern Bauſtücke und deren Befeſtigung machen eine von der regelmäßigen Entfernung abweichende Anordnung nöthig; die Maſten, die Betungen, die Lucken, die Knechte u. ſ. w. erfordern bald hier und da ein näheres Zuſammenliegen von zwei Balken.

Wenn hiedurch zwei Balken zu weit auseinander kommen, ſo legt man parallel mit den eigentlichen Deckbalken gehörig ſtarke halbe Balken dazwiſchen, welche Ribben oder Rippen genannt, und auf eine tiefer unten angegebene Art befeſtigt werden. Tafel XXXVIII, Fig. 2, Rb, Rb.

Die Deckbalken haben einige Aufbugt, damit das Waſſer nach den Seiten der Decke zu den Speigatten ablaufen kann; und auch damit die Geſchütze weniger Rücklauf haben, und leichter wieder gegen den Bord gebracht werden können. Die Balkenbugt beträgt beim untern Deck 2 bis 3 Linien für jeden Fuß ihrer Länge; beim zweiten Deck 4 Linien.

Das Viereck der Balken der Kuhbrücke beträgt 3 Linien und 6 Punkte für jeden Fuß ihrer Länge; das Viereck der Balken des unterſten Decks 4 Linien für jeden Fuß ihrer Länge, ſo daß ihre Stärke nach vorne und hinten wegen der geringeren Länge auch abnimmt. Das Viereck der Balken des zweiten Decks verhält ſich zu demjenigen der Balken des erſten wie 4 zu 5; dies Verhältniß bleibt das nämliche für jedes der obern Decke zu den nächſtunteren.

Wenn das natürliche Holz nicht ſtark genug für die erforderlichen Vierecke iſt, ſo ſetzt man die Balken aus mehreren Stücken zuſammen, ohne ihrer Haltbarkeit zu ſchaden.

Der Balken der Vorpflicht oder das Schloßholz des Bug- 34
ſpriets, dient ſowohl zur Unterſtützung des Bugſpriets, als auch zum Untertrempel des Ausgangs in das Galjon; auf ihm ruhen alſo die aufrechtſtehenden Stützen der Vorpflicht, d. h. des Raumes zwiſchen dem Deck der Back und dem darunter liegenden Deck.

Die Klamaien ſind kurze Balken, welche nach der Länge des Schiffs 35
liegen, und von einem Deckbalken zum andern reichen, wo ſie mit ihren Enden eingelaſſen ſind. Sie dienen auch zur Unterſtützung der Ribben und Stützen der Decke, wie Tafel XXXVIII, Fig. 2 bei Rb, Rb zu ſehen, und haben gewöhnlich 4 bis 5 Zoll im Viereck; an den Fiſchungen der Maſten, d. h. an den Oeffnungen der Decke, durch welche die Maſten gehen, ſind ſie breiter; eben ſo bei den Fiſchungen der Pumpen, und unter der Stelle, wo die Kombüſe, d. h. die Schiffsküche ſteht. Die Klamaien bilden mehrere parallele Reihen auf

Digitized by Google

jeder Seite der Mittellinie, Tafel XXXVIII, Fig. 2, ſind zwei ſolcher Reihen zu ſehen; die eine derſelben iſt mit SchS bezeichnet.

36 Die Deckkniee oder Kniee der Deckbalken ſind ſtarke Kniee, welche die Deckbalken mit den Spanten verbinden; Tafel XXXVII, Fig. 6, F, F, deren beide Arme je nach der Spantenbugt, bei welcher ſie liegen, ſpitze, oder ſtumpfe, oder rechte Winkel bilden; die letzteren heißen im genaueren Sinne Winkelkniee; die mit ſpitzen binnen dem Winkel, und die mit ſtumpfen außer dem Winkel.

Sie werden bald aufrechtſtehend geſtellt, und heißen dann hängende oder Stechkniee, wie Tafel XXXVIII, Fig. 6, E, E; bald horizontalliegend, und heißen dann ſchlafende oder auch blos Winkelkniee, wie Tafel XXXVIII, Fig. 2, WKb, und die übrigen zwiſchen den Deckbalken ſichtbaren.

Bei den hängenden Knieen iſt der obere horizontalliegende Arm an die perpendikuläre Längenſeite des Deckbalkens mit verklunkenen Bolzen befeſtigt, und der ſenkrechte Arm auf gleiche Weiſe mit dem zunächſtliegenden Spant verbunden; zuweilen ſind beide Arme in die genannten Hölzer eingelaſſen. Theils die Pforten, theils die natürliche Geſtalt des Kiels machen es oft nöthig, dem mit einem Spante zu verbolzenden Arme eine etwas ſchiefe Lage zu geben. Nur da, wo gerade keine ſtarke Verbindung nöthig iſt, gebraucht man auch eiſerne Kniee, welche aber den hölzernen darin nachſtehen, daß ſie ſich leicht losreißen oder gar verbiegen. Solche aufrechtſtehende Kniee ſind auf Tafel L unter den Nachtſignalen in der Batterie neben den Pforten erkenntlich.

Bei den ſchlafenden Knieen liegen beide Arme horizontal; der eine iſt mit der vertikalen Längenſeite des Deckbalkens, der andere mit mehreren Spanten verbolzt, über welche er ſich erſtreckt.

Zuweilen werden ſchlafende und hängende Kniee zugleich gebraucht, ſo daß an der einen Seite der Deckbalken ſchlafende, an der andern hängende angebracht ſind, wie Tafel XXXVIII, Fig. 2, in der Mitte WR ein ſchlafendes, und auf der andern Seite ANK ein hängendes Kniee iſt. Sie werden vermittelſt derſelben Bolzen mit den Deckbalken verbolzt, wie bei WKb zu ſehen iſt. In der Mitte bei K ſchließen ſich zwei ſchlafende Kniee aneinander; im Engliſchen Schiffbau heißen dieſe Lockknees; dann liegen nach vorne zu die ſchlafenden Kniee alle links, die hängenden rechts von den Deckbalken; nach hinten zu die ſchlafenden rechts, die hängenden links.

Verkehrte Kniee heißen ſolche vertikalſtehende Kniee, deren ſenkrechter Arm ſich an den ſenkrechten Arm der hängenden anſchließt, und deren horizontal liegender Arm auf dem drunter liegenden Deckbalken und den nächſten Deckplanken ruht, wie Tafel XXXVIII, Fig. 6, C, C; im Engliſchen heißen dieſe standard-knees oder standards.

37 Die Balkweger, auch Bandweger (vergl. S. 2356) bilden eine Art von Wandrahm, und ſind ſtarke Stücken Holz, die von dem Vorſteven bis zu den Randſomhölzern liegen, und der Geſtalt des Schiffes dicht unter den Decken folgen. Sie liegen dicht an den Spanten, und ſind mit dieſen ſo wie mit den Knieen und Katſporen durch Spitzbolzen verbolzt. Sie tragen

Digitized by Google

die durch Schwalbenſchwänze mit ihnen verbundenen Köpfe der Deckbalken. Ihre einzelnen Stücke hängen durch Haakenlaſchingen zuſammen, welche gegen die Laſchingen der Barkhölzer und der nachher erklärten Leibhölzer gehörig verſchießen müſſen, und auch nicht unter Geſchützpforten treffen dürfen.

Die Balkweger des unterſten Decks ſind doppelt ſo ſtark als die übrigen Weger, oder beinahe zwei Drittel von der Stärke der Spanten, an denen ſie liegen. Die Balkweger der oberen Decke haben immer drei Viertel der Stärke der nächſtunteren; ihre Breite iſt die natürliche des Holzes. Tafel XXXIX, Fig. 3, im Breitendurchſchnitte iſt ihre größere Breite an dem unteren Deckbalken leicht erkenntlich.

Der Binnenklotz der Leibhölzer bildet zugleich den Rand der hori- 38
zontalliegenden Deckplanken, und den Rand der ſenkrechten Wegerung; er läuft alſo innen rund um das ganze Deck, und iſt auf den Deckbalken und Rippen, und gegen die Katſporen auf halbes Holz eingeſchnitten und verbolzt, und ruht auf den Schlüſſeln, welche Stücke Holz ſind, die zwiſchen den Balkenköpfen gegen den Bord befeſtigt ſind. Er iſt nach innen zu der Länge nach ausgehölt, und bildet den Abzugskanal des von der Mitte des Decks nach den Seiten ziehenden Waſſers; in ihn werden auch die Speigatten oder Spülgatten, d. h. die runden, mit Blei oder Kupfer ausgefütterten runden Löcher gehauen, durch welche das Waſſer außer Bords abläuft. Tafel XXXVIII, Fig. 6, iſt der Binnenklotz bei W, und Tafel XXXIX, Fig. 3, an den Seiten des oberen Decks erkenntlich. Obgleich er ſtärker als die Deckplanken iſt, ſo machen doch die Einſchnitte auf halbes Holz, daß ſeine obere Seite gleiche Höhe mit den anliegenden Planken hat. Der Weger zunächſt über dem Binnenklotz heißt Setzweger; ohne die Erhöhung durch den Binnenklotz könnte er nicht kalfatert werden.

Die Waſſergänge oder Leibhölzer ſind die zunächſt an dem Bin- 39
nenklotz anliegenden Deckplanken, welche ebenfalls ſtärker als die andern Deckplanken zu ſein pflegen, wie Tafel XXXVIII, Fig. 6, bei W und C zu ſehen iſt. Ihre Laſchungen dürfen nicht auf dieſelben Balken treffen, damit die Verbindung des Schiffs der Länge nach, welche zum großen Theile auch auf dem Binnenklotz und den Leibhölzern beruht, ſo ſtark als möglich bleibt.

Auf kleineren Schiffen hat man den Binnenklotz nicht, ſondern nimmt zum Leibholz ein ſo ſtarkes Plankenſtück, daß der Waſſerlauf gleich daran eingehauen werden kann. Die Innenſeite wird ſo behauen, daß ſie mit den anliegenden Deckplanken gleiche Dicke erhält. Auf mittleren Schiffen legt man, wie auf größern, noch einen eichenen Plankengang, der Waſſergang im genaueren Sinne, neben das Leibholz.

Die Schließſtücke unter den Balkwegern ſind etwas ſtärkere We- 40
ger, als die darunter liegenden, ſchließen ſich an die Balkweger an, und werden auch auf die Stücke eingeſchnitten, an welche ſie anſchließen; ſie heißen deshalb auch die Bandweger im genaueren Sinne; obgleich man mit dieſem Namen auch die Balkweger benennt. Sie ſind Tafel XXXVIII, Fig. 6, und Tafel XXXIX, Fig. 3, leicht unter den Balkwegern aufzufinden.

Digitized by Google

41 Die Schaarſtöcke oder Scheerſtöcke ſind ebenfalls Deckplanken, aber weit ſtärker als die übrigen, und laufen wie dieſe parallel mit der Längenaxe des Schiffs. Auf jeder Seite der großen Lucke liegen zwei Gänge, und zwei andere Gänge, immer dicht neben einander, liegen zwiſchen den vorigen und den Waſſergängen. Sie ſind auf den Kanonendecken ein Drittel ſo dick wie die Balken, auf denen ſie eingeſchnitten und feſtgenagelt werden, und noch einmal ſo breit als dick. Sie dienen zu einer ſtarken Verbindung des Schiffes ſeiner Länge nach, und wirken der Kielgebrechlichkeit entgegen. Zugleich ſind die Ringbolzen in ihnen befeſtigt. Tafel XXXVIII, Fig. 6, iſt der Durchſchnitt der Schaarſtöcke an den Lucken mit F und u und den Ringbolzen bezeichnet. Die mittleren Gänge ſind an ihrer größeren Stärke unter dem gebogenen Theile des Raperts (der Laffette) erkenntlich, und auch mit F bezeichnet. Taf. XXXIX, Fig. 2, iſt ein Theil der Scheerſtöcke neben der Lucke mit FF bezeichnet, und an den Ringbolzen bei K erkenntlich.

42 Die Lucken ſind größere und kleinere viereckige Oeffnungen in den Decken, um von einem Deck zum andern kommen, oder in die verſchiedenen übereinanderliegenden Räume des Schiffsgebäudes gelangen zu können. Die Fallthüren, oder Deckel, mit denen ſie verſchloſſen werden können, heißen auch Lucken. Der Rand der Lucken wird von ſtarken Latten umgeben, welche die Scheerſtöcke der Lucken heißen, und von fünf bis eilf Zoll breit ſind, und ſich von zwei bis viertehalb Zoll über dem Deck erheben. Diejenigen Lucken, welche zur Ladung führen, werden zur Verhütung des Eindringens von Waſſer mit ſogenannten Stülplucken verſchloſſen, welche mit ihren ſenkrechten Rändern die Scheerſtöcke umſchließen; über dieſe werden noch Perſennings, d. h. Decken von getheertem Segeltuch gelegt, und dieſe ſelbſt wieder mit den Luckenſchalmen, d. h. dünnen hölzernen Latten feſtgehalten, welche letztern man neben den Scheerſtöcken auf das Deck ſpickert.

Die Klappe oder die Stülplucke der Vorlucke oder Kabelgattslucke bleibt gewöhnlich nur loſe aufgelegt; in den Scheerſtöcken derſelben befinden ſich halbkreisförmige Ausſchnitte, über welche die Ankertaue fahren; an der Luckenklappe ſelbſt befinden ſich entſprechende Löcher, welche mit den ſogenannten Schülpen bedeckt werden, d. h. mit hölzernen Kappen in Geſtalt eines ausgehöhlten Kegels.

Ueber der Lucke, welche zur Kajüte führt, ſo wie auch gewöhnlich über derjenigen, durch die man in das Volkslogis ſteigt, befindet ſich eine genauer ſogenannte Kappe, d. h. ein etwa drei Fuß hoher Ueberbau von hölzernen Schotten, oder aufrechtſtehenden dünnen Brettern, an der vorderen Seite mit einer Flügelthüre, durch die man auf die Kajütstreppe ſteigt, und oben mit einem halbrunden Dache, das bei ſchönem Wetter halb aufgeſchoben werden kann. An der Steuer- und Backbordsſeite befinden ſich gewöhnlich Bänke. Der hintere Theil der Kajütskappe enthält gewöhnlich das ſogenannte Nachthaus, d. h. an den beiden Seiten Vertiefungen für die Kompaſſe, und in der Mitte zwiſchen dieſen eine mit Glasſcheiben verſehene Abtheilung für die Lampe, die bei Nacht die Kompaſſe für die Steuernden beleuchtet.

Digitized by Google

Die Lucke zum Volkslogis hat entweder eine ähnliche Einrichtung, oder eine an Scharnieren bewegliche Fallthüre oder Klappe.

Einige Lucken haben ſtatt eines dichten Deckels nur eine Art Gitterwerk von hölzernen Latten, Röſterwerk genannt, welches bei regnigtem Wetter oder bei Sturzſeen mit einer Perſenning bedeckt wird.

Weil die hinteren Kajütsfenſter, namentlich bei Kauffahrteiſchiffen, nur im Hafen geöffnet bleiben, in See aber mit dichten Pforten gegen die von hinten anſchlagenden Wellen verſchloſſen werden: ſo befindet ſich in dem Kajütsdeck eine Lucke, durch welche das Licht hineinfällt; ſie heißt das einfallende Licht oder Scheilicht, und wird mit einer Stülplucke zugedeckt, welche mit Fenſterſcheiben verſehen iſt, die an der oberen Seite durch ein darüber geſpanntes Drathnetz gegen Beſchädigungen geſchützt ſind.

Die Zahl der Lucken auf einem Deck richtet ſich nach der Größe des Schiffs. Auf einem Kauffahrteiſchiff mittlerer Größe, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1 und 2, welches eine Hütte und eine Back hat, finden ſich auf jedem Deck drei Lucken: die Achterlucke AL, die große Lucke GL, und die Vor- oder Kabelgattslucke VL. Um nicht nöthig zu haben, die Lucken des oberſten Decks, namentlich die große immer ganz zu öffnen, ſo finden ſich in denſelben zuweilen kleine Lucken, durch welche ein Mann ſteigen kann; dieſe werden Springlucken, oder looſe Lucken genannt.

Auf Kriegsſchiffen, namentlich auf Linienſchiffen haben die Decke eine größere Zahl von Lucken; z. B. das unterſte Deck hat deren ſechs: ganz hinten die Piek- oder Kotlucke; der zunächſt die Lucke zur hintern Pulverkammer, dicht hinter dem Beſahnmaſt; die große Lucke, auch die Waſſerlucke genannt, zwiſchen dem großen Maſt und dem großen Gangſpill; die Kabelgattslucke hinter dem Fockmaſt; die Lucke zur vorderen Pulverkammer; und die Lucke zur vorderen Piek, oder zur ſogenannten Hölle; zuweilen giebt es noch einige Lucken mehr, die zu den Proviantkammern führen. Die Zahl und Anordnung der Lucken iſt jedoch ſehr verſchieden.

Die Fiſchungen oder Fiſſen heißen alle runden Oeffnungen in den 43
Decken, durch welche die Maſten, Pumpen und Gangſpille nach ihren Spuren hinunter gehen; auch werden ſo die dicken Hölzer ſelbſt genannt, welche das Deck bei dieſen Oeffnungen verſtärken. Die Fiſchungen haben auf großen Schiffen beinahe einen Fuß mehr im Durchmeſſer als der Maſt ſelbſt, um ihm einigen Spielraum zu geben; damit aber kein Waſſer durch dieſelben einlaufe, wird um den Maſt an dieſer Stelle ein breiter runder oder achteckiger hölzerner Reif geſpickert, und eben ſo um die Fiſchung ein ſchmälerer Reif, über welchem jener zu liegen kommt, und bei der Bewegung des Maſts ſpielen kann; daher heißt er Spiel- oder Wandelkragen. Ueber demſelben wird alsdann ein doppelter Kragen von getheertem Segeltuch oder Perſenning geſpickert, welcher der Maſtkragen heißt. Statt des hölzernen Spielkragens wird auch häufig ein ſogenannter Leguan, d. h. ein ſtarker Stropp, wie Tafel XXXII, A, Fig. 84, um die Fiſchung befeſtigt. In der Fiſchung des unterſten Decks wird der Maſt mit halbrund ausgehöhlten Keilen, den ſoge-

Digitized by Google

nannten Maſtenkeilen befeſtigt. Tafel XXXVIII, Fig. 2, iſt die Fiſchung des großen und des Fockmaſts mit F, die Kragen mit R bezeichnet; Tafel XXXIX, Fig. 2, iſt BM die Fiſchung des Beſahnmaſts, GM des großen, und FM des Fockmaſts. Die Scheerſtöcke, welche zur Verſtärkung des Decks neben den Fiſchungen liegen, ſind auf der zuerſt genannten Figur mit FK bezeichnet.

Die Fiſchungen der Gangſpille ſind in ähnlicher Weiſe gebildet; in ihnen liegt aber ein platter eiſerner Bügel, damit die Fiſchung nicht durch die Reibung, die an einer Stelle ſtärker iſt, als an der andern, ihre Rundung verliert; Tafel XXXIX, Fig. 2, C, C.

44 Die Fiſchungen der Pumpen befinden ſich vor derjenigen des großen Maſts, und werden außerdem von dem Pumpenkoker, oder auch Pumpenſood umgeben. Pumpenſood heißt eigentlich die tiefſte Stelle im Raume, wo der Fuß der Pumpenröhre hineinreicht; um die beiden Pumpenröhren, von denen die eine etwas ſchräg hinter dem großen Maſt an Steuerbordsſeite, die andere an Backbordsſeite ſteht, wird ein viereckiger hölzerner Verſchlag gemacht, um ſie vor Beſchädigung zu ſchützen; dieſer Verſchlag heißt eigentlich Pumpenkoker, wird aber gewöhnlich auch Pumpenſood genannt; Tafel XXXVIII, Fig. 2 iſt die Fiſchung der Backbordspumpe mit P, und der Pumpenſood mit Psd bezeichnet; Tafel XXXIX, Fig. 2, die Fiſchung der Backbordspumpe mit P; Tafel XXXVIII, Fig. 1, iſt die Pumpe ihrem ganzen Durchſchnitte nach mit P, P, und der Pumpenſood mit Psd bezeichnet. Auf großen Schiffen ſtehen auch zwei Pumpen am Beſahnmaſt; in dem Pumpenſood derſelben hängt dann die Laterne, welche durch eine im Pumpenſood angebrachte Oeffnung die Pulverkammer erleuchtet.

Kleine Schiffe haben gewöhnlich keinen Pumpenſood; ihre Pumpenröhren ſind nur mit Tauwerk umwunden oder bewuhlt.

Gewöhnlich reicht der Pumpenſood nur von der Maſtſpur bis zum unterſten Kanonendeck, weil dort wegen der ſchweren Fäſſer und des Ballaſts am leichteſten Beſchädigungen der Pumpenröhren vorkommen können. Bei Kauffahrteiſchiffen befindet ſich auch wohl zwiſchen Deck eine vier Fuß hohe Fortſetzung des Pumpenſoods.

45 Die Deckſtützen oder Schooren ſind aufrechtſtehende hölzerne Pfeiler oder Säulen, welche in der Mitte des Schiffs von zwei zu zwei oder auch unter jedem einzelnen Balken angebracht ſind, um die Decken in der Mitte zu unterſtützen; Tafel XXXIX, Fig. 3, in dem Breitendurchſchnitte iſt eine Stütze im Raume, und eine zwiſchen Decks zu ſehen. Die in der Nähe der Gangſpille ſind oben mit Hängen verſehen, ſo daß ſie während des Windens aufgehoben werden können; nachher läßt man ſie wieder tragen; dieſe letzteren ſind oft von Eiſen, und ſtehen dann mit ihren Füßen in eigenen Spuren. Man ſetzt auch eine ſtarke Stütze unter den Beſahnmaſt, und überhaupt da, wo die Decke beſonders beſchwert ſind. Die Stützen im Raum und zwiſchen den Decken die an den Kanten und Lucken ſtehen, haben gewöhnlich doppelte Lippen, d. h. an beiden Seiten Vorſprünge oder Zähne, um als Treppen zu dienen.

Digitized by Google

Die Waſſerback oder Pisback iſt ein mit Planken abgeſchoorner und 46
dicht kalfaterter Platz hinter den Klüſen, in welchem das bei ſchwerem Stampfen des Schiffs durch die Klüſen eindringende, oder von dem eingewundenen Ankertaue mit hereingebrachte Waſſer aufgefangen wird; die Waſſerback hat an beiden Seiten größere als die gewöhnlichen Speigatten zum Ablaufen des Waſſers, und wird gewöhnlich mit Blei ausgefüttert.

Dicht hinter der Waſſerback ſtehen mehrentheils zwei Rollen, über welche die Kabelaring fährt.

Das Pumpendaal iſt eine hölzerne Röhre, welche das ausgepumpte 47
Waſſer aus der Pumpenback nach den Speigatten führt; die Pumpenback, Tafel XXXVI, C, Fig. 8, A, iſt ein hölzerner Kaſten, in welchen die Pumpen das Waſſer ergießen. Kauffahrteiſchiffe haben ſelten ein eigenes Pumpendaal.

Die Geſchützpforten, oder Stück- oder Kanonenporten ſind die 48
Oeffnungen oder Schießſcharten für die Kanonen an den Seiten des Schiffs. Die Klappen oder Lucken, mit welchen ſie geſchloſſen werden, heißen die Pfortlucken, oder auch nur die Pforten; ſie ſind mit ihrer oberen Kante an der Seite des Schiffs durch Hängen und Häspen befeſtigt, ſo daß ſie von unten nach oben geöffnet werden können. Die oberſten Kanonen haben gewöhnlich keine Pfortenlucken. Die Zargenſtücke oder inneren Seiten der Pforten heißen Trempel, und zwar Ober-, Seiten- und Untertrempel. Die Größe der Pforten richtet ſich natürlich nach der Größe oder dem Kaliber der darin liegenden Geſchütze; ſie ſind gewöhnlich einige Zoll breiter oder weiter als hoch. Die auf einem Deck befindlichen Pforten ſtehen einander an beiden Seiten genau gegenüber; dagegen treffen die Pforten zweier zunächſt liegender Decke immer in die Mitte der Zwiſchenräume der beiderſeitigen Reihen, wie Tafel XXXVIII, Fig. 3 zu ſehen. Die an den Seiten befindlichen Pforten heißen die Seitenpforten, wie Tafel XL, Fig. 1; die hinteren die Achter- oder Kreuzpforten, Fig. 4; und die vorderen die Jagdpforten, Fig. 5, weil ſie beſonders dazu dienen, ein verfolgtes oder gejagtes Schiff zu beſchießen. Die neuere Bauart, wie auf Tafel XL, dem Heck und dem Bug mehr Rundung zu geben, macht eine gegen frühere Zeiten vortheilhaftere Vertheilung der Geſchütze hinten und vorne möglich; ſo daß ein Schiff von allen Seiten eben ſo viel Geſchütz als Fläche darbietet, während es nach der älteren Bauart vorne und namentlich hinten beinahe wehrlos war.

Bei ſchlechtem Wetter werden die Pforten geſchloſſen, und haben in neuerer Zeit runde Löcher in der Mitte, ſo daß die Kanonen nicht erſt vom Bord zurückgezogen zu werden brauchen, wie es noch Tafel XXXVIII, Fig. 6, links auf dem untern Deck zu ſehen iſt.

Die Lade- und Lichtpforten der Kauffahrteiſchiffe im Raume werden während der Seereiſe auch noch dicht kalfatert.

Der Bogen oder Schild vor der Back iſt die vordere Bekleidung 49
des Raumes unter der Back (vergl. S. 2358), und beſteht aus folgenden Theilen: dem Balken der Vorpflicht, welche den Untertrempel oder

Digitized by Google

die Schwelle des Ausgangs auf das Galjon bildet; dem vorderſten Deckbalken der Back; den Backſtützen, oder aufrechtſtehenden Pfoſten, welche mit ihrem Fuße auf dem Balken der Vorpflicht, mit ihrem Kopfe an dem eben genannten Deckbalken befeſtigt ſind; dem Bruſtbalken der Back, oder der Brüſtung, welche einige Fuß über der eigentlichen Back oder ihrem Decke hervorragt, und bis zu welchem die Stützen reichen; endlich aus den Vorderſchotten der Back, oder den aufrechtſtehenden Planken, welche die mehr oder weniger runde Vorderwand der Vorpflicht, oder des Zwiſchendecks unter der Back bilden. In dieſen Schotten ſind einige Kanonenpforten, und der Ausgang auf das Galjon angebracht. Die Brüſtung enthält ebenfalls einige Kanonenpforten.

Nach hinten zu hat die Back der Brüſtung gegenüber ebenfalls ein Geländer, wie die Schanze und Kampanje nach vorne zu, an deſſen beiden Seiten kleine Treppen auf die Laufplanken führen; dieſe Geländer werden ebenfalls Bogen genannt. Der Schild vor der Back entſpricht eigentlich dem Heck hinten, und hat auch eine Art Gallerie vor ſich, das Galjon.

50 Das Galjon iſt ein Ausbau am Vorderſchiffe, welcher mit ſeinem oberen Theile den Seiten- und Hintergallerien des Achterſchiffs entſpricht; mit ſeinem unteren Theile aber hauptſächlich drei Zwecke erfüllt: zuerſt das Durchſchneiden des Waſſers zu erleichtern; ferner die Unterſtützung des Bugſpriets durch die Wuhling zu verſtärken; endlich durch ſeine hervorragende Seitenfläche den Seitenwiderſtand des Waſſers gegen das Vorderſchiff zu vergrößern, und dadurch zu machen, daß das Schiff beſſer bei dem Winde ſegelt, oder weniger abtreibt. Es iſt aus folgenden Beſtandtheilen zuſammengeſetzt.

1. Der Schaft oder das Schegg des Galjons, Tafel XXXVII, Fig. 6, die beiden untern mit Y, Y bezeichneten Stücke; auf derſelben Tafel, Fig. 1, Gsg; Tafel XL, Fig. 1, &. Es beſteht aus mehreren Stücken, welche da, wo ſie den Vorſteven berühren, gleiche Dicke mit ihm haben, und je weiter ſie ſich von ihm entfernen, an Dicke abnehmen, um das Durchſchneiden des Waſſers zu erleichtern; im Engliſchen heißt es deshalb the cutwater. Das unterſte Stück, welches bei großen Schiffen ſelbſt wieder aus mehreren aneinander gelaſchten Theilen beſteht, ruht auf dem Anlauf des Kiels zum Vorſteven, oder auf dem Vorfuß, in einem daſelbſt gemachten Einſchnitte, und iſt mit demſelben durch mehrere, inwendig verklunkene Bolzen verbunden. Bei kleinern Schiffen ruht es auf einem ähnlichen Einſchnitte des Fußes des Vorſtevens ſelbſt. Beſteht es aus mehreren Stücken, die vor einander liegen, ſo wird nur der unmittelbar am Vorſteven befindliche Theil verbolzt, und die vorderen nur an dieſes geſpickert; damit das Schiff bei etwaigem Verluſt des Scheggs nicht beſchädigt wird. In der Gegend der Höhe des unteren Decks, oder desjenigen, auf welchem ſich die Klüſen befinden, entfernt ſich das Schegg von dem Vorſteven, und bildet eine große Bugt oder Kehlung, die ſich im Maaße der Entfernung vom Steven mehr erhebt, und ſich endlich am Bilde des Galjons endigt. Der äußere und untere Belauf des Scheggs bildet auf ſolche Weiſe eine Art von Kragſtein. Im oberen Theile deſſelben befindet ſich eine Oeff-

Digitized by Google

nung in horizontaler Länge, durch welche die Wuhling des Bugſpriets geht, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 4 und 13.

2. Der Ausleger oder Lieger des Galjons, Tafel XXXVII, Fig. 6, die beiden obern mit Y, Y bezeichneten Stücke, beſteht aus mehreren aneinander gelaſchten Stücken, und dient dazu, die Breite des obern Theils des Scheggs zu vergrößern, indem er auf der oberen Seite deſſelben hinläuft, alſo dieſelbe Biegung macht, und ſich mit ihm am Bilde des Galjons endigt.

3. Das verkehrte Knie des Galjons, oder das verkehrte Scheggknie, Tafel XXXVII, Fig. 6, &, dient dazu, das Schegg nach oben zu mit dem Schiffsgebäude zu verbinden; deshalb ſchließt ſich der ſtehende Arm an den Vorſteven, gegen den er mit inwendig verklunkenen Bolzen verbolzt iſt; der liegende Arm paßt in die Kehlung des Auslegers, und iſt darauf mit Nägeln befeſtigt. Der ſtehende Arm hat nach vorne zu eine haakenförmige Geſtalt, und dient zur Befeſtigung des Fockſtagkragens.

4. Die Schloikniee, oder Schließkniee, oder Backenkniee des Galjons, Tafel XXXVII, Fig. 6, Z; auf derſelben Tafel, Fig. 1, Slk, Slk dienen dazu, den Ausleger des Galjons von der Seite zu umfaſſen, und mit dem Bug des Schiffes zu verbinden. Auf jeder Seite des Galjons liegen deren zwei; der, Fig. 6, Z, gebogene Arm liegt mit ſeiner hohlen Bugt gegen den Bug des Schiffes, und zwar auf dem Bergholz, der andere Arm iſt mit dem Ausleger verbolzt. Jedes Sloiknie läuft als eine ſich allmälig verjüngende Leiſte bis zum Bilde des Galjons hin, wo es ſich mit einer Schneckenwindung endigt. Der Raum zwiſchen beiden Sloiknieen heißt der Kamm; er wird wie die Sloikniee ſelbſt mit allerhand Schnitzwerk verziert. Bei größern Schiffen liegen die Klüſen gewöhnlich zwiſchen den am Bug befeſtigten Armen der Sloiknie, wie Tafel XL, Fig. 1; bei kleineren Schiffen liegen ſie dagegen oberhalb beider Sloikniee, wie Tafel XXXVII, Fig. 1, Kg.

5. Die Riegelungen oder Reilings des Galjons, Taf. XXXVII, Fig. 1, r und r', ſind die gekrümmten Stücke, welche beinahe parallel mit der Krümmung der Sloikniee vom Bug nach dem obern Ende des obern Sloiknies zuſammenlaufen, jedoch an keinen feſten Stücken vorbeigehen, ſondern freien Raum zwiſchen ſich haben. Auf kleinern Schiffen giebt es auf jeder Seite zwei, welche mit Simsgliedern oder Leiſten und anderem Schnitzwerk verziert ſind. Die oberen liegen weiter auseinander, die untern liegen ziemlich nahe zuſammen. Auf größern Schiffen liegt noch eine kleinere, nicht verzierte, zwiſchen ihnen, wie Tafel XL, Fig. 1 und Fig. 5. Nach Engliſcher Bauart reicht die untere Reiling oder die mittlere bis unter den Drücker der Krahnbalken, wie in den beiden genannten Figuren. Die Reilings des Galjons entſprechen den Querbalken des Hecks. Die Schneckenwindung vorne am Bilde, wo ſich das obere Sloiknie mit dem Ende der Galjonsreiling vereinigt, wird zuweilen das Krull genannt.

6. Die Reilingsſtützen, oder ſtehende Reilings, oder Tarmen des Galjons, Tafel XXXVII, Fig. 1, GS, GS, ſind aufrechtſtehende, aber von unten nach oben ſich auswärtsbiegende Stücke, welche den Gillings-

Digitized by Google

knieen des Heckwulfs entſprechen. Ihre auswärtsgehende Geſtalt iſt Tafel XL, Fig. 5 zu ſehen. Sie dienen den Reilings zur Unterſtützung und Befeſtigung, welche ohne ſie nur an beiden Enden feſt wären.

7. Die Flur des Galjons, Tafel XXXVII, Fig. 3, Rw, iſt gewöhnlich von Röſterwerk, um weniger Beſchädigung durch die See zu erleiden. Sie wird auf die oberſten Reilings gelegt, und dient zum Fußboden des galleriartigen Theils des Galjons, in welchem mancherlei das Deck verunreinigende Arbeiten, wie Waſchen ſchmutziger Wäſche, Schlachten von Schweinen und Federvieh u. dgl. vorgenommen werden. Auch ſind in dem Galjon die Abtrittsſitze für die Mannſchaft, A, angebracht (die für die Offiziere und Kajütspaſſagiere in den Seitengallerien). Das Rüſterwerk hat einen Hauptbalken B, welcher mit einem ſchlafenden Knie k an die oberſte oder Hauptreiling befeſtigt iſt. Von der Schneckenwindung des oberſten Sloikniees geht eine gerade ſtarke Latte bis zum Drücker des Krahnbalkens, welche der Papageienſtock heißt; zwiſchen ihm und der oberſten Reiling befindet ſich eine Schanzkleidung, welche zur Bruſtwehr und zur Verhüllung des Galjonraumes dient. Die Schanzkleidung dient in neuern Zeiten auch oft zum Namenbrett, ſo daß nicht allein am Heck, in der obern Gilling, ſondern auch an jeder Seite des Galjons der Name des Schiffs zu leſen iſt. Bei den Engländern iſt der Papageienſtock gewöhnlich von Eiſen, und heißt deshalb iron horse. Tafel XL, Fig. 1 iſt der Papageienſtock ohne Schanzkleidung, Fig. 5 mit derſelben zu ſehen; in der letzteren Figur zeigt ſich auch das ganze Galjon von vorne geſehen am deutlichſten.

Auf den Hauptbalken der Galjonsflur und der oberſten Reiling wird auf jeder Seite der Butluf eingelaſſen und verbolzt, und gegen die Klüshölzer oder Klüſenknechte an beiden Seiten des Bugſpriets mit Klampen befeſtigt, Tafel XXXVII, Fig. 3, BLf. Der Butluf iſt eine ſtarke Spiere, welche in der Richtung aus dem Galjon ragt, die die Fockraa dann hat, wenn ſie ſcharf bei dem Winde gebraßt iſt, und dazu dient, den Fockhals ſo weit als nöthig iſt nach vorne zu bringen. Viele Kauffahrteiſchiffe haben keinen Butluf; ſtatt ſeiner gebrauchen ſie den Krahnbalken.

8. Der Blaſebalken iſt ein aus ſtarken Planken beſtehendes dreieckiges Stück, welches in ſchräger Richtung unter das untere Sloiknie geſpickert iſt; mit der untern Spitze liegt es in dem Winkel, den der Bug mit dem Vorſteven macht; mit der oberen Seite ſchließt er ſich an den vorragenden Rand des untern Sloikniees, und füllt mit ſeiner Fläche den Raum aus, welcher ſonſt den Wellen gegeben wäre, gegen das Sloiknie zu ſtoßen; an der ſchrägen Fläche des Blaſebalkens brechen ſich die Wellen in ſanfter Weiſe.

In älteren Zeiten gab man dem Galjon eine viel größere Länge, oft den zehnten Theil derjenigen des ganzen Schiffs; gegenwärtig giebt man ihm höchſtens den zwölften, auch wohl nur den fünfzehnten Theil, um ſein zur Kielgebrechlichkeit beitragendes Gewicht ſoviel als möglich zu verringern. Man beſtimmt ſeine Länge hauptſächlich nach der Unterſtützung, welche das Bugſpriet bedarf, und nach der Lage, welche der Butluf erhalten muß; die Breite des Scheggs

Digitized by Google

richtet ſich nach der Verminderung der Abtrifft, welche dadurch erlangt werden ſoll.

9. Das Bild des Galjons, Tafel XXXIII, B, Fig. 13, iſt eine aus Holz ausgehauene Figur, welche dem Namen des Schiffes entſpricht; man giebt ihr meiſtens einen weißen Anſtrich. Weil häufig der Name der Schiffs nicht auf ſolche Art dargeſtellt werden kann, ſo wählte man ſonſt in ſolchem Falle gewöhnlich einen Löwen zum Bilde, hauptſächlich als Beſtandtheil des Landeswappens, oder überhaupt als eine gern geſehene Bildhauerfigur; davon ſchreibt es ſich her, daß zuweilen jedes Bild, mag es vorſtellen was es will, der Löwe genannt wird.

Viele Schiffe haben ſtatt eines Bildes eine bloße Schneckenwindung, in welche ſich die Sloikniee und Reilings gemeinſchaftlich endigen. Kleinere Schiffe haben entweder gar kein Galjon, oder nur ein ganz leichtes, ohne eigentlichen Gallerieraum, und nur mit einer Schneckenwindung am Ende.

Die Rüſten oder Ruſten ſind dicke Planken, welche platt und horizon- 51
tal an den Außenſeiten des Schiffs, und zwar etwas hinter jedem Maſt an Steuer- und an Backbord, in der Höhe des Raaholzes; Tafel XXXVII, Fig. 1, BR die Beſahnrüſte; GR die große Rüſte; FR die Fockrüſte. Sie dienen dazu, die Jungfern oder runden Blöcke ohne Scheiben zu befeſtigen, an welchen die Wanten oder ſtarken Seitentaue der Maſten geſpannt werden; auf ſolche Art werden nämlich die Wanten gehörig von den Reilings der Schanze und Back entfernt gehalten; und außerdem wird auch der Winkel, den die Wanten mit dem Maſte machen, etwas größer, alſo zur Unterſtützung der Maſten durch die Wanttaue vortheilhafter. Die Dicke der Rüſten beträgt je nach der Größe des Schiffes 3 bis 6 Zoll; die Breite iſt ungefähr ¾ Zoll für jeden Fuß des Segelbalkens oder mittelſten Deckbalkens, oder was daſſelbe iſt, für jeden Fuß der größten Breite des Schiffs. Doch hängt die Breite größtentheils von der Höhe der Maſten und der Segel ab, und davon, eine wie große Unterſtützung man dem Maſte geben will.

Die Länge der Rüſten richtet ſich nach der Anzahl von Wanttauen, welche daran befeſtigt werden ſollen. Auf Kriegsſchiffen ſind ſie verhältnißmäßig länger als auf Kauffahrteiſchiffen, weil die Wanttaue wegen der Kanonenpforten der Back und Schanze weiter auseinander ſtehen müſſen, wie Tafel XL, Fig. 1 zu ſehen.

Die Rüſten werden mit Bolzen gegen die Spanten befeſtigt, welche durch die ganze Breite der Rüſten und durch die Dicke der Spanten reichen, und inwendig auf Platten verklunken, oder mit Splinten befeſtigt ſind. Außerdem ſind ſie noch durch auf und unter denſelben liegende Kniee gegen die Seiten des Schiffs befeſtigt. Dieſe Kniee werden Drücker genannt, und ebenfalls mit den Spanten verbolzt. Anſtatt der hölzernen Kniee nimmt man gegenwärtig eiſerne Drücker, deren Dimenſionen in Tafel CV, Bd. III, S. 458 und 459 angegeben ſind.

An dem äußern Längenrande der Rüſten, welcher etwas weniger ſtark als der innere an der Schiffsſeite anliegende iſt, werden Einſchnitte gemacht, worin

Digitized by Google

die Beſchläge der Jungfern zu liegen kommen. Ueber dieſe Einſchnitte und Beſchläge wird eine ſtarke, mit Simsgliedern verzierte Leiſte gelegt, welche dann den äußern Rand wieder herſtellt.

Für die Pardunen der Stengen und Bramſtengen, d. h. für die langen ſtarken Taue, welche von den Toppen der genannten oberen Maſtverlängerungen hinter ihren Wanten bis auf beide Seiten des Schiffs herabgehen, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1 zu ſehen, werden die Jungfern entweder ebenfalls an den hinteren Theilen der Rüſten angebracht, wie Tafel XXXVII, Fig. 1; oder man hat auch, wie auf einigen Kauffahrteiſchiffen, beſondere kleine Rüſten dazu, ſo daß die Pardunen noch weiter nach hinten, oder achterlicher, zu ſtehen kommen, und den Stengen und Bramſtengen noch ſtärkere Haltung geben.

Die Jungfern, Tafel XXXII, B, Fig. 13, ſind runde platte Stücken Holz oder Blöcke ohne Scheiben, welche an dem äußern Rande eine Vertiefung oder eine Keep haben, in welche hinein das Wanttau oder ſonſt ein ſtarkes Tau zu liegen kommt, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 30 und 31. Durch die platten Seiten ſind drei runde Löcher gebohrt, welche ein Dreieck bilden, und durch welche die Taljereepen, d. h. die dünneren Taue geſchoren werden, mit denen man die Wanttaue, wie in der genannten Figur 31 anſpannt, oder ſteif ſetzt. Zu jedem Wanttau gehören demnach zwei Jungfern, von denen die untere vermittelſt des Püttingseiſens an der Rüſte befeſtigt iſt, und die obere das Wanttau in ſeiner Keep liegen hat. Das Keep ſelbſt geht bei dieſen nicht ganz herum; ſondern da wo die beiden Parten des Wanttaus mit dem Hartbindſel aneinander geſorrt ſind, hört die Keep auf, damit das Bindſel gegen das feſte Holz deſto feſter anliegen kann.

Die Püttings oder Pyttingen, Tafel XXXVII, Fig. 1, ſind die langen ſtarken Kettenglieder, welche von den Jungfern an den Rüſten nach der Seite des Schiffs hinabreichen. Die einzelnen Theile einer Pütting haben folgende Namen: Tafel XXXIX, Fig. 3, heißt der um die Jungfer U gehende Bügel der Püttingsbügel oder Püttingsſtropp; ein Auge, welches durch den Einſchnitt der Rüſte T reicht, das oberſte Glied; das nächſte Glied S das mittlere, und das darauf folgende R das untere Glied. Das längs der Schiffsſeite feſtanliegende Glied P heißt, weil es platt iſt, die Püttings-Klappe; ſie hat oben und unten ein Auge oder Loch, und wird dadurch gegen die Berghölzer verbolzt; der untere dieſer beiden Bolzen O heißt der Klappbolzen; der obere Q, welcher zugleich das untere Glied der Pütting befeſtigt, heißt der Püttingsbolzen.

52 Das Steuerruder, oder Ruder, oder Steuer, Tafel XXXVII, Fig. 6, T, und Fig. 1, Rr, welches dazu dient, das Schiff rechts oder links zu drehen, beſteht bei großen Schiffen gewöhnlich aus drei Stücken Holz, dem Pfoſten, der Klick, und der Hacke; die beiden letztern zuſammen heißen auch wohl das Schegg.

1. Der Pfoſten, Tafel XXXVII, Fig. 6, T, iſt der hintere mit p bezeichnete Theil; er hat die Länge und Dicke des Achterſteven, und trägt die Haaken, mit denen das Ruder in die am Achterſteven befindlichen Finger-

Digitized by Google

linge eingehängt wird. Die innere Seite deſſelben nach dem Steven zu, iſt von oben bis unten keilartig zugehauen, ſo daß das Ruder einen freieren Spielraum um ſeine Haaken in den Fingerlingen des Achterſtevens erhält. Früher ſpitzte man dieſe Seite des Ruderpfoſtens allgemein ſo zu, daß die dadurch entſtandenen ſchrägen Seiten an der Mittellinie bis auf ein Fünftel der Dicke des Pfoſtens nach der Breite des Schiffs zuſammentrafen, oder eine ziemlich ſcharfe Ecke bildeten. Dies iſt aber eine unnöthige Verjüngung des Hauptheiles des Ruders; denn ſelbſt bei der möglichſt weiteſten Drehung des Ruders bleibt die ſchräge Seite deſſelben beinahe einen Zoll von dem Achterſteven entfernt. Um dies zu vermeiden, läßt man die Vorderſeite, d. h. die am Steven liegende, ſo breit, wie die Ruderhaaken erfordern, und läßt erſt von dem Rande dieſer Seite an die ſchräge Seite laufen; dafür ſpitzt man auch den Achterſteven etwas zu, ungefähr bis auf ein Viertel ſeiner Dicke nach der Breite des Schiffs gemeſſen; alsdann kann der Ruderpfoſten um ſo weniger zugeſpitzt werden. An dieſer zugeſpitzten Seite ſind die ſtarken eiſernen Ruderhaaken angebracht, deren Beſchlagbänder oder Federn beinahe über die ganze Breite des Ruders reichen, Tafel XXXVII, Fig. 1, mit Rh bezeichnet. An dem Achterſteven befinden ſich die entſprechenden Fingerlinge oder Angelringe mit ähnlichen Federn, F, F, welche über die ganzen Seiten des Achterſtevens reichen. Tafel XXXVI, Fig. 7, iſt bb ein Ruderhaaken, aa ein Fingerling, ccc die zu beiden gehörigen Federn. Je nach der Höhe des Schiffs hat das Ruder fünf bis ſieben Haaken. Tafel XXXVII, Fig. 1, a iſt ein horizontaler Durchſchnitt des Achterſtevens und Ruders durch den Rand des Hennegatts, d. h. der runden Oeffnung geſehen, durch welche das Ruder ins Schiff geht; A iſt der hinten zugeſpitzte Achterſteven; R der Pfoſten des Ruders; HG das Hennegat, unter welchem die Hacke oder der breitere untere Theil des Ruders hervorragt; MN iſt die Mittellinie der Pfoſten- und Stevendicke; bc, bc ſind die ſchrägen Seiten des zugeſpitzten Pfoſtens; dc, dc diejenige des Stevens.

Damit das Waſſer nicht in das Hennegat dringt, wird ein Brohk, d. h. ein getheertes Segeltuch um das Hennegatt und um das Ruder geſpickert; damit aber das Steuer nicht in ſeinen Bewegungen durch den Brohk gehindert wird, muß dieſer wie ein Beutel loſe herabhängen; zuweilen hat man einen doppelten Brohk. Von dem Seewaſſer wird aber das Segeltuch bald ſteif, und bricht bei den Bewegungen des Steuers. Alsdann dringen die Wellen oft mit gefährlicher Gewalt in das Hennegat, und richten in dem Heck, als dem ſchwächſten Theile des Schiffs, Verwüſtungen an, die ſchon zum völligen Untergange deſſelben geführt haben.

Um dieſem Uebel abzuhelfen, giebt man in neuerer Zeit dem Ruderpfoſten oben eine cylindriſche Geſtalt, und eine etwas nach vorne, d. h. in das Schiff hineingehende Biegung, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1 zu ſehen iſt; die Drehungsaxe geht alsdann nicht, wie bei der andern Art, durch den Mittelpunkt der Ruderhaaken, oder längs der Achterſeite des Achterſtevens, ſondern längs der punktirten perpendikulären Linie PL. In dem Hennegatt GG dreht ſich der cylindriſche Theil des Pfoſtens um ſeine geometriſche Axe, und bedarf alſo keines

Digitized by Google

ſo weiten Spielraums, als wenn ein breiter Ruderpfoſten ſich um eine ſeiner Kanten drehen muß. Damit indeſſen die Gillingsbalken und Kniee nicht in Gefahr kommen, beim plötzlichen Aushaaken des Ruders fortgeriſſen zu werden, ſo macht man das Hennegatt etwas weiter als den Durchmeſſer des cylindriſchen Ruderpfoſtens, und bedeckt den Zwiſchenraum mit einem an die Gilling angeſpickerten Holzrande. Dieſer kann bei dem Aushaaken des Ruders leicht mit fortgeriſſen werden, ohne daß die Gilling ſelbſt dadurch leidet. Außerdem, daß der Rand ſich ſchon ziemlich nahe an den Ruderpfoſten anſchließt, und das Waſſer abhält, kann auch noch eine lederne Mamiering oder ſpitz um den Pfoſten zulaufender Schlauch an den Rand angeſpickert werden, wodurch dann jeder bemerkbare Andrang abgehalten iſt.

2. Die Klick, Tafel XXXVII, Fig. 6, T iſt das mittlere Stück q des Steuers, welches an die hintere Seite des Pfoſtens gefügt wird; es hat die Geſtalt eines Keils, deſſen Spitze nach oben gekehrt iſt.

3. Die Hacke, r, iſt das dritte oder hinterſte Stück des Ruders, welches, wie ſchon vorher angegeben, mit der Klick zuſammen das Schegg heißt. Das Schegg dient nur dazu, das Ruder unten breiter zu machen, und dadurch für die Kraft der verſchiedenen Waſſerſchichten einen längeren Hebelarm zur Drehung des Schiffes darzubieten; es iſt deshalb nur von leichtem Holz, gewöhnlich von Föhren oder Fichten; der Ruderpfoſten dagegen von Eichen, und der vordere keilförmige Theil gegen den Steven zuweilen von Ulmen.

Die beiden Stücke des Scheggs werden ſowohl mit Bolzen, die durch ihre ganze Breite gehen, als auch vermittelſt der Federn der Ruderhaaken mit dem Pfoſten verbunden. Unten am Fuße iſt das Ruder am breiteſten, und hat dort bei Kriegsſchiffen eine Breite, welche dem achten Theile der größten Breite des Schiffs gleich kommt; bei Kauffahrtei- und bloßen Laſtſchiffen dem ſiebenten Theile. Dieſe Breite nimmt nach oben hin allmälig ab, und beträgt etwa einen Fuß hoch über der Ladewaſſerlinie bei Kriegsſchiffen drei Viertel der unterſten Breite, und bei Kauffahrtei- und Laſtſchiffen zwei Drittel derſelben. An dieſer Stelle bildet das Schegg, wie Tafel XXXVII, Fig. 1, gewöhnlich eine eingebogene Stufenabtheilung, welche die Gilling des Ruders heißt; Linienſchiffe haben zuweilen noch eine zweite darüber liegende Gilling, in der Höhe des unterſten Decks. In neueſter Zeit läßt man die Gillingen ganz fort, indem die Breite auch ohne ſie abnehmen kann, wie Tafel XL, Fig. 1. Die beiden Theile des Scheggs haben auch nicht die Dicke des Ruderpfoſtens, wie an dem horizontalen Durchſchnitte, Tafel XXXVII, Fig. 1 a, an dem von R nach M hin verlängerten Theile, und an den Dimenſionen, Tafel CV, S. 457 zu ſehen iſt.

Den untern Rand des Ruders läßt man nicht horizontal gehen, ſondern vom Kiel nach der hinterſten Ecke aufwärtsſteigen, wie Tafel XL, Fig. 1, und Tafel XXXVII, Fig. 1.

4. Der Kopf des Ruderpfoſtens iſt am ſtärkſten, weil auf Kriegsſchiffen zwei viereckige Löcher (auf Kauffahrteiſchiffen eines) in denſelben gehauen werden, die Ruderpinne, d. h. den Hebel aufzunehmen, vermittelſt deſſen

Digitized by Google

das Steuerruder gedreht wird. Der Kopf iſt deshalb auch mit vier bis fünf eiſernen Bändern beſchlagen, zwiſchen denen die Löcher angebracht ſind.

5. Die Sorgleinen ſind zwei Taue, von denen jedes an einer Kette befeſtigt iſt, die ſich an jeder Seite des Steuers oben an der Klick an einem Augbolzen befindet. Beide fahren über das Heckbord auf das Deck, wo ſie feſtgelegt werden. Sie dienen dazu das Ruder für den Fall zu halten, wenn es durch einen heftigen Wellenſtoß aus den Fingerlingen gehoben wird, und ohne die Sorgleinen verloren gehen würde.

6. Der Ruderſtropp iſt ein kleiner Brohk oder halber Stropp, welcher durch den unteren Theil des Ruderpfoſtens gezogen, und an beiden Seiten des unteren Theils des Achterſtevens an Ringbolzen befeſtigt, und ſeiner vielfachen Reibung wegen mit Leder bekleidet iſt. Er dient zur ſtärkeren Haltung des unteren Rudertheils.

7. Der Ruderlichter iſt ein längeres Tau, welches, ebenfalls mit Leder bekleidet, durch ein Loch im Ruderpfoſten fährt; das eine Ende iſt an den Billen des Schiffs, d. h. den runden Theilen deſſelben befeſtigt, welche den Spiegel mit den Seiten verbinden; das andere Ende fährt durchs Hennegatt aufs Deck hinauf, wo es angeholt werden kann; es dient nämlich der Ruderlichter dazu, das Steuer ein wenig in die Höhe zu heben, oder zu lichten, wenn es ſich zu tief in die Fingerlinge eingedrückt hat, und die Bewegungen wegen der Reibung ſchwer werden.

8. Die Ruderpinne oder der Helm, Tafel XXXVIII, Fig. 1, Rp iſt ein langer Hebel von Eichenholz, mit welchem das Steuerruder gedreht wird. Das eine Ende der Ruderpinne ſteckt in dem viereckigen Loche am Kopfe des Ruderpfoſtens, und iſt dort mit einem Bolzen befeſtigt. An dem andern Ende befindet ſich das Steuerreep, oder das Tau, vermittelſt deſſen die Ruderpinne bewegt wird. Es kann nämlich nur bei Booten und ganz kleinen Fahrzeugen die Ruderpinne mit der Hand regiert werden; bei größern Schiffen dagegen kann es nur mit Hülfe einer Talje geſchehen, welche das Steuerreep oder auch die Rudertalje heißt, von der ſogleich beim Steuerrad das Genauere folgt. Zur Länge der Ruderpinne nimmt man gewöhnlich $^5/_6$ der größten Breite des Schiffs. Wenn ſie auf dem oberſten Verdecke fährt, ſo giebt man ihr häufig am vorderen Ende eine gebogene Geſtalt, oder einen ſogenannten Schwanenhals. Fährt ſie zwiſchen Decks, ſo muß ſie ganz gerade ſein; man läßt ihr aber auch oft dieſe gerade Geſtalt auf dem oberſten Verdecke.

Bei Kauffahrteiſchiffen reicht der Ruderpfoſten gewöhnlich, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1, ganz durch bis über das Deck der Schanze. Zur Bedeckung des Hennegatts und des Ruderkopfs ſteht dann dicht am Heckbord das ſogenannte Ruderhaus, von dünnen Brettern der Kajütskappe ähnlich gebildet; vorne mit einer Oeffnung zum Spielraume der Ruderpinne; an den Seiten mit kleinen Behältniſſen zum Aufbewahren von Oelfarbe u. dgl.

Auf Kriegsſchiffen reicht der Ruderpfoſten bis über das unterſte oder erſte Kanonendeck, und zwar bis nahe an das zweite, wo für die Ruderpinne ein eigenes Gehäuſe oder kleines Zwiſchendeck gemacht iſt, in welchem ſie ſich hin und her bewegt. Hiedurch bleibt das Deck völlig frei von ihr, und ſie ſelbſt

Digitized by Google

iſt beſſer vor jeder Beſchädigung geſchützt. Der Haupttheil dieſes Gehäuſes iſt der ſogenannte Leuwagen. Dies iſt ein unter dem zweiten Kanonendeck (alſo an der oberen Bedeckung des unterſten) in der Konſtabelkammer befeſtigter ſtarker Kreisbogen von Holz, welcher das Gewicht der Ruderpinne bei ihren Bewegungen trägt. Entweder fährt dieſelbe unmittelbar auf ſeiner oberen Seite; oder ſie geht an ſeiner unteren Seite, und wird von einem eiſernen Bande, dem ſogenannten Trager gehalten, welcher auf dem Leuwagen hin und hergeht. Damit die Reibung ſo geringe als möglich ſei, wird der Leuwagen mit Eiſen belegt, und dieſes mit Talg und Seife beſtrichen. Auf Linienſchiffen vom erſten Range, wo die Ruderpinne eine bedeutende Länge hat, befindet ſich noch ein zweiter Leuwagen hinter dem erſten.

Damit bei den Kriegsſchiffen das Brechen oder Zerſchoſſenwerden der Ruderpinne ſo wenig Unterbrechung im Steuern wie möglich verurſache, ſo hat, wie vorher (S. 2376 Nr. 4) angegeben, der Kopf des Ruderpfoſtens über dem untern viereckigen Loche noch ein zweites, um ſchnell eine zweite Ruderpinne einſtecken zu können.

53 Das Steuerrad, Tafel XXXVIII, Fig. 1, Sr, dient als eine Art von Spill, um die Ruderpinne großer Schiffe deſto leichter bewegen zu können. Es beſteht aus einer Welle WB, deren Axenenden ſich in zwei aufrecht ſtehenden Stützen Ss und Ss bewegen; die Wellenaxe geht parallel mit der Länge des Kiels. An dem vorderen Ende der Welle befindet ſich das eigentliche Rad; es beſteht aus den an der Welle feſtſitzenden Spaaken Sk, welche noch über die Felgen oder den Umkreis des Rades hinausreichen; der hinüberreichende Theil jeder Spaake bildet einen bequemen Handgriff für den zur Seite des Rades ſtehenden Mann, um daſſelbe zu drehen. Bei ganz großen Schiffen befindet ſich am hinteren Wellenende noch ein zweites ganz ähnliches Rad, ſo daß bei ſtarkem Sturme, wo das Ruder eine große Kraft erfordert, vier Mann zugleich, an jedem Rade zwei, ſteuern können.

Das Steuerreep iſt von beſonders gutem Leinengarn gemacht und ungetheert. Die Mitte deſſelben wird auf die Mitte der Welle feſtgeſpickert, ſo daß beide Enden herabhängen; jedes dieſer Enden wird mit einigen Schlägen um die Welle genommen, und zwar ſo, daß bei dem Umdrehen des Rades ſich das eine Ende auf die Welle auf-, das andere ſich von ihr abwickelt.

Auf großen Schiffen, bei denen die Ruderpinne zwiſchen Deck ſpielt, fahren beide Enden durch ein unter der Welle im Deck befindliches Scheibengatt, d. h. ein Loch mit einer darin befindlichen drehbaren Scheibe. Dicht an jedem Scheibengatt unter dem Deck befindet ſich ein einſcheibiger Block; durch dieſen fährt das betreffende Ende des Steuerreeps, und das eine geht darauf nach Steuerbord, das andere nach Backbord, wo ein andrer einſcheibiger Block, und zwar in der Höhe des Leuwagens dicht am Bord befeſtigt iſt. Durch dieſen Block hindurch geht jedes Ende nach dem Kopfe der Ruderpinne und iſt dort befeſtigt. So wie nun das Rad gedreht wird, muß ſich durch die Auf- und Abwickelung des Steuerreeps die Ruderpinne nach der einen Seite hin bewegen. Drückt z. B. der an der Backbordsſeite des Rades Stehende die Spaaken

Digitized by Google

abwärts, ſo wickelt ſich das an derſelben Seite herabhängende Ende von der Welle ab, und das an der Steuerbordsſeite befindliche Ende auf dieſelbe hinauf; die Ruderpinne muß alſo nach Steuerbord hingehen, und hinten die Backbordfläche des Steuerruders ſelbſt einen ſpitzen Winkel, die Steuerbordsfläche deſſelben einen ſtumpfen Winkel mit der Breitenlinie des Kiels machen.

Auf ſolchen Schiffen, deren Ruderpinne auf dem oberſten Deck ſpielt, befinden ſich keine Scheibengatten im Deck; ſondern unter der Welle befinden ſich die beiden einſcheibigen Blöcke, zu denen die Steuerreepsenden ſenkrecht hinabgehen, unmittelbar auf Deck, und das Steuerreep fährt durch ſie hindurch nach den an Steuer- und Backbord am Schandeckel befindlichen einſcheibigen Blöcken, und durch dieſe nach dem Kopf der Ruderpinne.

Bei kleineren Fahrzeugen, deren Ruderpinne zwar keines Rades bedarf, aber doch auch nicht mit der bloßen Hand gelenkt werden kann, geht ein Taljereep von dem Kopfe der Ruderpinne nach den Blöcken am Schandeckel, und wird mit der Hand geholt.

Das Steuerrad ſteht auf den Kriegsſchiffen unter der offenen Säulenhalle welche die Kampanje mit der Schanze oder dem Quarterdeck bildet. Bei Kauffahrteiſchiffen ſteht es an der entſprechenden Stelle, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1, dicht vor dem Beſahnmaſt, und dicht hinter dem Nachthauſe, ſo daß der Steuernde den Kompaß unmittelbar vor Augen hat. Um die Ausſicht möglichſt frei von den Segeln zu haben, ſtellt ſich der Steuernde, oder wenn mehrere zugleich am Rade drehen müſſen, der Hauptſteuernde, dem die andern nur zu helfen haben, auf die Luvſeite. So oft nun der Wind oder der Kurs ſich ändert, muß der Stand des Steuernden gewechſelt werden; um nicht erſt den Kompaß auf die andre Seite hinüber tragen zu müſſen, befinden ſich im Nachthauſe zwei Kompaſſe, auf jeder Seite einer, getrennt vom andern durch das Behältniß für die Lampe. Man hat indeſſen dieſes nahe Zuſammenſtehen zweier Kompaſſe wegen ihrer gegenſeitigen Anziehung als nachtheilig für ihr richtiges Zeigen erkannt.

Das Bratſpill iſt eine lange, gewöhnlich achteckige Welle von leichtem 54
Holz, deren Durchmeſſer ungefähr anderthalb bis zweimal ſo groß iſt, als der Umfang der Ankertaue, die damit eingewunden werden ſollen. Tafel XXXVI, C, Fig. 4 iſt es mit einem Theile des Vorderdecks, auf dem es ſteht, perſpektiviſch dargeſtellt. Tafel XXXIX, Fig. 2, BS ſeine Backbordshälfte von oben geſehen; Tafel XXXVIII, Fig. 1, BSp ſein Steuerbordskopf von der Seite; Tafel XXXVI, B, 2, Fig. 69, ſeine Backbordshälfte für den Fall, daß das Schiff ſtatt eines Ankertaues eine Ankerkette führt, deren Schläge um den vertieften Theil gehen.

Die Länge der Welle geht parallel mit der Breite des Schiffs, und iſt auf einige Entfernung von ihren Enden rund herum bis auf die Hälfte ihrer Dicke eingeſchnitten, ſo daß die Stellen dieſer Einſchnitte einen runden Zapfen bilden. Das mittlere Stück zwiſchen dieſen beiden Zapfen heißt eigentlich das Spill, und die beiden äußern Enden jenſeits der Zapfen heißen die Köpfe des Spills, Tafel XXXVI, C, Fig. 4, e, e.

Digitized by Google

Die Zapfen ſelbſt paſſen in zwei halbkreisförmige Ausſchnitte, welche in zwei ſtarke aufrechtſtehende Stützen oder Steilen gemacht ſind, welche bis zu einer gewiſſen Entfernung unter das Deck, zuweilen bis auf den Boden des Schiffes reichen; Tafel XXXVIII, Fig. 1, Bg; dieſe Stützen oder Steilen erhalten eine ſtarke Bolzenverbindung mit allen Balken, bei denen ſie nahe genug vorbeigehen. Sie ſtehen an der hintern Seite der Zapfen, ſo daß ihr halbkreisförmiger Ausſchnitt ſich nach vorne hin öffnet; an dieſe Vorderſeite der Steilen ſchließen ſich an Backbord und an Steuerbord ſtarke aufrechtſtehende Kniee, welche mit den unter ihnen liegenden Deckbalken und den Steilen verbolzt ſind. Dieſe Kniee haben ebenfalls halbkreisförmige Ausſchnitte, deren hintere Oeffnung genau an die der Steilen paßt, ſo daß die Zapfen des Spills ſich in geſchloſſenen Kreisöffnungen drehen.

Die beiden Seitenſtücke, Steilen und Kniee zuſammen, heißen die Beting des Bratſpills (zuweilen heißen ſo auch die Steilen allein). Um den Rücklauf des Spills beim Winden zu verhüten, befinden ſich, je nach der Größe des Spills, zwei Reihen oder auch nur eine Reihe von Löchern, die Palgatten genannt, eingehauen, ſo daß der ſenkrechte Durchſchnitt des Spills an dieſer Stelle ſich wie ein Sperrad oder gezahntes Rad darſtellt; Tafel XXXVI, C, Fig. 4, Nebenfigur b; Tafel XXXVI, B, 2, Fig. 69, an der rechten Seite. In jeder der acht Seiten des Spills pflegen zwei ſolcher Pallgatten zu ſein, in welche zwei über einander angeordnete Sperrkegel, Pallen genannt, einfallen.

Dieſe Pallen ſind an ihrem oberen Ende vermittelſt eines Scharniers, oder beweglichen Gehänges, entweder am Fockmaſt befeſtigt, oder an einem eigenen dazu aufrechtſtehenden ſtarken Kniegerüſte, der ſogenannten Pallbeting befeſtigt; wie Tafel XXXVIII, Fig. 1, Pbg, und Tafel XXXVI, B, 2, Fig. 69. Die Steilen dieſer Beting reichen auch tiefer ins Schiff hinab, und werden mit allen nachliegenden Balken verbolzt. Die eiſernen Platten, mit denen die Pallgatten belegt ſind, heißen die Küſen. Die Pallbeting dient gewöhnlich, wie Tafel XXXVI, C, Fig. 4, dem Glockengalgen zum Fundament. Von den beiden Seitenbetingen des Bratſpills bis zu der Pallbeting reicht die ſogenannte Nagelbank, in welcher die ſogenannten Kovien- oder Karveelnägel zum Belegen laufenden Tauwerks geſteckt werden; Tafel XXXVI, C, Fig. 5 iſt ein Theil dieſer Nagelbank zu ſehen. Durch das Spill, wie durch die Köpfe deſſelben ſind viereckige Löcher, die Spillgatten, gemacht, in welche die Handſpaaken oder Spillſpaaken, d. h. die hölzernen Hebel geſteckt werden, mit denen das Bratſpill umgedreht wird. Man bringt in neuerer Zeit auch noch im Deck einige Pallen an, wie Taf. XXXVI, C, Fig. 4, b. Das Ankertau fährt in zwei bis drei Schlägen um das eigentliche Spill, und wird um die Beting belegt. (Vergl. im Wörterbuche die Artikel Bratſpill, zu Anker gehen.)

55 Das Gangſpill, Tafel XXXVI, B, 2, Fig. 54, 1, iſt ein ſenkrecht ſtehender abgekürzter Kegel, deſſen Obertheil, die ſogenannte Trommel, mehrere Spillgatten hat, in welche ebenfalls Handſpaaken geſteckt werden,

Digitized by Google

welche aber horizontal zu liegen kommen, und an denen die Leute im Kreiſe herumgehend das Gangſpill drehen.

Die ſchwerſten Schiffe haben drei Spille. Das große, welches eigentlich aus zwei Spillen übereinander auf einem gemeinſchaftlichen Schaft beſteht, hat ſeine Stelle auf dem erſten oder unteren Deck hinter dem großen Maſt. Sein Schaft reicht bis unter die Balken des unterſten Decks, und dreht ſich in einer eigenen Spur, welche an die genannten Balken gebolzt iſt. Nach oben zu geht der Schaft zwiſchen den Balken des oberen Decks durch und bildet dort ein zweites Spill, ſo daß auf beiden Decken daran gewunden werden kann.

Das zweite Spill ſteht auf dem oberen Deck einige Fuß hinter der Kabelgattslucke. Das kleinſte ſteht auf der Back. Kauffahrteiſchiffe, und ſolche die ein Bratſpill haben, führen nur zwei Gangſpille, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1, GSp, dicht an der Hütte, hinter der Achterlucke, und GSp nahe hinter der Vorlucke. Kleinere Kauffahrteiſchiffe haben gewöhnlich nur ein Gangſpill.

Die Haupttheile eines Gangſpills ſind: der Schaft, die Klampen, und die Pallen. Der Schaft dreht ſich mit ſeinem Fuße, d. h. mit einem ſtarken eiſernen Zapfen in einer in der Spur liegenden eiſernen Pfanne, und oben in der Fiſchung der Decke. Unter der Trommel und gegen den Schaft ſind acht ſtarke eichene Bohleſtücke befeſtigt, deren Geſtalt Tafel XXXVI, B, Fig. 54, l zu ſehen iſt; ſie heißen die Spillklampen; um ihren unteren Theil kommt das einzuwindende Tau zu liegen. Unter dieſen Klampen iſt eine Art Sperrrad angebracht, in welches die hölzernen oder eiſernen Sperrkegel einfallen, um den Rücklauf des Gangſpills zu hindern.

Die Gangſpille werden zu vielen Arbeiten des Windens gebraucht; hauptſächlich auch zum Lichten der Anker; doch kommt nicht das Ankertau ſelbſt darum zu liegen, ſondern ein dünneres Tau, entweder die Kabelaring oder der Jigger, welches an dem Ankertau ſelbſt befeſtigt iſt. Die Kabelaring iſt es auf großen Schiffen, die kein Bratſpill haben, alſo den Anker allein mit dem großen Gangſpill lichten; der Jigger wird auf Schiffen gebraucht, welche eine Bratſpill haben. (Vergl. im Wörterbuch Gangſpill, zu Anker gehen, Ankerlichten.)

Die doppelten Gangſpillen, welche auf zwei Decken zugleich gedreht werden, finden ſich nur auf Schiffen, welche kein Bratſpill haben.

Die Ankerbeting oder große Beting iſt eine Verbindung von 56
ſtarken Hölzern, welche ſich etwas hinter dem Fockmaſt befindet, und zur Feſtlegung oder Belegung der Ankertaue dient, wenn das Schiff kein Bratſpill hat. Sie beſteht, Tafel XXXVIII, Fig. 6, bb, und Tafel XXXVI, B, 2, Fig. 51, aus zwei ſtarken viereckigen und aufrechtſtehenden Pfoſten, welche die Betingſteilen oder Betingsſpehnen heißen; ſie ſtehen in einer eigenen Spur, welche ſonſt auf dem Kolſchwinn, jetzt aber unter den Balken der Kuhbrücke liegt. Die Toppenden der Steilen ragen vier bis fünf Fuß über das Deck. Gegen alle Balken, an welchen die Steilen anliegen, werden ſie verbolzt. Auf dem oberſten Deck liegt vor jeder Steile ein ſtarkes Knie mit dem ſenkrechten

Digitized by Google

Arme an die Steile, mit dem liegenden an das Deck gebolzt. An der hinteren Seite der Steilen liegt parallel mit dem Deck ein ſtarker Querbalken, die beiden Steilen rechtwinklig kreuzend, und mit ihnen verbolzt; in der letztgenannten Figur a; er heißt der Betingsbalken.

Die Steilentoppe und der Betingsbalken befinden ſich ſtets auf demjenigen Decke, an deſſen vorderem Ende die Klüſen, d. h. die runden Löcher liegen, durch welche die Ankertaue außer Bords gehen. Damit ſich die Ankertaue weniger reiben, wird der Betingsbalken auch wohl an ſeiner hinteren Seite mit einem abgerundeten weichen Stück Holz bekleidet, welches das Betingskiſſen heißt.

57 Man hat noch kleine Betingen und Knechte zur Belegung des laufenden Tauwerks, von denen auch einige Kreuzhölzer heißen.

1. Der große Knecht iſt ein ſtarkes Stück Holz, welches einige Fuß unter dem unterſten Deck anfängt, und ſich einige Fuß über das oberſte Verdeck erhebt; er ſteht am erſten Balken hinter dem großen Maſt, und wird an einem Balken des unterſten, und einem des oberſten eingeſchnitten und verbolzt; er ragt ungefähr vier Fuß über das oberſte Verdeck. Ueber die in ſeinem Kopfe befindlichen Scheiben wird ein Kardeel geſchoren, welches dazu dient, die große Raa zu heißen. Ein Knecht unterſcheidet ſich von einer Beting dadurch, daß er kein Querholz hat.

2. Der Fock-Knecht iſt dem großen ganz ähnlich, und dient zum Heißen der Fockraa; deshalb ſteht er hinter dem Fockmaſt.

3. Der Beſahns-Knecht ſteht hinter dem Beſahnmaſt zum Heißen der Bagienraa, der unterſten am Beſahnmaſt, welche keine Segel führt, und nur zur Spannung der Kreuzſchooten dient.

4. Die kleinen Betingen oder Kreuzhölzer finden ſich nur auf großen Schiffen, um das laufende Tauwerk der beiden Marsſegel zu belegen; die eine ſteht hinter dem großen, die andere hinter dem Fockmaſt. Sie beſtehen gewöhnlich nur aus zwei mit den Deckbalken verbolzten Knieen, an deren ſtehenden Armen ein Querholz befeſtigt iſt, welches ebenfalls Betingsbalken heißt, wie bei der großen Beting. Auf kleinen Schiffen finden ſich dieſe Betings nicht. Die Marsſchooten werden auf ſtarken Karveelnägeln belegt, welche durch ſtarke, zu beiden Seiten der Maſten angenagelte Klampen, die Marsſchootenklampen, befeſtigt werden.

58 Die Krahnbalken, Tafel XXXVI, A, Fig. 8, c, Tafel XXXVII, Fig. 1, Kb, ſind zwei ſtarke viereckige an Steuerbord und an Backbord vorn auf der Back horizontal über den Bord aber auf die Art hervorragende Balken, daß ſie mit der Längenaxe des Schiffs etwa einen Winkel von 45° machen. Der auf der Back ruhende Theil iſt auf den Balken derſelben eingeſchnitten und verbolzt, und mit ſtarken eiſernen Klampen, ſogenannten Schleifen befeſtigt. Der über Bord hervorragende Theil wird durch einen ſogenannten Drücker, in der zuletzt genannten Figur Dkr, d. h. durch eine Art Kragſtein, der an der Seite des Schiffs befeſtigt iſt, unterſtützt. Auf kleinen Schiffen beſteht dieſer Drücker nur aus einem kleinen Knie; auf manchen iſt auch der ganze Krahn-

Digitized by Google

balken nur ein Knie, deſſen einer Arm gegen die Balken und Spanten verbolzt iſt; und deſſen andrer Arm den hervorragenden Theil bildet.

Der Krahnbalken dient dazu, den Anker beim Auswerfen und beim Lichten gehörig weit vom Schiffe abzuhalten, damit er die Hautplanken nicht beſchädigt. An ſeinem vorderen Ende hat der Krahnbalken mehrere Scheiben, über welche der ſogenannte Kattläufer, d. h. der Läufer des Kattblocks geht, an deſſen Haaken der Anker hängt, ehe er fallen ſoll, oder wenn er eben gelichtet worden. (Vergl. im Wörterbuch: Anker lichten und zu Anker gehen.)

Die Reibhölzer oder Leiter ſind an die Außenſeite des Schiffs an- 59
gepaßte, und über den Barkhölzern eingeſchnittene ſtarke Leiſten, welche ſenkrecht ſtehend vom Waſſerſpiegel bis zum Schandeckel oder Dollbord reichen, und mit der Außenſeite der Topauſlanger einerlei Belauf haben. Sie dienen zum Schutz der Hautplanken, wenn man Waſſerfäſſer, Rapperte u. dgl. an Bord heißt. Sie werden je nach der Größe des Schiffs drei bis fünf auf jeder Seite, mit ſtarken Nägeln auf die Barkhölzer geſpickert. Auf kleinen Schiffen ſind ſie ganz loos, und werden nur dann, ähnlich wie die Fallreepstreppe, außer Bords angehängt, wenn eben Etwas aufgeheißt werden ſoll; in dieſer Form heißen ſie dann Schlitten oder Wreifhölzer; gleich nach dem Gebrauch werden ſie wieder geborgen, d. h. an Bord genommen, und zwiſchen Decks verwahrt.

Die Halsklampen ſind zwei Löcher, eines an Steuerbord, eines an 60
Backbord, durch welche die Halſen in das Schiff kommen, und liegen um die Länge des Segelbalkens vor dem großen Maſt. Man bekleidet ſie zur Schonung des Tauwerks mit weichem Holze, z. B. mit Pappelholz, und verziert ſie auch gewöhnlich von Außen mit Bildhauerarbeit.

Der Raum heißt der innere Theil des Schiffs vom unterſten Deck oder 61
der Kuhbrücke bis zum Kolſchwinn, und vom Vor- bis Achterſteven; er iſt gleichſam der Keller eines ganzen Kriegsſchiff, und das Hauptgelaß für die Ladung eines Kauffahrteiſchiffs.

Der Theil, in welchem das Waſſer und die übrigen Lebensmittelvorräthe (mit Ausnahme des Brods) aufbewahrt werden, heißt im genaueſten Sinne der Raum. Man macht dann noch mehrere Abtheilungen durch Errichtung verſchiedener Schotten oder Bretterwände, die zum Theil Kammern genannt werden; z. B. die Brodkammern, welche um das Brod friſch zu erhalten, mit Blech ausgeſchlagen werden; die Pulverkammern, welche ein doppeltes Schott haben, und durch eine an beiden Seiten des Glaſes mit Drathgittern verſehene Laterne erleuchtet werden; dieſe Laterne ſteht überdem in einer mit Blei ausgefütterten Kumme oder Ciſterne, in der ſich unten Waſſer befindet. In der Mitte der Pulverkammer befindet ſich häufig der Pumpenſood der am Beſahnmaſt ſtehenden Pumpe, oder ſonſt ein viereckiger hölzerner Verſchlag, welcher bis über die obere Decke der Pulverkammer, d. h. bis in die Konſtabelkammer hinaufreicht, und an den Seiten mit Glas verſehene Fenſteröffnungen hat. In dieſen Verſchlag wird die Laterne ſo weit herabgelaſſen, daß ſie durch die Fenſter hindurch die Kammer erleuchtet. In der Nähe der Pulverkammer

Digitized by Google

befinden ſich die Keller für die Kapitains- und Offizierskajüte; der hinterſte Raum heißt das Kot oder die Piek, auch Achterpiek und das Scharf genannt, und dient gewöhnlich zur Aufbewahrung der Konſtablervorräthe, des Ladezeugs, Taakelage zum Geſchütz u. dgl.; der vorderſte Raum heißt die Vorderpiek oder die Hölle. Auf der Kuhbrücke und den eigentlichen Decken befinden ſich noch eine Menge anderer Verſchläge, für die Küche oder Kombüſe, die Schmiede, die Segelkoje, das Kabelgatt, die großen und kleinen Kajüten u. ſ. w.

Bei Kauffahrteiſchiffen iſt die Einrichtung viel einfacher, außer der Kajüte, den Steuermannskammern, dem Volkslogis, der Segelkoje, dem Kabelgatt, den Proviſionskammern, und dem Raum für den Waſſervorrath bedarf es nur noch weniger Abtheilungen, welche dann nach Umſtänden für längere oder kürzere Zeiten durch Schotten gebildet werden.

62 Die hölzernen Nägel ſind große hölzerne Pinnen, welche man ſtatt der eiſernen Nägel ſo weit als das Schiff im Waſſer geht, und hauptſächlich dazu gebraucht, die Planken gegen die Inhölzer zu befeſtigen. Sie haben den Vorzug daß ſie nicht roſten, müſſen aber von gutem, geſundem und ſtarkem, recht ausgetrocknetem und nicht mürbem Eichenholz ſein, weil ſie ſonſt leicht faulen, und die Bohrlöcher nicht durch Aufquellen genau ausfüllen. Für 100 Fuß Schiffslänge macht man ſie ungefähr ein Zoll im Durchmeſſer ſtark.

63 Der Kupferbeſchlag des Schiffsbodens beſteht in kupfernen Platten von der Dicke ſtarken Eiſenblechs, welche reihenweiſe auf die Außenplanken mit kupfernen Nägeln befeſtigt werden. Er reicht von dem Kiel bis zur Ladewaſſerlinie, und dient dazu, das Schiff vor den ſchädlichen Seewürmern zu ſchützen, die in das Holz eindringen und es zernagen. Er gewährt auch den Vortheil, daß ſich der Boden ſehr rein hält; während ſich an einem bloßen Holzboden leicht faſerige Seegewächſe, Muſcheln, Schnecken und andre Seethiere anſetzen, und durch ihre Menge die Geſchwindigkeit des Schiffes ſehr vermindern, indem ſie die Reibung am Waſſer außerordentlich vermehren.

Wegen der Koſtbarkeit des Kupfers werden nur Kriegsſchiffe und ſolche Kauffahrteiſchiffe damit beſchlagen, welche zu weiten Reiſen und zwar nach ſolchen Gegenden beſtimmt ſind, in denen ſie dem Wurmfraß beſonders ausgeſetzt ſind. Man hat auch mancherlei andere Ueberzüge, von denen tiefer unten etwas Genaueres vorkommt.

61 Die Unterlage für das zu erbauende Schiff iſt entweder eine ſogenannte Helling oder ein Stapel.

1. Die Helling iſt ein langes, etwas über dem Erdboden der Schiffswerfte auf einem ſtarken Pfahlwerk ruhendes und von der Landſeite nach dem Waſſer ziemlich geneigtes Holz-Gerüſt aus zwei Reihen ſtarker Eichenſtämme. Seine Länge muß derjenigen des Kiels entſprechen; und außerdem noch ſo weit ins Waſſer reichen, daß das fertig gewordene Schiff völlig in daſſelbe ablaufen kann. Zu dieſem Zwecke, ſo wie auch zum Aufwinden eines völlig auszubeſſernden Schiffes, iſt die obere Seite der Helling wie eine Rinne ausgehöhlt.

2. Der Stapel beſteht aus großen Holzklötzen, welche in gewiſſen Ent-

Digitized by Google

fernungen, und zwar ſo übereinander gelegt ſind, daß eine ſchräge Linie dadurch entſteht, indem, wie Tafel XXXVII, Fig. 5, a, a, a, der am weiteſten vom Waſſer entfernte Stapel aus 5, der nächſte aus 4 u. ſ. w. beſteht. Die einzelnen Klötze heißen Stapelblöcke oder Stapelklötze. Der Stapel wird für jedes Schiff beſonders eingerichtet; die Helling bleibt immer unverändert.

3. Da wo Docken ſind, d. h. ausgemauerte Waſſerbaſſins oder Waſſerbecken, welche durch Schleuſen mit dem Hafen in Verbindung ſtehen, und nach Belieben trocken gelegt oder mit Waſſer gefüllt werden können, läßt man zur Zeit der Ebbe das Waſſer ab, ſchafft das noch übrig gebliebene Waſſer mit Pumpen heraus, und ſchließt die Schleuſen. Iſt das Schiff ſo weit fertig, daß es ſchwimmen kann, ſo werden die Schleuſen zur Fluthzeit geöffnet, und das eindringende Waſſer hebt das Schiff empor, ſo daß es aus der Dock in den Hafen auslaufen kann. Auf dem Grunde der trocken gelegten Dock befinden ſich auch Stapelgerüſte, die aber natürlich keine Neigung haben. Auf die Stapelblöcke oder die Helling kommt zuerſt der Kiel zu liegen.

4. Iſt das Schiff auf einer Helling oder einem Stapel fertig geworden, ſo muß es ablaufen. Die Vorrichtungen dazu ſind faſt in jedem Hafen, und noch mehr bei jeder Nation verſchieden. Die Hauptverſchiedenheit beſteht darin: ob das Schiff auf einem ſogenannten Schlitten, oder unmittelbar von der Helling ablaufen ſoll.

Der Schlitten iſt ein eigenes Gerüſt, das unter dem Boden des Schiffs angebracht wird, auf dieſem ruht es und gleitet mit demſelben allmälig ins Waſſer. Es kommt über das Ablaufen tiefer unten noch etwas Genaueres vor.

§. 345. Zeichnung des Seitenriſſes eines Schiffes.

Zuerſt wird die Länge zwiſchen dem vorderſten und hinterſten Perpendikel beſtimmt und abgemeſſen, Tafel XXXVII, Fig. 1, und Tafel XL, Fig. 1, FP und AP, welche man beide bis auf den unter dem Riſſe befindlichen Maaßſtab verlängert. Die einzelnen Stücke werden hinſichtlich ihrer Proportion, Stärke und Schönheit beinahe ſämmtlich nach dieſer Länge geregelt.

Dieſe Länge wird meiſtentheils in der Höhe des unteren Kanonendecks von dem Hinterrande der Vorſtevenſponning bis zum Vorderrande der Achterſtevenſponning genommen. Auf Kauffahrteiſchiffen von der Hinterſeite des Achterſtevens in der Höhe des Heckbalkens bis zur Vorderſeite des Vorſtevens in derſelben Höhe.

Wenn die vorderſte und hinterſte Kanonenpforte beſtimmt, ſo findet man die Stellen der mittleren ſehr leicht; ſie haben alle dieſelbe Entfernung.

Die vorderſte Pforte muß ſo weit nach vorne liegen, als es die Umſtände erlauben, und ſo daß die Waſſerback genügenden Raum erhält. Sie erhält einen langen Topauflanger an der Vorderſeite, und einen langen dritten Auflanger an der Achterſeite. Die aufeinander folgenden Pforten müſſen immer

Digitized by Google

zwei Spanten zwiſchen ſich haben. Die hinterſte muß ſo gelegt werden, daß die Seitengallerie frei von ihr bleibt.

Bei Kauffahrteiſchiffen iſt natürlich die Anordnung hinſichtlich der Spanten einfacher.

2 Zweitens iſt, da es bei dem Seitenriß nicht unmittelbar auf die Breite ankommt, die Tiefe des Hols zu beſtimmen. Sie hängt von der Lage des unteren Decks ab, und wird gewöhnlich von der oberen Seite des unteren Deckbalkens im Hauptſpant oder des Segelbalkens bis zur oberen Seite der Stauchweger (S. 2357), d. h. der zweiten Weger vom Kiel gemeſſen. Sieben Sechszehntheile der größten Breite auf den Inhölzern, d. h. ohne die Hautplankendicke, iſt die mehrentheils gewählte Tiefe für Linienſchiffe; ſieben Zwanzigtheile für Fregatten. Die Breite ſelbſt beträgt beinahe drei Eilftheile der Länge für Kriegsſchiffe, und drei Zwölftheile für Kauffahrteiſchiffe; nur Kutter und einige andre kleine Fahrzeuge ſind breiter. Die Tiefe des Hols bei Kauffahrern hat kein beſtimmtes Maaß. Nur bei Oſtindienfahrern findet man gewöhnlich dieſe Tiefe 14 Fuß und 9 Zoll, ſo daß ſieben Lagen Thee, oder neun Lagen China geſtaut werden können. Weſtindienfahrer haben gewöhnlich zwölf Fuß Holtiefe, ſo daß ſie zuſammen mit dem Zwiſchendeck fünf Lagen Zucker ſtauen können. Nach den verſchiedenen Beſtimmungen der Handelsſchiffe muß man das Zwiſchendeck ſo legen, daß es den jedesmaligen Raum erforderlich groß läßt.

3 Die über dem Hol liegenden Theile müſſen ſo niedrig und ſo enge gehalten werden, als es die übrigen Erforderniſſe zulaſſen. Die Länge des Hüttendecks oder der Kampanje beſtimmt die Höhe der Bordlinie hinten; die Hütte ſelbſt darf nicht länger ſein, als wie es die nothwendigen Einrichtungen und Gemächer erfordern; je kürzer die Hütte iſt, deſto niedriger wird die Verzeunung hinten ſein; ein niedriges und enges Heck gilt immer für das ſchönſte.

Wird ein Schiff beinahe gerade hinſichtlich ſeines oberſten Bords gebaut, ſo hat es bei weitem mehr Kielgebrechlichkeit. Je mehr alſo dieſe Linie nach vorne und hinten aufſteigt, und auf einem je größern Raume die hinten und vorne liegende Laſt vertheilt werden kann, deſto ſtärker wird das Schiff. Dies iſt namentlich bei ſtark bemannten Schiffen zu beobachten, für deren zahlreiche Offiziere viele Einrichtungen nöthig werden. Bei kleineren und geringer bemannten Schiffen kann die Bord- und Decklinie viel weniger gekrümmt, oder der Spring viel unbedeutender ſein.

4 Von den verſchiedenen Höhen iſt diejenige der Topſente (S. 2357) an ihrer niedrigſten Stelle, d. h. am Mittelſpant oder in der Mitte des Schiffs zu beſtimmen. Bei Dreideckern nimmt man wohl ſieben Dreißigſttheile der Länge; bei Zweideckern und kleinern Schiffen ein Fünftel der Länge; bei Kauffahrteiſchiffen fünf Dreiundzwanzigſttheile; dieſe letzte Beſtimmung iſt jedoch ſehr willkürlich.

5 Die Höhe der Ladewaſſerlinie wird bei Dreideckern auf zwölf Dreiundzwanzigſttheile, oder etwas weniger als die Hälfte der Höhe der Topſente gelegt; bei Zweideckern auf drei Fünftel derſelben Höhe; bei andern Schiffen

Digitized by Google

im Allgemeinen auf fünf Achtel der Höhe der Topſente an ihrer niedrigſten Stelle. Die Höhe der Ladewaſſerlinie muß übrigens von der Unterſeite des Kiels abgeſetzt werden.

Die Höhe des Unterrandes des Bergholzes, und die Höhe 6
der unteren größten Breite (S. 2336) in der Mitte des Schiffs wird allgemein beinahe in dieſelbe Stelle geſetzt, wie die Ladewaſſerlinie; einige Schiffbauer erheben ſie jedoch um einige Zoll. Die untere größte Breite wird vorne und hinten ungefähr auf die Höhe der Klüsgatten vorne, und ein wenig über den Heckbalken hinten erhoben; oder wie ſonſt die ganze Geſtalt es erfordern mag.

Die bisher genannten Beſtimmungen ſind die Hauptpunkte zur Propor- 7
tionenbeſtimmung des Schiffes im Allgemeinen und des Seitenriſſes im Beſondern. Die übrigen Punkte werden je nach der Beſtimmung des zu bauenden Schiffes mancherlei Abänderungen erhalten. Wenn z. B. die Holtiefe größer ſein muß, als die vorher angegebene, ſo kann ihr Zuſatz nur dadurch erlangt werden, daß die Höhe der Decke etwas verringert wird, da es von der höchſten Wichtigkeit iſt, das Schiff über Waſſer verhältnißmäßig ſo niedrig als möglich zu halten.

Die Berghölzer, als ein ſo wichtiger Beſtandtheil des Schiffsgebäu- 8
des, kommen zunächſt in Betracht.

Das große Bergholz (S. 2355) kommt in der Gegend der größten Weite des Schiffs zu liegen, wo das Gebäude die größte Anſtrengung auszuhalten hat. Höhe und Spring oder Bugt der Berghölzer geht dem Spring oder der Bugt der Topſente völlig oder doch beinahe parallel, und muß ſo wenig als möglich von den Pforten eingeſchnitten werden.

Das zweite oder Rüſten-Bergholz liegt zwiſchen der Pfortenreihe des unterſten Kanonendecks und derjenigen des zunächſt darüberliegenden. Der untere Rand dieſes Bergholzes muß in der Mitte ſo niedrig als möglich zu liegen kommen, damit die darüber befindlichen Pforten, mit Ausnahme der zwei oder drei hinterſten, nicht in daſſelbe einſchneiden. Der Einſchnitt dieſer letzteren kann durch die Deckniee darüber und die Verbolzung der Berghölzer an den Seiten der Pforten unſchädlich gemacht werden.

Das kleine Bergholz oder dritte bei Dreideckern folgt derſelben Regel.

Die Rüſten werden gewöhnlich ſo angeordnet, daß ihr oberer Rand mit 9
dem oberen Rande der Raaleiſte zuſammentrifft; oder ſo, daß die Püttings-Klappe (S. 2374) auf dem Rüſten-Bergholz befeſtigt wird, und der Püttings- und der Klappbolzen auf den obern und den untern Rand dieſes Bergholzes trifft. Jede einzelne Pütting muß einestheils frei von den Pforten unter den Rüſten bleiben, und anderntheils diejenige, bald ſenkrechte bald ſchräge Richtung erhalten, welche zu der Richtung des zu ihr gehörigen Wanttaues paßt.

Die Flurſente, Rising line, (S. 2337), kann ſowohl in ihrer Nieder- 10
bugt wie in ihrer Ausbugt nicht nach gleichbleibenden Verhältniſſen beſtimmt

Digitized by

werden, da ſie ſich nach der jedesmaligen, beſondern Zwecken entſprechenden, Bauart der Schiffe richten muß.

11 Die Kurve der Liegermitte, Cutting down line, hängt ebenfalls von der ſpeziellen Zweckbeſtimmung des Schiffsgebäudes ab. In Tafel CIV, Bd. III, S. 422 iſt für Vor- und Achterſchiff des auf Tafel XXXVII, XXXVIII und XXXIX gezeichneten Kauffahrteiſchiffes die Höhe dreier Hauptlinien für den Seitenriß auf den einzelnen, mit beſondern Zeichen und Buchſtaben bezeichneten Spanten angegeben: die Auflanger-Top-Linie oder Topſente, Top timber-line (S. 2337 Nr. 9), die Bord-Linie oder Sente der Verzeunung, Top side-line (S. 2338 Nr. 10), und die Bauchſtück-Linie oder Kurve der Liegermitte, Cutting down line (S. 2338 Nr. 12).

12 Das Galjon (S. 2370—2373) bedarf der ſorgfältigſten Zeichnung, weil es am mehrſten dazu beiträgt, dem Schiffe ein ſchönes oder ein häßliches Anſehen zu geben. Außer den Rückſichten der Schönheit kommen dabei auch diejenigen in Betracht, welche zur Unterſtützung des Bugſpriets, und zur Spannung der Vorſegel gehören. Bei Dreideckern hat das Galjon eine bedeutende Tiefe, und muß daher, um eine ſchöne Form zu erhalten, eine mehr als gewöhnliche Länge erhalten. Um ſein Gewicht zu vermindern, müſſen alle bloßen Verzierungen möglichſt leicht gemacht werden. Das untere Schloiknie muß völlig oder beinahe auf den oberſten Gang des großen Bergholzes treffen, weil die Klüſen auf dem untern Deck zwiſchen den Schloiknieen liegen. Die Entfernung der Schloikniee von einander auf dem Vorſteven beträgt bei Dreideckern ungefähr drei Viertel der Entfernung zwiſchen dem untern Schloiknie und der obern Galjons-Reiling auf dem Vorſteven. Bei Kauffahrteiſchiffen, deren Klüſen auf dem obern Deck liegen, wie Tafel XXXVII, Fig. 1, erhalten die Schloikniee natürlich eine andere Lage in dieſer Beziehung. Eine der mittleren Reilings verbindet ſich in der Engliſchen Bauart mit dem Drücker unter dem Krahnbalken, wodurch die Kanonenpforten im Bug am leichteſten frei gehalten werden. Die Reilingsſtützen ſind gewöhnlich ihrer drei oder vier vor dem Vorſteven; bei ſehr großen Schiffen befindet ſich noch eine fünfte hinter dem Steven. Die Haupt- oder oberſte Reiling wird an der tiefſten Stelle ihrer Niederbugt ſo niedrig und eben gehalten, als es angeht, um dem Röſterwerk der Flur eine bequeme Lage zu geben; doch darf ſie nicht niedriger als das obere Deck liegen, von welchem aus man auf die Flur ſteigt. Die Reilingsſtützen werden ſo angeordnet, daß die vorderſte mit dem Fuße des Bildes oder der Figur zuſammentrifft; und die hinterſte mit ihrer Achterſeite in derjenigen Ebene liegt, welche durch den Vorderrand des Vorſtevens geht; die letztere heißt deshalb auch die Vorſtevenſtütze. Die mittleren Stützen kommen in gehörigen Entfernungen zwiſchen die beiden äußerſten; nach dieſen Entfernungen richtet ſich der Abſtand der hinter dem Vorſteven ſtehenden Stütze von ihm. Die Reilings ſelbſt, zwiſchen der oberſten und dem oberen Schloiknie, können in gleichen Diſtanzen auf jeder Reilingſtütze abgeſetzt werden. Uebrigens macht die Anordnung der Galjonstheile nur bei Dreideckern einige Schwierigkeit; bei Zweideckern und kleinern Schiffen ergiebt ſie ſich mit größter

Digitized by Google

Leichtigkeit. Die oberſte Reiling liegt an der tiefſten Stelle der Bugt und gegenüber dem Vorſteven in der Höhe der Untertrempel der Kanonenpforten des oberen Decks, oder des erhöhten Theils dieſes Decks, auf welchem die Jager, d. h. die zum Jagdmachen auf ein feindliches Schiff vorne zu beiden Seiten des Stevens befindlichen Kanonen ſtehen. Dieſer erhöhte Decktheil, den die Engländer beakhead nennen, heißt im Deutſchen die Vorpflicht, kann aber auch das Jagerdeck genannt werden. Das obere Schloiknie kann bei dieſen Galjon am Steven genau in der Mitte zwiſchen dem unteren Schloiknie und der oberſten Reiling liegen. Die übrigen Theile kann man ganz nach den Umſtänden einrichten; nur muß man die vorderen Enden der Reilings und der Galjons-Ausleger in einer gefälligen Krümmung aufwärts ſteigen laſſen, ſo daß ſie dem Spring des Schiffs einen zierlichen Schlußbelauf geben.

Bei Fregatten und Kauffahrteiſchiffen, wie Tafel XL und Tafel XXXVII, läßt ſich dem Galjon die gefälligſte Form geben. Der obere Rand des oberen Schloikniees, wie bei dem Kauffahrteiſchiff Tafel XXXVII, oder des unteren Schloikniees, wie bei der Fregatte Tafel XL, muß ſtark genug ſein, um ungefähr vier Zoll volles Holz zum Ankertaukiſſen vor den Klüſen zu haben, welches die Reibung des Kabeltaus verhindert. Bei den größern Schiffen dieſer Art liegen die Schloikniee in der Gegend der Klüſen größtentheils 1 Fuß und 10 Zoll auseinander; bei kleineren Schiffen 1 Fuß und 4 Zoll.

Die Klüſenknechte oder Klüſenpöller, d. h. die über dem Vorſteventopp dicht zu beiden Seiten des Bugſpriets hervorragenden Toppe der Klüshölzer (Knightheads oder Bollard timbers) müſſen hoch genug ſein, damit zwiſchen ihnen noch eine Klampe oder Kalbe über dem Bugſpriet zu deſſen Befeſtigung eingetrieben werden kann.

Die Pöller, Tafel XXXVII, Fig. 1, P, P, längs der Back müſſen ſo 13
angeordnet werden, daß ſie aus den Topauflangern der Vorderſpanten gebildet werden können, welche über die Pforten des oberen Decks reichen. Namentlich müſſen ſie bei ſolchen Schiffen in gehörigen Entfernungen und an geeigneten Stellen geordnet werden, bei denen nach der neueren Bauart die Vorſpanten ſo hoch hinaufreichen, daß die oberſte Reiling der Back auf ihre Toppe gelegt wird.

Ein Pöller von größerer Höhe, Tafel XXXVII, Fig. 1, Pp, kommt dicht vor den Krahnbalken zu ſtehen, um den Kattblock daran zu bolzen, und an dasjenige Spant, von welchem er gebildet iſt, wird die oberſte oder Hauptreiling des Galjons gebolzt, wie an der genannten Figur zu ſehen iſt. Auf jeder Seite der Back müſſen zwei bis drei Kanonenpforten kommen, deren Seitentrempel von den nächſten Pöllern gebildet werden; dieſe Pforten müſſen ſo angeordnet ſein, daß ſie frei oder klar von den Wanten bleiben. Nach der neuern Bauart, wo Back und Schanze rund ſind, kommen auf jeder Seite noch zwei Pforten zwiſchen dem Vorſteven und dem Krahnbalken, wie Tafel XL, Fig. 5.

Die Vorderſeite des Galjonſcheggs muß durch eine gefällige Schlan- 14
genlinie gebildet werden, welche an ihrem untern Theile nicht zu voll gehalten

Digitized by Google

werden darf, damit ſich nicht die Ankertaue, beſonders beim Schwaien (Schwenken vor dem Anker) am Schegg zu heftig reiben. Es muß alſo das Schegg unterhalb des untern Schloikniees nicht mehr Holzmaſſe enthalten, als nöthig iſt, um die Gatten für das Waſſerſtag, Tafel XXXIII, B, Fig. 13, m, n, am Knie des Bildes, einbohren zu können. Auch muß die Vorderſeite zur weiteren Sicherung der Ankertaue gut abgerundet werden.

15 Das Heck ſollte bei allen Arten von Schiffen ſo niedrig und ſo enge gehalten werden, als irgend mit der Größe und Stärke der ganzen Gebäude vereinbar iſt. Das Heck (vergl. S. 2346—2349) wird oben von dem Heckbord, unten von der Gilling, und an den Seiten von den Gallerie-Termen (quarterpieces) begrenzt, und enthält bei großen Schiffen die Fenſter oder Lichter der großen (Offiziers-) Kajüte, der Kommandeurkajüte und die Gallerien; bei kleinen Schiffen nur die Kajütsfenſter.

Was das Galjon für die Schönheit des Vordertheils, das iſt das Heck für das Achterſchiff. Um ihm eine gefällige Geſtalt zu geben, müſſen die Gillingsleiſten eine angemeſſene Aufbugt, und eine entſprechende Ausbugt erhalten. Jede der Gillingsleiſten muß je höher ſie aufſteigt, eine deſto rundere Aufbugt erhalten.

Man hat in neueren Zeiten angefangen, die Heckgallerien ganz wegzulaſſen, was ſowohl zur Verſtärkung des Achtertheils, als auch dazu beiträgt, die hinterſten Kanonenpforten beſſer anzuordnen.

Wird das Heck, wie bei Dreideckern unvermeidlich tief, ſo müſſen auch die Gillingen verhältnißmäßig tief gemacht werden; die Fenſter ebenfalls tiefer, dafür aber weniger an Zahl. Zwiſchen dem Heckbord und dem oberen Rande der Fenſter müſſen einige Verzierungen angebracht werden, um dieſen Theil nicht zu tief erſcheinen zu laſſen.

Im Verhältniß zu dem ganzen Heck muß natürlich auch die große Gillingsleiſte gelegt werden, welche die große und kleine Gilling ſcheidet.

Will man den Fenſtern die erforderliche Tiefe geben, ſo müſſen die Decke hinten einen angemeſſenen Spring erhalten, und demgemäß muß auch ihre Aufbugt ſein.

16 Die Seitengallerieen hängen hinſichtlich ihrer Höhe von dem Heck ab; damit ſie ein ſchönes Anſehn bekommen, muß die Galleriefenſter-Leiſte (Tafel XXXVII, Fig. 1, L″) ſo lang als möglich ſein, und darf ſich erforderlichen Falls ſelbſt bis um einige Zoll innerhalb der größten Breite erſtrecken; denn iſt dieſe Leiſte zu kurz, ſo erſcheint die ganze Gallerie verkrüppelt.

17 Die Dimenſionen und die Geſtalt des Ruders ſind Seite 2376 ausführlich angegeben; namentlich iſt auf die obere einwärtsgehende Biegung des Ruderpfoſtens, und auf die Gillungen des Ruderſcheggs zu achten, wenn man die letzteren beibehalten will.

18 Was die Mittelpunkte der Maſtendurchmeſſer oder die Stellen der Maſten anbetrifft, ſo kann man ſie im Allgemeinen folgendermaaßen beſtimmen: der Fockmaſt ſteht bei Kriegsſchiffen etwa um ein Neuntel der Schiffslänge zwiſchen den Perpendikeln hinter dem vorderſten Per-

Digitized by Google

pendikel; bei Kauffahrteiſchiffen um zwei Dreizehntheile dieſer Länge dahinter; der große Maſt bei allen Schiffen um fünf Neuntel jener Länge hinter dem vorderſten Perpendikel; und der Beſahnmaſt bei großen Schiffen vier Fünfundzwanzigſttheile jener Länge vor dem hinterſten Perpendikel; bei kleinern Schiffen, wie Fregatten u. ſ. w., um vier Sechsundzwanzigſttheile jener Länge davor.

Bei Briggen und andern zweimaſtigen Schiffen ſteht der Fockmaſt ein Achtel der genannten Länge hinter dem vorderſten Perpendikel, wenn das Schiff ſcharf gebaut iſt; hat es einen vollen Bau, ſo ſteht er um ein Siebentheil jener Länge dahinter; der große Maſt ſteht um drei Fünftel jener Länge hinter dem vorderſten Perpendikel.

Bei Kuttern und andern einmaſtigen Schiffen ſteht der Maſt um ein Drittel jener Länge hinter dem vorderſten Perpendikel.

Alle dieſe Beſtimmungen ſind indeſſen nur ungefähre, und müſſen durch die S. 2292—2311 gegebenen Lehren über die Stellung der Maſten und die Wirkungen der Segel nach den höhern Prinzipien der neueren Schiffsbaukunſt zweckgemäß abgeändert werden. Für die erſten Uebungen geben ſie indeſſen eine leichte Ueberſicht.

§. 346. Erſtes Beiſpiel. Zeichnung des Seitenriſſes eines dreimaſtigen Kauffahrteiſchiffs von 330 (Engliſchen) Tonnen.

Tafel XXXVII, Fig. 1.

Zu dieſer Zeichnung dienen neben der genannten Figur die beiden Beſteck- 1
tafeln CIV und CV, Bd. III, S. 422 u. 423. Nachdem man den gleichtheiligen Maaßſtab mit der möglichſten Genauigkeit abgetheilt, und die Abtheilungen an ſeinem oberen Rand von vorne nach hinten, d. h. hier von rechts nach links, die an ſeinem untern Rande von hinten nach vorne, d. h. hier von links nach rechts numerirt hat, zieht man zuerſt die Horizontallinie oSK, welche den oberen Rand der Kielſponning darſtellt. Sie muß ſo weit von dem oberen Rande des Maaßſtabes entfernt ſein, daß dieſer obere Rand die untere Seite des loſen oder falſchen Kiels darſtellen kann. Der Maaßſtab ſelbſt muß noch ſo weit von dem untern Rande des Papiers entfernt bleiben, daß der Seitenriß oder horizontale halbe Breitenriß unter dem Maaßſtabe Platz hat. Darauf errichtet man das vorderſte Perpendikel in dem Nullpunkte der oberen, oder von rechts nach links gezählten Abtheilungen des Maaßſtabes. Dieſer Nullpunkt muß vom rechten Rande des Papiers genug entfernt bleiben, um für die über jenes Perpendikel hinausreichenden Zeichnungen der Galjonstheile hinreichenden Platz zu laſſen. Von dieſem Perpendikel aus wird die in der Beſtecktafel CV, S. 423 angegebene Länge, 103 Fuß 3¾ Zoll, nach links hin abgeſetzt, und dort das hinterſte Perpendikel errichtet. Zu bemerken iſt, daß Tafel XXXVIII, Fig. 1, die obere 100 richtig, nämlich über der unteren 3 ſteht, in Tafel XXXVII aber um eine Abtheilung zu weit links ſteht;

Digitized by Google

es iſt demnach die Entfernung der beiden äußerſten Perpendikel wirklich 103 Fuß und 3¾ Zoll.

Manche ziehen erſt die Horizontallinie, welche den oberen Rand der Kielſponning darſtellt, errichten auf ihr die beiden äußerſten Perpendikel in der erforderlichen Entfernung, und zeichnen dann erſt den Maaßſtab hin, welcher aber natürlich ſchon auf einem Nebenblatt fertig ſein muß.

Hätte man nicht das Kauffahrteiſchiff, ſondern das in derſelben Beſtecktafel enthaltene Linienſchiff oder die Fregatte zu zeichnen, ſo müßte man eine der beiden zuerſt ſtehenden Längen, 176 Fuß für das Linienſchiff, oder 137 Fuß für die Fregatte, zur Entfernung zwiſchen den beiden Perpendikeln nehmen.

Es wird übrigens immer vortheilhaft ſein, wenn man die Abtheilungen des Maaßſtabes in einem beſtimmten Verhältniſſe zu einem wirklichen natürlichen Fußmaaße nimmt; ſo iſt auf Tafel XXXVII, XXXVIII und XXXIX ein Fuß des verjüngten Maaßſtabes gleich einem Fünftel eines wirklichen Engliſchen Zolls.

2 Darauf zeichnet man den Vorſteven. Die Stelle des Mittelpunkts, von welchem aus ſeine Bogenkrümmung beſchrieben werden muß, iſt in der Beſtecktafel CV, S. 424 angegeben, nämlich 16 Fuß über dem oberen Rande der Kielſponning, und 17 Fuß 6 Zoll hinter dem vorderſten Perpendikel; Tafel XXXVII, Fig. 1 iſt mit zwei kleinen Kreuzen die Stelle dieſes Centrums angedeutet, nahe an der unteren größten Breite, in der Gegend des Fockmaſts. Man ſetzt den einen Zirkelfuß in den Mittelpunkt, den andern in den Oberrand der Kielſponning, und zieht den Bogen aufwärts bis zum vorderſten Perpendikel. Darauf nimmt man die Spannung um ſo viel größer, als die Mallſeite, oder die nach der Länge des Schiffs gemeſſene Breite des Vorſtevens betragen ſoll, und zieht einen zweiten Bogen außerhalb und parallel mit dem erſten. Aus demſelben Mittelpunkte müſſen dann noch zwei Bogen zwiſchen jenen beiden gezogen werden, welche die Sponning oder Dicke der Hautplanken bezeichnen. Darauf ſetzt man die Höhe des Vorſteventopps gleich 27 Fuß von der Horizontallinie, d. h. von dem obern Rande der Kielſponning ab. Hat man ſich nun über die Geſtalt des Vorſtevens über Waſſer entſchieden, ob und wie weit er mit ſeiner oberſten Vorderkante vor dem vorderſten Perpendikel ſtehen ſoll, ſo bezeichnet man dieſen Punkt auf dem Höhenſtriche, mißt von da aus rückwärts die Mallbreite des Stevens ab, und macht dort einen zweiten Punkt. Darauf zieht man von beiden Endpunkten der Stevenhöhe zwei Kurven, welche ohne Knick mit den beiden vorher als Vor- und Achterrand des Stevens gezogenen Kreiſen zuſammentreffen. Alsdann iſt der Vorſteven, bis auf den unteren nachher anzugebenden Theil, oder den Anlauf, fertig.

3 Um den Achterſteven zu zeichnen, nimmt man die Dimenſionen deſſelben aus der Beſtecktafel CV, S. 425, ſetzt zuerſt am hinterſten Perpendikel die Höhe des Heckbalkens über dem obern Rande der Kielſponning ab, und zieht eine Horizontallinie in dieſer Höhe; parallel mit dieſer und unter ihr zieht man eine andere an dem Rande oder der unteren Seite der Heckbalkenleiſte (tuck-rail). Auf dieſer ſetzt man einen Punkt für den Hinterrand der Achter-

Digitized by Google

ſtevenſponning ab, wie die Beſtecktafel ſie giebt. Ebenſo ſetzt man einen Punkt auf dem Oberrande des Kiels ab, und verbindet beide Punkte durch eine gerade Linie. Dieſe bezeichnet dann den Hinterrand der Vorſtevenſponning. Eine Parallellinie mit dieſer und zwar von ihr, der Dicke der Hautplanken angemeſſen, giebt den Vorderrand der Achterſtevenſponning; wo dieſer Vorderrand die obige Horizontallinie ſchneidet, iſt die Achterſeite des Heckbalkens. Hat man auf der Horizontallinie und auf dem Kiel von dem Hinterrande der Sponning die in der Beſtecktafel angegebene Entfernung der Hinterſeite des Achterſtevens abgeſetzt, und die beiden Punkte durch eine gerade Linie verbunden: ſo giebt dieſe Linie die Hinterſeite des Achterſtevens.

Darauf ſetzt man die in der Beſtecktafel CIV, S. 422 enthaltenen Entfer- 4
nungen für die Richtſpanten ab; das Hauptſpant iſt mit ⊕, die vorderen ſind mit D, H u. ſ. w., die hinteren mit 4, 8, 12 u. ſ. w. bezeichnet; in den entſprechenden Punkten errichtet man Perpendikel, und bezeichnet ſie mit denſelben Zeichen; ſie gehen durch die Mitte der Richtſpanten. Hierbei iſt zu bemerken, daß die Entfernung des Hauptſpants ⊕ vom vorderſten Perpendikel in der Beſtecktafel 42 Fuß 8 Zoll, in der Zeichnung, Tafel XXXVII, 40 Fuß 8 Zoll iſt.

Hierauf ſetzt man die verſchiedenen Höhen ab, und zwar ſämmtlich von 5
der Horizontallinie, welche den Oberrand der Kielſponning darſtellt; zuerſt die Höhe des untern Decks auf den drei Hauptperpendikeln, d. h. auf dem vorderſten, hinterſten, und demjenigen, welches das Hauptſpant darſtellt. Zieht man durch dieſe drei Punkte eine Kurve, ſo bezeichnet ſie den Oberrand des untern Decks.

In gleicher Weiſe zieht man die Kurve für das obere Deck. Bei beiden Decken nimmt man alsdann ihre in der Beſtecktafel gegebene Dicke, und zieht zu den beiden Kurven Parallellinien, alsdann ſind die Decke in der Mitte fertig.

Darauf ſetzt man die Höhe der untern Gilling an der Mittellinie ab, 6
und zieht mit Bleifeder eine Horizontallinie; auf dieſer ſetzt man die Entfernung ab, um welche die Ausbugt der untern Gilling hinter dem hinterſten Perpendikel abſteht; ſie iſt in der Beſtecktafel enthalten; von dem Punkte dieſer Entfernung bis dahin, wo der Vorderrand der Achterſtevenſponning die Linie für den Oberrand des Heckbalkens durchſchneidet, zieht man eine Kurve; dieſe ſtellt die Einbugt oder Wölbung der untern Gilling an der Mittellinie dar.

Darauf ſetzt man die Höhe der oberen Gilling an der Mittellinie ab, und zieht eine Horizontallinie. Auf dieſer ſetzt man die Entfernung ab, um welche die Ausbugt der oberen Gilling hinter dem hinterſten Perpendikel abſteht. Von dem Punkte dieſer Entfernung zieht man eine Kurve zum äußerſten Oberrande der untern Gilling; dieſe Kurve ſtellt dann die Einbugt oder Wölbung der oberen Gilling dar.

Man ſetzt darauf die Höhe des oberſten Heckbords nach der Beſtecktafel 7
ab, und zieht daſelbſt eine Horizontallinie. Auf dieſer ſetzt man die Entfer-

Digitized by Google

nung ab, um welche der oberſte Theil der mittelſten Heckſtütze hinter dem hinterſten Perpendikel abſteht. Von dem Punkte dieſer Entfernung zieht man eine gerade Linie nach dem Oberrande der oberen Gilling; alsdann ſtellt dieſe Linie die mittelſte Heckſtütze dar.

Weil das Heck eine doppelte Bugt, nämlich eine Auf- und eine Ausbugt hat, ſo muß die Heckſeitenſtütze von der mittelſten abweichen. Man nimmt aus der Veſtecktafel um wieviel die obere Gilling Aufbugt hat, ſetzt dieſe Entfernung unterhalb ihres Ausbugtrandes ab, und zieht dort eine Horizontallinie; darauf nimmt man die Größe der Ausbugt, und ſetzt dieſe auf der eben gezogenen Horizontallinie, und zwar nach vorne hin, ab; alsdann hat man den äußerſten Seitenrand der oberen Gilling an der Seite.

Ebenſo beſtimmt man den Seitenrand der unteren Gilling, und zieht eine Kurve, ähnlich der vorigen an der Mittellinie; dieſe ſtellt die obere Gilling an der Seite dar.

Um die untere Gilling an der Seite zu zeichnen, nimmt man die Aufbugt dieſer Gilling aus der Veſtecktafel, ſetzt dieſelbe unterhalb der am Heckbalken gezogenen Horizontallinie ab, und zieht eine Parallele mit dieſer. Man nimmt darauf die Ausbugt des Heckbalkens, und ſetzt ſie nach vorne zu auf der erſten Horizontallinie ab, und zwar von der hinteren Seite des Heckbalkens aus gemeſſen; von dieſer Entfernung aus fällt man einen Perpendikel auf die untere Horizontallinie, der Durchſchnittspunkt giebt den äußerſten Seitenrand des Heckbalkens. Zieht man nun eine Kurve, ähnlich der für die Wölbung der untern Gilling an der Mittellinie, ſo erhält man ihren Belauf an der Seite.

Um die Heckſeitenſtütze zu zeichnen, zieht man zuerſt eine beliebige gerade Linie, auf welcher man die Breite des Hecks an der oberen Gilling abmißt; in der Mitte dieſer Breite ſetzt man die Ausbugt der oberen Gilling ab; darauf zieht man eine Kurve oder einen Kreisbogen, welche durch den an der Mitte abgeſetzten Punkt und durch die beiden Endpunkte der Breite geht; alsdann wird die Ausbugt des Hecks für jeden Theil ſeiner Breite oberhalb der oberen Gilling beſchrieben ſein; darauf nimmt man die Breite des Hecks an der Topſente aus der Veſtecktafel, und ſetzt dieſelbe auf jeder Seite der Mitte ab, wo ſie die Ausbugt durchſchneiden wird. Darauf zieht man eine Parallellinie mit der erſten; die Entfernung zwiſchen der letztgezogenen und der Kurve an der Mitte iſt die Entfernung, welche die Heckſeitenſtütze von der mittleren Heckſtütze auf einer Horizontallinie haben wird, die man in der Höhe der Topſente zieht.

8 Nachdem man auf dieſe Weiſe den Fall oder die nach hinten zugehende ſchräge Stellung der Heckſtützen beſtimmt hat, vollendet man die Zeichnung der Decke, indem man die Schanze oder das Quarterdeck und die Back durch Kurven darſtellt, deren Höhen und Längen aus der Veſtecktafel genommen werden. Ebenſo zieht man auch die Kurve für das Deck der Hütte oder die Kampanje.

Das bisher von den Decken Gezeichnete hat nur ihre Höhe an der Mittel-

Digitized by Google

linie des Schiffs gegeben. Es müſſen nun auch ihre Höhen an der Seite gezeichnet werden. Hiezu nimmt man die Aufbugt der Deckbalken aus der Beſtecktafel, und ſetzt ſie in der Mitte einer beliebig gezogenen Linie ab. Auf jeder Seite der Mitte dieſer Linie ſetzt man die halbe Breite im Hauptſpant ab, und zwar in der Höhe des betreffenden Decks. Darauf nimmt man die halbe Breite in der Höhe des Decks an irgend einem andern Spant in dem Spantenriß, und ſetzt ſie ebenfalls von der Mitte der Aufbugt ab, bis ſie die Kurve ſchneidet; von dem Schnittpunkt zieht man eine Parallellinie mit der zuerſt gezogenen; der Abſtand zwiſchen der zuletzt gezogenen Linie und der Aufbugt in der Mitte giebt die Aufbugt des Deckbalkens an dieſer Stelle. Hat man auf ſolche Art für eine beliebige Anzahl von Spanten die Aufbugt der Decke gefunden, ſo ſetzt man dieſelbe unterhalb der vorher gezogenen unteren Kurve des Decks an der Mittellinie auf den betreffenden Spantenperpendikeln im Seitenriß ab. Eine Kurve durch dieſe Punkte gezogen giebt die Decke an der Seite. Dabei hat man jedoch zu beachten, daß die Decke hinten einen gehörigen Spring oder eine gehörige Erhebung bekommen müſſen, um mit der Aufbugt des Hecks über den Kajütenfenſtern übereinzuſtimmen. Tafel XXXVII, Fig. 1 ſind die betreffenden Kurven für die Mitte und die Seite mit Dkm und Dks, und ebenſo für das Hüttendeck unterſchieden; daſſelbe iſt auch auf Tafel XXXVIII, Fig. 1 geſchehen. Die Seitenlinien der Decke werden nur einfach gezogen, und bezeichnen ihre Unterſeite, oder den Oberrand der Deckbalken an der Seite.

Man kann jetzt die Topſente (top timber line) zeichnen. Ihre Höhen 9
für die verſchiedenen Spanten finden ſich in der Beſtecktafel CIV, wo ſie Auflanger-Top-Linie genannt iſt; hat man dieſe Höhen auf den einzelnen Spanten abgeſetzt, und die Punkte durch eine Kurve verbunden, ſo iſt dieſe die geſuchte Topſente.

Zunächſt ſind die Pforten zu zeichnen. Man zieht mit Bleifeder zwei 10
Kurven vorne und hinten für die untern und oberen Ränder der Pforten, indem man ihre Höhen und Tiefen aus der Beſtecktafel nimmt. Die Kurven müſſen parallel mit der Seitenlinie des betreffenden Decks gehen; wobei man ſich aber zu erinnern hat, daß die Deckſeitenlinie nur die Unterſeite des Decks bezeichnet, daß man alſo noch erſt die Dicke der Deckplanken hinzu zu fügen hat, ehe man die Höhen der Unter- und Oberränder der Pforten abmißt.

Die Vorder- und Achterränder der Pforten werden alsdann zwiſchen den beiden Kurven ſenkrecht aufgeſtellt, indem man die aus der Beſtecktafel angegebenen Entfernungen abmißt.

Bei der Seitenrißzeichnung eines Kriegsſchiffs zeichnet man zuerſt die Pforten des untern Decks.

Bei den Zeichnungen der Pforten auf Back und Schanze hat man natürlich auf die freien Räume zwiſchen den Püttingsjungfern zu ſehen; indem man aber die Pforten in dieſe freien Räume zeichnet, muß man ſie doch ſo viel als möglich in gleiche Entfernungen zu bringen ſuchen, oder wenigſtens die Ungleichheit möglichſt geringe machen.

Digitized by Google

11 Nachdem man das Hüttendeck oder die Kampanje gezeichnet hat, zieht man eine Kurve parallel mit der Topſente, welche das Hüttendeck an der Seite berührt und zwar an ihrem vorderen Theile, und bis nach hinten geht. Ueber dieſer ſetzt man die Dicke des Schandeckels ab, und zieht eine Parallellinie mit der vorigen; alsdann hat man hinten die äußerſte Höhe der Sente der Verzeunung (S. 2338); man verlängert dieſe Kurve bis zum Vorderrande der Hütte, und läßt ſie dort mit einer Schneckenwindung auf dem Schandeckel endigen. Damit iſt die Höhe der Seite längs dem Vordertheile der Schanze oder des Quarterdecks vollendet. Der Schandeckel ſelbſt endigt ſich auch mit einer Schneckenwindung gerade über dem großen Maſt am Fallreep, und bildet den zerbrochenen Gang (vergl. S. 2360).

12 Man hat zunächſt die Sente der Verzeunung vorne, oder die oberſte Bordhöhe auf der Back zu zeichnen. Man folgt dabei dem Kurvengange der Topſente und der übrigen angegebenen Linien, und läßt die Back an ihrem Achterende mit einer gleichen Schneckenwindung endigen, wie die Schanze an ihrem Vorderende.

13 Man nimmt aus der Beſtecktafel die Höhen des erſten oder großen Bergholzes vorne, in der Mitte, und hinten, und zieht durch die drei Punkte die Kurven, welche den obern und untern Rand des Bergholzes bezeichnen. Iſt ein Kriegsſchiff zu zeichnen, ſo iſt das mittlere oder Rüſten-Bergholz zu beſtimmen. Zuletzt kommt das kleine Bergholz. Bei den Kauffahrteiſchiffen iſt natürlich dieſe Zeichnung einfacher. Endlich zieht man noch die Raaleiſte. Dieſe Kurven liegen ſämmtlich parallel.

14 Aus der Beſtecktafel nimmt man hierauf die obere und untere größte Breite (vergl. S. 2336), in ihren verſchiedenen Höhen, ſetzt ſie auf den entſprechenden Spanten ab, und zieht zwei punktirte Kurven, welche die beiden größten Breiten rund um das ganze Schiff bezeichnen.

15 Darauf nimmt man aus der Beſtecktafel die Höhe der Waſſertracht vorne und hinten, welche bei dieſem Kauffahrteiſchiff gleich iſt, nämlich (Tafel CV, S. 423) gleich 14 Fuß 3 Zoll. Dieſe Höhe muß natürlich vom unterſten Rande des loſen Kiels, und nicht etwa von der Kielſponning, auf den beiden äußerſten Perpendikeln abgeſetzt werden; beide Punkte verbindet man durch eine mit grüner Farbe gezogene Horizontallinie, welche die Ladewaſſerlinie iſt. Beim Hauptſpant liegt ſie nahe am unteren Rande des untern Bergholzes. Zwiſchen ihr und dem oberen Rande der Kielſponning zieht man noch, namentlich bei Kriegsſchiffszeichnungen, wie Tafel XL, Fig. 1 zu ſehen iſt, vier oder noch mehr Waſſerlinien, und zwar in gleichen Entfernungen von einander.

16 Zunächſt ſetzt man die Mittelpunkte der Maſten auf den verſchiedenen Decken ab, indem man zugleich auf ihre etwaige Neigung Rückſicht nimmt. Daſſelbe geſchieht mit dem Bugſpriet.

17 Hierauf kommen die Pöller auf dem Schandeckel der Back, und die Klüsholz-Pöller (knight-head), von denen im Seitenriſſe natürlich immer nur einer, bei dieſem Schiffe der an der Steuerbordsſeite, zu ſehen iſt.

Digitized by Google

Es folgen die Rüſten; ihre Dimenſionen findet man in der Beſtecktafel, 18
und ebenſo ihre Stellen; man legt ihren oberen Rand in eine Linie mit dem obern Rande des Raaholzes dicht unter dem Schandeckel. Darauf zeichnet man die Jungfern, und ſtellt ſie ſo, daß die Püttingen nicht die Pforten verſchließen. Die Püttingsklappen kommen bei Kriegsſchiffen ſo zu liegen, daß der Püttingsbolzen auf den obern, der Klappbolzen auf den untern Rand des Rüſtenbergholzes zu liegen kommt. Jede Pütting und jede Püttingsklappe hat eine eigenthümliche; bald perpendikuläre, bald ſchräge Stellung, je nach der Richtung des zu ihr gehörenden Wanttaues. Um dieſe Richtung zu finden, zieht man erſt eine gerade Linie, als die Axe des Maſts. Auf dieſer ſetzt man ſeine Länge bis zum untern Theile ſeines Topps ab, wo nachher die Wanten befeſtigt werden. Von dieſem Punkte zieht man eine gerade Linie durch den Mittelpunkt des Jungfernblocks; ihr unterer Theil giebt die Richtung, in welcher die Kettenglieder und die Klappe der Pütting zu liegen kommen.

Man muß hiebei zugleich darauf ſehen, daß die Fockrüſte zwar die gehörige Länge habe, um die zum Ankerlichten gehörigen Taue, wie die Rüſtleine, Pentertalje u. ſ. w. aufzunehmen, doch aber ſo, daß der Bord zum Aufſtauen der Ankerſpitze und die Ankerfütterung Raum findet. Man mißt daher die Länge des Ankers bis zur Spitze, und giebt noch etwas für den Kattblock zu. Darauf ſetzt man dieſe Länge von dem Krahnbalken nach hinten zu ab; und die Kurve, welche die Ankerſpitze annahmsweiſe beſchreibt, giebt die Mitte der Ankerfütterung. Der hintere Theil kann perpendikulär ſein, der vordere folgt der Kurve, welche der Anker beſchreibt. Der Ankerbord kann alsdann aufwärts von dem Oberrande der Rüſte bis zum Bord über dem Schandeckel aufgeführt werden. Die Ankerfütterung beginnt bei dem oberen Rande des Ankerkiſſens, welches bei Linienſchiffen auf gleicher Höhe mit dem oberen Rande des Rüſtenbergholzes liegt, und an der vordern Seite lang genug iſt, daß ein Mann darauf ſtehen kann. Im Engliſchen heißt das Ankerkiſſen bolster, die Ankerfütterung anchor-lining, und der Ankerbord billboard.

Sollen noch feſte Wreifhölzer an die Schiffsſeite kommen, was in 19
neuerer Zeit ſelten der Fall iſt, ſo legt man ſie der großen Lucke gegenüber, zu welcher die ſchweren Laſten hinauf geheißt zu werden pflegen. Ihr Abſtand von einander richtet ſich nach dem Zwiſchenraume, den die oberen und unteren Kanonenpforten darbieten. Ihre Länge reicht vom Schandeckel bis zum obern Rande des großen Bergholzes. Die große Halsklampe, Tafel XXXVII, Fig. 1, HK, liegt nahe am Hinterrande der Fockrüſte, um die halbe Länge der großen Raa vor der Mitte des Maſts, damit die Halſen des großen Segels gehörig zugezogen werden können. Bei Linienſchiffen reicht die Klampe vom Schandeckel bis zum Oberrande des Rüſtenbergholzes; bei Kauffahrteiſchiffen vom Schandeckel bis zum obern Deck.

Bei Kriegsſchiffen kommen noch in der Gegend des Fallreeps die feſten Stufen an die Seite; ſie ſtehen um ſechs Zoll auseinander, ſind drei Fuß lang und fünf Zoll breit; ſie reichen vom Schandeckel bis zum Unterrande des großen Bergholzes.

Digitized by Google

Zur Zeichnung des Galjons zieht man zuerſt eine Horizontallinie in der Höhe der Untertrempel oder des untern Randes der Pforten des oberſten Decks; auf dieſer ſetzt man vom Vorderrande des Vorſtevens nach hinten zu die in der Beſtecktafel gegebene Länge des Jagerdecks ab (vergl. S. 2389); darauf errichtet man ein Perpendikel, welches das Vorderende des Jagerdecks, und zugleich das Vorderende der Back darſtellt. Man läßt in neuern Zeiten dieſe Jagerdecke fort, und führt den runden Bug des Schiffs bis zum Schandeckel der Back.

Darauf ſetzt man die Länge des Galjons vom Vorderrande des Vorſtevens ab, und zieht da ein Perpendikel, wo ſich die äußerſten Grenzen des Galjonbildes finden. Innerhalb dieſes Perpendikels kann man noch eines oder mehrere andere ziehen, welche die einzelnen Theile abſondern.

Darauf zeichnet man zuerſt die Sloikniee nach ihren Höhen und Dimenſionen, indem man ſie von dem Spring der Berghölzer in gefälligen Kurven aufſteigen läßt. Der untere Rand des untern Sloikniees geht allmälig in das Perpendikel am Vorderende des Bildes über; der untere Rand des obern Sloikniees geht ſanft in das Perpendikel am Hinterende des Randes über; dieſer Rand bildet die Vorderſeite desjenigen Galjontheils, den die Engländer hair-bracket nennen. Man zieht darauf die obern Ränder der Sloikniee, indem man die letztern in gehöriger Weiſe ſich nach oben zu verjüngen oder dünner werden läßt. Das obere Sloiknie wird da, wo die Schulter der Figur hinkommt, mit einer Schneckenwindung beendigt.

Will man den Block, den nachher der Bildhauer zum Bilde ausarbeitet, der Höhe nach beſtimmen, ſo muß man darauf achten, daß der Kopf des Bildes zwiſchen vier und ſechs Zoll von der Unterſeite des Bugſpriets entfernt bleibt. Man zieht darauf die oberſte oder Hauptreiling. Ihren mittleren Theil hält man ſo horizontal wie möglich, und läßt ihre beiden Enden aufſteigen.

Um die Verjüngung der Reilings wie der Sloikniee möglichſt regelmäßig zu erhalten, beobachtet man folgendes Verfahren: man theilt das zu verjüngende Stück vom hinterſten bis zum vorderſten Ende in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, z. B. jeden von zwei Fuß, und numerirt dieſelben; darauf zieht man eine beliebige gerade Linie, und ſetzt auf ihr dieſelbe Zahl von gleichen Theilen ab. Alsdann ſetzt man am Vorder- und Achterende des Stücks die Dicke oder Tiefe nach der Beſtecktafel ab, und zieht durch dieſe Punkte eine andere gerade Linie, welche gegen die ſchon gezogene eine ſchräge Stellung hat; die Entfernung zwiſchen den beiden Linien giebt für jede Abtheilung die entſprechende Verjüngung. Darauf nimmt man bei jeder Abtheilung ihre Verjüngung, und ſetzt ſie bei den entſprechenden Abtheilungen der ſchon gezogenen Kurve nach oben zu ab.

Das Achterende der Hauptreiling muß hoch genug hinaufgehen, um ſich mit dem Pöller dicht vor dem Krahnbalken verbolzen zu laſſen.

Die Galjonsſtützen werden zunächſt gezogen; ihre Projektion erſcheint auf dem Seitenriſſe geradlinig, weil die Aufbugt nicht zu ſehen iſt; die hinterſte

Digitized by Google

oder Stevenſtütze ſteht ſo, daß ihr Hinterrand mit dem Vorderrande des Stevens in einer Ebene liegt; ſie wird ganz perpendikulär gezeichnet; die Vorderſeite der vorderſten Stütze ſteht über der Ferſe des Bildes. Wenn dieſer Stütze an ihrem obern Ende ein wenig Neigung nach vorne gegeben wird, ſo erhält das ganze Galjon dadurch einen Anblick von Leichtigkeit. Von der Länge des Bildes kann ein Perpendikel von dem untern Theil des untern Sloikniees nach der untern Seite des obern Sloiknies gezogen werden; dieſes begrenzt dann das vorderſte Ende des untern Sloikniees, und untere Ende des hair-bracket's. Man kann darauf die Dicke der beiden genannten Stützen zeichnen; die eine oder die mehreren mittleren Stützen werden in gleichen Entfernungen dazwiſchen geſtellt. Bei großen Schiffen kommt auch noch eine Stütze hinter den Vorſteven, das untere Ende derſelben kommt auf den oberen Rand der untern Reiling zu ſtehen.

Darauf zeichnet man die eine oder die mehreren Reilings zwiſchen der Hauptreiling und dem obern Sloiknie, indem man dieſen Zwiſchenraum in gleiche Entfernungen theilt, die man auf jeder Galjonsſtütze abſetzt; die Kurven durch dieſe Abtheilungspunkte geben den Belauf der Reilings; die unterſte endigt hinten, ſobald ſie die Seite des Schiffs berührt.

Der Krahnbalken kommt zunächſt; man läßt ihn von der Hinterſeite 21
des Topps der Hauptreiling ungefähr um vier Zoll für jeden Fuß außerhalb Bords ſich von der mit der Längenaxe des Schiffs parallelen Linie abbiegen, ſo daß er ſenkrecht auf die Tangente zu ſtehen kommt, die in dieſer Gegend an die Biegung des Bugs gezogen wird; man läßt den Krahnbalken auch etwas aufwärts ſteigen, nämlich fünf und einen halben Zoll für jeden Fuß Länge. Die untere Seite kommt auf die Planken des Backdecks. Der Drücker unter dem Krahnbalken muß eine gefällige Biegung haben, und mit dem hintern Ende der mittleren, oder bei Kauffahrteiſchiffen der untern Reiling zuſammentreffen. Die Klüsgatten kommen bei großen Schiffen zwiſchen die Sloiknie, ihre Stellen müſſen aber erſt auf dem waſſerpaſſen oder Sentenriſſe beſtimmt werden.

Das Galjonsſchegg beginnt man oben an der Bruſt des Bildes und zieht eine gefällige Schlangenlinie bis etwa ſechs Fuß unter der Ladewaſſerlinie, wo die Linie dem Vorſteven am nächſten kommt, oder das Schegg ſeine ſchmälſte Stelle hat. Von da an läßt man die Schlangenlinie je weiter nach unten um deſto mehr ſich vom Vorſteven entfernen, und erhält ſo den Scheggfuß (the gripe), welcher durch ſeine Breite das Abtreiben des Schiffs vermindert. Das unterſte Ende des Scheggrandes trifft mit dem Unterrande des falſchen Kiels in einer ſanften Biegung zuſammen. Der hintere Theil des Scheggs wird durch den Anlauf des Kiels zum Vorſteven beendigt.

Um dieſen Anlauf zum Vorſteven zu zeichnen, welcher bei der eben 22
angeführten Art des Scheggs von den Engländern forefoot, im Deutſchen Kinnback des Kiels genannt wird, ſetzt man zuerſt von der, den Oberrand der Kielſponning darſtellenden Horizontallinie die Höhe oder Tiefe des Kiels nach der Beſtecktafel ab, und zieht parallel mit der vorigen eine zweite Horizontal-

Digitized by Google

linie, welche den Unterrand des Kiels darſtellt. An der Stelle, wo der Bogen für die Innenſeite des Vorſtevens ſich über die Sponningslinie ſo hoch wie der Kiel tief iſt, erhebt, errichtet man auf der Linie des untern Kielrandes ein Perpendikel nach der Vorderſeite des Stevens; dort verbindet man dieſes Perpendikel durch eine gerade Linie mit dem Hinterrande des Vorſtevens, und hat auf ſolche Art das vorderſte Ende des Kiels. Die Scherbe oder Laſching des unteren Steventheils ſetzt man ihrer Länge nach von dem Vorderrande des Kiels rückwärts ab, und läßt an der Stelle ein Perpendikel bis auf die Hälfte der Kieldicke fallen. Von dort zieht man eine Horizontallinie, parallel mit dem untern Kielrande, aber nur bis auf ein Drittel der Entfernung nach dem vorderſten Kielende; bei dieſem Drittel trifft die Horizontallinie mit der Vorderſeite des Stevens zuſammen, und der Anlauf iſt vollendet.

Von dem Unterrande des Kiels muß man vorne und hinten die Dicke des falſchen Kiels abſetzen, und eine Horizontallinie ziehen: dieſe ſtellt den Unterrand des falſchen Kiels dar; ſein Vorderende kann um drei Zoll über das Vorderende des Hauptkiels hervorragen.

23 Von den Windveeringsſtützen (S. 2348) oder Heckſeitenſtützen ſetzt man die Länge der Gallerien ab. Um indeſſen das Heck und die dazu gehörigen Stücke, welche für das Achterſchiff ſo wichtig ſind, in einer deutlichen Zeichnung darzuſtellen, hat man folgende Reihenfolge zu beachten. Man zieht vier Horizontallinien: an der oberen Seite des Heckbalkens; an dem oberen Rande der untern oder großen Gilling; an dem oberen Rande der kleinen oder obern Gilling; und endlich in der Höhe der Topſente, wenn man dieſelbe auf dem Seitenriſſe da aufſucht, wo ſie die Windveeringsſtütze trifft. Von der Mittellinie ſetzt man nach beiden Seiten die halbe Breite des Hecks auf den verſchiedenen Höhen ab; ebenſo die Dicke der entſprechenden Stücke, und zieht auf dieſe Art die Innenſeite des Spiegelſpants oder der Windveeringsſtützen, und die übrigen Heckſtützen.

Man nimmt die Höhen aus dem Seitenriſſe; zuerſt von der obern Seite des Heckbalkens bis zu den Oberrändern der untern und obern Gilling an der mittleren Heckſtütze. Dieſe Höhen ſetzt man in dem Heck- oder Spiegel-Plan, Tafel XXXVII, Fig. 4, von der entſprechenden Horizontallinie aus auf der Mittellinie ab. Darauf zieht man Kurven, welche die Höhen an der Mittellinie und an den halben Breitenpunkten des Hecks treffen. Dieſe Kurven werden dann die Gillingsbiegungen aller Heckkniee oder Gillingskniee darſtellen.

Um den Plan des Hecks, oder nach gewöhnlicher Benennung des Spiegels, welcher daſſelbe, wie die genannte Figur 4, in perpendikulärer Zeichnung darſtellt, zu vollenden, bedarf es keiner beſondern Regeln; eine einfache Ueberlegung wird es immer leicht ergeben, wo Horizontallinien zu ziehen, Perpendikel auf ihnen zu errichten, und die beſondern Höhen abzumeſſen ſind. Kurven durch die Höhenpunkte gezogen, geben die entſprechenden Aufbugten der Gillingsleiſten u. ſ. w. Die über Fig. 4 mit HzRG bezeichnete Kurve ſtellt die horizontale Ausbugt des Hecks an der oberen Gilling dar.

Bei der Zeichnung der Gillingsleiſten muß man dieſe zu beiden Seiten der

Digitized by Google

Mittellinie ſo weit verlängern, daß ſie Raum für die Zeichnung der Seitengallerien darbieten.

Die Decke welche ſich im Heck endigen, wie das Quarterdeck und die Kampanje, haben eben ſowohl eine Ausbugt als eine Aufbugt. Einige Sorgfalt verlangen die Fenſter und Fenſterpfoſten des Hecks; namentlich hat man darauf zu ſehen, daß die letzteren eine deſto größere Seitenneigung bekommen, je weiter ſie ſich von der Mittellinie entfernen. Um dieſe Neigung zu finden, thut man am beſten, die Mittellinie des Spiegelplans nach oben hin beliebig zu verlängern; ebenſo auch die Seitenlinien der Windveeringsſtützen ſo weit nach oben hin fortzuführen, bis ſie jene Mittellinie ſchneiden, der Schnittpunkt kann der Mittelpunkt des Hecks genannt werden; befeſtigt man nämlich eine Leine oder ein Lineal an dieſem Punkte, und zieht nach den Punkten der betreffenden Kurven, wo die Fenſterpfoſten hinkommen ſollen, die verſchiedenen Radien: ſo giebt ihre Lage die Neigung der Fenſterpfoſten an.

Um eine wohl proportionirte Höhe oder Tiefe der Fenſter zu erhalten, nimmt man ihre untere Weite im Lichten, und errichtet dieſelbe als Perpendikel auf dem unteren Rande; darauf zieht man die Hypotenuſe zu den beiden Weitenlinien als Katheten; dieſe Hypotenuſe ſetzt man auf der Seite des Fenſters ab, und hat die Höhe deſſelben. Sollen die Fenſter Schiebfenſter ſein, ſo müſſen die Schiebrinnen an der Innenſeite der beiden Seitenpfoſten dennoch ein Parallelogramm machen, damit auch die breitere Unterhälfte des Fenſters hinaufgehen kann; es müſſen alſo jene Rinnen je weiter nach oben, deſto tiefer gemacht werden.

Um die hinteren Galleriestützen oder Quarterpieces (S. 2348) zu zeichnen, 24
ſetzt man an der Außenſeite der Windveeringsſtützen die untere Breite der Kajütsfenſter ab, und bildet den Seitenrand des falſchen Lichts (mock light), d. h. des hinterſten Fenſters der Seitengallerie. Von dieſem Seitenrande die halbe Breite der übrigen Fenſterpfoſten (munnions) abgeſetzt, giebt den innern Rand der Galleriestützen, Tafel XXXVII, Fig. 4 mit S bezeichnet. Setzt man nach Außen hin die Breite dieſer Stützen an ihrem Fußende ab, ſo erhält man die äußerſten Enden der oberen Gillingsleiſte im Spiegelplan. An dieſe äußern Enden fügt man noch die Hohlkehlen und andern Verzierungsleiſten. Innerhalb der letzteren ſetzt man die Dicke der Plankenbedeckung für die Galleriestützen ab, wodurch man dann den Biegungsrand dieſer Stützen an der Außenſeite der Seitengallerie erhält. Eine gerade Linie von dem Biegungsrande unter der obern Gillingsleiſte nach der Außenſeite der Planken am Heckbalken gezogen giebt den Biegungsrand an der Außenſeite der Seitengallerie an der untern Gillingsleiſte.

Nachdem man die obere und untere Gillingsleiſte in dem perpendikulären 25
Spiegelplane dargeſtellt hat, trägt man ſie auf den Seitenriß über, und zieht außerdem die verſchiedenen Leiſten für die Seitengallerie, die Fenſter-, Stuhl- und Schwanzleiſte (vergl. S. 2349). Die Dimenſionen der Leiſten und Galleriefenſter finden ſich in der Beſtecktafel CV, Bd. II, S. 456. Nachdem man die Breite der hinteren Galleriestütze, und auch den Hinterrand der

Digitized by Google

mittleren Heckſtütze auf dem Seitenriſſe dargeſtellt hat, zeichnet man, wenn es ein Linienſchiff ſein ſoll, die Heckgallerie oder den Balkon.

26 Für die Kappe und den Drücker der Seitengallerie ſind noch einige Angaben nöthig. Der Drücker wird unterhalb der untern Stuhlleiſte mit einer leichten und gefälligen Schlangenlinie gebildet, die noch von der Schwanzleiſte durchſchnitten wird. Die Kappe wird etwas kürzer als die obere Stuhlleiſte, indem man ihren vorderen Rand mit einer gefälligen Schlangenlinie bildet, welche von der oberen Stuhlleiſte nach der untern Kappenleiſte geht.

27 Um das Ruder zu zeichnen (vergl. S. 2374—2376) ſetzt man zuerſt ſeine Breite am unteren Ende von der Achterſeite des Achterſtevens nach hinten zu ab, wodurch man den unteren Anfangspunkt ſeines hinteren Randes erhält. Darauf nimmt man die Höhe und Breite der Rudergilling (bei Linienſchiffen der unteren), und verbindet dieſen Punkt mit dem unteren Breitenpunkte, ſo hat man den Achterrand des Ruders unterhalb der Gilling. Darauf nimmt man die Dicke des Ruders oberhalb der Gilling aus der Beſtecktafel und zieht den hinteren Rand des Ruderpfoſtens, indem man ihn durch eine Niederbugt mit dem Gillingsrande verbindet. Von den Haaken und Fingerlingen beſtimmt man zuerſt den oberſten Fingerling, deſſen (eiſernes oder kupfernes) Band rund um ein Stechknie geht, und zwar in der Höhe der Henegatswrange, wenn es ein Linienſchiff iſt; bei Kauffahrteiſchiffen etwas niedriger, unterhalb des Heckbalkens in der Gegend der Füllungswrangen. Den unterſten Fingerling legt man ungefähr einen Fuß über dem Oberrande des Kiels. Die übrigen vertheilt man in gleichen Zwiſchenräumen zwiſchen dem oberſten und unterſten. Bei Linienſchiffen wird der zweitoberſte dicht unter dem erſten oder unterſten Kanonendeck gelegt, und zwiſchen dieſem und dem unterſten werden die übrigen eingeordnet. Die Dimenſionen der Haaken, Fingerlinge und Bänder oder Hängen finden ſich in der Beſtecktafel CV, S. 457. Die Bänder erſcheinen in dem Seitenriſſe alle in ihrer natürlichen Länge.

§. 347. Zeichnung des Spanten- und Sentenriſſes eines Schiffs.

Erſtes Beiſpiel: Kauffahrteiſchiff.

1 Der Spanten- und der Senten- oder waſſerpaſſe Riß ſind beide zur Vervollſtändigung des Seitenriſſes erforderlich. Der Sentenriß muß zuerſt gezeichnet werden. Man legt ihn, wie Tafel XXXVII, XXXVIII und XL zu ſehen, unter den Seitenriß, und zieht zuerſt eine gerade Linie parallel mit der Kielſponningslinie des Seitenriſſes, und in gehöriger Entfernung von derſelben, um die größte halbe Breite darüber ſetzen zu können, ohne den Kiel und den Maaßſtab zu berühren.

Auf dieſer Grundlinie, welche die Mittellinie der Breite des Schiffs darſtellt, errichtet man alle die Perpendikel, welche die Fugen der Spanten im Sentenriſſe bis dahin verlängert darſtellen, ſo daß dieſe Stellen beider Riſſe

Digitized by Google

übereinſtimmen. Zuweilen verlängert man auch die beiden äußerſten Perpendikel des Seitenriſſes bis auf dieſe Grundlinie des Sentenriſſes.

Man ſucht ſodann in dem Seitenriſſe die Stelle auf, wo die Höhen des 2
größten Weits, oder der obern und untern größten Breite, den hinteren Rand der Vorſtevenſponning erreichen, und zieht von da ein Perpendikel auf die Grund- oder Mittellinie des Sentenriſſes; ebenſo ein Perpendikel von dem Vorderrande des Vorſtevens. Darauf ſetzt man die halbe Dicke des Vorſtevens, an ſeiner Schlichtung, oder nach der Breite des Schiffs gemeſſen, auf den beiden gezogenen Perpendikeln von der Mittellinie aus ab, und verbindet die beiden Punkte durch eine Horizontallinie; ſo hat man die halbe Breite des Vorſtevens auf dem Sentenriſſe. Man nimmt darauf die Dicke der Hautplanken, und beſchreibt damit die Sponning auf dem Sentenriſſe, welche ſich, Tafel XXXVII, Fig. 3, als ein kleiner Winkel darſtellt.

Man zieht ferner ein Perpendikel auf die Mittellinie des Sentenriſſes, 3
und zwar von da, wo die Höhe der größten Breite im Seitenriß das Randſomholz trifft. Von dieſem Perpendikel wird ein Theil nachher die halbe größte Breite der Gilling darſtellen. Zieht man von dem Schnittpunkte dieſes Perpendikels und der Mittellinie eine Kurve nach dem Belaufe der Ausbugt des Hecks, ſo wird dieſelbe die halbe größte Breite der Gilling darſtellen, in der genannten Figur 3 die Kurve i.

Man nimmt die halbe größte Breite des Hautſpants ⊕ aus der Beſteck- 4
tafel CIV, nämlich 13 Fuß 6 Zoll, und ſetzt ſie in dem Sentenriſſe von der Mittellinie aus auf dem entſprechenden Perpendikel ab. Daſſelbe thut man mit den halben größten Breiten der übrigen Spanten im Vor- und Achterſchiffe, wie ſie Tafel CIV angegeben ſind. Darauf zieht man von dem Endpunkte der größten halben Breite der Gilling durch alle bezeichneten Punkte der Spantenbreiten bis zum Hinterrande der Vorſtevenſponning eine Kurve, welche die halbe größte Breitenlinie ſein wird; ſie iſt Tafel XXXVII, Fig. 3 mit SdW bezeichnet, und ſtellt die Projektion der größten halben Breite auf einer Horizontalebene dar, und darf alſo nicht mit einer Waſſerlinie verwechſelt werden.

Man nimmt darauf aus der Beſtecktafel CIV die halbe Breite der Topſente (top timber-line), ſetzt ſie auf den verſchiedenen Spanten ab, und zeichnet die Kurve wie vorher.

Bei Kriegsſchiffen nimmt man alsdann die halbe Breite der Flurſente, oder der Kurve am Top der Lieger (vergl. Beſtecktafel CX und CXI); bei Kauffahrteiſchiffen, namentlich bei kleinern, iſt dieſe Breite nicht nöthig.

Nachdem der Sentenriß ſo weit gezeichnet worden, muß man zum Span- 5
tenriß übergehn. Man zieht eine Horizontallinie am Achterende des Seitenriſſes, und zwar als eine Fortſetzung der Kielſponningslinie; wenn nämlich Raum genug auf dem Papier dazu vorhanden iſt. Dieſe Stellung des Spantenriſſes iſt indeſſen nicht ſo weſentlich, als wie die Stellung des Sentenriſſes unter dem Seitenriſſe; daher ſind auch die Spantenriſſe auf Tafel XXXVII und XL ganz abgeſondert von den Seitenriſſen dargeſtellt. Hat man indeſſen Raum

Digitized by Google

dazu, ſo iſt die Stellung dicht hinter dem Seitenriſſe in vielen Beziehungen ſehr vortheilhaft. Angenommen dieſe letztere Stellung ſei möglich, ſo errichtet man auf der Kielſponningslinie ein Perpendikel, und zwar an dem Ende, welches dem Seitenriſſe zunächſt liegt; doch ſo, daß es von dem Heck des letzteren frei bleibt. Von dieſem Perpendikel aus ſetzt man die größte halbe Breite des Hauptſpants ab, und errichtet daſelbſt ein zweites Perpendikel; dieſelbe größte halbe Breite mißt man von dem zweiten Perpendikel aus ab, und errichtet das dritte Perpendikel. Dieſe drei ſenkrechten Linien haben beſondere Namen. Tafel XXXVII, Fig. 2 heißt die rechts liegende oder zuerſt gezogene und mit SL bezeichnete die Seitenlinie des Vorderſchiffs; das zweite Perpendikel, von K bis zum Schnittpunkte der beiden Bogen, heißt die Mittellinie; und das dritte Perpendikel, auch mit SL bezeichnet, die Seitenlinie des Achterſchiffs; die über die Kielſponning gezogene Horizontallinie heißt die Grundlinie oder Baſis des Spantenriſſes. Mit Hülfe dieſer vier Linien, von denen alle Höhen und Breiten abgeſetzt werden müſſen, läßt ſich der ganze Spantenriß zeichnen.

6 Darauf ſetzt man auf der Mittellinie von der Grundlinie aus die Höhen der Diagonalen ab, welche in der Beſtecktafel CIV, Bd. II, S. 422 in der mittleren Abtheilung angegeben ſind; ebenſo ſetzt man die Abſtände der Diagonalen von der Mittellinie auf der Baſis ab; und zieht alsdann die Diagonalen ſelbſt, von ihren Höhenpunkten auf der Mittellinie nach ihren Diſtanzpunkten auf der Seitenlinie und der Baſis.

7 Nächſtdem nimmt man die Höhe der untern größten Breite von dem Seitenriſſe, zuerſt im Achterſchiffe, hinten und in der Mitte, ſetzt ſie auf der Mittellinie und auf der Seitenlinie des Achterſchiffes ab, und verbindet die beiden Punkte durch eine gerade Linie von der Mittel- nach der Seitenlinie.

Darauf nimmt man die Höhe der obern größten Breite im Achterſchiffe hinten und in der Mitte, ſetzt ſie gleichfalls auf Mittel- und Seitenlinie ab, und verbindet die beiden Punkte durch eine gerade Linie. Hiebei verſteht es ſich von ſelbſt, daß die auf dem Seitenriſſe in der Mitte oder am Hauptſpant befindliche Höhe auf die Seitenlinie des Spantenriſſes kommt; und die auf dem Seitenriſſe am Achterſteven befindliche auf die Mittellinie des Spantenriſſes.

8 Hat man ein Kriegsſchiff, oder ein großes ſcharf gebautes Kauffahrteiſchiff zu zeichnen, ſo muß man jetzt die Höhen der Flurſente, rising line, oder Bauchſtück-Toplinie aus der Beſtecktafel (vrgl. Taf. CX, Bd. II, S. 467) nehmen, und ſie zuerſt auf dem Seitenriſſe über dem obern Rande der Kielſponning auf den entſprechenden Spanten abſetzen, und durch die gefundenen Punkte eine Kurve ziehen, welche die Flurſente auf dem Seitenriſſe darſtellt.

Hierauf nimmt man aus der Beſtecktafel die Flurſentenhöhe am Hauptſpant, ſetzt ſie auf dem Spantenriſſe ab, und zieht eine Horizontallinie. Darauf nimmt man alle die Flurſentenhöhen von dem Seitenriſſe, ſetzt ſie in dem Spantenriſſe über der Horizontallinie ab, welche die Flurſentenhöhe im Haupt-

Digitized by Google

ſpant bezeichnet, und zieht durch alle dieſe Höhenpunkte ebenfalls Horizontallinien.

Ferner nimmt man aus dem Senten- oder waſſerpaſſen Riſſe die halben Breiten der Flurſente, und ſetzt ſie in dem Spantenriſſe von der Mittellinie aus auf ihren entſprechenden Höhen ab; dies giebt die Mittelpunkte der Flurbogen oder Flurbugten für die entſprechenden Spanten.

Man nimmt hierauf aus dem Sentenriſſe die halbe größte Breitenlinie, 9
und ſetzt ſie in dem Spantenriſſe von der Mittellinie aus ab, und zwar auf den entſprechenden ſchon gezogenen Linien, welche die Höhen der unteren größten Breite darſtellen. Von da, wo dieſe Linien jetzt getroffen werden, ſetzt man die Längen ihrer entſprechenden unteren Breiten-Bugten ab.

Aus der Beſtecktafel CIV nimmt man hierauf die Entfernung eines jeden 10
Spants von der Mittellinie auf den Diagonalen, und ſetzt ſie von der Mittellinie auf ihren zugehörigen Diagonalen im Spantenriſſe ab. Nachdem die Flur- und die unteren Breitenbugten gezeichnet, und auch jene Abſtandspunkte beſtimmt worden, kann jetzt der Belauf der Spanten unterhalb der untern größten Breite folgendermaaßen gebildet werden.

Zuerſt zeichnet man das Hauptſpant, indem man die eine Zirkelſpitze in den Punkt ſetzt, welcher für die Länge der untern Breitenbugt gefunden iſt, und die andere Zirkelſpitze in den Punkt, welcher die Breite in der Seitenlinie begrenzt; mit dieſer Zirkelſpannung beſchreibt man einen Bogen abwärts: dieſer wird durch die Punkte gehen, welche auf den obern Diagonallinien abgeſetzt ſind, indem man ihn ſo weit hinabgehen läßt, als man für paſſend hält. Darauf ſetzt man die eine Zirkelſpitze in den Mittelpunkt der Flurbugt, und die andere Zirkelſpitze in den Punkt, welcher auf der dem Liegertop zunächſt ſtehenden Diagonale abgeſetzt iſt, und beſchreibt mit dieſer Spannung einen Bogen, welcher ſo viele Punkte auf den Diagonalen durchſchneiden kann, als man will; alsdann zieht man eine Kurve, welche von dem Rücken der untern Spanten- oder Breitenbugt (vergl. S. 2336) durch die Punkte auf den Diagonalen bis zum Rücken der Flur- oder Liegerbugt geht; man läßt alsdann eine andre Kurve durch die Punkte auf den untern Diagonalen ſo gehen, daß ſie den oberen Rand der Kielſponning ſchneidet. Das Hauptſpant unter der unteren Breite iſt auf dieſe Art fertig. In gleicher Weiſe laſſen ſich die übrigen Spanten unterhalb der unteren Breite bilden.

Um die Spanten oberhalb der unteren Breite zu bilden, ſetzt man zuerſt aus dem Seitenriſſe die Höhen der oberen Breite ab; zu dieſen Punkten zieht man Perpendikel, und mißt von da an die Länge der oberen Breiten- oder Spantenbugt ab. Darauf ſetzt man eine Zirkelſpitze in die Endpunkte der oberen Spantenbugt, die andere Spitze in den Endpunkt des Perpendikels, welches die beiden Breitenpunkte verbindet, und zieht einen Zirkelbogen aufwärts; darauf nimmt man aus dem Seitenriſſe die Höhen der Topſente, und ſetzt ſie in dem Spantenriſſe ab; man zieht Horizontallinien durch dieſe Linien und ſetzt auf ihnen die halben Breiten der Topſente oder Auflanger-Toplinie aus der Beſtecktafel CIV für die entſprechenden Spanten ab.

Digitized by Google

Zieht man darauf Kurven von dem Rücken der oberen Breiten- oder Spantenbugt, ſo daß ſie durch die halben Breiten der Topſente geht, ſo iſt das Spant von der Kielſponning bis zum Top der Auflanger fertig. Man nimmt jetzt noch aus der Beſtecktafel die Höhen der Sente der Verzeunung (topside line) oder der Bordlinie, und bildet den oberſten Theil der Spanten.

Um den unterſten Theil derſelben zu zeichnen, ſetzt man zuerſt in dem Spantenriß von jeder Seite der Mittellinie die halbe Schlichtung oder halbe nicht gemallte (d. h. bei dem Kiele die horizontale) Breite ab, und ebenſo ſeine Tiefe unter dem obern Rande der Kielſponning. Hierauf mißt man noch die Dicke der Bodenplanken vom oberen Sponningsrande ab.

Die eine Zirkelſpitze ſetzt man in den Punkt, in welchem die Linie für die Breite des Kiels die Grundlinie ſchneidet, und beſchreibt mit der andern Zirkelſpitze einen Zirkelbogen, welcher die Kiellinie und die Grundlinie ſchneidet. Hierauf ſetzt man eine Zirkelſpitze in den Punkt, wo der eben beſchriebene Bogen die Seitenlinie des Kiels durchſchneidet, und mit der andern Spitze beſchreibt man einen Bogen, von da wo der Kiel die Grundlinie durchſchneidet, bis zum vorher gezogenen Bogen. Von dem Schnittpunkte beider Bogen zieht man eine gerade Linie bis zum Schnittpunkte des Kiels und der Grundlinie; und noch eine andere Linie bis zum Schnittpunkte des untern Bogens mit der Seitenlinie des Kiels, wodurch die Kielſponning im Hauptſpante beſchrieben iſt. Da wo der obere Kielſponningsrand die Grundlinie durchſchneidet, endigen ſich alle diejenigen Spanten, deren Lieger oder Bauchſtücke unmittelbar auf dem Kiel ſelbſt liegen, und kein todtes Holz oder Kielklötze unter ſich, oder keine Erhebung haben. Wenn aber die Spanten ſich zu erheben beginnen, ſo endigen ſich ihre unteren Theile in dem Mittelpunkte der Sponning, d. h. in dem Schnittpunkte der beiden Bogen.

Solche Spanten, welche dem Achterende des Kiels nahe kommen, müſſen auf die Art geendigt werden, daß man die halbe Breite der Hieling am Achterſteven im waſſerpaſſen Riß abſetzt, und die Verjüngung des Kiels durch die Kielklötze beſchreibt; darauf nimmt man bei den entſprechenden Spanten die halbe Breite des Kiels, und ſetzt ſie in dem Spantenriſſe ab; darauf verfährt man wie vorher, um die Sponning zu beſchreiben, indem man jedes Spant da endigen läßt, wo ſich die beiden Bogen für die Sponning endigen.

11 Man geht alsdann zur Zeichnung des Spiegelſpants. Zuerſt nimmt man die Höhe des Heckbalkens, der unteren und der oberen Gilling, und der Topſente an der Seite von dem Seitenriſſe, und trägt ſie auf den Spantenriß über, indem man auf allen dieſen Höhen Horizontallinien zieht. Ebenſo werden zwei Horizontallinien mit gleichen Abſtänden zwiſchen dem Heckbalken und der unteren Gilling gezogen, und eine dritte, ebenfalls in gleichem Abſtande zwiſchen der oberen Gilling und der Topſente in dem Seitenriß; dieſe überträgt man dann auf den Spantenriß.

Da wo die Achterſeite des Spiegelſpants den Heckbalken an der Seite in dem Seitenriſſe durchſchneidet, zieht man ſie perpendikulär auf die Mittellinie des Senten- oder waſſerpaſſen Riſſes hinab; ebenſo zieht man ein Perpendikel

Digitized by Google

von der Biegungskante oder dem Grenzrande der oberen und unteren Gilling herab; ferner ein Perpendikel von da, wo das Spiegelſpant die beiden dazwiſchen gezogenen Horizontallinien durchſchneidet; und von da, wo daſſelbe Spant die Horizontallinie zwiſchen der oberen Gilling und der Topſente ſchneidet. Nach Fällung aller dieſer Perpendikel müſſen in dem waſſerpaſſen Riſſe die Kurven gezogen werden, welche die Geſtalt des Schiffskörpers auf allen dieſen Höhen beſtimmen.

Man fängt mit der Horizontallinie an, welche die Höhe des Heckbalkens 12
in dem Spantenriſſe bezeichnet, legt einen Streifen Papier an dieſelbe, und bezeichnet darauf die Stelle der Mittellinie, und ebenſo die Stellen der Spanten 25, 24 u. ſ. w., welche letztern die halbe Breite derſelben auf dieſer Höhe angeben. Darauf legt man dieſen Streifen auf den waſſerpaſſen Riß, ſo daß der darauf bemerkte Mittellinienpunkt genau an die Mittellinie des letztern paßt, und indem man den Streifen weiter ſchiebt, ſo daß ſein bezeichneter Rand nach und nach an die für die einzelnen Spanten gezogenen Perpendikel zu liegen kommt, ſetzt man auf jedem die entſprechende halbe Breite ab, und durch die ſo erhaltenen Punkte zieht man eine Kurve, welche *den horizontalen Umriß des Achterſchiffs* auf einer Seite in dieſer Höhe darſtellt.

Auf gleiche Weiſe verfährt man mit den übrigen Horizontallinien in der Höhe der Gillingen und in den zwiſchenliegenden Höhen u. ſ. w., und erhält ſo die *horizontalen Umriſſe der einen Seite des Achterſchiffs auf dieſen verſchiedenen Höhen.*

Dieſe Kurven durchſchneiden zugleich die vorher von den verſchiedenen Stellen der Heck- und Spiegelſeite auf die Mittellinie des Sentenriſſes gefällten Perpendikel; die von dieſen Schnittpunkten nach der Mittellinie des Sentenriſſes gemeſſenen Entfernungen geben die halben Breiten des Spiegelſpants auf ſeinen verſchiedenen Höhen; ſetzt man nun dieſe Breiten in dem Spantenriſſe auf den entſprechenden Horizontallinien ab: ſo erhält man die Punkte, durch welche eine Kurve gezogen wird und das *Spiegelſpant* in dem Spantenriſſe darſtellt.

Man nimmt hierauf aus dem Seitenriß die Aufbugten des Heckbalkens 13
und der oberern und untern Gilling, und ſetzt ſie bei der Mittellinie oberhalb ihrer zugehörigen Horizontallinien in dem Spantenriſſe ab; alsdann können die ihnen entſprechenden Kurven gezogen werden.

Die Ausbugt des Heckbalkens kann ebenfalls aus dem Seitenriſſe genommen, und in dem waſſerpaſſen Riſſe bei der Mittellinie nach hinten zu von der perpendikulären Linie abgeſetzt werden, welche den Heckbalken in dem Seitenriſſe darſtellt; eine Kurve durch dieſen abgeſetzten Punkt gezogen giebt die horizontale Krümmung oder Ausbugt des Heckbalkens.

Nachdem ſo das Achterſchiff vollendet worden, kann man in gleicher Weiſe 14
das Vorſchiff in dem Spantenriſſe zeichnen. Die von der Zeichnung des Achterſchiffes *abweichenden Eigenthümlichkeiten* ſind folgende.

Die Hielung oder die Stellung der unterſten Theile der vorderſten Spanten unterſcheidet ſich von derjenigen der Achterſpanten, weil ſie ſich auf

Digitized by Google

dem Vorſteven endigen. Man zieht in dem Spantenriſſe eine Linie parallel mit der Mittellinie, aber um die Hälfte der Vorſtevenbreite (d. h. ſeiner vorderen, nicht gemallten, Seite oder Schlichtung) von ihr entfernt. Darauf nimmt man aus dem Seitenriſſe die Höhe, wo das Spant, deſſen Ende man ſucht, den unteren Rand der Vorſtevenſponning durchſchneidet, und ſetzt dieſelbe auf der vorher als Seitenrand des Vorſtevens im Spantenriſſe gezogenen Linie ab. Darauf nimmt man mit dem Zirkel in dem Seitenriſſe die Entfernung von da, wo das Spant den untern Rand der Vorſtevenſponning ſchneidet, bis zu der Stelle, wo es den obern Rand derſelben trifft. Die eine Zirkelſpitze ſetzt man ſodann in den bezeichneten Punkt im Spantenriſſe, und beſchreibt mit der eben angegebenen Spannung einen Zirkelbogen; die Spanten können alsdann über den Rücken dieſes ſo beſchriebenen Bogens gehen. Man legt darauf ein kleines Lineal an das Spant, und läßt ſeinen Rand durch den vorher für den untern Sponningsrand abgeſetzten Punkt gehen; auf ſolche Art wird der untere Sponningsrand des Stevens beſchrieben, und zugleich das Ende des Spants.

15 Der Top der vorderſten Spanten unterſcheidet ſich ebenfalls bedeutend von demjenigen der Achterſpanten. Nach vorne zu behält nämlich das Schiff ziemlich weit ſeine Breite in der Höhe der Topſente. Daher fallen die vorderſten Spanten mit ihren Topauflangern über ihre größte Breite hinaus, und heißen deshalb Ohrſpanten (Knuckle-Timbers). Man zeichnet ſie folgendermaaßen.

Nachdem man die Höhe der Topſente in dem Spantenriß abgeſetzt hat, mißt man auf ihr die halbe Breite ab, wie man ſie für dieſe Stelle des Ohrſpants aus dem waſſerpaſſen Riſſe genommen, und errichtet in dieſem Punkte einen Perpendikel. Darauf nimmt man aus dem Seitenriſſe die Höhe der Verzeunungsſente (topside), und ſetzt ſie auf der perpendikulären Linie im Spantenriß ab. Ebenſo nimmt man aus dem Seitenriß die Breite der Raalei,te an der Topſente, und ſetzt ſie unterhalb der letzteren im Spantenriſſe an der perpendikulären Linie ab; dadurch iſt die Zeichnung des geraden Theils des Ohrſpants beſtimmt; von dieſem letzten Punkte an beſtimmt man alle übrigen Punkte des Belaufs dieſes Spants bis zur oberen größten Breite, und erhält dann die hohle Biegung, durch welche der obere Theil des Ohrſpants über die größte Breite hinausragt. Der darüber liegende Theil bis zur Topſente oder Verzeunungsſente iſt gerade.

16 Nach Vollendung des Achter- und Vorſchiffs auf dem Spantenriſſe folgt die Zeichnung der Waſſerlinien auf demſelben; von da müſſen ſie alsdann auf den waſſerpaſſen Riß übertragen werden, um die Schönheit des ganzen Gebäudes zu erkennen.

Weil in der Beſtecktafel CV, S. 423, die Waſſertracht vorne und hinten gleich iſt, nämlich 14 Fuß 3 Zoll, ſo laufen in dieſen Zeichnungen die Waſſerlinien alle parallel mit dem Kiel; ihre Höhe nimmt man aus dem Seitenriſſe, wenigſtens diejenige der Ladewaſſerlinie, welche immer auf demſelben gezogen wird, und in Tafel XXXVII, Fig. 1, mit WL bezeichnet iſt. Iſt ein Schiff achterlaſtig, ſo gehen die Waſſerlinien natürlich nicht parallel mit dem Kiel des

Digitized by Google

Seitenriſſes; ihre Höhen müſſen dann auf jedem einzelnen Spant abgemeſſen, in dem Spantenriß auf den entſprechenden Spanten abgeſetzt, und die Punkte durch Linien verbunden werden.

Man nimmt darauf die Entfernungen von der Mittellinie bis zu den verſchiedenen Punkten, wo die Waſſerlinien die einzelnen Spanten ſchneiden, und ſetzt dieſe in dem Sentenriſſe auf den entſprechenden Spantenlinien ab. Von da wo die Waſſerlinien in dem Seitenriſſe den Vorderrand der Achterſtevenſponning durchſchneiden, zieht man ein Perpendikel auf den waſſerpaſſen Riß herab, und auf dieſem ſetzt man die halbe Breite der Achterſtevenſchlichtung (d. h. ſeiner nicht gemallten, nach der Breite des Schiffs gemeſſenen Seite) an der entſprechenden Waſſerlinie, und zwar von der Mittellinie aus, ab. Man muß dabei aus dem Spantenriß die halbe Dicke des Stevens an ſeiner Hielung, und die an ſeinem Top von der Mittellinie aus, abſetzen, und beide Punkte durch eine gerade Linie verbinden; da wo dieſe von der Waſſerlinie geſchnitten wird, findet man die Verjüngung des Stevens, welche an der betreffenden Stelle ſtattfindet. Man ſpannt darauf den Zirkel bis zur Dicke der Planken, ſetzt die eine Spitze in den Punkt, in welchem die halbe Dicke des Stevens die perpendikulär herabgezogene Linie durchſchneidet, und mit der andern Zirkelſpitze beſchreibt man einen Bogen, von deſſen Rücken die Waſſerlinien durch die entſprechenden Punkte gehen, und ſich am Vordertheile des waſſerpaſſen Riſſes endigen. In gleicher Weiſe verfährt man mit dem Hintertheile.

Der Hinterrand der Achterſtevenſponning kann ebenfalls perpendikulär bis zur halben Dicke des Achterſtevens herabgezogen werden; man hat alsdann die Sponning; in gleicher Weiſe endigen ſich die Waſſerlinien in der Sponning des Vorſtevens.

Sobald alle Waſſerlinien gezogen ſind, läßt ſich die Angemeſſenheit und Schönheit des ganzen Gebäudes beurtheilen, und läßt ſich entſcheiden, ob die Spanten irgend eine Aenderung erforderlich machen, welche dann ausgeführt werden kann.

Die Huckſpanten ſind diejenigen, deren Ebenen nicht perpendikulär 17.
auf der ſenkrechten Ebene der Schiffslänge ſtehen, ſondern mit ihr einen ſchiefen Winkel bilden; dagegen ſtehen auch ſie ſenkrecht auf der Horizontalebene, welche durch die Oberſeite des Kiels geht. Um die Hukſpanten des Achterſchiffes auf dem waſſerpaſſen Riſſe zu zeichnen, muß man zuerſt die ſchräge Stellung der Randſomhölzer beſtimmen. Hat man die Ausbugt des Heckbalkens in dem waſſerpaſſen Riſſe dargeſtellt, und ebenſo die Geſtalt einer Horizontallinie in der Höhe des Heckbalkens, ſo ſetzt man die Breite des Heckbalkens an ſeinem Ende ab, und bezeichnet dieſelbe auf der eben genannten Horizontallinie durch einen Punkt: dies iſt die Stelle, wohin der Top des Randſomholzes kommt. Um nun die ſchräge Stellung zu finden, muß man die Geſtalt des Holzſtückes in Betracht ziehen; denn es muß auf die Weiſe geſtellt werden, daß es die möglichſt größte Geradheit für die Bildung des Spants behält; denn je gerader es iſt, deſto größer wird die Stärke des Spants;

Digitized by Google

kommt es dagegen ſehr gekrümmt zur Anwendung, ſo muß es ſehr ſtark gegen den Strich behauen werden. Ferner muß man beachten, daß das Holz ſo wenig als möglich beſchmiegt, d. h. mit ſchiefen Winkeln behauen werde. Nach dieſen beiden Rückſichten läßt ſich die ſchräge Stellung leicht beſtimmen.

Man muß alſo die Hielung oder den Fuß des Randſomholzes von der Mittellinie aus ſo abſetzen, daß ſie etwa vier Fuß vor dem Spant 25 zu ſtehen kommt; darauf zieht man von da eine gerade Linie nach dem auf der Horizontallinie für den Heckbalken abgeſetzten Punkte; auf ſolche Art iſt die ſchräge Stellung des Randſomholzes, und ſein für die obigen Zwecke erforderlicher Ort gefunden.

Nachdem die ſchräge Stellung des Randſomholzes (fashion piece) gefunden, iſt es leicht auch diejenige der andern Spanten zu beſtimmen. Man zieht dasjenige Spant, welches zunächſt vor dem vorderſten Hukſpant des Achterſchiffes ſteht, mit Bleifeder, und ſieht, wie viele Spanten zwiſchen dieſem ſenkrechtſtehenden und dem Randſomholz enthalten ſind; darauf theilt man den Raum zwiſchen dem ſenkrechten Spant und dem Randſomholz in eben ſo viele weniger eine gleiche Abtheilungen, welche man auf der Mittellinie abſetzt, und verfährt mit den halben Breiten dieſer Abtheilungen wie vorher; zieht man darauf gerade Linien von den Abtheilungen auf der Mittellinie nach denen der halben größten Breitenlinie: ſo hat man die ſchräge Stellung aller Hukſpanten des Achterſchiffs; ſie ſind Tafel XXXVII, Fig. 3, mit cp, qr, st, uv, wx bezeichnet.

Die für die ſchräge Stellung des Randſomholzes gezogene Linie ſtellt die Hinterſeite deſſelben dar, welches an das Ende der Wrangen kommt. Um aber die Umwandlung der ſenkrechten in die ſchräge Stellung auch für die unteren Wrangen eines großen Schiffs zu erhalten, kann man noch zwei Randſomhölzer hinter das vorher beſchriebene ſtellen. Das vorher im waſſerpaſſen Riſſe gezeichnete Randſomholz ſchließt ſich nur an das Ende der drei obern Wrangen, d. h. des Heckbalkens, der Füllungswrange und der Deckwrange; das mittlere Randſomholz legt ſich an die zunächſt unter der Deckwrange, und das hinterſte an die unterſten Wrangen. Man ſetzt demnach in dem waſſerpaſſen Riſſe die Achterkante der beiden hinteren Randſomhölzer ab, und zieht Parallellinien mit der erſten Randſomholzlinie; die Entfernung der Linien richtet ſich natürlich nach der Stärke oder Dimenſion der nicht gemallten Seite der Randſomhölzer.

18 Die Randſomhölzer und Wrangen müſſen nun noch in dem Seitenriſſe dargeſtellt werden. Man beſtimmt zuerſt die Zahl der erforderlichen Wrangen; alsdann zieht man zuerſt eine Horizontallinie, welche die Oberkante des Heckbalkens darſtellt; von dieſer abwärts ſetzt man die Schlichtung oder nicht gemallte, d. h. ſenkrechte Seite ab, und zieht eine zweite Horizontallinie, welche den untern Rand des Heckbalkens darſtellt. Ebenſo verfährt man mit der Füllungswrange, indem man aber zwei Zoll zwiſchen dem Unterrande des Heckbalkens und dem Oberrande der Füllungswrange frei läßt; und ebenſo vier Zoll zwiſchen dem Unterrande der Füllungswrange und der Deckplanken.

Digitized by Google

Dieſe Abſtände ſind in der Figur des Seitenriſſes auf Tafel XXXVII erkenntlich. Die Deckwrange richtet ſich nach dem Deck, indem die untere Seite des Decks die obere der Wrange bezeichnet; nach unten hin ſetzt man wieder ſeine Schlichtung oder perpendikuläre Seite ab, und zieht dort die Horizontallinie für den untern Rand. Die Wrangen unter dem Deck können auch alle gleich geſchlichtet werden. Es müſſen auch Zwiſchenräume zwiſchen ihnen für den Luftzug gelaſſen werden, weil dieſe Spanten viel ſchwieriger als irgend welche andere neu einzuſetzen ſind; die Zwiſchenräume können etwa drei Zoll betragen; Horizontallinien für ihre Höhen und untern Seiten werden wie bei den andern gezogen.

Nachdem die Wrangen auf ſolche Art mit Bleifeder gezogen ſind, muß man ihre Längen beſtimmen, mit denen ſie in dem Seitenriſſe perſpektiviſch erſcheinen, um ſie dann mit Tuſch oder Zeichentinte ausziehen zu können.

Das vorderſte Randſomholz kann zuerſt beſchrieben werden, weil es die Länge des Heckbalkens und der obern Wrangen beſtimmt. Man zieht eine genügende Anzahl von Horizontallinien; ſind mehrere Waſſerlinien auf dem Seitenriſſe gezogen, ſo bedarf es nur einer Horizontallinie zwiſchen der oberſten Waſſerlinie und dem Heckbalken, und einer andern über dem letztern in der Höhe, bis zu welcher das Randſomholz reichen ſoll, d. h. zwiſchen drei oder fünf Fuß; darauf trägt man die Höhen dieſer beiden Horizontallinien auf den Spantenriß über, und zieht ſie auf dem waſſerpaſſen Riß in ähnlicher Weiſe, wie die Waſſerlinien. Von da, wo alsdann die im Sentenriſſe für die ſchräge Stellung des Randſomholzes gezogene Linie die für den Top des Randſomholzes gezogene Horizontallinie durchſchneidet, zieht man ein Perpendikel aufwärts nach dem Seitenriſſe, und bezeichnet den betreffenden Punkt auf der entſprechenden Horizontallinie. Ebenſo trägt man ſenkrecht den Punkt aus dem waſſerpaſſen in den Seitenriß hinauf, wo die ſchräge Stellungslinie die für den Heckbalken gezogene Horizontallinie durchſchneidet. Ferner trägt man die Stelle nach dem Seitenriſſe hinauf, wo die ſchräge Stellungslinie die unter dem Heckbalken gezogene Horizontallinie durchſchneidet; ebenſo auch die Waſſerlinien-durchſchnitte. Zieht man alsdann in dem Seitenriſſe eine Kurve durch die abgeſetzten Punkte, ſo erhält man die perſpektiviſche Anſicht des Randſomholzes nach der Breite des Schiffs, wie ſie ſich auf dem Seitenriſſe zeigen kann.

In gleicher Weiſe kann das mittlere und hinterſte Randſomholz beſchrieben werden, indem man das mittlere nicht höher als bis zur untern Seite der Deckwrange reichen läßt; und das hinterſte Randſomholz nur bis zur untern Seite der vierten Wrange unter Deck; die Wrangen können alsdann mit Tuſche ausgezogen werden, weil ihre Längen in dieſer Anſicht durch die Randſomhölzer begrenzt ſind.

Es läßt ſich nun auch die Zeichnung des Achterſtevens vollenden; 19
bis hieher iſt nämlich ſeine Vorderſeite und ſein Top noch nicht gezeichnet. Man nimmt aus der Beſtecktafel wie dick der Achterſteven, nach der Länge des Kiels gemeſſen, iſt (Beſteckt. CV, S. 425), und ſetzt dieſe Dicke auf dem Oberrande des Kiels von der Linie ab, welche den Achterrand des Stevens darſtellt, und be-

Digitized by Google

zeichnet den Punkt. Alsdann muß der Top des Stevens beſtimmt werden. Er darf nur ſo hoch reichen, daß das Ruder ins Hennegatt hineinkommen, und bei großen Schiffen die Ruderpinne zwiſchen ihm und den obern Deckbalken ſpielen kann. Man läßt ungefähr drei Zoll zwiſchen der Unterſeite der Ruderpinne und der Oberſeite des obern Heckbalkens oder der Hennegattswrange frei, und zwei Zoll zwiſchen der obern Seite der Ruderpinne und der untern Seite der oberen Heckbalken. Dies gilt natürlich nur für Schiffe deren Ruderpinne zwiſchen Decks ſpielt. Für Kauffahrteiſchiffe, wie das hier gezeichnete, bei denen die Ruderpinne auf dem Hüttendecke ſpielt, iſt nur die (S. 2375) angegebene Einbiegung des Ruderpfoſtens zu beachten, wie ſie am deutlichſten Tafel XXXVIII, Fig. 1 ſich zeigt.

Der Top des Achterſtevens ragt demnach um eine angemeſſene Höhe über den Heckbalken hinaus, wie Tafel XXXVII, Fig. 6, B, an dem Einſchnitt für den Heckbalken zu erkennen iſt, nämlich an dem unteren; der obere Ausſchnitt iſt für den oberen Heckbalken oder die Hennegattswrange. Man zieht eine Horizontallinie für den Steventop in dieſer Höhe, und ſetzt auf ihr die Dicke des Achterſtevens an dieſer Stelle ab, wie man ſie in der Beſtecktafel findet. Von dieſem Punkte zieht man eine gerade Linie nach dem vorher auf dem oberen Kielrande für dieſelbe Dicke abgeſetzten Punkte. Wenn man dieſe Linie auszieht, muß man ſie nicht durch die Wrangenzeichnungen hindurchziehen, weil dieſe in der Wirklichkeit den Hinterrand des Achterſtevens durchbrechen. Es wird alſo der auf ſolche Art gezeichnete Hinterrand des Stevens nur durch die Zwiſchenräume zwiſchen den Wrangen zu ſehen ſein.

20 Der Binnen-Achterſteven wird auf ähnliche Art gezogen, indem man ſeine aus der Beſtecktafel genommene Dicke vom Vorderrande des Hauptſtevens nach vorne zu abſetzt. Bei großen Schiffen reicht er aber nur bis zur Unterſeite der Deckwrange hinauf. Hiermit iſt das Achterſchiff vollendet.

21 Es folgen jetzt die Hukſpanten des Vorſchiffes. Von dieſen muß zuerſt das vorderſte und das hinterſte, und namentlich die ſchräge Stellung des vorderſten beſtimmt werden. Es iſt auf dem waſſerpaſſen Riſſe, Tafel XXXVII, Fig. 3, mit L bezeichnet. Seine ſchräge Stellungslinie trifft etwa um 1½ Fuß hinter dem Perpendikel des mit R bezeichneten Spants auf der Mittellinie des waſſerpaſſen Riſſes bei π ein; auf der halben größten Breitenlinie trifft ſie beinahe 1¾ Fuß vor demſelben Spant ein. Verbindet man beide Punkte L und π durch eine gerade Linie, ſo hat man die ſchräge Stellung des vorderſten Hukſpants. Das hinterſte der Hukſpanten des Vorſchiffes iſt αβ. Zwiſchen dem ſenkrechten Spant M und dem vorderſten Hukſpant L werden die übrigen γδ, εξ u. ſ. w. auf gleiche Weiſe wie die Hukſpanten des Achterſchiffs durch gerade Linien von der Mittellinie bis zur halben größten Breitenlinie dargeſtellt; die drei vorderſten reichen noch über die größte Breitenlinie hinaus bis zur Topſentenlinie, die hier wegen der Geſtalt der Ohrſpanten über die größte Breite hinausragt.

22 Es folgen jetzt die Bugſtücke, oder Bughölzer, oder Klüshölzer (hawse-pieces). Ihre Schlichtungen oder nicht gemallten Seiten ſind entweder

Digitized by Google

parallel mit der Mittellinie, oder machen mit ihr einen ſchiefen Winkel. Man nimmt aus der Beſtecktafel die Schlichtung oder nicht gemallte Seite des Binnenvorſtevens, und ſetzt die Hälfte dieſer Schlichtung parallel mit der Mittellinie ab; darauf zieht man eine Linie von der halben Breitenlinie bis zum vorderſten Hukſpant; dieſe ſtellt den Binnen- oder Vorderrand des Klüsholzpöllers (knighthead) dar; von ihr ſetzt man die nach der Breite des Schiffs gemeſſene Seite des Pöllers ab, und zieht die Linie für ſeinen Außen- oder Achterrand; Tafel XXXVII, Fig. 3, iſt dieſer letztere Rand mit *v* bezeichnet, und von der Topſente bis zum vorderſten Hukſpant gezogen. Die Bugſtücke, durch welche die Klüsgatten oder Klüſen geſchlagen werden, d. h. die eigentlichen Klüshölzer, in der genannten Figur mit *ρ*, *σ*, *τ* bezeichnet (die Klüsgatten ſelbſt ſind mit den Diagonalfiguren angegeben), ſind bei den mehrſten Schiffen ihrer vier. Man ſetzt ihre Schlichtungen oder nicht gemallten Seiten parallel mit den Klüsholzpöllern ab, und zieht von dieſen Punkten gerade Linien nach dem vorderſten Huckſpant.

Darauf zeichnet man die Klüsgatten, und zwar ſo, daß ſie die Klüs- 23
hölzer ſo wenig als möglich ſchwächen; dies erreicht man, wenn der Mittelpunkt der Gatten gerade auf die Fuge zweier Stücke trifft; indem alsdann von jedem Stücke nur die Hälfte ausgeſchnitten wird. Darauf nimmt man aus der Beſtecktafel den Durchmeſſer der Gatten, und ſetzt zuerſt das vordere, d. h. das der Mittellinie am nächſten liegende, auf der Fuge zwiſchen dem erſten und zweiten Klüsholz ab; darauf das hintere auf der Fuge zwiſchen dem dritten und vierten Klüsholz; darauf zieht man Diagonalen, welche ſich gerade über der größten Breitenlinie durchkreuzen.

Wenn man nicht vier Klüshölzer hat, ſo ſetzt man zwiſchen dieſelben mittlere Stücke, deren Schlichtſeite ſechs Zoll weniger breit iſt als das Klüsgatt; von den beiden Hauptſtücken wird dann jedes nur bis auf drei Zoll einzuſchneiden ſein.

Die Klüsgatten müſſen darauf in dem Seitenriſſe gezeichnet werden. Man beſtimmt ihre Stellen darin, und ſetzt zuerſt ihren ſenkrechten Durchmeſſer hin, indem man Holz genug zum Ankerkiſſen läßt, und zieht Linien für den obern und untern Rand parallel mit den Sloiknieen; um darauf ihre perſpektiviſche Lage in dem Seitenriſſe in Uebereinſtimmung mit derjenigen im waſſerpaſſen Riſſe darzuſtellen, muß man die Dicke der Außenplanken und der innern Weger abſetzen; darauf zieht man aus dem waſſerpaſſen Riſſe von den Punkten, wo die Gatten die Binnen- und Außenplanken bei der größten Breitenlinie durchſchneiden, Perpendikel nach den Horizontallinien, die in dem Seitenriſſe den Ober- und Unterrand der Gatten darſtellen; dieſe geben dann ihre perſpektiviſch erſcheinenden Vor- und Hinterränder; zwiſchen den geraden Grenzlinien zeichnet man alsdann ihre elliptiſch erſcheinenden Peripherien.

Es folgt jetzt die Zeichnung des Binnen-Vorſtevens in dem Seiten- 24
riſſe. Man ſetzt ſeine gemallte Seite vom Hinterrande des Vorſtevens ab, und zieht ihn ſo weit hinab, daß ſeine Laſchingen gehörig gegen die Laſchingen des Vorſtevens und des Anlaufs verſchießen.

Digitized by Google

25 Es folgt die Kurve der Liegermitte oder die Bauchſtücklinie, cutting down line (vergl. S. 2338). Man nimmt aus der Beſtecktafel CIV ihre Höhen auf den verſchiedenen Spanten, ſetzt dieſelben auf dem Seitenriſſe vom obern Rande der Kielſponning auf den entſprechenden Spanten ab, und zieht durch die Punkte vom Binnenachter- bis zum Binnenvorſteven die verlangte Kurve der Liegermitte.

26 Um die Flurweger (vergl. S. 2356) zu zeichnen, zieht man gemäß ihrer in der Beſtecktafel gegebenen Dicke oberhalb der Liegermittelinie eine derſelben parallele Kurve. Von dieſer letzteren aus wird immer die Tiefe des Hols gemeſſen.

Gewöhnlich zeichnet man die Flurweger, das Kolſchwinn, die Kielklötze und das vordere Binnenſlempholz in dem waſſerpaſſen Riſſe nicht, damit die andern Linien deſſelben deſto deutlicher bleiben. Sobald aber der Seitenriß groß genug iſt, kann es ohne Nachtheil geſchehen, wie Tafel XXXVII u. XL.

27 Das Kolſchwinn ſetzt man nach ſeinen Beſteckdimenſionen über der Liegermittelinie ab, und zieht mit dieſer eine parallele Kurve.

28 Die Kielklötze und das Reitknie, ſowie die innern Slemphölzer (vergl. S. 2344 u. 2345), laſſen ſich ohne alle Mühe nach dem Beſteck beſtimmen und zeichnen.

29 An den waſſerpaſſen Riß ſchließt ſich vorne der Plan des Galjons an, wie Tafel XXXVII, Fig. 1. Man verlängert dazu zuerſt die Mittellinie des waſſerpaſſen Riſſes bis zu einer beliebigen Länge, und zieht auf dieſe Verlängerung die verſchiedenen Perpendikel von der Galjonzeichnung des Seitenriſſes herab. Auf dieſen Perpendikeln ſetzt man dann die halben Breiten der einzelnen Galjontheile ab.

Darauf zieht man die oberſte oder Hauptreiling des Galjons, ſo wie ſie von oben herabgeſehen erſcheint, oder in ihrer Projektion auf eine Horizontalebene; dieſe iſt, in der genannten Figur r, geradlinig, indem die Niederbugt nicht zu ſehen iſt. Ihre nicht gemallte oder Schlichtſeite an ihrem Achterende ſetzt man von der Außenſeite der Planken und zwar an der Topſente am Vorderende des Jagerdecks ab, wenn ein Kriegsſchiff gezeichnet wird; bei einem Kauffahrteiſchiffe von der Spitze des Winkels, den der Vorderrand des Krahnbalkens mit der Schiffsſeite macht.

Die Schlichtſeite am Vorderende der großen Reiling wird von der Außenſeite des Bildes abgeſetzt, und außerdem mit einem Perpendikel von der Vorderſeite der Kroll (hair bracket) in dem Seitenriſſe auf den waſſerpaſſen Riß übertragen. Beim Ziehen der geraden Linien muß man noch die Dicke der inneren Fütterung dazu fügen, wie in der genannten Figur zu ſehen iſt.

Man trägt ebenſo die Galjonsſtützen mit Perpendikeln nach dem waſſerpaſſen Riſſe über, und zwar von da ab, wo ſie die Unterſeite der großen Reiling durchſchneiden, bis zur Mittellinie des waſſerpaſſen Riſſes. Eben ſo zieht man Perpendikel von dem Vorder- und Achterrande des Klüsholzpöllers, und bei einem Kriegsſchiffe die halbe Breite am Oberrande des Jagerdecks, und die Dicke der Außenplanken.

Digitized by Google

Ferner zieht man von der Mittellinie des waſſerpaſſen Riſſes ein Perpendikel, zwei Zoll vom Vorderrande des Vorſtevens entfernt; dies ſtellt den Hinterrand des Hauptbalkens der Galjonsflur dar, parallel damit zieht man den Vorderrand. In der genannten Figur iſt dieſer Balken mit B bezeichnet; desgleichen der vorderſte Querbalken der Galjonflur (cross piece), welcher dicht an der vorderſten Galjonsſtütze ſteht. Gegen den hinteren Balken wird die Hauptreiling mit einem liegenden Knie verbunden; mehrentheils auch gegen den vorderen; bei beiden aber an deren Achterſeite.

Parallel mit der Mittellinie des waſſerpaſſen Riſſes zieht man auch den halben Durchſchnitt des Bugſpriets mit hB bezeichnet. Darauf legt man die Scheerſtöcke ſo, daß ſie von der ſenkrechten Ebene des Bugſprietrandes weit genug abſtehen, um die Bugſprietwuhling frei durchzulaſſen.

Die Flur ſelbſt beſteht aus Latten oder Röſterwerk. Der Butenluf kann folgendermaaßen dargeſtellt werden. Man zieht von dem Centrum des Fockmaſtes auf dem obern Deck ein Perpendikel auf die Mittellinie des waſſerpaſſen Riſſes; von dem Schnittpunkte zieht man eine gerade Linie, welche nach vorne zu einen Winkel von 36° mit der Mittellinie bildet; auf dieſer ſchrägen Linie ſetzt man die halbe Länge der Fockraa ab; von dem Endpunkte dieſer Länge läßt man ein Perpendikel auf die Mittellinie des waſſerpaſſen Riſſes fallen. Darauf zieht man den Butluf parallel mit der ſchrägen Linie; er kommt beinahe über der mittleren Galjonsſtütze zu liegen; ſein Achterende ruht gegen den Klüsholzpöller; ſeine Länge an der oberen Vorderkante reicht bis an jenen für die halbe Fockraalänge gezogenen Perpendikel. Nachdem die Abtrittöffnungen freigelaſſen, wird die übrige Flur mit Latten gebildet.

Hiermit ſind Seiten-, Spanten- und waſſerpaſſer Riß ſoweit 30
vollendet, als ſie ſein müſſen, damit die Mallen auf dem Mallſaal gezeichnet und geſchnitten, und das Spantenwerk errichtet werden kann. Zur Vervollſtändigung des Bauriſſes gehören noch ein Plan der Binnenbordsſtücke, Pläne der Decke u. ſ. w.

§. 348. Zeichnung der Binnenbordsſtücke.

Tafel XXXVIII, Fig. 1.

Zuweilen zeichnet man die Binnenbordsſtücke auf dem Seitenriſſe, wodurch 1
aber die Hauptlinien deſſelben ſehr verundeutlicht werden. Es iſt daher am beſten, ſie auf einem eigenen Riſſe darzuſtellen. Zu dieſem nimmt man aus dem Seitenriſſe folgende Stücke: den Maaßſtab; den Vorſteven; den Achterſteven; die Gillingskniee und Heckſtützen; den Kiel; die Kurve der Liegermitte (cutting down-line); das Kolſchwinn; den Binnenvorſteven; die Wrangen; das Randſomholz; die Decke; die Mittelpunkte der Maſten; die zerbrochenen Gänge; den Schandeckel von vorne bis hinten; die Fugen der Spanten; und endlich die Pforten.

Sodann kommen die Deckbalken. Bei einem Kriegsſchiffe müſſen ſie 2

Digitized by Google

so angeordnet werden, daß einer unter jeder Pforte, und einer unter die Mitte des Raums zwischen zwei nächsten Pforten zu liegen kommt. Diesem Gesetze muß man so weit folgen, als es wegen der Treppenlucken, Ladelucken und anderer Binnenbordsgegenstände irgend geschehen kann. Ist das nicht möglich, so muß an solcher Stelle wenigstens eine Ribbe eingelegt werden (vergl. S. 2363).

3 Man nimmt die Dimensionen der Deckbalken aus der Bestecktafel, und zwar zuerst die perpendikuläre Dicke der Balken des untersten Decks, und setzt sie unter der Linie ab, welche die Seite des Decks darstellt; darauf zieht man mit Bleifeder eine feine Linie parallel mit der Deckseitenlinie durch die abgesetzten Punkte der Balkendicke; diese Linie stellt alsdann die Unterseite der Balken dar. Auf gleiche Art zieht man die Unterseite der Balken des obern Decks, der Schanze, der Back und der Kampanje oder des Hüttendecks. Darauf nimmt man die Breite der nicht gemallten Seite der unteren Deckbalken, und legt einen unter jede Pforte, und einen zwischen zwei Pforten, vorne und hinten unter das ganze Deck, zieht sie aber sämmtlich nur mit Bleifeder.

4 Darauf setzt man die aus der Bestecktafel genommene Länge der großen Lucke, und zwar von dem Deckbalken ab, welcher den freien Raum vor dem großen Mast beschließt; am Ende der abgesetzten Länge zeichnet man einen Balken, dessen Achterseite den Vorderrand der großen Lucke bildet; diesen kann man sogleich mit Tinte oder Tusche ausziehen. Mitten zwischen beiden Balken kommt eine Rippe.

5 Darauf bestimmt man die Vorlucke; ihr Vorderrand muß mit dem Achterende der Back zusammentreffen; ihre Länge findet sich in der Bestecktafel. Die vor der Vorlucke liegenden Balken können alle an den zuerst erhaltenen Stellen liegen bleiben, wenn nicht die Ankerbeting eine andere Lage nöthig macht.

6 Die Achterlucke kommt mit ihrem Vorderrande an die Achterseite desjenigen Deckbalkens, welcher den freien Raum am großen Mast hinten beschließt.

7 Nur der drei genannten Hauptlucken wegen darf eine Aenderung der ursprünglichen Balkenanordnungen eintreten; dagegen die übrigen kleinern Lucken und Treppenöffnungen müssen sich nach der ersten Anordnung der Balken richten.

8 Das große oder hintere Gangspill kommt auf Kriegsschiffen zwischen die große und Achterlucke zu stehen; die dahinter liegenden Deckbalken behalten, mit alleiniger Berücksichtigung des Besahnmasts ihre ursprüngliche Lage.

9 Die Ankerbeting, oder das Bratspill mit seiner Beting muß so gestellt werden, daß die Vorderseite der Betingsspehnen, oder aufrechtstehenden Theile, sich an die Achterseite eines Balkens anschließt.

10 Darauf zieht man die Bugbänder oder Bugbanden, welche an der gemallten Seite so breit sein mögen, als das Holz zuläßt; ihre Schlichtseite richtet sich nach der Bestecktafel. Zuletzt kommen noch die Kniee u. s. w.

11 Bei der Zeichnung der obern Decke muß man den Balken soviel es

Digitized by Google

angeht eine ſolche Lage geben, daß ſie genau oder doch möglichſt nahe über den Balken der untern Decke zu liegen kommen; die angebrachten Deckſtützen dienen dann zur gegenſeitigen Unterſtützung.

Die Lucken der verſchiedenen Decke müſſen natürlich genau übereinander liegen; daher kommen auch die Ribben genau übereinander. Kommt das Bugſpriet mit ſeinem ſchräge liegenden Achterende, oder der Fockmaſt in den Weg, ſo daß zwiſchen dem Deckbugband und dem nächſten Deckbalken kein ganzer liegen kann, ſo muß eine Ribbe genau in die Mitte des Abſtandes kommen. Die Treppenlucken müſſen natürlich auch mit denen der untern Decke korreſpondiren.

Die Stellung des doppelten Gangſpills auf Linienſchiffen und großen Fregatten, und diejenige des vordern kleinern läßt ſich nach der Beſtecktafel beſtimmen. Bei Schiffen, welche ein Bratſpill führen, werden die ſchwerſten Arbeiten mit dieſem verrichtet. Das vordere Gangſpill iſt dann klein, hat eine eiſerne Welle, und iſt ſo eingerichtet, daß es nach Erforderniß nach vorne oder nach hinten gerückt werden kann.

Die Kombüſe, oder der Feuerheerd und die Schiffsküche, wird bei Drei- 12
deckern gewöhnlich auf das mittelſte Deck gelegt, wodurch auf der Back ein freier Raum gewonnen wird. Bei Zweideckern kommt ſie unter die Back, weil das Hauptdeck darunter wegen der Ankerbetings einen zu beſchränkten Raum darbietet. Auf Fregatten und kleinern Schiffen ſetzt man ſie auch unter die Back zwiſchen die vordere und hintere Beting, und zwar der letztern ſo nahe als möglich, um einen möglichſt geräumigen Kombüſenplatz zu erhalten.

Die großen Marsſchooten-Betings verlangen einige genauere Be- 13
ſtimmungen. Die vorderſte muß ſo angebracht werden, daß ihre Achterſeite an die Vorderſeite desjenigen Balkens kommt, welcher hinter der großen Lucke liegt; ſie reicht bis zum unteren Deck, und ſteht auf einem Balken deſſelben.

Die Beting oder der Knecht des großen Kardeels liegt an der 14
Vorderſeite des Balkens hinter dem Maſt, und hat ihre Spur auf dem Balken darunter.

Die Betingsbalken oder Querſtücke der Betings müſſen an der Vorderſeite der vordern und an der Achterſeite der hinteren Betings liegen, und ſich ſo weit über dem obern Deck erheben, wie die Beſtecktafel angiebt; oder um ein Drittel des Abſtandes zwiſchen dem obern und dem Quarterdeck.

Nachdem die Länge des Quarterdecks oder der Schanze beſtimmt 15
iſt, welche zum Theil von der Stellung der hinteren Betings für die Kardeele abhängt, ſo hat man zuerſt auf die Deckbalken der Schanze zu ſehen. Man hat die darauf vorkommenden Treppenlucken, Röſterwerke und andern Gegenſtände zu beachten. Scheerſtöcke, mit Ausnahme der für die Lucken erforderlichen, giebt es auf der Back, Schanze und Kampanje nicht. Weil aber dieſe fehlen, ſo erfordern die genannten Decke ihrer Stärke wegen eine größere Zahl von Deckbalken, und eine gehörige Aufbugt. Die allgemeine Regel iſt deshalb: auf der Schanze für dieſelbe Länge doppelt ſo viele Balken zu haben, als auf dem obern Deck. Dieſe Regel iſt in Tafel XXXVIII, Fig. 1 an dem

Digitized by Google

Hüttendecke zu erkennen. Sollen jedoch auf der Schanze eines Kriegsschiffes auch schwere Kanonen aufgestellt werden, so muß sie auch Scheerstöcke erhalten.

16 Man muß nun die Balken der Schanze in die möglichst vortheilhafte Lage bringen, welche die Lucken, Kappen, das einfallende Licht, das Steuerruder u. s. w. zulassen. Was die Treppenlucken anbetrifft, so muß sich eine an dem Vorderende der großen Kajüte für die Offiziere befinden, und eine an jeder Seite am Vorderende der Schanze nahe an den Laufplanken. Auf Linienschiffen sollten die Deckbalken von der Treppenlucke bis zum vierten Balken davor nicht mit einem festen Deck, sondern nur mit Rösterwerk bedeckt werden, um namentlich während der Schlacht mancherlei Gegenstände leichter von Deck zu Deck reichen zu können.

Auf jeder Seite des balkenfreien Raums hinter dem großen Mast (der gewöhnlich durch die Schanze oder das Quarterdeck fährt) kann eine kleine Springlucke angebracht werden, durch welche die Gien des Stengenwindreeps fährt, um in die Augbolzen auf dem oberen Deck eingehaakt zu werden. Zu beiden Seiten des großen Mastes werden ebenfalls kleine Springlucken angebracht, um die Pumpen auszuheben.

17 Man bestimmt darauf das Steuerrad, welches auf Kriegsschiffen unter dem Vorsprunge des Hüttendecks oder der Kampanje zu stehen kommt (vergl. Bestecktafel CV, S. 449). Bei dem Kauffahrteischiff, Tafel XXXVIII, steht es auf dem Hüttendeck. Wo es auch hinkommen mag, so müssen die darunter liegenden Deckbalken so angeordnet sein, daß die beiden Stützen der Radwelle in dieselben eingelassen werden können. Das Schott der Hütte hat eine Ausbugt nach hinten; demgemäß muß auch der darunter liegende Deckbalken zur Unterstützung desselben eine Ausbugt erhalten. Das Schott selbst wird bisweilen hinter die zur Seitengallerie führende Thür gestellt, was aber natürlich nur bei sehr großen Schiffen mit langen Seitengallerien geschehen kann.

18 Die Balken der Back richten sich nach den Springlucken u. s. w.; eine dergleichen ist für den Rauchfang der Kombüse da; eine oder zwei andre für den Abzug der Zwischendecksdünste. Die Vormarsschooten-Betings werden so angeordnet, daß ein Paar vor, eins hinter dem Fockmast liegt, und jede Betingssteile in die Seite des Deckbalkens der Back eingelassen wird, und ihre Spur auf einem Balken des obern Decks hat. Die hinteren Betings müssen so stehen, daß sie die Halsen von der Kombüse halten. An dem vorderen Theile der Back befindet sich auch eine Treppenlucke.

Nachdem man die genannten Gegenstände beachtet hat, muß man die Balken der Back so anordnen, daß deren im Ganzen vier oder eine noch größere Zahl mehr sind, als die Balken des obern Decks für die Länge der Back; wo sich ein größerer Zwischenraum, wie bei dem Fockmast ergiebt, muß eine Rippe angebracht werden. Der vorderste oder Katbalken muß breit genug sein, damit der innerhalb liegende Arm des Krahnbalkens darauf gehörig verbolzt werden kann; ferner um eine Sponning für die Deckplanken der Back, und die Einlassung der vorderen Backschotten aufzunehmen.

Digitized by Google

Die Deckbalken der Kampanje oder des Hüttendecks ſind von 19
geringerer Stärke als diejenigen der Schanze; daher müſſen ſie auch wieder näher zuſammenliegen, und ihrer etwa vier mehr ſein, als die Balken der Schanze in der Länge der Hütte. Die Kampanje muß immer eine ſtarke Aufbugt haben, ſowohl der Stärke als der übrigen Angemeſſenheit wegen. Zu beiden Seiten des Beſahnmaſts kommen ein Paar Betingskniee, welche auf die Scheerſtöcke der Maſtfiſchung gebolzt ſind. Es muß auch eine Fenſterlucke oder ein einfallendes Licht (Scheileit) in der Mitte über dem Vorraume der Hütte auf Kriegsſchiffen, und in der Mitte des Hüttendecks auf Kauffahrteiſchiffen angebracht werden.

Hinſichtlich der Anordnung der Deckbalken der Kampanje hat man nur auf die Stützen oder Steilen des Steuerrades, und auf den Beſahnmaſt zu ſehen; ſind die hiermit in Berührung kommenden Balken gehörig angeordnet, ſo können die übrigen in paſſenden gleichen Entfernungen gelegt werden, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1 zu ſehen iſt. Wegen der Ausbugt des Hüttenſchotts muß auch der über demſelben liegende Balken der Kampanje die entſprechende Ausbugt erhalten.

Große Schiffe haben unterhalb des unteren Kanonendecks noch eines ohne 20
Geſchütz, die ſogenannte Kuhbrücke. Die Höhe zwiſchen dem unteren Deck und der Kuhbrücke findet ſich in der Beſtecktafel, wie auch die Dicke der Planken, ſo daß die entſprechenden Kurven leicht gezogen werden können. Die Kuhbrücke reicht nicht ganz von vorne nach hinten, ſondern nur bis zur zweiten Pforte des untern Decks von hinten und von vorne. Die Deckbalken der Kuhbrücke werden ſo angeordnet, daß ſie genau unter denen des untern Decks liegen. Unten, parallel mit der Kurve der Liegermitte, zieht man in der Dicke der Flurweger eine Kurve, welche dieſelben darſtellt. Die drei Hauptlucken kommen genau unter denen der Kanonendecke zu liegen. Man zieht darauf den Pumpenſood, von der Unterſeite des untern Decks bis zur Oberſeite der Kuhbrücke, und von deren Unterſeite bis zu den Flurwegern. Darauf kommen die Spuren der Maſten, indem man deren Axe bis zu den Flurwegern fortſetzt. Zwei Piekſtücke kommen zwiſchen dem Beſahnmaſt und dem hintern Ende der Kurve der Liegermitte; ebenſo hat man nach der Beſtecktafel die Zahl und Stärke der Bugbanden.

Hiemit ſind die Profilzeichnungen der Binnenbordsſtücke vollendet.

§. 349. Zeichnung der halben Decke.

Tafel XXXVIII, Fig. 2, und Tafel XXXIX, Fig. 2.

Man nimmt die Höhen der Decke bei jedem Spant aus dem Seitenriſſe 1
und ſetzt ſie in dem Spantenriſſe von der Baſis als ſenkrechte Linien ab. Darauf zieht man für den Riß eines jeden Decks eine Mittellinie der Länge nach, errichtet auf ihr die Perpendikel für die Stellen der rechtwinklig gegen den Kiel ſtehenden Spanten, und zwar auf beiden Seiten, d. h. nach oben und

Digitized by Google

unten; denn gewöhnlich zeichnet man die Hälften zweier verschiedenen übereinander liegenden Decke so nebeneinander, daß eine und dieselbe Mittellinie für beide gilt. Auf Tafel XXXVIII, Fig. 2 ist indessen nur das halbe Unterdeck dargestellt, und zwar ohne Beplankung; auf Tafel XXXIX, Fig. 2 das halbe Oberdeck mit der Beplankung.

Auf jedem Spantenperpendikel setzt man die aus dem Spantenrisse genommene halbe Breite des betreffenden Decks ab. Darauf zieht man ein Perpendikel aus dem Seitenrisse auf die Mittellinie des Deckrisses von den beiden Stellen herab, wo das betreffende Deck die Hinterseite des Vorstevens und die Vorderseite des Achterstevens an der Sponning durchschneidet. Auf diesen Perpendikeln setzt man die halbe Schlichtseitendicke der beiden Steven ab. Eine Kurve durch die sämmtlichen Punkte gezogen stellt den Rand des Decks auf der Außenseite der Spanten dar. Innerhalb dieser Randkurve setzt man die Mallseite der Spanten ab, wodurch die Länge der halben Deckbalken zwischen der Mittellinie und der Binnenseite der Spanten gegeben ist.

2 Aus dem Seitenrisse nimmt man die Vorder- und Hinterränder aller Pforten, und von dem Binnenbordsprofil die Vorder- und Hinterseite aller Deckbalken, und trägt sie auf den Deckriß über, indem man die Balken ganz durchzieht, und für die Pforten die entsprechenden Querlinien an dem Deckrande zieht.

3 Auf dem Decke setzt man alsdann die Spille, Lucken, Pumpen, Ankerbetings, kleinere Betings, Mastenfischungen, Mastenmittelpunkte u. s. w. ab. Alle auf dem Deck befindlichen Gegenstände müssen in der sogenannten Vogelperspektive, d. h. von oben herabgesehen dargestellt werden, wie Tafel XXXIX, Fig. 2 am deutlichsten zu sehen ist. Die Pforten sind sämmtlich durch Diagonalfiguren und mit Nummern, von vorn nach hinten gezählt, bezeichnet.

4 Zeichnet man ein Kriegsschiff, so kann man die Schanze, die Back und Kampanje einzeln darstellen, oder man stellt sie zugleich auf dem obern Deckrisse so dar, daß die darunter liegenden Gegenstände mit punktirten Umrissen und Linien als durchscheinend angedeutet werden. Durch leichte Tuschüberlage oder Schraffirung kann man die übereinander liegenden Decke noch leichter unterscheidbar machen.

§. 350. Von der Ausbreitung der Beplankung auf einer Ebene.

Tafel XXXIX, Fig. 1.

1 Um die Planken nach ihrer wahren Länge und Breite darzustellen, und die Stellen zu bestimmen, wohin ihre Quernathen kommen müssen, um gehörig gegen einander zu verschießen (vergl. S. 2340 und 2341), muß die krumme Oberfläche des Gebäudes in einer Ebene ausgebreitet werden. Dies geschieht vermittelst der Wasserlinien.

Man nimmt aus dem Seitenriß die Stellen der sämmtlichen Spanten, und den untern Rand der Kielsponning von der Achterseite der Achtersteven-

Digitized by Google

ſponning bis ſo weit als die Kielſponning eine gerade Linie bleibt. Darauf ſetzt man alle Laſchingen des Kiels auf dieſer Kielſponningslinie ab, und bezeichnet ſie, wie Tafel XXXIX, Fig. 1 zu ſehen, durch die Schnittpunkte der Diagonalfiguren. Um nun den Theil des Schiffsgebäudes auf der Ebene auszubreiten, welcher die ſenkrecht gegen die Kielebene ſtehenden Spanten enthält, ſo überträgt man die Höhen der obern und untern Bergholzränder, des gemalten oder farbigen Plankenganges unter dem Schandeckel, die obern und untern Ränder der Pforten, die Höhe der Decke an der Seite, und den untern Rand des Schandeckels von dem Seitenriſſe auf den Spantenriß. Darauf überträgt man alle genannten Theile, Bergholz-, Planken-, Schandeckel-Ränder u. ſ. w. auf den waſſerpaſſen Riß.

Auf dieſem letztern ſtellt man ſchmale Streifen Papier mit ihrem ſcharfen Rande ſenkrecht an die gezogenen Linien und biegt die Streifen ſo, daß ſie den Belauf jeder Kurve genau umſchließen, und heftet ſie dann feſt, und zwar vor dem mit ⊕ bezeichneten Spant nach vorne und nach hinten zu. Auf jedem Streifen beſtimmt man die Stelle jedes Spants, und die entſprechende Waſſerlinie.

In gleicher Weiſe umgürtet man das Hauptſpant in dem Spantenriſſe, von der Innenſeite der Kielſponning bis zur Verzeunung oder zum Top mit einem gebogenen Papierſtreifen, und bemerkt auf dieſem die einzelnen Waſſerlinien, Ränder der Berghölzer und Pforten u. ſ. w.

Hierauf zieht man in dem Ausbreitungsriſſe den Perpendikel für das Hauptſpant; auf dieſem ſetzt man unten zuerſt die Mitte der Kielſponning ab, und befeſtigt in dieſem Punkte den Papierſtreifen, mit welchem das Hauptſpant im Spantenriß umgürtet war, und zwar mit demjenigen Punkte deſſelben, welcher den Innenrand der Kielſponning, d. h. ihre Mitte bezeichnet; die Befeſtigung des Papierſtreifens muß aber ſo geſchehen, daß ſein mit Punkten bezeichneter Rand genau an den Perpendikel für das Hauptſpant paßt. Alsdann bezeichnet man dieſelben Punkte auf dem Perpendikel für die Bergholzränder u. ſ. w. In gleicher Weiſe umgürtet man jedes einzelne ſenkrecht gegen die Kielebene ſtehende Spant im Spantenriſſe mit einem Papierſtreifen, bemerkt darauf die einzelnen Punkte, errichtet im Ausbreitungsriſſe die entſprechenden Perpendikel, und ſetzt auf ihnen von der halben Kielſponning aus die Punkte des ausgebreiteten Papierſtreifens ab.

Hierauf heftet man die andern Papierſtreifen, mit denen die Waſſerlinien umgürtet waren, in ihren verſchiedenen auf dem Hauptſpant bezeichneten Höhen feſt, und ſtreckt ſie ohne alle Falten ſo aus, daß die Stellen der Spanten auf den Gürteln der Waſſerlinien, und die entſprechenden Höhen der Waſſerlinien auf den Gürteln der einzelnen Spanten genau zuſammentreffen; mit angebrachten Nadeln hält man die Streifen in dieſer Stellung. In den Durchſchnitten jedes Paars macht man Punkte, welche die auf der Ebene ausgebreiteten Höhen und Längen aller Waſſerlinien in dem rechtwinkligen Schiffstheile (vergl. S. 2339 Nr. 14) darſtellen. Zieht man durch alle Punkte ge-

Digitized by Google

hende Kurve, ſo bilden dieſe die ebene Ausbreitung des rechtwinkligen Schiffstheiles.

2 Um das ſchiefwinklige Vorderſchiff und die Klüshölzer auszubreiten, ſucht man in dem waſſerpaſſen Riſſe die Stellen auf, in denen die Waſſerlinien, die Kurven der Berghölzer, die Topſente u. ſ. w. die Hukſpanten durchſchneiden, und trägt dieſelben perpendikulär nach den entſprechenden Linien im Seitenriſſe hinauf. Die ſo gefundenen Höhen trägt man nach dem Spantenriſſe auf die entſprechenden Hukſpanten über, und verlängert die letztern ſo weit nach unten zu und innerhalb der halben Schlichtſeitenſtärke des Vorſtevens, als die Sponning in dieſelbe eindringt. Ebenſo verlängert man die Fugen der Hukſpanten im Seitenriſſe, bis ſie die Mitte der Kiel- und Vorſtevenſponning durchſchneiden. Darauf umgürtet man die verſchiedenen Hukſpanten im Vorſchiffe mit Papierſtreifen, auf denen man die Stellen bezeichnet, wo die untern Theile der Spanten die Innenſeite der Sponning ſchneiden, wo die Waſſerlinien, und die obern und untern Ränder der Berghölzer u. ſ. w. liegen; auf dem Gürtel des vorderſten Hukſpants bemerkt man die Höhen der Klüsholzhieling, indem man zugleich auf dem Papierſtreifen die Zeichen der einzelnen Spanten angiebt. Auch iſt für dieſe Zwecke eine beſondere Linie zu merken, welche die Engländer bearding-line oder stepping-line nennen, und im Deutſchen die Kurve der Piekſtückhieling genannt werden kann; ſie geht beinahe parallel mit der Bauchſtücklinie aber auf den Kielklötzen oder dem Todtholz, und bildet den untern Rand der Einſchnitte, welche in die Kielklötze gemacht werden, um den Piekſtücken eine angemeſſene Einſenkung in das Todtholz zu geben, ſo daß ſie ſich nicht zu einer zu ſcharfen Kante zu verengern brauchen. Dieſe Piekſtückhielingslinie wird ebenfalls auf den Papierſtreifen angemerkt, wo ſie die Hukſpanten ſchneidet.

Mit andern Papierſtreifen gürtet man die verſchiedenen Waſſerlinien in dem waſſerpaſſen Riſſe, und bemerkt darauf die Fuge des Spants M, Tafel XXXVII, Fig. 2, d. h. des vorderſten ſenkrecht gegen die Kielebene ſtehenden Spants; die Fuge jedes Hukſpants; und den Durchſchnittspunkt jedes Klüsholzes; ferner wo die Piekſtückhielingslinie die Waſſerlinie durchſchneidet; und wo die Waſſerlinie in der Sponning endigt. Der Gürtel an den Berghölzern, Pfortentrempeln oder Rändern, und an der Topbreite muß ebenfalls bezeichnet werden.

Mit einem andern Streifen muß die Kurve der Vorſteven- und Anlaufsſponning umgürtet und darauf bemerkt werden, wo das ſenkrecht ſtehende Spant M dieſe Linie durchſchneidet; ebenſo giebt man die Durchſchnitte derſelben mit den übrigen Hukſpantenfugen an; ferner bemerkt man die Höhen aller Waſſerlinien, die Ober- und Unterkante der Berghölzer, der Pforten, des Jagerdecks und des Obertheils des Vorſtevens.

Von dem waſſerpaſſen Riſſe zieht man ſenkrecht von den Stellen, wo die Hielings der Klüshölzer die Fuge des Hukſpants S durchſchneiden, nach deſſen Darſtellung im Seitenriſſe hinauf; dieſe Höhen überträgt man alsdann auf das Hukſpant S im Spantenriß, und zwar ehe man dieſes umgürtet; dieſe Punkte

Digitized by Google

geben die Hielings der Klüshölzer für die Ausbreitung. Die Papierſtreifen der Waſſerlinien bringt man alsdann, wie vorher, an das ſenkrechte Spant M im Ausbreitungsriſſe, an die verſchiedenen darauf bezeichneten Waſſerlinien, und ſtreckt ſie in der vorher angegeben Weiſe aus. Darauf ſtreckt man den Gürtel des Vorſtevens aus, indem man den darauf bezeichneten Punkt M auf dem Spant M befeſtigt; darauf bringt man die Hielings der Hukſpanten an ihre entſprechenden Punkte auf der Vorſtevenkurve, und bewegt das Ganze, ohne Falten, bis die Vorderenden der Waſſerlinien genau mit den Punkten ihrer Stellen auf dem Vorſteven zuſammentreffen; ebenſo bis die Stellen der Hukſpanten und Waſſerlinien übereinſtimmen; endlich, wenn das ganze Vorſchiff genau zuſammenpaßt, befeſtigt man die Papierſtreifen mit Nadeln. Auf dem Ausbreitungsriſſe bemerkt man alsdann die Durchſchnittspunkte aller Gürtel. Zieht man durch diejenigen der Spanten Kurven, ſo ſtellen dieſe ihre Mallränder dar; diejenigen der Waſſerlinien zeigen dieſe auf der Ebene ausgebreitet; ſetzt man alsdann auf jeder Seite der Fuge die Dimenſionen der Spanten ab, und verbindet dieſe Punkte durch Kurven, ſo ſtellen dieſe die Vorder- und Achterſeiten aller Spanten dar.

Um das ſchiefwinklige Achterſchiff und die Wrangen ſo weit 3
darzuſtellen, als die Randſomhölzer reichen, befolge man ein ganz ähnliches Verfahren, wie für die Ausbreitung des ſchiefwinkligen Vorſchiffs.

Wenn die Ausbreitungen dargeſtellt ſind, zeigt man die Oeffnungen oder Facken zwiſchen den Spanten durch eine leichte Schattirung an; ebenſo wie diejenigen zwiſchen den Klüshölzern und den Wrangen.

Um dieſe letztern zu zeichnen, nimmt man da, wo die Mallungsränder der Wrangen das vorderſte ſchiefwinklig ſtehende Randſomholz im Spantenriſſe durchſchneiden, ihre Abſtände in der Richtung des Randſomholzes, von irgend einem gegebenen Punkte; darauf ſetzt man dieſe Abſtände in der Richtung der Achterkante des vorderſten Randſomholzes ober- und unterhalb des beſagten Punktes ab.

Es iſt hier die paſſendſte Stelle, um den Gebrauch der Billen-Linien, 4
buttock-lines (vergl. S. 2337) genauer zu zeigen. Die Billen eines Schiffs, buttock, heißt der runde Theil des Achterſchiffs, welcher von dem hinterſten ſenkrecht gegen den Kiel ſtehenden Randſomholz bis zum Achterſteven reicht, und oben von dem Heckbalken begrenzt wird. Durchſchneidet man jetzt den Schiffskörper mit mehreren ſenkrechten Ebenen, welche ſämmtlich mit dem ſenkrechten Längendurchſchnitte des Schiffs durch die Mittellinie oder Längenaxe parallel ſind: ſo bilden dieſe Ebenen in ihren Durchſchnitten mit dem Boden des Schiffes Kurven, welche an den Billen des Schiffs beinahe parallel mit der Kurve der Liegermitte gehen werden; dieſe heißen die Billen-Linien, buttock-lines. Die Krümmung des Schiffsbodens von unten nach dem Heckbalken zu richtet ſich zum großen Theile nach dem Belaufe des todten Holzes, oder nach dem Belaufe der Kurve der Liegermitte, cutting-down-line. Je näher die ſchneidenden Ebenen an der Mitte des Schiffs ſtehen, deſto tiefer wird auch ihr Durchſchnitt mit dem Boden des Schiffs fallen; je weiter die ſchnei-

Digitized by Google

denden Ebenen von der Mitte abstehen, desto höher müssen diese Durchschnitte liegen, wie man leicht an Tafel XL, Fig. 2 erkennen kann, wenn man sich zu der einen Billen-Linie, BL, mehrere Parallellinien denkt, von denen einige zwischen dem Achtersteven und BL, andere zwischen BL und dem Hauptspant liegen.

Hat man in dem Seitenrisse eines Schiffes eine oder mehrere Billen-Linien, so trägt man sie erst auf den Spantenriß über, und sucht auf diesem die Stellen, wo sie das vorderste senkrecht gegen die Kielebene stehende Randsomholz durchschneiden. Daraus findet man ihre Durchschnittspunkte mit dem vordersten der schiefwinklig stehenden Randsomhölzer, und stellt sie dar. Hierauf nimmt man ihre Abstände von dem obigen Punkte in der Richtung der Achterseite des vordersten Randsomholzes; hiedurch erhält man die Stellen der Billenlinien an der Achterseite des Randsomholzes für den Ausbreitungsriß.

Man umgürtet darauf mit Papierstreifen die Billenlinien 1, 2, 3, 4 u. s. w. in dem Seitenriß, und bemerkt die Seiten der Randsomhölzer, den obern und untern Rand aller Wrangen, uud ebenso die Randlinie, wo die Billenlinien endigen.

Mit andern Papierstreifen umgürtet man die Wallseitenränder aller Wrangen, die man hiezu am besten auf einem eigenen Risse darstellt; ebenso ihre Unterseiten unter dem Heckbalken; auf diesen Gürteln bezeichnet man die verschiedenen Billenlinien, das vorderste und die übrigen Randsomhölzer, und die Innenseite der Achterstevensponning. Dies giebt die größte Länge der ausgebreiteten Beplankung nach hinten, wie Tafel XXXIX, Fig. 1 an dem unter der Gallerieseite hervorragenden Theile zu sehen ist.

Darauf streckt man die verschiedenen Gürtel der Billen- und Wrangenlinien aus, indem man die verschiedenen Punkte für das vorderste Randsomholz an die entsprechenden Punkte der Hinterseite desselben bringt. Man bewegt darauf die Gürtel, bis ihre entsprechenden Punkte mit denen für die Billenlinien und Wrangenränder zusammentreffen, heftet sie dann mit Nadeln fest, und bemerkt die Durchschnittspunkte jedes Gürtels. Zieht man alsdann Kurven durch diese Punkte, so stellen sie sowohl die Wrangenränder dar, als auch die Stellen, wo dieselben von den Billenlinien durchschnitten werden.

Die äußerste Plankenlänge um die Billen, oder den Spiegel im genauern Sinne, wird oben durch die Randlinie begrenzt; diese geht nämlich parallel mit der Oberseite des Heckbalkens, und ungefähr fünf Zoll unterhalb derselben; an dieser Randlinie endigen die Köpfe aller hinteren Bodenplanken, und werden durch die Spiegelleiste bedeckt. Die Achterseite der ausgebreiteten Spiegel- und Billenplanken wird durch die Achterstevensponning auf dem Gürtel der Wrangen begrenzt. Man hat also nur noch die Achterstevensponning bis zum Kiel zu vollenden.

Man legt einen Papierstreifen an die Achterstevensponning im Seitenrisse, und bezeichnet darauf die Ober- und Unterseiten aller Wrangen, die Wasserlinien, und den untern Rand der Kielsponning. Darauf heftet man den Streifen auf den Ausbreitungsplan, indem man den Punkt für den untern Spon-

Digitized by Google

ningsrand genau an die Stevenſponning auf der geraden Linie hält; hierauf bewegt man den Papierſtreifen, bis die Waſſerlinienpunkte auf ihm mit den ſchon gezogenen Waſſerlinien zuſammentreffen, und heftet ihn mit einer Nadel feſt. Hierauf bewegt man den oberen Theil des Streifens ohne Falten, bis die Punkte für die Wrangen mit ihren entſprechenden Punkten zuſammentreffen; eine Linie längs dem Rande des Papierſtreifens beſchrieben, wird dann die Ausbreitung der Planken unterhalb der Wrangen darſtellen.

Die Gürtel der Kurven für die Topſente, die Decke u. ſ. w. oberhalb des 5
großen Bergholzes werden in ähnlicher Weiſe ausgebreitet, und geben die Umriſſe der Topſeite bis zur Vorderſeite der Vorſtevenſponning, und bis zur Achterſeite der Achterſtevenſponning; ebenſo die oberen und unteren Ränder der Berghölzer, Pforten u. ſ. w.

Nachdem ſo die ganze Seite des Schiffsgebäudes auf einer Ebene ausgebreitet worden, können die Planken mit ihren Längen- und Quernathen darauf gezeichnet werden. Man fängt am beſten mit dem großen Bergholz an, oder mit den Gängen zwiſchen den Berghölzern und den Pforten; weil das Verſchießen ihrer Scherben und Quernathen (vergl. S. 2340) die möglichſt größte Feſtigkeit für die Pforten wie für die Planken ſelbſt geben muß.

§. 351. Von der Zuſammenſetzung der Spantenſtücke und der Anordnung der Spanten und Hautplanken.

Zur möglich größten Feſtigkeit der Spanten gehören eigentlich zwei Haupt- 1
bedingungen: die eine, daß ſie ſo wenig als es angeht durch die Pforten der verſchiedenen Decke eingeſchnitten und unterbrochen werden; die andere, daß die zu den Seitenpfoſten der Pforten beſtimmten Spanten, wenn es angeht, ohne Laſching oder Verſcherbung bis zur Reiling hinaufgehen. Da jedoch diejenigen Spanten, welche in der plötzlichen Biegung des Schiffsgebäudes liegen, eine zu große Krümmung in ihrer Längenrichtung zu machen haben; und diejenigen, welche bis zur oberſten Reiling hinaufgehen, einer zu großen Länge bedürfen würden: ſo müſſen die Laſchungen unvermeidlich zugelaſſen werden.

Die Hukſpanten vorne und hinten haben wegen ihrer Stellung weniger 2
Krümmung, und auch eine Schmiegung, die ſich dem rechten Winkel nähert. Beides iſt ihrer Mallung vortheilhaft. Da ferner die Spantenſtellen an der größten Breite dieſelben bleiben, wie Tafel XXXVII, Fig. 2 zu ſehen, ſo daß nur der untere Theil der Hukſpanten eine ſchräge Richtung erhält: ſo wird nur der Spanten- und Fackenabſtand auf dem Todtholze verkürzt, und werden nur die Hielungen zuſammen gezogen.

Wie die einzelnen Stücke eines Spants gegen einander verſchießen, iſt oben (S. 2335) angegeben. Gewöhnlich werden die beiden dort angegebenen Reihen übereinander ſtehender Spantentheile dicht aneinander gefügt. Zuweilen aber hält man ſie auseinander, um ſtatt der Fugen einen Luftdurchzug zu haben; alsdann werden aber an den Stellen, wo die Bolzen von der einen nach der andern Reihe hinübergehen, und in dieſem Falle natürlich länger als bei der

Digitized by Google

anliegenden Zuſammenfügung ſind, eichene gut getrocknete Klötze, ſogenannten Kalben, dazwiſchen getrieben, ſo daß die Bolzen durch ſie hindurch von der Mallſeite der einen Reihe der Theile zur Mallſeite der andern Reihe gehen.

3 Bei der Anordnung der Spanten hat man darauf zu ſehen, daß zu jeder Seite der unterſten Deckpforten eines zu ſtehen kommt; dadurch iſt zugleich bei mehrdeckigen Schiffen für die Seiten der mittleren und oberen Deckpforten geſorgt. Ein dritter Auflanger und ein langer Topauflanger bilden auf dieſe Art die Seite jeder untern Deckpforte bei Zweideckern, und die Seite jeder obern Deckpforte bei Dreideckern. Ein langer Topauflanger und ein dritter Auflanger machen in gleicher Weiſe die Seiten der mittleren Deckpforten auf Dreideckern, und die Seiten der obern Deckpforten bei Zweideckern.

4 Alle Schiffe müſſen, ſo weit es mit ihrer Dienſtbeſtimmung vereinbar iſt, in ihren oberen Theilen leicht gehalten werden. Ueber jeder Pforte genügt es daher zwei kurze Spanten zu ſtellen, welche ſo angeordnet ſind, daß ſie die Bolzen der hängenden oder ſenkrecht ſtehenden Kniee aufnehmen können.

5 Diejenigen Spanten, welche zur Seitenbildung der Schanzen- und Backpforten, oder bis zur oberſten loſen Reiling hinaufgehen, müſſen wo möglich mit ihrem Fuße auf den Ober-Trempeln der oberen Deckpforten ſtehen. Die Seite längs der Kuhl, alſo in der Mitte des Schiffs zwiſchen der Raaleiſte und dem oberſten kleinen Bergholz, kann mit föhrenen oder fichtenen Spantenſtücken ausgefüllt werden, welche nach der Länge des Schiffs gelegt, und mit einem Schwalbenſchwanz in die Spanten eingelaſſen werden.

Die ganze Seite wird ferner genügend ſtark gefüllt ſein, wenn Spantenſtücke angebracht ſind, um die Gallerietheüren zu bilden, die Quarterſeiten vom hinterſten Spant bis zur Seite der Gillingskniee und Heckſtützen, und die Bugſeiten vom vorderſten Spant bis zu den Klüshölzern zu füllen.

6 Alle Spantentheile in der Gegend der großen und der Fockrüſte müſſen bis zum oberſten Bord hinaufreichen, und die Füllungsſpanten in gleichen Zwiſchenräumen eingeordnet werden. Die Facken in der Gegend wo die Püttings- und Klappbolzen (vergl. S. 2374) eingetrieben ſind, werden völlig mit trockenen eichenen Füllungsſtücken ausgefüllt; ebenſo über den Pforten des unteren und mittleren Kanonendecks, damit eine ſolide Bohrung für die Pfortentaue, für die Luftröhren, für die Tromptaubolzen und für die eiſernen und ſtehenden Kniee da ſei. Die Tromptaue ſind die um den Kopf der Kanonen geſchlungenen Taue, Tafel XXXVIII, Fig. 6, x, x.

Alle Lichtpforten, Ruderpforten u. ſ. w. müſſen ſo angelegt werden, daß die Stärke des Gebäudes nicht vermindert wird. Ruder- oder Rojepforten ſind kleine Pforten an den Seiten kleinerer Schiffe, namentlich kleiner Fregatten und Kaper, auch Schooner und Kutter, welche zwiſchen den Kanonenpforten angebracht ſind, und durch welche bei Windſtillen Ruder, oder nach dem Schifferausdrucke Riemen, geſteckt werden, um das Schiff weiter zu bewegen, wenn irgend eine Gefahr das Stilliegen unrathſam macht.

7 Zuerſt überträgt man die Klüsgatten aus dem Seitenriß auf den Anordnungsriß; alsdann die Höhen aller Spantentoppe über der Grundlinie des

Digitized by Google

Spantenriſſes, welche man über dem untern Sponningsrande des Kiels auf den entſprechenden Spanten des Anordnungsriſſes abgeſetzt. Alsdann werden Kurven durch die abgeſetzten Punkte gezogen, welche die Spantentoppe darſtellen.

Darauf zieht man ſenkrecht die Ränder oder Kanten der nicht gemallten 8
Seiten der Spanten, welche zwiſchen den Hukſpanten ſtehen. Weil die Pforten des obern Decks ſchmäler als diejenigen des untern ſind, ſo muß der obere Theil der Spantenſtücke bei der Fuge getrennt werden. Daher ſetzt man ſie vom Kiel an auseinander, und treibt da, wo Bolzen hindurchgehen, Kalben dazwiſchen.

Die Spanten im rechtwinkligen Vorſchiffe, wie das Hauptſpant, und diejenigen im rechtwinkligen Achterſchiffe, wie das Spant (2), haben einen einzelnen Spantentheil um gegen die Lieger bei (1) zu verſchießen. Diejenigen in dem ſchiefwinkligen Vorſchiffe, wie bei N, O, P u. ſ. w., und diejenigen in dem ſchiefwinkligen Achterſchiffe, wie bei 21, 22, 23 u. ſ. w. folgen.

Die dritten Auflanger ſind die längſten Spantentheile in einem Schiffe, und haben außerdem eine ſolche Geſtalt, die ſehr ſchwer mit ihrer ganzen Länge in natürlichem Holzwuchſe zu finden iſt, namentlich für Schiffe, die oben eine ſtarke Einweichung (Biegung nach Innen) haben; es iſt ſelbſt ſchon ſchwierig, ſie auch nur in ſolcher Länge zu erhalten, daß ſie die Seiten der oberen Deckpforten bilden können, oder auch bei dieſer Länge ſtark genug ſind, um die gehörige Dicke, nach der Länge des Schiffs gemeſſen, zu haben. Sobald nun dergleichen dritte Auflanger erfordert werden, und doch nicht von Natur zu bekommen ſind, ſo müſſen ſie natürlich aus mehreren Stücken zuſammengelaſcht werden. Solche Laſching iſt dann am ſicherſten mit einer Haakenſcherbe zu machen, und muß gegen die betreffende Pforte und gegen andre Laſchungen gehörig verſchießen. Es können auch Seitenlaſchungen gemacht werden. Die zweiten Auflanger, welche unter die Pforten des unterſten Decks zu ſtehen kommen, müſſen bis zur Unterſeite der Untertrempel reichen. Wenn aber ſolche Stücke wegen der großen Krümmung, welche die zweiten Auflanger machen, nicht von gehöriger Länge in natürlichem Wuchſe zu bekommen ſind, ſo müſſen ſie auf die Art verſcherbt werden, daß die Scherben in weit größerm Abſtande gegen andre verſchießen, als bei gewöhnlichen Verſcherbungen.

Die Obertrempel der unteren Deckpforten liegen da am tiefſten, wo die Klappbolzen der Püttingsklappen hinkommen ſollen; dies giebt die erſte Anweiſung zur Zeichnung dieſer Pforten. Alsdann kommen die Blöcke, welche durch die Seite des Schiffs gehen, damit nicht lange Spantentheile für dieſe Gegend beſtimmt und nachher durch die Blockgatten durchſchnitten werden.

Die Vorderſeite der Windveeringsſtütze kann von der Beſtecktafel, und die Gallerietbüre von dem Seitenriſſe genommen werden. Die Trempel und übrigen Theile des Achterſchiffes finden ſich leicht.

Sobald man alle Pforten u. ſ. w. berückſichtigt hat, muß man zunächſt 9
zu erlangen ſuchen, daß diejenigen Spanten, welche hinten und vorne hinaufgehen, um die Stützen der loſen Reiling, die Pöller, die Seiten und Pforten der Schanze, und die Pforten der Back bilden, diejenigen kurzen Spanten-

Digitized by Google

ſtücke ſeien, welche auf den Obertrempeln der oberen Deckpforten ſtehen; und daß diejenigen, welche die Stützen der loſen Reilings hinten machen, über den Schanzpforten ſtehen. Bei allen dieſen Beſtimmungen kommt es zur Schonung des ſeltenen und theuren Krummholzes darauf an, daß jeder Spantentheil ſo kurz als möglich genommen werde.

10 Die zur Einlaſſung friſcher Luft beſtimmten Oeffnungen zwiſchen den Decken können nach Bequemlichkeit in den Facken zwiſchen den Spanten angebracht werden, und zwar in denen, welche den mehrſten freien Raum gewähren, oder am wenigſten von den Knieen u. ſ. w. bedeckt ſind. Was man für dieſe Luftpforten zu merken hat, iſt, daß der eine Trempel derſelben zwiſchen den Spanten an der Unterſeite eines ſchlafenden Kniees des untern Decks bei Linienſchiffen, oder des obern bei Fregatten, liege, und der andere Trempel an der Unterſeite des Plankenganges zwiſchen der Raaleiſte und dem oberſten kleinen Bergholz; oder an der Unterſeite der ſchlafenden Kniee des Schanzen- und des Backdecks. Die Oeffnungen ſelbſt können mit Pech, Theer oder Harpüs (gekochtem und abgeſchäumtem Harz) beſtrichen werden.

11 Die Beplankung iſt ein ſo weſentlicher Theil ſeines ganzen Baues, daß Fehler, welche bei ihr gemacht werden, manche vorzügliche Eigenſchaften des übrigen Gebäudes völlig nutzlos machen. Die Zuſammenfügung, das Verſchießen der Quernathen, das Befeſtigen der Planken auf den Spanten, das Kalfatern, und endlich die Güte des Holzes ſelbſt müſſen daher dem gebildeten Seemanne den Hauptſachen nach bekannt ſein; weil er gerade hinſichtlich der Beplankung öfter in den Fall kommt, Ausbeſſerungen an ſeinem Schiffe in fremden Häfen vornehmen zu laſſen.

2 Die Länge der Planken iſt ein weſentlicher Berückſichtigungspunkt, weil von ihr die Möglichkeit eines guten Verſchießens der Quernathen abhängt (vergl. S. 2340). Kann man nämlich die einmal begonnene Anordnung des Verſchießens nicht bis zu den Berghölzern beibehalten, ſo wird die Beplankung eine ſehr ſchwache.

Es iſt, wie ſchon oben geſagt, allgemein angenommen, daß drei ganze Planken zwiſchen zwei ſenkrecht über einander ſtehenden Quernathen liegen, und daß die Quernathen zweier unmittelbar über einander liegender Gänge um ſechs Fuß auseinander ſtehen müſſen, wie Tafel XXXIX, Fig. 1 zu ſehen iſt; auf dieſe Art brauchen die Planken nur vierundzwanzig Fuß lang zu ſein. Ein ſo beplankter Boden gilt für einen ſehr gut gearbeiteten.

Man kann indeſſen drei Lagen zwiſchen zwei nächſten Quernathen auf demſelben Spant und dennoch ein ſehr ſchlechtes Verſchießen haben. Dies iſt nämlich der Fall, wenn die Quernathen eine über der andern in regelmäßiger Reihe folgen. Es ſind nämlich die Quernathen in der Topſeite, d. h. in dem Theil der Seite über dem großen Bergholze, diejenigen, welche zuerſt nachgeben; alle darunter liegenden ſind dann ſogleich geneigt, ſich ebenfalls zu öffnen. Denn wenn das Schiff anfängt die Beplankung in der Mitte des Schiffs zu brechen, ſo werden die Quernathen vorne und hinten aller Wahrſcheinlichkeit nach in einem gewiſſen Verhältniſſe ebenfalls nachgeben. Es iſt alſo rathſam, daß

Digitized by Google

eine Quernath zwiſchen den andern eine doppelte Verſchuß-Entfernung, d. h. von zwölf Fuß habe. Alsdann iſt die ununterbrochene perpendikuläre Reihenfolge der Quernathen vermieden, und die Planken werden vierundzwanzig Fuß lang. Die eben angegebene Regel wird bei Kriegsſchiffen, namentlich der Engliſchen Flotte, genau befolgt. Weil aber ſolche Eichenplanken, welche in dieſer Länge an ihren Kopfenden noch genügende Breite haben, ſelten ſind, ſo läßt man die Beplankung der Kauffahrteiſchiffe in verſchiedenen Entfernungen gemäß ihrer Dicke verſchießen, wie Tafel XXXIX, Fig. 1 an mehreren Stellen zu ſehen, und theilweiſe in der Beſtecktafel zu finden iſt.

Die Berghölzer müſſen in ſolcher Länge genommen werden, und ihre Quernathen ſo verſchießen, daß ſie den Pforten und einander ſelbſt die ſtärkſte Haltung gewähren; und um ihre Anordnung zu erleichtern, kann man dieſelben in Ankerſtockweiſe, oder Top- und Nathweiſe zuſammenfügen. Die Planken laufen nämlich an ihrem Top oder oberen Ende ziemlich ſchmal zu, wenn man ſie, wie es der Feſtigkeit wegen geſchehen muß, völlig frei von dem Splint, d. h. der weißen und weichen Holzmaſſe zunächſt der Rinde, frei halten will. Man legt deshalb das Topende jeder Planke um ſechs Fuß von dem Topende der zunächſt darunter oder darüber liegenden, während man jede einzelne Planke ſo breit läßt, als ſie frei vom Splint iſt. Auf dieſe Art kann natürlich nur jede zweite Längennath einen regelmäßigen, geradlinigen Verlauf haben, wie Tafel XXXIX, Fig. 1 zu ſehen; dieſe Beplankungsweiſe heißt Top und Nath (top and butt). Wo aber eine ganz beſonders ſtarke Verbindung erforderlich iſt, wie bei den Berghölzern und den Setz- und Bandwegern (vergl. S. 2356) unter den Pforten der Kriegsſchiffe, ſo wendet man die Top- und Nathverbindung in einer regelmäßigern Weiſe für zwei unmittelbar über einander liegende Gänge an. Man behaut jede Planke an der einen Seite von der Mitte nach den Enden zu ſchmäler, ſo daß ſie an dieſer Seite oder dieſem Rande die Geſtalt eines Ankerſtocks erhält, wie Tafel XXXIX, Fig. 1 an einigen Planken zu ſehen iſt; darauf werden die ſo behauenen Planken der beiden zuſammengehörenden Gänge auf die Art aneinander gefügt, daß der mittlere oder breite Theil einer jeden Planke unmittelbar über oder unter der Quernath zweier andern zu liegen kommt; dies iſt die Ankerſtocksweiſe (anchorstock-fashion); weil ſie ſoviel Holz erfordert, ſo wird ſie natürlich nur an den große Stärke erfordernden Stellen gebraucht. Beſteht ein Bergholz, wie bei großen Kriegsſchiffen, aus vier Plankengängen, ſo hat es in der Mitte eine geradlinige Längennath.

Was das Verſchießen der Berghölzer anbetrifft, ſo müſſen einige der in der Mitte des Schiffs liegenden Stücke über drei Pforten hin verſchießen. Bei großen Schiffen hat man auch darauf zu ſehen, daß eine Nath dem Speigatt des Pumpendaals (vergl. S. 2369) entſpricht.

Wenn ein Bergholz aus drei Gängen beſteht, ſo verbindet man die beiden untern durch Top und Nath; den oberſten Gang läßt man mit parallelen Längennathen oder Seiten laufen.

Die Dickplanken (thick stuff), d. h. die Planken, welche (vrg. S. 2353) 13

Digitized by Google

vom untern Rande des Bergholzes beginnen, und mit allmälig abnehmender Dicke bis zu den Bodenplanken reichen, werden mit Top und Nath verbunden, da ſie auch von Eichen ſind. Man muß ſie ſo bald als möglich von dem Verſchießen der Bergholz-Quernathen zu der regelmäßigen Länge der Bodenplanken übergehn laſſen.

14 Die Bodenplanken, welche bis zur dritten Waſſerlinie, Tafel XXXIX, Fig. 1, LWL 3, reichen, ſind auf Engliſchen Kriegsſchiffen gewöhnlich Engliſche Eichenplanken, welche nur 24 Fuß Länge haben; die tiefer liegenden Oſtſeeeichenplanken, welche von 30 bis 50 Fuß Länge haben. Das Verſchießen der letztern hat alſo weit größere Zwiſchenräume; die horizontale Entfernung der Quernathen zweier aneinander liegender Gänge darf natürlich auch nicht unter ſechs Fuß betragen.

Oſtſeeplanken von 10 bis 11 Zoll Breite werden mit geradlinigen oder parallelen Seiten gearbeitet, ausgenommen vorne und hinten, wo Engliſche Eichenplanken genommen werden. Die vier oder ſechs unterſten dem Kiel zunächſt liegenden Gänge können von Ulmen- oder Buchenholz ſein. Die Ränder und Quernathen der Bodenplanken bei Oſtindienfahrern werden mit Sponningen und Hohlfugen dicht aneinander gefügt, und feiner, in Theer getauchter Flanell wird dazwiſchen gelegt.

Man muß ferner darauf achten, daß die Quernathen des Sandſtrooks, d. h. des unterſten, in der Kielſponning ſitzenden, Plankenganges auf keine Laſching des Kiels treffen; und daß ferner keine Quernath unter die Pumpen gelegt wird.

15 Bei der Beplankung des vorderſten Bodentheils muß man die Breite der Gänge beachten; ebenſo die Geſtalt des Bugs; damit jeder Plankengang in der Sponning des Vorſtevens endigt; ſo viel als möglich muß jede Planke davon freigehalten werden, daß ſie einen gekrümmten Seitenrand erhält. Bei vollgebauten Schiffen, welche eine weite Flur und einen runden Bug haben, würde es aber unmöglich ſein, jeden Gang ohne bedeutende Randkrümmung (snying) zur Vorſtevenſponning zu bringen. Es iſt daher Gebrauch, in dem Bug zunächſt unter dem Bergholz einen Aufbringer (steeler) einzuſetzen, d. h. eine Planke, deren nach dem Steven zugekehrtes Ende ſehr ſchmal zugeht, wodurch die Randkrümmung der darunter liegenden Planke vermieden wird; Tafel XXXIX, Fig. 1 iſt K' ein ſolcher Aufbringer; eben ein ſolcher wird dann auch bei jedem vierten oder fünften Gange zunächſt darunter angebracht. Alle zum Vorſteven gehenden Gänge erhalten dadurch eine hinreichende Breite. Je weiter der Aufbringer nach vorne gebracht wird, um deſto mehr erfüllt er ſeinen Zweck. Unter dem Bergholz am Achterſteven wird auch zuweilen ein ſolcher Aufbringer angebracht.

Um geradlinige Ränder und Leichtigkeit im Anordnen der Planken zu erhalten, müſſen die Achterenden der Planken nahe am Kiel breit gelaſſen werden.

16 Die Planken der Topſeite, d. h. die über dem großen Bergholz liegenden, werden gewöhnlich in parallelen Breiten behauen; es iſt deshalb am beſten, wenn ſie nicht breiter als acht Zoll ſind, oder dieſer Breite nahe kommen.

Digitized by Google

Die Topſeite iſt durch die Pforten, zerbrochenen Gänge u. ſ. w. vielfach unterbrochen. Deshalb iſt es nothwendig, ihr die möglichſte Stärke durch das Verſchießen der Planken zu geben. Es darf daher keine Quernath anders unter oder über einer Pforte liegen, als wenn zwei Gänge dazwiſchen ſind. Die Planken in der Gegend des großen Maſts müſſen über drei Pforten reichen oder verſchießen. Die andern vor und hinter dieſer Gegend brauchen nur über zwei Pforten zu reichen. Es giebt im Ganzen eine größere Feſtigkeit, die Quernathen zwiſchen die Pforten zu bringen; in dieſem Falle genügt es auch, wenn eine Planke dazwiſchen kommt, einen Verſchuß von fünf Fuß und ſechs Zoll zu haben; und wenn zwei Planken dazwiſchen liegen, ſo ſind auch fünf Fuß hinreichend; wenn aber keine Planke dazwiſchen liegt, ſo darf der Verſchuß nicht weniger als ſechs Fuß betragen.

Diejenigen Berghölzer, welche bei großen Schiffen über den mit Lucken verſehenen Pforten liegen, müſſen in der Mitte des Schiffs ſo weit herunter gehen, daß die Haaken und Hängen der Lucken auf ihnen angebracht werden können; und wo ihr Verlauf vorne und hinten höher hinaufſteigt, müſſen ſie mit einem keilförmigen Vorſprunge nach unten hin ſo weit verlängert werden, daß er auf beiden Seiten der Hängen ſechs Zoll über dieſelben hervorragt; hinter und vor dieſen Hervorragungen kann ihr Unterrand wieder in die Hauptkurve zurücktreten. Bei den Klüsgatten müſſen die Planken ſo behauen werden, daß ihre Längennath in die Mitte der Gatten kommt. Ferner muß man dafür ſorgen, daß keine Längennath hinter die Sloikniee des Galjons zu liegen kommt.

Der Plankengang unter dem Schandeckel (sheer strake) giebt 17
der Topſeite die größte Stärke, und muß deshalb hinſichtlich ſeiner Quernathen ſehr ſorgfältig angebracht werden, um den Planken untereinander, und der ganzen Topſeite zwiſchen den zerbrochenen Gängen die feſteſte Verbindung zu geben. Die einzelnen Planken werden daher mit parallelen Breiten behauen, und durch Haakenſcherben mit einander verbunden; es zeigt ſich deshalb auch Tafel XXXIX, Fig. 1 bei dieſem Gange keine Quernath; die Scherben ſind vier Fuß lang zwiſchen den zerbrochenen Gängen. Die hinter den Rüſten ſind bei Engliſchen Schiffen Engliſche Eichenplanken; die andern wegen ihrer Länge Oſtſeeplanken; die erſteren haben ihrer Kürze wegen ſenkrechte Scherben.

Das Verſchießen der Binnenplanken oder Weger erfordert eine Haupt- 18
rückſicht, daß nämlich die Setzweger, d. h. die oberſten längs der Kuhl und dem obern Deck (im Engliſchen heißen ſie strings) mit ihren Verſcherbungen gehörig gegen diejenigen des äußern Plankenganges unter dem Schandeckel verſchießen, um die Feſtigkeit der Topſeite zu verſtärken; und ebenſo die Balkweger dieſes Theils.

Alle Balk- und Setzweger über dem untern Kanonendeck müſſen in 19
der Mitte des Schiffs über drei Pforten verſchießen. Die Balkweger müſſen durch Haakenſcherben verbunden werden, welche etwa vier Fuß lang ſind; die Setzweger werden Top und Nath oder in Ankerſtocksweiſe verbunden, ſo daß keine

Digitized by Google

Quernath hinter die Katſporen kommt. Eine Quernath kommt in die Gegend des Speigatts des Pumpendaals.

Die Balkweger auf Zwei- und Dreideckern werden über dem untern Kanonendeck zuweilen aus zwei Gängen gebildet; und die Setzweger in drei Gängen, und zwar in einander gefügt.

Die Balkweger des untern Decks können gegen das Achterſchiff zu nicht ganz dem Laufe des Decks folgen, um den Deckbalken die Einlaſſung in die Spanten freizugeben; denn dieſes würde ſie zu ſehr ſchwächen, oder eine zu große Seitenkrümmung hervorbringen; die Balkweger müſſen ſich deshalb ganz hinten mit einer leichten Beugung erheben; einige von den hinterſten Deckbalken kommen alsdann natürlich auf die Balkweger.

20 Zur leichteren Ueberſicht der ganzen Beplankung folgen hier die Erklärungen der auf Tafel XXXIX, Fig. 1 gebrauchten Buchſtabenbezeichnungen.

Die Spantenbezeichnungen ſind dieſelben, wie auf dem Seiten-, Spanten- und Sentenriſſe. Die Waſſerlinien ſind ſämmtlich mit WL und mit Zahlen bezeichnet, die von unten herauf ſteigen. Die Ladewaſſerlinie hat außerdem ein G vor WL ſtehen, und die Waſſerlinie des ungeladenen Schiffes ein L.

Das A' am Bord in der Mitte des Schiffs zwiſchen zwei Pforten bezeichnet Leiſten, welche aus dem Holz der Planken ſelbſt gehauen ſind. Das darunter befindliche B' bezeichnet den ſchwarz angemalten Plankengang über dem Bergholz.

C'C' ſind die Planken des Bergholzes. Das darunter ſtehende D' bezeichnet die Plankengänge von Engliſchen Eichen, welche mit Top und Nath verbunden ſind. Die darunter befindlichen E'E' bezeichnen Oſtſeeplanken. Das weiter unten befindliche F' bezeichnet die unterſten Plankengänge, welchen von Ulmen- oder Buchenholz ſein können. Es verſteht ſich von ſelbſt, daß alle Buchſtaben von A' bis F' nicht blos für die Stellen, an denen ſie ſtehen, ſondern für den ganzen horizontalen Raum dieſer Höhe von vorne bis hinten gelten.

H'1 und H'2 bezeichnet die Sloikniee des Galjons; I' die Klüshölzer; K' einen Aufbringer (steeler); M' die Klüsholzpöller.

Die kleinen Buchſtaben am unteren Vordertheile bezeichnen die vorderen Hukſpanten, welche Tafel XXXVII, Fig. 3 im waſſerpaſſen Riſſe mit den griechiſchen Buchſtaben bezeichnet ſind, und zwar bezeichnet n das Hukſpant, welches auf dem Sentenriſſe mit $\alpha\beta$ angegeben iſt, o das dortige $\gamma\delta$ u. ſ. f. Die kleinen Zahlen 1, 2, 3, 4 bezeichnen die Klüshölzer, welche auf dem waſſerpaſſen Riſſe mit υ, τ, σ, ϱ angegeben ſind.

§. 352. Einige beſondere Bemerkungen über die Diagonallinien des Spantenriſſes.

1 Die Diagonallinien auf dem Spantenriſſe ſind, wie oben (S. 2334) geſagt, die Projektionen der Senten auf der ſenkrechten Ebene des Hauptſpants. In welcher Höhe man die Senten, welche ſo projizirt werden ſollen,

Digitized by Google

nehmen will, das hängt zum Theil von der freien Wahl ab; sie dienen alsdann nur dazu, um die Höhen und übrigen Dimensionen der Diagonalen auf dem Spantenrisse zu erhalten, und den letztern danach zeichnen zu können (vgl. S. 2318 bis 2320). Ist der Spantenriß vollendet, so löscht man diese nur mit Bleifeder gezeichneten Diagonalen wieder aus. Von solcher Art sind auch die in den Bestecktafeln CIV, CX und CXI gegebenen Diagonalen. Daher finden sie sich auch auf dem Spantenrisse Tafel XXXVII, Fig. 2 nicht; und ihre S. 2404 angegebene Zeichnung ist nur als eine vorbereitende anzusehen.

Man hat aber auch Diagonalen, welche nicht von der willkürlichen Wahl 2
abhängen, sondern nach den Stellen der einzelnen Spantentheile bestimmt werden, und dazu dienen, die eigentlichen Senten um die wirklich errichteten Spanten zu legen, und dieselben bis zur Beplankung zusammenzuhalten. Diese Diagonalen müssen nach der Ausreibung der ersteren mit Tinte, am besten mit rother, in den Spantenriß, und respektive in den Sentenriß eingetragen werden. Für große Schiffe hat man folgende neun eigentliche Sentendiagonalen.

Die erste liegt am tiefsten und heißt die unterste Diagonale (lower diagonal); sie liegt gewöhnlich in der Mitte zwischen dem Kiel und der Flursente; in ihrer Gegend werden die untersten Schmiegungen der Spanten gemessen.

Die zweite wird in der Mitte der Schiffsseite, bei kleinen Schiffen ungefähr achtzehn Zoll, bei großen zwei Fuß unter der Kimming (floorhead) gelegt; sie giebt die Stelle an, wo die Flursente in der Mitte der Schiffsseite angebracht wird; und ebenso die stärkeren Senten vorne und hinten (the harpins) für die Flur; sie heißt auch deshalb die Flursente (floor-ribband); Schmiegungen werden auf ihrer ganzen Länge nach vorne und hinten abgemessen.

Die dritte begrenzt die Länge der Flurstücke, und heißt deshalb die Diagonale der Kimming oder des Liegertops (floor-head); auf ihrer ganzen Länge werden ebenfalls Schmiegungen abgemessen. Ihre Lage ist von der höchsten Wichtigkeit für die Stärke des Schiffs, weil sie demjenigen Theile des Flachs so nahe liegt, welcher bei vorkommender Gelegenheit auf den Grund zu liegen kommt, und daher die größte Anstrengung auszuhalten hat. Man muß sie also in der Mitte der Schiffsseite so hoch legen, als es die Zusammensetzung der Spanten erlaubt. Vorne und hinten ist das weniger erforderlich.

Die vierte liegt in der Mitte zwischen der vorigen und der fünften; in ihrer Gegend wird eine Sente zur Sicherung der Sitzer angebracht; deshalb heißt sie die Diagonale der Sitzer (first futtock ribband). Schmiegungen werden ebenfalls auf ihrer ganzen Länge genommen; denn in dieser Gegend des Schiffsgebäudes weichen die Spanten am mehrsten von einander ab, und erhalten deshalb die stärksten Schmiegungen.

Die fünfte begrenzt den Top der Sitzer, und heißt daher die Diagonale des Sitzertops (first futtock-head); sie muß in passender Entfernung über der Kimming liegen, um dem untern Theile der zweiten Auflanger eine

Digitized by Google

genügende Lasching zu geben, was in den Bestecktafeln besonders bemerkt ist. Schmiegungen werden ebenfalls auf ihrer ganzen Länge gemessen.

Die sechste heißt die erste Auflanger-Sente (second futtock-ribband), und kommt in die Mitte zwischen der vorigen und der siebenten Diagonale; die eigentlichen Senten für die ersten Auflanger werden in dieser Gegend gelegt, und Schmiegungen auf ihrer ganzen Länge abgemessen.

Die siebente heißt die Diagonale des ersten Auflanger-Tops (second futtock-head), weil sie die Toppe der ersten Auflanger von vorne bis hinten an den senkrecht gegen die Kielebene stehenden Spanten, oder im rechtwinkligen Schiffstheile bestimmt. Vor und hinter diesen Spanten bestimmt sie den doppelten Auflangertop der vorderen und hinteren Hukspanten. In der Mitte der Schiffsseite muß sie so hoch über die Diagonale des Sitzertops gelegt werden, als die Diagonale der Sitzer über der Diagonale des Liegertops liegt; dadurch giebt sie dem untern Theile der zweiten Auflanger eben so viel Lasching als die Diagonale der Sitzer dem untern Theil des ersten Auflangers. Schmiegungen werden ebenfalls auf der ganzen Länge dieser Diagonale gemessen.

Die achte bezeichnet die Stelle derjenigen Sente, welche die zweiten Auflanger unterstützt, und wird deshalb zwischen der vorigen und der neunten in die Mitte gelegt; sie giebt auch Schmiegungen, und heißt die zweite Auflanger-Sente (third futtock-ribband).

Die neunte und letzte heißt die Diagonale des zweiten Auflangertops (third futtock-head), und wird in gleichem Abstande über dem ersten Auflangertop angebracht, wie dieser über dem Sitzer; sie begrenzt alle zweiten Auflangertoppe mit Ausnahme derer, welche unter die unteren Deckpforten kommen. Die letztern müssen bis zu den Unterseiten der Pforten reichen, weil man an diesen Stellen, welche die größte Stärke erfordern, keine kurzen Spanten legen darf. Diese Diagonale giebt auch die Schmiegungen für die zweiten Auflangertoppe.

Die Toppe der dritten Auflanger werden sämmtlich, vorne und hinten, durch die Unterseiten der oberen Deckpforten begrenzt; man legt auch hier eine Sente, ein wenig unterhalb der Untertrempel der oberen Deckpforten. Eine andre kommt auch noch in ähnlicher Weise unter die untern Deckpforten, und eine an der Topsentenlinie. Alle diese mit den vorher genannten Senten zusammen geben dem im Bau begriffenen, nur noch aus den unbeplankten Spanten bestehenden Gebäude die erforderliche Festigkeit und Haltung.

3 Von diesen genannten Diagonalen sind auf dem Spantenrisse des Kauffahrteischiffes, Tafel XXXVII, Fig. 2, nur drei dargestellt. Am Achterschiffe, d. h. auf der linken Seite der Mittellinie des Stevens, ist die unterste Diagonale cc die dritte am Flurtop oder der Kimming (floorhead); die mittlere dd ist die fünfte Diagonale des Sitzertops; ee ist die siebente Diagonale des ersten Auflangertops. Am Vorschiffe, d. h. auf der rechten Seite der Mittellinie ist kk die Flurtopp-Diagonale; ii die am Sitzertop; und hh die am ersten Auflangertop. Die Kurve bb am Achter-

Digitized by Google

schiff, und die Kurve gg am Vorschiffe bezeichnet die untere größte Breite; die Kurve aa am Achterschiff, und die Kurve ff am Vorschiff bezeichnet die Topsente (top timber-line). Die Spanten dieses Kauffahrteischiffes bestehen, wie in der Bestecktafel CV, Bd. II, S. 427 und 428 zu sehen ist, aus einem Lieger oder Bauchstücke, einem Sitzer, einem ersten Auflanger, einem zweiten Auflanger, und einem Topauflanger. Am Breitendurchschnitte, Tafel XXXIX, Fig. 3, ist G die Hielung des Sitzers am Kiel; H der Top des Liegers; K der Top des Sitzers; M der Top des ersten Auflangers; C auf der linken, und N über M auf der rechten Seite ist der Topauflanger. Neben N und N würde (vergl. S. 2335) der andere Auflanger zu liegen kommen. Die Entfernungen von der Mittellinie des Stevens an der Kielsponning nach H, K und M, oder die Chorden dieser Bogen auf den Spantenriß, Tafel XXXVII, Fig. 2 übertragen, giebt die zwischen der Mittellinie und den am Hauptspant beginnenden drei Diagonalen.

§. 353. Zeichnung des Seiten-, Spanten- und Sentenrisses eines Schiffes.

Zweites Beispiel: Fregatte. Tafel XL.

Die Hauptdimensionen dieser Fregatte sind folgende: 1

Länge des Kanonendecks	176	Fuß	4	Zoll, Englisch.
Länge des Kiels zur Aiche . . .	145	"	7⅝	" "
Größte Breite auf den Außenplanken .	47	"	10½	" "
Tiefe im Hol	14	"	4	" "

Tonnengehalt: 1775 Englische Tonnen.

Die Bewaffnung derselben ist:

Auf dem untern oder Hauptdeck:

6 Stücke von 8 Zoll und 65 Centner Engl.; 9 Fuß 0 Zoll Länge.
22 Stücke 32 Pfünder; 56 " " 9 " 6 " "

Auf Schanze und Back zusammen:

22 Stücke 32 Pfünder; 45 Centner Engl.; 8 Fuß 6 Zoll Länge.

Da der Englische Centner 112 ℔ hat (vergl. Tafel CXVI), so kommt das Gewicht der einzelnen Geschütze ziemlich demjenigen nahe, was Tafel CXXVII, Bd. II, S. 479 angegeben worden. Ueber das Kaliber und seine Messungen kommt tiefer unten etwas Genaueres vor.

Die in den drei Rissen der Tafel XL gebrauchten Buchstaben haben fol- 2
gende Bedeutungen:

LWL Ladewasserlinie.
BL Billen- und Buglinien (Buttock- and bow-lines).
WL 2, 3, 4, 5 Wasserlinien.
MB, MB größte Breite.
TB Topsentenbreite.

Digitized by Google

TS Topseite.
CD Kurve der Liegermitte (cutting down-line).
QDk Schanze oder Quarterdeck.
FC · Dk Back oder Vorderkastell.
U · Dk Oberdeck; Hauptdeck.
L · Dk Unterdeck; Kuhbrücke.
FP Vorderer Perpendikel.
AP Hinterer Perpendikel.
FH Flurtop-Diagonale.
1F Sitzertop.
2F Erster Auflangertop.
3F Zweiter Auflangertop.

3 Der Sentenriß ist genau unter den Seitenriß gelegt; der Spantenriß ist über denselben gestellt. Der Fußmaaßstab enthält Englisches Maaß. Die Risse selbst sind von der Englischen Fregatte Vindictive. Bei der Erklärung dieser Risse und ihrer Zeichnung werden natürlich nur diejenigen Punkte ausführlich behandelt, welche von dem entsprechenden des ersten Beispiels wesentlich abweichen.

Eine besondere Aufmerksamkeit verdient der runde Bau des Hecks und der Back, wodurch die Fregatte auch vorne und hinten eine angemessene Bewaffnung erhalten hat; so daß sie auch an diesen, nach der alten Bauart so schwachen Stellen, verhältnißmäßig ebenso viel Geschütz als Fläche darbietet.

4 Im Allgemeinen hat man in neuerer Zeit, zur Ersparung des Holzes, die Länge der Spantentheile verkürzt, und dafür ihre Zahl vermehrt. So hat man die langen Lieger ganz abgeschafft, und statt ihrer kürzere eingeführt, die man Kreuzspanten (cross-timbers) nennt. An die Seiten derselben schließen sich, theils mit ihnen verscherbt, theils über sie hervorragend, und an sie gebolzt, Stücke, welche Halblieger heißen. Der Sitzer kommt alsdann auf den Top der Kreuzspante, der erste Auflanger auf den Top des halben Liegers zu stehen; der dritte Auflanger auf den Top des ersten, der vierte auf den Top des zweiten; der fünfte auf den Top des dritten; der sechste auf den Top des vierten; und zuletzt der Topauflanger auf den Top des fünften Auflangers. Wenn es die Anordnung und Bearbeitung der Spantentheile irgend nöthig macht, so werden zu den Topauflangern noch verlängernde Theile hinzugefügt.

Bei sorgfältig gebauten Schiffen ordnet man die Laschingen oder Scherben der Spanten so an, wie bei der äußern Beplankung; d. h. man läßt dieselben so verschießen, daß drei Spanten zwischen je zwei in derselben Höhe befindlichen Laschingen zu stehen kommen; nach der gewöhnlichen Bauart steht immer nur ein Spant dazwischen.

5 Die Spanten läßt man an der Seite nicht zusammenkommen, nimmt aber zur Bequemlichkeit der Zeichnung an, sie ständen dicht nebeneinander, und nennt diese eingebildete Berührung, wie oben (S. 2340) die Fuge (joint); und sie wird als vom Kiele bis zum Top reichend gedacht. Diese Fugen sind mit einer einzigen Ausnahme in gleichen Abständen geordnet. Tafel XL, Fig. 1 zeigt sich nämlich der Abstand zwischen der Fuge 3 und (2) größer als zwischen den andern Fugen. Diese Abänderung geschieht zu dem Zwecke, daß noch ein überschüssiges Spant, das einfache Spant (single timber), eingeführt werden kann; demnach befinden sich in dem Raume zwischen 3 und (2) fünf Spanten,

Digitized by Google

während in den andern Zwiſchenräumen zwiſchen den Fugenperpendikeln immer nur vier Spanten ſtehen. Dieſer Zwiſchenraum 3 (2) wird deshalb auch die Fünfviertelöffnung genannt; ein Spant aber beſteht auf dieſe Art aus drei neben einander liegenden Reihen von über einander ſtehenden Spantentheilen, während die übrigen alle nur zwei ſolcher Reihen enthalten. Der Grund zur Einführung dieſes einfachen Spants iſt folgender: die einzelnen Spantentheile, alſo namentlich die Auflanger, welche auf dieſelbe Weiſe gegen einander verſchießen, liegen in dem Vorſchiffe auf der Vorder-, im Achterſchiffe auf der Achterſeite der Spanten; damit aber dieſe verſchiedene Lage eintreten kann, muß das einfache Spant an die andre Seite des mittleren Spants gefügt werden, ſo daß dieſes aus drei Reihen beſteht, von denen die beiden äußern den Anfang zu den entgegengeſetzten Theillagen machen.

Die Spanten des Vorſchiffs ſind wieder mit A, B, C u. ſ. w., diejenigen 6
des Achterſchiffes mit Ziffern 1, 2, 3, 4 bezeichnet. Die Hukſpanten werden ebenfalls wieder ſchräge geſetzt. Bei dieſer ſchrägen Stellung vermeidet man hauptſächlich zwei Nachtheile: erſtlich darf man nicht der ſtärkeren Beſchmiegung wegen ſtärkere Holzſtücke nehmen, die von alten Bäumen herkommend, immer mürberes Holz enthalten; zweitens vermeidet man, daß die Bolzen und und Spicker, welche doch ſenkrecht hineingetrieben werden müſſen, das Holz in ſchräger Richtung durchdringen.

Da ſowohl der äußere als der innere Belauf der Waſſerlinien oder horizontalen Schiffsdurchſchnitte, namentlich vorne und hinten in krummen Linien geht: ſo iſt es natürlich, daß die an ſolchen Stellen ſtehenden Spanten nicht rechtwinklig behauen ſein können; denn ſie würden auf ſolche Weiſe den nach der Krümmung der Waſſerlinien gebogenen Planken keine Fläche zur anliegenden Befeſtigung darbieten. Mit Ausnahme des Haupt- oder Mittelſpants, und einiger weniger in deſſen Nähe, müſſen alſo die Spanten ſchiefwinklig oder rautenförmig behauen werden. Der Winkel, den die Seiten dieſer rautenförmigen Geſtalt mit einander machen, heißt die Schmiegung oder Beſchmiegung. Die Zimmerleute beſtimmen die Größe derſelben vermöge der Schmiege (bevel), d. h. eines mit einer beweglichen Zunge verſehenen Maaßſtabes. Auf dem Riß der ſchrägen Senten ziehen ſie Parallellinien zu den Spantenlinien, ſo weit von ihnen entfernt, als die Spanten nach der Länge des Schiffs gemeſſen, d. h. an der nicht gemallten oder Schlichtſeite, breit ſein ſollen. Darauf legen ſie die Schmiege an die Spantenlinie und ſtellen die Zunge an den Belauf der Sente; alsdann giebt dieſe die Größe der Schmiegung für das betreffende Spant an dieſer Stelle der gemeſſenen Sente. Das Auftragen der gemeſſenen Schmiegungen auf die Spanten ſelbſt heißt das Beſchmiegen.

Man ſieht ſogleich ein, daß alle Winkel, deren Schenkel ſich gegen das Hauptſpant öffnen, ſtumpf ſein müſſen; dieſe nennt man alsdann Schmiegungen außer dem Winkel (standing bevellings); alle andern Schmiegungen, deren Schenkel ſich gegen die Steven zu öffnen, alſo ſpitzwinklig ſind, heißen Schmiegungen innerhalb des Winkels (under bevellings). Die Namen kommen davon her, daß man den rechten Winkel vorzugsweiſe den

Digitized by Google

Winkel nennt. Die ſchräge Stellung (cant), welche man den Spanten gegen den vertikalen Längendurchſchnitt giebt, macht natürlich, daß ſich die Breiten- oder Schlichtſeite der Spanten dem Parallelismus mit dem Sentenbelaufe nähert, und daher nur einer kleinen Beſchmiegung bedarf. Auf der durch die Oberſeite des Kiels gehenden Horizontalebene ſtehen aber die Spanten ſämmtlich perpendikulär.

7 Die beiden äußerſten Perpendikel ſind von dem Hinterrande der Vorſtevenſponning und von dem Vorderrande der Achterſtevenſponning in der Höhe des untern nicht mit Kanonen beſetzten Decks, oder der Kuhbrücke gefällt. Die übrigen Linien werden ſämmtlich wie im erſten Beiſpiele gezogen.

8 Bei dem Zeichnen der Heckſeiten- oder Windveeringsſtützen muß man wohl beachten, ob und wie viel Einweichung (tumbling-home), d. h. Verengerung am oberen Theile das Schiff hat. Um nämlich die Laſt der oberen Deckkanonen der Mitte oder Längenaxe des Schiffs näher zu bringen, giebt man, namentlich bei Zwei- und Dreideckern, den Topauflangern eine Einbugt, welche die Einweichung genannt wird.

9 Das Heck über der oberen Gilling hat eine Cylindergeſtalt. Wird ein Cylinder von einer Ebene durchſchnitten, welche durch die Axe deſſelben oder parallel mit ihr geht: ſo iſt die Durchſchnittslinie derſelben mit ſeiner Oberfläche eine gerade, wie z. B. der Hinterrand der mittleren Heckſtütze, welcher in dem Seitenriſſe die äußerſte Grenzlinie des Achterſchiffs bildet. Wird aber ein Cylinder von einer Ebene durchſchnitten, welcher mit ſeiner Axe einen Winkel bildet, oder ſchräge gegen ſie geſtellt iſt: ſo wird ihr Durchſchnitt mit der krummen Oberfläche eine Kurve, wie der Außenrand der Windveeringsſtützen. Wird ferner ein Cylinder von einer Ebene durchſchnitten, welche ſenkrecht auf ſeiner Axe ſteht: ſo bildet ihr Durchſchnitt mit ſeiner Oberfläche einen Kreis; wird er dagegen von einer ſchräg auf der Axe ſtehenden Ebene durchſchnitten: ſo bildet ihr Durchſchnitt mit ſeiner Oberfläche eine Ellipſe.

Auf dem waſſerpaſſen Riſſe wird daher die Ausbugt einer ſolchen Ebene, welche auf dem Seitenriſſe den Fall, d. h. die Neigung, des Hecks ſenkrecht durchſchneidet, ein Kreisbogen; dagegen die Ausbugten aller der Ebenen, welche auf dem Seitenriſſe den Fall des Hecks unter einem ſchiefen Winkel durchſchneiden, ſtellen ſich auf dem waſſerpaſſen oder Sentenriſſe als elliptiſche Bogen dar.

10 Es iſt ſchon oben (S. 2369) geſagt, daß in neuerer Zeit das Heck rund gebaut wird. Wären die erſten Schiffe gleich mit Kanonen beſetzt geweſen, ſo läßt ſich mit aller Wahrſcheinlichkeit behaupten, daß ſie kaum anders als mit rundem Heck gebaut worden wären, weil dieſe Form der Stellung der Geſchütze einen ſo großen Vortheil gewährt. Auch hinſichtlich der Feſtigkeit des Gebäudes ſelbſt iſt dadurch manchem Nachtheile abgeholfen. Bei einem viereckigen oder platten Hecke ſind alle Enden der Wrangen ohne gehörige Sicherheit mit den Seiten des Schiffes verbunden; ferner iſt die Verbindung zwiſchen den Heckſtützen und den Wrangen ziemlich ſchwach; endlich hat die äußere Beplankung an den Seiten keine Verbindung mit der Beplankung des flachen Decks. Bei einem runden Heck dagegen bleiben die Spanten in der regelmäßi-

Digitized by Google

gen Reihenfolge, um gegenſeitig die Laſchungen in gehöriger Weiſe verſchießen zu laſſen, und werden durch den ganzen Belauf der Kurve des Hecks feſt mit einander verbunden, ohne eine Unterbrechung ihrer gegenſeitigen Unterſtützung zu erleiden; endlich aber wird die Hautbeplankung ununterbrochen von der einen Seite zur andern fortgeſetzt, verbindet das Ganze mit gleicher Feſtigkeit, und macht das Heck zu einem Theile des ganzen Gebäudes, welches den langen Seiten wenig an Stärke nachſteht; während nach der platten Bauart das Heck unvermeidlich zum ſchwächſten Theile des Schiffes wird. In der Bewaffnung zum Angriff wie zur Vertheidigung iſt aber die Bauart des runden Hecks vorzüglich vortheilhaft.

Man hat mancherlei Abänderungen der kreisförmigen Heckgeſtalt verſucht, um wenigſtens den Schein der alten platten Bauart beizubehalten; ſie blieben aber alle hinter den Vortheilen der Kreisform zurück. Namentlich iſt es fehlerhaft, dem Heck einen großen Fall, d. h. eine bedeutende Neigung nach hinten zu geben; denn außer der vermehrten Kielgebrechlichkeit, verurſacht der von dem überragenden Heck feſtgehaltene Pulverdampf manche Unbequemlichkeit. Man kann voraus ſagen, daß es einſt noch dahin kommen wird, dem runden Heck eine perpendikuläre Stellung von der Gilling bis zum Heckbord zu geben, und es dadurch zu einer Art von unerſchütterlichem Feſtungsthurm zu machen.

Um die verſchiedenen Arten des Hecks in ihrer Eigenthümlichkeit zu erkennen, iſt es am vortheilhafteſten, das elliptiſche Fig. 319, kreisförmige Fig. 320, und platte Heck Fig. 321 auf Tafel XXXV, D, mit den Uebertragungen auf den waſſerpaſſen Riß zu vergleichen.

Um dieſe Uebertragung ganz zu verſtehen, befolge man folgende Regeln. 11
Es ſei Tafel XXXV, D, Fig. 318, die Horizontallinie Q auf den waſſerpaſſen Riß zu übertragen, welche an der Seite der oberen Gillingsleiſte a im Seitenriſſe gezogen iſt. Man verlängert zuerſt den Hinterrand der mittleren Heckſtütze nach unten zu, und zieht ſenkrecht auf dieſe Verlängerung die Linie ab. Man projizirt den Punkt a durch eine ſenkrecht herabgezogene Linie auf die Mittellinie des waſſerpaſſen Riſſes in e. Auf dieſem Perpendikel ſetzt man ef ab, d. h. die halbe Breite des Schiffs an der unteren Gillingsleiſte. Man zieht eg = ab, und durch g und f den Kreisbogen ghf; der Radius dieſes Bogens iſt gleich dem halben Durchmeſſer des Cylinders; es iſt auch ghf die runde Ausbugt des Hecks perpendikulär gegen ſeinen Fall.

Man zieht ferner in dem waſſerpaſſen Riſſe mehrere Linien, wie W, X, parallel mit der Mittellinie, welche den Ausbugtbogen ghf in h und i durchſchneiden. Man mißt die Horizontalabſtände der Punkte h und i von der geraden Linie ef, und ſetzt ſie oben im Seitenriſſe auf der Linie ab vom Punkte a aus ab. Durch dieſe auf ab erhaltenen Punkte zieht man gerade Linien parallel mit dem Fall des Hecks. Die Stellen, wo dieſe Parallellinien die Horizontallinie Q durchſchneiden, projizirt man durch Perpendikel auf die Linien W und X im waſſerpaſſen Riſſe. Zuletzt zieht man durch die auf W und X erhaltenen Durchſchnittspunkte eine Kurve, welche die elliptiſche Ausbugt des Hecks giebt, wenn es parallel mit dem Horizont durchſchnitten wird. Da

Digitized by Google

ferner alle parallelen Durchſchnitte eines Cylinders ähnliche Kurven ſind: ſo ergiebt ſich von ſelbſt, daß die eben erhaltene elliptiſche Ausbugt des Hecks für jede beliebige Anzahl von Horizontallinien paßt, welche oberhalb der obern Gilling gezogen werden.

Man zieht alſo oberhalb derſelben, ſowohl in dem Seiten- als in dem Spantenriſſe Horizontallinien im Abſtande von zwei bis drei Fuß, und trägt ſie in der vorher angegebenen Weiſe auf den waſſerpaſſen Riß über. Darauf projizirt man mit Perpendikeln die Durchſchnitte dieſer einzelnen Horizontallinien mit der mittelſten Heckſtütze auf die Mittellinie des waſſerpaſſen Riſſes. Durch dieſe Punkte zieht man die horizontale Ausbugt des Hecks; die Durchſchnitte dieſer Ausbugt mit den entſprechenden Horizontallinien begrenzen die letztern. Die Grenzen derſelben trägt man mit Perpendikeln auf die entſprechenden Horizontallinien im Seitenriſſe; eine durch dieſe Punkte gezogene Kurve giebt die Projektion des Achterrandes der Windveeringsſtütze.

12 Die Lage der Diagonalen, Tafel XL, Fig. 2, iſt nach der Länge der Spantentheile, wie im vorigen Paragraph angegeben, beſtimmt. FH, die unterſte, iſt die Diagonale am Flurtop; 1F die am Sitztop; 2F am erſten Auflangertop; 3F am zweiten Auflangertop, welche am Hauptſpant beinahe mit der untern größten Breite zuſammentrifft; MB ſind die beiden größten Breiten; TB die Topbreite unter dem Schandeckel an der Kuhl; TS die Topſeite oder der oberſte Bord auf Schanze und Back.

13 Der Bug dieſer Fregatte iſt, wie Tafel XL, Fig. 5 zu ſehen, ebenfalls rund gebaut. Dieſe bedeutende Verbeſſerung wurde von dem Engliſchen Schiffsbaumeiſter Blake zu Portsmouth eingeführt. Die Batterie zum Jagdmachen, welche namentlich für eine Fregatte ſo wichtig iſt, hat dadurch eine große Verſtärkung erhalten, ohne der Feſtigkeit des Gebäudes zu ſchaden, oder die Koſten des Baues zu vermehren.

14 Wegen der ſchnelleren Krümmung am Bug und am eigentlichen Spiegel, unterhalb des Heckbalkens, zieht man gewöhnlich vorne und hinten einige Spanten mehr, um dieſe Krümmung genauer beobachten zu können. Dieſe heißen Prüfungsſpanten (proof-timbers). Sie können nach Gutbefinden geſtellt werden; nur hat man zu beachten, daß ein ſolches Prüfungsſpant nahe am Ende des Heckbalkens ſtehen muß. Es ſind aber dieſe Spanten blos eingebildete, um die Schönheit und Angemeſſenheit des Gebäudes zu beurtheilen.

15 Die übrigen Linien dieſes Riſſes werden ſämmtlich auf gleiche Weiſe gezeichnet, wie im erſten Beiſpiele angegeben.

16 Als drittes Beiſpiel für die Zeichnung der drei Hauptriſſe können auch die Figuren 3, 4 und 5 auf Tafel XXXVIII gelten, deren Buchſtabenbezeichnung in der Tafelerklärung am Ende des Nautiſchen Wörterbuches angegeben iſt.

Digitized by Google

Drittes Kapitel.

Die Lehre von dem praktiſchen Bau der Schiffe.

§. 354. Allgemeine Bemerkungen über die Beſchaffenheit des Bauholzes.

Nachdem die Konſtruktions- und Zeichnungslehre als die beiden 1
Haupttheile der mechaniſchen oder eigentlichen Schiffbaukunſt (vergl. S. 2169) in den beiden vorhergehenden Kapiteln mit hinreichender Ausführlichkeit gegeben worden, ſollten nun die beiden Haupttheile der techniſchen Schiffbaukunſt oder der Schiffszimmerkunſt folgen (vergl. S. 2170), d. h. die Beſtecklehre, und die eigentliche Baulehre. Der erſtere dieſer beiden Theile bedarf aber hier keiner eigenen Darſtellung, indem die in dem dritten Bande unter den Tafeln zur Schifferkunde enthaltenen Beſtecktafeln CI bis CXI die genügende Ueberſicht gewähren, und namentlich die Tafel CV alle Angaben bis auf die kleinſten Details darbietet. Die eigentliche Baulehre dagegen iſt in den folgenden Hauptumriſſen dargeſtellt, ſo weit ſie dem gebildeten Seemanne für ſolche Fälle unentbehrlich iſt, wo er den Bau oder die Ausbeſſerung eines Schiffes zu kontroliren hat.

Der erſte Hauptpunkt dieſer Lehre iſt eine allgemeine Kenntniß von der 2
Beſchaffenheit und namentlich der Dauerhaftigkeit des zum Schiffbau angewandten Holzes. Die eigenthümliche Art der Zuſammenſetzung und aller beim Seedienſt vorkommenden Umſtände machen es unvermeidlich, daß das zum Schiffbau angewandte Holz ſeine erforderliche Haltbarkeit in viel kürzerer Zeit verliert, als dies bei andern Holzbauwerken der Fall iſt. Die durchſchnittliche Dauer der vollſtändigen Brauchbarkeit wird bei der Engliſchen Kriegsflotte auf fünfzehn Jahre geſetzt. Bei der Handelsflotte nimmt man ſie länger an; aber eine Menge von Verluſten an Schiffen und Menſchenleben beweiſen dann wieder, daß auch bei Kauffahrteiſchiffen die Dauerhaftigkeit auf eine im Verhältniß zu andern Holzbauwerken kurze Zeit beſchränkt iſt, und nicht aus rückſichtsloſem Eigennutz zu groß angenommen werden darf. Es iſt aber ſowohl für Privateigenthümer und Seeleute, als auch namentlich für Staaten, welche ſich erſt eine Kriegsflotte ſchaffen wollen, ein höchſt wichtiger Gegenſtand, die Urſachen des ſchnellen Holzverderbs kennen zu lernen, um ihnen auf die erfolgreichſte Weiſe entgegen zu wirken, und dadurch die Koſten der Seemacht um bedeutende Summen, vielleicht um die Hälfte zu vermindern.

Man kann die Urſachen des Verderbs in drei Hauptklaſſen eintheilen; in 3
der erſten ſind alle diejenigen enthalten, welche dem Holze deshalb zukommen, weil es zu der im Allgemeinen vergänglichen organiſchen Materie gehört; das hievon kommende Verderben kann beſchleunigt oder verzögert werden, je

Digitized by Google

nachdem zerstörende oder erhaltende Einflüsse und Mittel dabei überwiegen. Die zweite Klasse ist die sogenannte trockene Fäulniß (dry rot). Die dritte Klasse besteht aus allen den zerstörenden Einflüssen, welche daraus hervorgehen, daß man das Holz auf unvorsichtige oder unüberlegte Weise bei dem Schiffbaue mit solchen unorganischen Materien verbindet, welche sein Verderben in hohem Grade beschleunigen.

4 Alle organische Materie ist aus solchen Elementarstoffen zusammengesetzt, deren gegenseitige chemische Wirksamkeit endlich eine Auflösung der Materie herbeiführen muß. So lange das Leben und die Gesundheit einer Pflanze dauert, ist die chemische Wirkung der Elementarstoffe eine solche, daß der Fortbestand der Materie gesichert bleibt. Sobald aber Leben und Gesundheit nachläßt, steigert sich die chemische Wirksamkeit jedes einzelnen Elementarstoffes bis zu einer solchen Eigenthümlichkeit, daß kein gemeinschaftliches Zusammenwirken und Zusammenbleiben mehr möglich bleibt. Einige dieser Stoffe bilden neue Zusammensetzungen; andere, die bis dahin von der allgemeinen Lebenskraft in einer unschädlichen Wirksamkeit erhalten wurden, wenden alsdann alle in ihnen liegende Energie zur alleinigen Zerstörung der bisherigen Zusammensetzung an; so verschlechtert sich die organische Materie stufenweise, und endlich zerfällt sie. Diese Verschlechterung und Auflösung kann durch mancherlei Einflüsse beschleunigt oder verzögert werden, wie durch Temperatur, Feuchtigkeit, und Nähe oder Entfernung zerstörender oder erhaltender Mittel, namentlich derjenigen, welche den Gährungsprozeß befördern oder aufhalten. Unter Gährung versteht man im Allgemeinen die freiwillig eintretende Zersetzung organischer Stoffe beim Zutritte der Luft; man nimmt auch das Vorhandensein eines eigenen Gährungsstoffes (Ferments) an, der die Zersetzung auf eine noch nicht völlig bekannte Weise einleitet; wenigstens geht der Gährungsprozeß der Fäulniß oder der Zersetzung stets voraus. Ein Haupterforderniß zu diesem Prozesse ist ein gewisser Grad von Feuchtigkeit; dieser findet sich aber stets in dem Holze vor; denn selbst in den bestausgetrockneten Stücken soll nach der Untersuchung einiger Naturforscher noch so viel Wasser zurückbleiben, daß es den vierten Theil des ganzen Gewichts ausmacht; dieses Zurückbleiben ist aus dem ununterbrochenen Einflusse der Luft auf das Holz erklärlich, in dem sie stets mit einer Menge von Wasserdämpfen und Dünsten angefüllt ist, welche durch die Poren des Holzes eindringen. Wird aber ein Stück Holz gänzlich ins Wasser eingetaucht, so entsteht eine Art von Sättigung, welche dem vegetabilischen Gährungsprozesse entgegenwirkt.

Eine gemäßigte Temperatur, welche weder ein Gefrieren noch eine Verdampfung verursacht, ist der Gährung günstig. Die unvermeidliche Feuchtigkeit der Luft zwischen den Decken der Schiffe, und die Schwierigkeit, dem Luftzuge eine freie Cirkulation zu geben, trägt natürlich sehr viel zum Eintritte der Gährung, und damit zum allmäligen Verderben und zur endlichen Auflösung des Holzes bei, wie sie sich beim Faulen zeigt, wo nach der Entweichung der kohlensauren, stickstoff- und wasserstoffhaltigen Gasarten, die sich

Digitized by Google

mit mehr oder weniger Schwefel und Phosphor verbinden, der endliche Rückſtand ſchwärzlich, erdig, geſäuert und mit Kohle verbunden iſt.

Man könnte die Cirkulation der reinen Luft auch dadurch bis in den Raum hinein bringen, daß man an der innern Schiffsſeite eine Reihe von metallnen Röhren von dem untern Theile des Raums bis über das oberſte Deck, und von ſeinem oberen Theile ebenfalls bis dahin gehen ließe. Durch die erſteren würde friſche Luft von Außen hineinkommen, weil dieſe als die ſchwerere ſich nach unten ſenkt; durch die zweite Reihe von Röhren würde die verdorbene, und deshalb leichtere Luft, welche ſich in den verſchiedenen Räumen nach oben hin drängt, entweichen. Dieſer Zuſatz zu den oben (S. 2428) angeführten Luftpforten, würde eben ſo viel zur Geſundheit der Mannſchaft, als zur beſſeren Erhaltung mancher Waaren, als auch endlich zur längeren Brauchbarkeit des Holzes beitragen; ſo daß die verhältnißmäßig geringen Koſten ſolcher Metallröhren völlig aufgehoben wird. Der Vorſchlag iſt von dem verdienſtvollen Engländer Creuze.

Der bei Zerſetzung des Holzes thätigſte Elementarſtoff iſt der Sauerſtoff (vergl. S. 230 und 231), mag ſie ſchnell, durch Gährung und Fäulniß, vor ſich gehen, oder langſam, durch den unvermeidlichen Lauf des organiſchen Lebens. 5

Während des Lebens des Baumes wird der Sauerſtoff in unſchädlicher Zuſammenwirkung mit den übrigen Beſtandtheilen des Holzes erhalten. Sobald aber der Baum gefällt, und das Pflanzenleben damit getödtet iſt, fängt der Sauerſtoff an, auf die Faſern des Holzes in einer Weiſe zu wirken, welche eine langſame Verbrennung herbeiführt. Es erfolgt die Entwicklung von kohlenſaurem Gas, und die allmälige Verkohlung des Holzes, wodurch natürlich die Zähigkeit und der Zuſammenhang deſſelben immer mehr und mehr vernichtet wird. Verbrennung im genaueren Sinne iſt nämlich nur eine chemiſche Verbindung des Sauerſtoffes mit den Theilen der brennbaren Körper, welche zu ſolcher Verbindung tauglich ſind. Holz fängt alſo eigentlich mit dem Augenblicke an zu verderben, wo es gefällt iſt, weil damit zugleich der Sauerſtoff ſeine auflöſende Gewalt erhält. Vortheilhaft iſt indeſſen eine möglichſt beſchleunigte Austrocknung des Holzes, um die überflüſſige Feuchtigkeit und diejenigen Säfte daraus zu entfernen, welche vorzugsweiſe zur Gährung hinneigen.

Sehr häufig iſt die Zerſetzung des Holzes von dem ſcheinbar ſelbſtſtändigen Hervorwachſen paraſitiſcher Schwämme begleitet; und eine ſolche Zerſetzung heißt dann trockne Fäulniß (dry rot); weil das auf ſolche Weiſe verdorbene Holz zu einer bröcklichen Maſſe ohne allen Zuſammenhang der einzelnen Theile wird. Man iſt darüber noch nicht einig, ob der Saame dieſer Schwämme in den Säften des Holzes enthalten iſt, und ſo lange als das letztere geſund und lebendig iſt, von deſſen Lebenskraft an dem Keimen gehindert wird; oder ob der Saame in der Luft umhergetrieben wird, und ſich zur günſtigen Zeit an den paſſenden Stellen des verderbenden Holzes anſetzt. Am gewöhnlichſten zeigen ſich dieſe Schwämme an nicht gehörig ausgetrocknetem Holze; daher läßt 6

Digitized by Google

ſich doch mit vorwiegender Wahrſcheinlichkeit annehmen, daß ihr Saame in den Säften des Holzes enthalten iſt, und auf einen ſeinem ſelbſtſtändigen Wachsthum günſtigen Augenblick wartet; denn bei gut ausgetrocknetem Holze kommen ſie erſt dann zum Vorſchein, wenn neue Feuchtigkeit dazu gekommen und ihren Keimtrieb friſch belebt, und die Gährung und Zerſetzung des Holzes ihnen ein Neſt bereitet. Sobald ihr Wachsthum beginnt, entziehen ſie dem Holze ſeine zuſammenhaltenden Kräfte in ähnlicher Weiſe, wie es die Schmarozerpflanzen zuweilen an lebenden Pflanzen thun, und laſſen nur die erdigen Theile zurück, die nun ohne Faſerverwebung bleiben, und eine bröcklige Maſſe bilden.

7 Trockenheit, Reinlichkeit, freie Cirkulation der Luft, oder völliges Abhalten derſelben ſcheinen alſo die beſten Mittel zu ſein, um entweder die Fäulniß des Holzes zu verhüten, oder ihrem Fortſchritte Einhalt zu thun; während Anhäufung von Waſſerdämpfen und verdorbene Luft dieſelbe ſchnell herbeiführen.

8 Vor Allem darf kein andres als nur völlig ausgetrocknetes Holz zum Bau genommen werden; und auch dieſes nur in einem völlig trockenen Zuſtande. Die in den Stooven und Kochflotten der Biegung wegen von Dampf oder kochendem Waſſer umgeben geweſenen Planken (vergl. S. 2355) brauchen indeſſen nicht erſt wieder beſonders getrocknet zu werden, weil ſie beinahe unmittelbar an der Mündung der Stooven von ſelbſt wieder trocken werden. Wenn ſich aber an den zum Bau genommenen Stücken irgend welche Theile als verdorben oder im Verderben zeigen, ſo müſſen ſie ſorgfältig ausgeſchnitten werden. Auch muß der Splint, d. h. die weiße und weiche Holzmaſſe dicht unter der Rinde ſorgfältig weggehauen werden, weil ſie wegen ihres ſchwammigen Gewebes bei weitem empfänglicher als das eigentliche oder Kernholz für Feuchtigkeit iſt, zur Gährung geneigtere Säfte enthält, und den Schwämmen eine leichtere Entwicklung darbietet.

9 Von denjenigen Materien, welche beim Schiffbau zur Verbindung der einzelnen Theile gebraucht werden, hat das am häufigſten angewandte Eiſen auch gerade den verderblichſten Einfluß auf das Holz; weil dieſes Metall eine ſo große chemiſche Verwandtſchaft oder Anziehungskraft zum Sauerſtoffe hat, und denſelben theils aus der Luft, theils aus dem es umgebenden Holze an ſich zieht, wodurch das Holz wieder für neuen Sauerſtoff aus der Luft empfänglich wird. Die Oberfläche des Eiſens wird mit dem braunen Eiſenoxyd, dem bekannten Eiſenroſt bedeckt. Dieſer iſt eine Art von überſättigtem Oxyd, und giebt ſeinen Ueberſchuß an die zunächſt unter der Oberfläche liegenden Metallſchichten ab, während die Oberfläche ſelbſt wieder neuen Sauerſtoff aus dem Holze an ſich zieht. So ſchreitet der Oxydationspozeß des Eiſens fort, bis ſeine metalliſche Natur völlig verändert iſt, und ſeine Tauglichkeit zu einem Befeſtigungsmittel gänzlich aufgehört hat. Statt deſſen wird es zu einem Sammelbehälter von Sauerſtoff, welcher auf das umliegende Holz wirkt, es langſam verkohlt, und ſeinen Zuſammenhang ſchnell und völlig zerſtört.

10 Eichenholz enthält verhältnißmäßig weniger ölige oder harzige Theile als andre Holzarten; dagegen außer der ihnen allen gemeinſchaftlichen Holzſäure auch noch eine ihm eigene Gallusſäure (acidum gallicum). Der

Digitized by Google

Vorrath von Sauerſtoff iſt alſo in dem Eichenholz ſehr bedeutend. In dem Teakholze dagegen (vergl. S. 418), welches in den Häfen des Indiſchen Ozeans vorzugsweiſe zum Schiffbau angewandt wird, findet ſich bei weitem weniger Sauerſtoff, und dagegen eine ſolche Menge von harzigen Theilen, daß der Teakbaum deshalb zu den Terpentinpflanzen gerechnet wird. Dieſe öligen und haarzigen Theile geben dem Eiſen, wenn es mit Gewalt in das Holz getrieben daſſelbe heftig preßt, einen Ueberzug, der die Einwirkung des Sauerſtoffes mehr oder weniger hindert; je mehr ſolcher öligen und harzigen Theile im Holze enthalten ſind, um deſto wirkſamer wird jener Ueberzug ſein. Man ſieht ferner ſogleich ein, daß ein ähnlicher künſtlicher Ueberzug ſich vor dem Eintreiben der Bolzen u. ſ. w. nicht wohl anbringen läßt, weil er durch die heftige Reibung beim Hineinſchlagen doch wieder verloren ginge. Das Teakholz dauert demnach mit Eiſenbefeſtigung dreißig Jahre, ſo daß ein beſonderer Koſtenaufwand für kupferne Bolzen und Nägel dabei überflüſſig wird.

Dagegen bei Eichenholz iſt es ein bedeutender Gewinn kupferne Bolzen und Nägel zu gebrauchen, indem weder das Eichenholz die metalliſche Beſchaffenheit des Kupfers, noch dieſes die Pflanzenbeſchaffenheit des Holzes ſo heftig angreift, wie es zwiſchen Eichenholz und Eiſen der Fall iſt. Zwar gleich nachdem das Kupfer mit dem Eichenholz in Berührung gekommen iſt, wird es auf ſeiner Oberfläche oxydirt, d. h. der Sauerſtoff bildet mit den Kupfertheilchen zuſammen den bekannten Grünſpan; aber dieſes Kupferoxyd iſt kein überſättigtes; ſondern die Quantität Sauerſtoff, die es in ſich geſogen hat, bleibt in unverändertem Zuſammenhang mit den durchdrungenen Theilen. Auf dieſe Art geht der Oxydationsprozeß nicht von den äußern nach den innern Schichten weiter, wie es nach dem vorher Geſagten beim Eiſen der Fall iſt. Daher wird bei dem Kupfer die oxydirte Oberfläche zu einer natürlichen Schutzdecke gegen die fernere Einwirkung des Holzes auf das Kupfer, und ebenſo gegen die Einwirkung dieſes letztern auf das Holz; dieſer Oxydüberzug bei Eichenholz hat daher denſelben Werth, wie der Oel- und Harzüberzug den das eingetriebene Eiſen beim Teakholz erhält.

Nach den im Vorigen mitgetheilten Urſachen des Holzverderbniſſes läßt ſich 11
der Werth und die Angemeſſenheit der mannigfaltigen in Vorſchlag gebrachten Präſervativmittel erachten.

Wenn das Holz getrocknet wird, ſo muß es ſo viel als möglich dem Sonnenlichte ausgeſetzt werden, weil dieſes das Entweichen des Sauerſtoffs aus dem Holze verurſacht. Damit aber nicht während der Nacht und überhaupt aus der umgebenden Atmoſphäre neuer Sauerſtoff eindringt: ſo muß der von ihm frei gewordene Raum im Innern des Holzes mit irgend einer andern Subſtanz ausgefüllt werden. Hiezu iſt Oel am tauglichſten, weil ſeine Wirkſamkeit ſchon bekannt iſt, mit der es das Holz gegen die Einflüſſe des Wetters ſchützt.

Um nun das Holz vom Oel oder von irgend einer ähnlichen Subſtanz bis zur Sättigung durchdringen zu laſſen, hat man folgendes Verfahren in Vorſchlag gebracht.

Digitized by Google

Das Holz wird in ein dampfdichtes Behältniß gebracht, und der Einwirkung des Dampfes ausgesetzt, wodurch Luft und Gase aus dem Holz getrieben werden. Darauf verdichtet man den Dampf, und wiederholt das Verfahren, bis sämmtliche elastischen Flüssigkeiten aus dem Holze gezogen, und die nicht elastischen in Dampf und Dunst verwandelt sind. Wird hierauf das von ihnen befreite Holz in Oel getaucht, und dem Drucke der atmosphärischen Luft ausgesetzt: so füllt sich das Innere desselben mit Oel. Es können die Behältnisse dieselben sein, welche zum Biegsammachen der Planken gebraucht werden, wenn man statt des Wassers nachher Oel hineinschüttet. Das beste Oel ist das Teaköl, welches sich aus den Abfall- und Sägespähnen namentlich des Malabar-Teakholzes erhalten läßt, die gewöhnlich zum Brennmaterial verbraucht werden. Malabar-Teakholz, welches (vergl. S. 418) vorzugsweise auf den Werften von Bombay verarbeitet wird, enthält eine solche Menge von Oel und Terpentin, daß der Abfall bei Bearbeitung der Planken und Spanten bei einem angemessenen Verfahren so viel Theer giebt, als zu dem Schiffsgebäude und selbst zu seiner ganzen Takelasche erforderlich ist. Eichenholz enthält nun zwar nicht so viel ölige Theile; aber das auf den Europäischen Werften verbrauchte Föhren- und Fichtenholz würde in seinem Abfall so viel Oel darbieten, als zur Sättigung des Eichenholzes nothwendig ist.

12 Man hat mancherlei andere Substanzen vorgeschlagen, mit denen das Holz zu seiner Erhaltung gesättigt oder imprägnirt werden soll. So schlug der Engländer Bill im Jahre 1822 eine Imprägnation von Asphalt vor. Es ist dieses hart gewordenes und dann schwarz oder braun aussehendes Erdöl, welches in einem mittleren Zustande der zähen Verdichtung auch Bergtheer genannt wird. Starke damit imprägnirte Holzstücke wurden einem fünfjährigem Versuche unterworfen, und widerstanden der trockenen Fäulniß völlig, während daneben andere nicht imprägnirte Stücke in einem Jahre von den Schwämmen zerfressen waren. Der berühmte und für alle zum Seewesen gehörigen Gegenstände als Autorität geltende John Barrow empfahl das Kreosot, ein Destillationsprodukt, welches aus dem Oel des rohen Holzessigs, namentlich aus Buchenholztheer, aber auch aus dem Theer anderer Holzarten, und aus Torf gewonnen wird. Es stellt nach vollendeter Destillation eine ölige farblose Flüssigkeit dar, deren Geruch durchdringend und unangenehm ist, ganz an den Geruch des Rauchs erinnert, und einen brennenden scharfen Geschmack giebt. Es durchdringt in Gasform angebracht die stärksten Stücke, und macht das Holz so hart wie Eisen, so daß es sich nur mit der größten Anstrengung behauen läßt.

13 Ist übrigens das Holz gehörig ausgetrocknet, so bleibt freier Luftzug und Abhaltung von Feuchtigkeit das beste Präservativ, und dient auch ebenfalls dazu, die noch nicht vollendete Austrocknung zu beschleunigen. Unter den Sättigungsmitteln, welche aus chemischen Prozessen genommen werden, sind diejenigen die wirksamsten, welche die vegetabilischen Bestandtheile des Holzes mit einer Art mineralischer Beschaffenheit begaben.

14 Es scheint, daß der Winter die für die Dauerhaftigkeit des Holzes gün-

Digitized by Google

stigste Zeit zum Fällen der Bäume ist, weil alsdann die vegetabilischen Säfte sich in einem größeren Gleichgewichte befinden. Bäume, die im Frühlinge gefällt worden, bieten nur den Vortheil dar, daß die Rinde sich leichter ablösen läßt, und für manche Zwecke brauchbarer ist.

§. 355. Von der Ausmessung des Bauholzes. 1

Rohes Holz, benennt man den Baum in seiner natürlichen Länge und Rundung; nur von den Aesten, der Wurzel, den beiden unbrauchbaren Enden, und der Rinde oder der Bork befreit. Ist ein solcher Baum gerade, und sind die beiden Enden von beinahe gleicher Stärke, so hat man zur Ausmessung folgende

Erste gemeine Regel.

Man multiplizirt das Quadrat von einem Viertel des Umfanges mit der Länge; das Produkt ist der kubische oder körperliche Inhalt.

Der Umfang wird mit einem ledernen Riemen oder Bande, oder einer Schnur gemessen; dieser Umfang heißt der Gurt (the girt); sein Viertel wird als die Seite eines Quadrats betrachtet, welches dem Durchschnitte des Baumes an der Stelle gleich ist, wo das Maaß genommen worden.

Beispiel.

Man verlangt den körperlichen Inhalt eines Baumes, dessen Umfang 64 Zoll, und dessen Länge 24 Fuß beträgt.

Ein Viertel von 64 Zoll ist gleich 16 Zoll, oder 1 Fuß 4 Zoll = $1\frac{1}{3}$ Fuß; das Quadrat von $1\frac{1}{3}$ Fuß ist gleich $1\frac{7}{9}$ Fuß = 1 Fuß 9 Zoll 4 Linien; dies giebt mit 24 multiplizirt den körperlichen Inhalt = 42 Kubikfuß und 8 Kubikzoll.

Ist der zu messende Baum nicht gerade, so muß man die Länge weder an der konkaven oder hohlen, noch an der konvexen oder erhabenen Seite messen, sondern in der Mitte zwischen beiden gekrümmten Seiten.

Die ganze Regel ist nur eine praktische Abkürzung der oben (S. 1843) für die Ausmessung der Cylinder gegebenen, indem man nicht erst den Radius des Umfanges zu berechnen braucht. Sie giebt aber auch den Inhalt beinahe um ein Viertel zu klein an.

Zweite gemeine Regel. 2

Zur Berechnung des körperlichen Inhalts, wenn der Baum keine gleiche Stärke an beiden Enden hat.

Man mißt den Umfang in der Mitte; oder man mißt die Umfänge an beiden Enden, addirt dieselben, und nimmt die Hälfte dieser Summe; das Viertel dieser Hälfte ist der nach der vorher angegebenen Weise anzuwendende Viertelgurt.

Hat der Baum eine gar zu unregelmäßige Gestalt, so kann man den Um-

Digitized by Google

fang an beliebig vielen Stellen messen, und den Inhalt der einzelnen zwischen diesen Stellen enthaltenen Theile berechnen; oder man addirt alle Umfänge zusammen, und dividirt ihre Summe durch ihre Anzahl, so findet man den mittleren oder durchschnittlichen Umfang; sein Viertel quadrirt und mit der Länge multiplizirt giebt dann den körperlichen Inhalt des ganzen Baums.

Beispiel.

Ein Baum, welcher sich nach dem einen Ende zu verjüngt, wird an vier Stellen gemessen, und giebt folgende Gurten: 3 F. 9 Z.; 4 F. 5 Z.; 4 F. 9 Z.; 5 F. 9 Z.; die Länge beträgt 20 F.; man verlangt den körperlichen Inhalt.

Die Summe der vier Gurten ist 18 F. 8 Z., dividirt durch 4 giebt sie den mittleren Umfang = 4 F. 8 Z.; dies dividirt durch 4 ist gleich 1 F. 2 Z.; das Quadrat hievon ist gleich $1^{13}/_{36}$ Fuß, oder 1 Fuß 4 Zoll 4 Linien; dies multiplizirt mit 20 giebt den körperlichen Inhalt = 27 Kubikfuß, 2 Kubikzoll und 8 Kubiklinien.

3

Dritte Regel.

Zur genaueren Berechnung des körperlichen Inhalts des rohen Holzes.

Man multiplizirt ein Fünftel des mittleren Umfanges mit der doppelten Länge; das Produkt giebt den wahren kubischen Inhalt sehr nahe.

Beispiel.

Der mittlere Umfang eines Baumes ist 64 Zoll, seine Länge 24 Fuß; man verlangt den körperlichen Inhalt.

Das Fünftel von 64 Zoll ist gleich 12 Zoll, 9 Linien, 7 Punkte; dies multiplizirt mit 48 giebt den körperlichen Inhalt = 51 Kubikfuß, 1 Kubikzoll, 6 Kubiklinien.

4

Vierte Regel.

Zur Ausmessung und Berechnung des körperlichen Inhalts solcher Bäume, welche noch ihre Rinde behalten haben.

Wenn Bäume noch ihre Rinde behalten haben, so wird gewöhnlich ein Zwölftel des Umfanges abgezogen, ehe man den körperlichen Inhalt mit Hülfe desselben berechnet; dieser Abzug kommt dem Käufer solcher noch mit der Rinde bedeckter Holzstücke zu gut.

Hat man also den Umfang mit der Rinde gemessen, so zieht man ein Zwölftel desselben ab, und verfährt mit dem Reste nach einer der obigen Regeln.

Beispiel.

Es sei die Länge eines Baumes mit der Rinde 40 Fuß, und der Viertel-

Digitized by Google

umfang 2 Fuß 8 Zoll; man verlangt den Kubikinhalt, indem 1 Zwölftel für die Rinde abgezogen werden darf.

Der zwölfte Theil von 2 Fuß 8 Zoll ist gleich 2 Zoll 8 Linien; dies abgezogen giebt den reduzirten Viertelsumfang = 2 Fuß, 5 Zoll, 4 Linien; das Quadrat hievon ist 5 Fuß, 9 Zoll, 5 Linien; dieses multiplizirt mit 40 giebt den körperlichen Inhalt gleich 97 Kubikfuß, 9 Kubikzoll und 4 Kubiklinien.

Wenn die Bäume noch im Walde stehend verkauft werden, so erhält der 5
Käufer Zweige, Aeste, Kopfende und Rinde dazu, als Vergütung für die Fällungs- und Schälungskosten. Er muß aber für solchen Kauf sehr geübt sein, die Güte des Holzes unter der Rinde nach dem ganzen Aussehen des lebenden Baumes beurtheilen zu können.

Vierkantiges oder behauenes Holz ist natürlich hinsichtlich seiner 6
Beschaffenheit besser zu erkennen; auf den Kriegswerften wird es daher auch nur in solcher Gestalt gekauft, und seine Preise werden nach besserer oder geringerer Beschaffenheit modifizirt.

Alle Ecken oder Hügel des rohen Holzes, welche abgesägt werden müssen, 7
um dasselbe vierkantig oder zum Bau tauglich zu machen, heißen Wankanten. Einen Baum mit Linien bezeichnen, wo man ihn vierkantig sägen will, heißt ihn bestürzen; es geschieht vermittelst einer Schnur, welche mit Kreide, oder Kohle, oder Röthel eingerieben und über den Baum hingespannt ist; indem sie in der Mitte aufgehoben und wieder losgelassen wird, bezeichnet sie die gerade Linie zwischen den beiden Punkten, an denen die Schnur selbst bei der Spannung befestigt ist.

Die erste Diele, welche an jeder Seite des noch runden Baumes abgesägt wird, heißt das Schillstück oder Schellstück, und hat an der einen Seite die Wölbung der Baumrundung; die zweite Diele ist zwar an beiden Seiten flach, hat aber schräge zulaufende Kanten, und heißt die Schelldiele; die dritte, welche auch noch, aber weniger schräge Kanten hat, heißt die Wandiele. Wird der Baum, an dessen vier Seiten die genannten Dielen sämmtlich abgesägt worden, zu Dielen zersägt, so heißen diese die Bodendielen.

Denkt man sich anfänglich nur die vier Schillstücke abgehauen, so bildet der Breite- und Dickedurchschnitt des Baumes ein Achteck, mit vier größern Seiten, welche die Breite der Schillstücke zeigen, und vier kleineren Seiten, von denen jede die Summe der schrägen Kanten der über einander liegenden Schell- und Wandielen zweier aneinander liegender Seiten des Vierkants enthält. Die vier größeren Seiten heißen dann die Schillseiten, und die vier kleineren die Wanseiten oder Wankanten im genaueren Sinne. Auf den Kriegswerften, namentlich den Englischen, wird kein vierkantiges Holz angenommen, wenn nicht die Schillseiten zweimal so groß sind, als die Summen der Hälften der beiden an ihnen liegenden Wankanten. Zu jeder Schillseite gehört nämlich die Hälfte der anliegenden Wanseite; die andere Hälfte gehört schon zu der andern Schillseite. Wird ein Stück Holz gebracht, dessen Schillseite kleiner ist, so muß dieselbe noch weiter behauen werden, bis sie die doppelte Summe der beiden anliegenden halben Wanseiten in sich enthält. Alsdann wird der

Digitized by Google

ſo behauene Balken in der horizontalen und in der perpendikulären Richtung gemeſſen, und zwar mit einem Maſtenpaſſer oder Taſterzirkel. Dies iſt ein Zirkel, deſſen beide Schenkel ſo nach Außen gekrümmt ſind, daß jeder von ihnen beinahe einen Halbkreis bildet, und der Zirkel, wenn er nicht geöffnet iſt, einen Ring mit einem Handgriffe darſtellt; zum ſchnellen Meſſen iſt an dem oberen geraden Theile des einen Schenkels ein Quadrant mit der Bugt nach unten und mit einer Gradeintheilung befeſtigt. Die Taſterzirkel ſind von den verſchiedenſten Dimenſionen, ſolche mit denen man die ſtärkſten Bäume und Maſten umſpannen kann, und ſolche, mit denen man Bolzen und andere cylinderförmige Gegenſtände von kleinerem Umfange mißt.

Giebt die horizontale Meſſung des geſchillten Baumes ein von der perpendikulären verſchiedenes Reſultat, ſo addirt man beide, und die Hälfte der Summe giebt die eine Dimenſion für die Berechnung des kubiſchen Inhalts; dieſe Dimenſion quadrirt, und das Quadrat mit der Länge des Baums multiplizirt giebt den geſuchten kubiſchen Inhalt.

8 Es iſt nun Gebrauch, das rohe Holz zum Behuf der Meſſung auf die Art vierkantig zu machen, daß die Summe der vier Schillſeiten der Summe der beiden Durchmeſſer, d. h. des horizontalen und perpendikulären gleich, oder wo möglich noch größer ſei.

Ein nach dieſer Methode vierkantig behauener Baum iſt z. B. folgender:

Die erſte Schillſeite	. . . =	9 Zoll
Die zweite "	. . . =	6 "
Die dritte "	. . . =	7 "
Die vierte "	. . . =	8 "
	Summa =	30 Zoll.
Der ſenkrechte Durchmeſſer	. =	16 Zoll
Der horizontale "	. =	14 Zoll
	Summa =	30 Zoll.

9 Das zum Schiffbau brauchbarſte Holz, nämlich das Krummholz, welches zu Spantentheilen, Piekſtücken, Wrangen, Bugbanden, Knieen und Deckbalken beinahe in ſeiner natürlichen Geſtalt angewendet werden kann, hat einen ſo unregelmäßigen Wuchs, daß ſeine Meſſung zu ungenau wäre, wenn man aus verſchiedenen Umfängen das Mittel ziehen, und danach den Inhalt berechnen wollte. Bei ſolchem Krummholz kommen nämlich nicht blos die Stämme in Betracht, ſondern auch die ſtärkeren Aeſte und Zweige mit ihrer oft genau paſſenden und regelmäßigen Krümmung. Solche Aeſte und Zweige, deren Umfang 2 Fuß, oder deren Viertelgurt 6 Zoll beträgt, werden mit zum eigentlichen Bauholz gerechnet; alle Stücke von geringerem Umfange dagegen werden nicht mitgerechnet. Den Stamm ſelbſt mißt man an ſo vielen Stellen, als man für nöthig findet, und ſucht von jedem Stücke den Inhalt beſonders; auch das obere oder Topende, und das Wurzelende (the butt) wird mit gemeſſen;

Digitized by Google

für das letztere nimmt man gewöhnlich vom unterſten Rande ab gerechnet eine Länge von fünf Fuß.

Iſt der Stamm ſchon viereckig behauen, und nimmt regelmäßig nach dem Topende hin an Dicke ab, oder verjüngt ſich, ſo mißt man die horizontale und die perpendikuläre Breite und Dicke, und zwar wo ſie völlig frei von den Wanſeiten iſt, d. h. man ſucht den horizontalen und perpendikulären Durchmeſſer und zwar am Wurzelende, wo der Baum am ſtärkſten iſt. Darauf ſucht man an dem verjüngten Theile diejenige Stelle auf, wo die beiden Durchmeſſer nur noch zwei Drittel von den beiden Durchmeſſern am Wurzelende betragen, und bezeichnet dieſe Stelle mit einer Querlinie. Der Theil des Baumes oder Balkens, welcher zwiſchen dieſer Stelle und dem Wurzelende liegt, wird als der eigentliche Balken voll bezahlt; dagegen das ſich noch weiter verjüngende Ende wird nur mit zwei Dritteln des Preiſes für den Kubikfuß bezahlt, den man für den Kubikfuß des Hauptheiles giebt.

Um alſo das unregelmäßig gewachſene Holz hinſichtlich ſeines körperlichen Inhalts zu berechnen, hat man folgende

Fünfte Regel.

Man theilt den ganzen Baum der Länge nach in ſo viele Abtheilungen, als nöthig erſcheinen, und mißt die Länge einer jeden Abtheilung; die erſte Abtheilung vom Wurzelende an nimmt man fünf Fuß lang. Darauf mißt man die Stärke der vierkantigen Theile, und zwar genau in der Mitte einer jeden Längenabtheilung, ſowohl in horizontaler wie in perpendikulärer Richtung; darauf ſucht man das geometriſche Mittel aus beiden Dimenſionen einer jeden Abtheilung, und quadrirt dieſes Mittel; das Quadrat multiplizirt man mit der Länge der zugehörigen Abtheilung, und erhält damit den körperlichen Inhalt derſelben. Darauf addirt man die einzelnen ſo gefundenen Reſultate, und erhält in der Summe den kubiſchen Totalinhalt des ganzen Baumes.

In den verſchiedenen Ländern hat man verſchiedene größere körperliche Maaße als Kubikfuße; z. B. in England machen 50 Kubikfuß vierkantiges Schiffsbauholz, namentlich Krummholz, ein Load und 40 Fuß eine Tonne aus. Will man nun den körperlichen Inhalt in ſolch einem größeren Maaße ausdrücken, z. B. in Loads, ſo muß man natürlich die gefundene Kubikfußzahl durch die entſprechende Kubikfußzahl des größeren Maaßes, d. h. bei Loads durch 50 dividiren; der Quotient iſt dann die geſuchte Anzahl von Loads.

Man hat hiebei wohl zu merken, daß man das geometriſche Mittel zwiſchen der Breite und Dicke, oder der horizontalen und perpendikulären Dimenſion zu nehmen hat, und nicht etwa wie ungebildete Balkenmeſſer es thun, das arithmetiſche Mittel. Das geometriſche Mittel iſt die Quadratwurzel aus dem Produkte der Breite und Dicke; dagegen das arithmetiſche Mittel die Hälfte ihrer Summe; dies letztere wird um ſo mehr von dem richtigen Wurzelwerthe abweichen, je verſchiedener Dicke und Breite ſind. Iſt z. B. die Breite 9 Zoll und die Dicke 4 Zoll, ſo iſt die von beiden Dimenſionen gebildete Fläche gleich 36 Quadratzoll; davon iſt die Quadrat-

Digitized by Google

wurzel 6; das Quadrat dieſer Seite, oder 36, iſt jener Fläche gleich, und kann daher eben ſowohl als jene zum Multiplikator für die Länge gebraucht werden, um den körperlichen Inhalt zu ergeben. Um das geometriſche Mittel zu finden hat man alſo die urſprüngliche Proportion $4 : x = x : 9$, alſo $x^2 = 4 \cdot 9$, oder $x = \sqrt{4 \cdot 9}$. Das arithmetiſche Mittel dagegen wäre $4 - x = x - 9$; alſo $2x = 4 + 9$; $x = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$, wovon das Quadrat $42\frac{1}{4}$, was alſo bedeutend von 36 abweicht, und bei der Multiplikation mit einer größern Länge einen viel zu großen körperlichen Inhalt giebt.

Beiſpiel.

Man verlangt den körperlichen Inhalt eines Baumes, deſſen Dimenſionen folgendermaaßen gefunden worden: die erſte Länge am Wurzelende 5 Fuß, die beiden andern Dimenſionen 16 Zoll und 18 Zoll; die zweite Länge 13 Fuß, die beiden andern Dimenſionen 16 Zoll und 18 Zoll; die dritte Länge 12 Fuß, die beiden andern Dimenſionen 14 Zoll und 12 Zoll; die vierte Länge 10 Fuß, die beiden andern Dimenſionen 10 Zoll und 8 Zoll; der eine Aſt an Länge 9 Fuß, die beiden andern Dimenſionen 8 Zoll und 6 Zoll; der andere Aſt an Länge 8 Fuß, die beiden andern Dimenſionen 9 Zoll und 7 Zoll.

Für die erſte Länge $\sqrt{18 \cdot 16} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{18} = 4 \cdot \sqrt{18} = 4 \cdot 4{,}24 = 16{,}96$.

Dies iſt alſo das geometriſche Mittel zwiſchen den beiden Dimenſionen der erſten Längenabtheilung. Zur Erleichterung dieſer häufig vorkommenden Wurzelausziehungen dient die Tafel XCIX, Bd. III, S. 414 und 415, welche für die Zahlen von 1 bis 140 die Quadrate, Kuben, Quadratwurzeln und Kubikwurzeln enthält. Für die Zahl 18 findet man auf S. 414 die Quadratwurzel = 4,2426.

Zur Erleichterung der Rechnung kann man das Produkt aus dieſer Quadratwurzel und 4, welches 16,96 Zoll beträgt, gleich 17 Zoll = 1 Fuß 5 Zoll ſetzen. Es ſind 5 Zoll = 0,416 Fuß; um nun das Quadrat von 1,416 Fuß zu finden, kann man wieder die Tafel XCIX, Bd. III, S. 414 gebrauchen; dort findet man für die Quadratwurzel 1,414 die Zahl 2. Es iſt alſo die mittlere Durchſchnittsfläche des Wurzelendes = 2 Quadratfuß; dieſe multiplizirt mit der Länge 5 geben den körperlichen Inhalt deſſelben = 10 Kubikfuß. Berechnet man die Quadratflächen bis zu den Linien, ſo erhält man für alle angeführten Längentheile folgende Rechnung:

Abtheilungen.	Mittlere Dimenſionen. Fuß.	Zoll.		Fuß.	Zoll.	Quadratflächen. Fuß.	Zoll.	Linien.		Längen. Fuß.	Zoll.	Körperliche Inhalte. Fuß.	Zoll.	Linien.
I.	1	5	×	1	5	= 2	0	1	×	5	0	= 10	0	5
II.	1	5	×	1	5	= 2	0	1	×	13	0	= 26	1	1
III.	1	1	×	1	1	= 1	2	1	×	12	0	= 14	1	0
IV.	0	9	×	0	9	= 0	6	9	×	10	0	= 5	7	6
V.	0	7	×	0	7	= 0	4	1	×	9	0	= 3	0	9
VI.	0	8	×	0	8	= 0	5	4	×	8	0	= 3	6	8
												Körperlicher Inhalt des ganzen Baumes =	62	5	5

Digitized by Google

Statt dieſer Rechnungsweiſe bedienen ſich die Zimmerleute eines Maaßſtabes mit einem Schieber, welcher der Zug-Gunter-Skale (Bd. I, S. 785) ähnlich iſt.

Sechste Regel. 11

Zur Ausmeſſung und Berechnung des körperlichen Inhalts von Barkholz und gewöhnlichen Planken (Thik-stuff and planks).

Man multiplizirt die ganze Länge der Planken mit der Breite, welche genau in der Mitte gemeſſen iſt; das Produkt giebt den Flächeninhalt einer breiten Seite. Dieſe multiplizirt mit der Dicke der Planken giebt den körperlichen Inhalt in Kubikfußen, Zollen und Linien. Will man das Reſultat in einem größeren Körpermaaße, z. B. in Loads oder Tonnen ausdrücken, ſo hat man, wie oben (S. 2451) gezeigt, noch durch den entſprechenden Diviſor zu dividiren.

Beiſpiele.

1. Es wird der körperliche Inhalt in Loads von einer Dickplanke, oder einer Bergholzplanke verlangt, deren Länge = 49 Fuß, deren Breite in der Mitte = 1 Fuß 9 Zoll, und deren Dicke = 10 Zoll iſt.

49 Fuß mal 1,75 Fuß = 85,75 Quadratfuß, multiplizirt mit 10 Zoll = 0,833 Fuß giebt den körperlichen Inhalt = 71,43 Kubikfuß; dividirt durch 50 giebt 1 Load 21,43 Kubikfuß.

2. Man verlangt den körperlichen Inhalt in Loads von 10 Planken, deren Dicke = 2½ Zoll, deren Länge = 24 Fuß, und deren Breite = 13 Zoll iſt.

24 Fuß mal 1,08 Fuß = 25,92 Quadratfuß; dies multiplizirt mit 2½ Zoll = 0,2 Fuß = 5,184 Kubikfuß; dies iſt der körperliche Inhalt jeder einzelnen Planke; dieſer mit 10 multiplizirt giebt 51,84 Kubikfuß = 1 Load, 1,84 Kubikfuß.

Je regelmäßiger behauen und geſchlichtet das Bauholz iſt, um deſto mehr muß man den körperlichen Inhalt derſelben nach den ſtereometriſchen Lehren über Cylinder, Prismen, ganze und abgeſtumpfte Pyramiden und Kegel berechnen.

Wenn das Holz im Walde behauen wird, ſo muß es zur Hauptaufgabe 12
gemacht werden, es ſo groß und rund als möglich zu laſſen, weil der Bedarf nach großen und runden Bäumen immer da iſt. Jedoch muß man auch auf der andern Seite daran denken, daß theils die Meſſung ungenau, theils mancher innerliche Fehler des Holzes verdeckt bleibt. Da nun die Sicherheit und Haltbarkeit des Schiffsgebäudes von der Güte des angewandten Holzes ſo weſentlich abhängt, ſo muß bei dem Behauen die ſorgfältigſte Unterſuchung angeſtellt werden. Wenn der Boden, in welchem der lebendige Baum wuchs, trocken und dürre war, ſo iſt das Holz in den mehrſten Fällen geborſten und geſpalten.

Den Bäumen öfter die Aeſte zu behauen, oder das Vieh zum Abnagen der jungen Sprößlinge zuzulaſſen, iſt durchaus abzurathen, weil das Holz da-

Digitized by Google

durch sehr oft schwach wird, und in Fäulniß übergeht. Die größten Feinde junger Bäumchen sind die Kaninchen, welche jeden Schößling, sobald er über der Erde erscheint, sogleich abnagen.

Das gesundeste Holz wächst an solchen Stellen, wo der Boden aus fester Lehmerde besteht; daher ist auch das Englische Eichenholz demjenigen vieler andren Länder vorzuziehen. Denn selbst wenn die Englischen Eichen schon so lange gestanden haben, daß das Alter sie schwach macht, und die zum Wachsthum des Bauholzes zulässige Zeit längst vorüber ist, so zeigen sie doch noch eine Dauerhaftigkeit, wie die Eichen andrer Länder sie nur in dem kräftigsten Alter zu haben pflegen. Die besten Eichen andrer Länder sind die aus den Ostseeländern.

§. 356. Von der Mallenzeichnung und Mallung.

1 Ein Mall ist, wie schon oben gesagt, ein von schwachem Holz oder dünnen Brettern gemachtes Modell nach dem Belauf oder der Bucht irgend eines Stückes des Gebäudes. Es dient dazu, die Hölzer ihm gemäß mit Linien zu bezeichnen, und dann danach zu behauen. Das Auflegen des Malls auf das Holz, und das Zeichnen der Linien auf dem letztern heißt die Bemallung oder Mallung (Moulding). Die Mallenzeichnung (Laying off) heißt die Uebertragung der in den Bauriſſen nach kleinerem Maaßstabe gezeichneten Dimensionen der einzelnen Baustücke auf den Mallboden und die Bretter, aus denen die Mallen gemacht werden. Die Hauszimmerleute nennen die Mallen gewöhnlich Schablonen.

Auf den Werften findet sich immer ein Mallsaal oder ein Mallboden, d. h. ein großer Raum, dessen Fußboden schwarz angestrichen, und gehörig lang und breit ist, um die verschiedenen Linien der Bauriſſe in ihren natürlichen Dimensionen darauf, gewöhnlich mit Kreide, zu zeichnen. Ist der Mallboden oder die Mallflur lang genug, wie auf großen Kriegswerften, so kann das Schiff in seiner ganzen Länge gezeichnet werden; ist aber die Mallflur, wie bei Kauffahrteiwerften gewöhnlich, zu kurz, so muß die Mallenzeichnung in mehreren Längenabtheilungen gemacht werden. Um die rein und sorgfältig gezeichneten Bauriſſe nicht in dem Mallsaal zu verderben, trägt man die Dimensionen daraus in ein kleines Buch, als Bestecktafel, wie Tafel CIV und CV zusammen, und nimmt nur dieses mit auf den Mallsaal.

2 Man hat bei der Mallenzeichnung auf dem Mallboden ebenfalls drei Riſſe, den Seiten-, Spanten- und waſſerpaſſen oder Halbbreiten- oder Sentenriß. Zur gegenseitigen Prüfung werden die Linien des einen Riſſes zuweilen in den andern übertragen; am häufigsten geschieht dies mit dem Spanten- und Seitenriß, und dem Spanten- und waſſerpaſſen Riß; dagegen seltener mit dem Seiten- und waſſerpaſſen Riſſe.

3 Die Linien des Seitenriſſes werden vermittelst ihrer Höhen auf den Spantenriß übertragen, welche man von der Grundlinie absetzt. Werden sie längs der letzteren abgesetzt, so bilden sie theils Kurven, wie die größten Breiten-

Digitized by Google

linien, theils gerade Linien, wie die Diagonalen der Senten. Werden aber dieſelben Höhen auf einer und derſelben Vertikallinie übereinander abgeſetzt, ſo beſtimmen ſie auch die Stellen andrer Linien auf derſelben Vertikale, wie z. B. die Billenlinien (buttock-lines) die Stellen der Spanten beſtimmen. Alle Horizontallinien des Seitenriſſes ſind auch auf dem Spantenriſſe horizontal.

Die Linien des Senten- oder Halbbreitenriſſes werden auf den 4
Spantenriß vermittelſt ihrer Abſtände übertragen, die ſie an verſchiedenen Stellen von der Mittellinie des Sentenriſſes haben. Dieſe Abſtände werden in dem Spantenriſſe ebenfalls von der Mittellinie deſſelben aus abgeſetzt, aber bald in horizontaler, bald in diagonaler Richtung. Werden ſie nach einander längs der Mittellinie abgeſetzt, ſo bilden ſie Kurven, wie z. B. die Umriſſe der Flurbugten. Werden ſie in diagonaler Richtung abgeſetzt, ſo beſtimmen ſie die Oerter andrer Linien auf der Diagonale, z. B. die Stellen der Spanten auf den Diagonalen. Alle Linien, welche in dem Halbbreitenriſſe parallel mit der Mittellinie gehen, ſind auch in dem Spantenriſſe parallel mit der Mittellinie, und zwar in gleichen Abſtänden, z. B. die Billenlinien.

Wenn der Mallboden nicht lang genug iſt, um das Schiff ſeiner ganzen 5
Länge nach in eine Mallenzeichnung zu bringen, ſo muß ſchon von ſelbſt die Zeichnung in verſchiedenen Längenabtheilungen geſchehen. Es iſt aber auch nicht einmal vortheilhaft, die ganze Länge mit einem Mall zu zeichnen; denn manche Perpendikel des Vorſchiffs dienen auch für das Achterſchiff.

Wenn der Mallboden gehörig gereinigt und gewaſchen iſt, beginnt man 6
damit, eine gerade Linie von einem Ende zum andern der Länge nach zu ziehen, und zwar ſo, daß ſie, wenn der Raum es zuläßt, um die Tiefe des Kiels von der Seite oder dem Rande dem Mallbodens entfernt bleibt; dieſe Linie ſtellt den obern Rand der Kielſponning dar, von wo alle Höhen in dem Seiten- und Spantenriſſe abgeſetzt werden. Dieſelbe Linie ſtellt auch zugleich die Mittellinie des waſſerpaſſen Riſſes dar.

Nach dem rechten Ende dieſer Linie hin errichtet man auf ihr den vorder- 7
ſten Perpendikel, und ſetzt von ihm aus die Stelle des Hauptſpants ab, und zwei oder drei Spanten hinter demſelben. Darauf zieht man die zwiſchen dem Hauptſpant und dem vorderſten Perpendikel zu errichtenden Perpendikel, welche die Fugen der Spanten darſtellen, indem man ihre Abſtände, oder ihre Facken und Spanten (Room and space), aus der Seitenrißzeichnung oder aus der Beſtecktafel für Vor- und Achterſchiff, wie Tafel CIV, nimmt.

Hierauf zeichnet man den Vorſteven, und die übrigen Stücke der recht- 8
winkligen Schiffstheile wie bei den Riſſen auf dem Papier, nur daß überall die Dimenſionen zur wirklichen oder natürlichen Größe erweitert werden.

Sind die Mallen für die Spanten fertig, ſo müſſen auch die Schmie- 9
gungen (bevellings) gemeſſen werden (vergl. S. 2137 Nr. 6); denn ohne dieſe letztern können begreiflicher Weiſe die Hölzer nicht behauen werden, weil das Mall nur die Mallſeiten beſtimmt, d. h. die nach der Breite des Schiffs gemeſſenen Seiten der Spanten, von denen die eine dem Vorſchiffe, die andere dem Achterſchiffe zugekehrt iſt. Einige Schiffszimmermeiſter haben nur

Digitized by Google

zwei Schmiegebretter, das eine für das Vorſchiff, das andere für das Achterſchiff. Sie ſind dann ſehr lang, um alle Schmiegen aufnehmen zu können. Aber dieſe Einrichtung iſt ſehr unbequem, wenn große Schiffe gebaut werden ſollen; denn alsdann iſt eine bedeutende Anzahl von Leuten zugleich beſchäftigt, die ſich gegenſeitig hindern, und durch die vielen Schmiegezeichen irre geführt werden.

Die Schmiegebretter ſind dünne Dielen, auf denen die Schmiegungen der Spanten in ihrer natürlichen Größe aufgetragen werden. Man verfährt bei ihrer Bildung auf folgende Weiſe.

Man zieht zuerſt in dem waſſerpaſſen oder Halbbreitenriſſe die Breite der Spanten neben den Perpendikeln für die letztern ab, und zieht durch dieſe Punkte Parallellinien mit den Spantenperpendikeln bis dahin, wo ſie die ſchrägen Sentenkurven treffen. Das mittelſte Spantperpendikel trifft rechtwinklig auf alle Senten; die Perpendikel für die andern Spanten bilden aber ſchiefe Winkel mit den Sentenkurven, und zwar diejenigen des Vorſchiffs nach vorne hin ſpitze, nach hinten zu ſtumpfe; diejenigen des Achterſchiffs nach hinten zu ſpitze, nach vorne zu ſtumpfe; damit nun alle Schmiegwinkel ſpitze ſeien, oder nach dem gewöhnlichen Ausdrucke innerhalb des Winkels (d. h. des rechten) fallen, zieht man die parallelen Perpendikel für die Vorderſpanten an der Vorderſeite, für die Achterſpanten an der Achterſeite der Hauptperpendikel. Die Länge der parallelen Perpendikel in dem waſſerpaſſen Riſſe, oder die halben Breiten der geſchmiegten Spantenränder ſetzt man in dem Spantenriſſe ebenfalls von der Mittellinie aus, aber auf den ſchrägen Senten, d. h. auf den Diagonalen ab. In dem Spantenriſſe erhält man alsdann für jedes Spant, wenn man durch alle abgeſetzten Punkte Kurven zieht, eine zweite Linie, welche mehr oder weniger von der erſten Kurve abweicht.

Hierauf läßt man ein Brett, Tafel XXXV, D, Fig. 322, abcd, von der Breite der Spanten rechtwinklig behobeln, und theilt die eine Kante ab deſſelben in ſo viele Theile, als man Spanten hat, und zieht Perpendikel nach der andern Kante cd hinüber, wodurch man dieſelben Eintheilungen auch auf dieſer Seite erhält, und das ganze Brett vorläufig von oben bis unten mit Parallellinien der Quere nach überzogen iſt. Die oberſte von ihnen giebt die Schlicht- oder Binnen- und Außenſeite des Hauptſpants ⊕, und dieſe zieht man völlig aus; dagegen die andern Parallellinien werden wieder ausgelöſcht, weil ſie nur zur Beſtimmung der Eintheilungspunkte auf der Seite cd dienen ſollten.

Man legt nun in dem Halbbreitenriſſe die Schmiege (S. 2437), d. h. den mit beweglicher Zunge verſehenen Maaßſtab, mit dem einen Arme genau an den Hauptperpendikel jedes einzelnen Spants, und ſchiebt den andern Arm, bis er den Punkt berührt, wo der Parallelperpendikel die Sente berührt. Die ſo geſtellte Schmiege legt man auf das Schmiegebrett, und zieht von dem betreffenden Spantenpunkte am Rande ab die ſchräge Linie nach dem Rande cd hinüber, wie der geſtellte Schmiegungswinkel ſie giebt.

Will man noch genauer, als mit der Schmiege übertragen, ſo muß man

Digitized by Google

im waſſerpaſſen Riſſe an jedem Hauptperpendikel, wo er die Sente trifft, eine kleine Parallellinie mit der Mittellinie nach der Seite des Parallelperpendikels hin, und den letztern bis zu der kleinen Parallel- oder Horizontallinie ziehen; von dem dadurch entſtehenden Schnittpunkte mißt man jetzt rückwärts bis zur Sente, und dieſe Zirkelſpannung ſetzt man auf dem Schmiegebrett und zwar am Rande cd von dem betreffenden, zuerſt von ab herübergenommenen, Theilpunkte nach unten hin ab, und zieht dann vom entſprechenden Theilpunkte der Seite ab die ſchräge Linie nach dem neu erhaltenen Punkte.

Die genannte Figur 322 iſt ein Schmiegebrett für das Vorſchiff, deshalb ſind die Spanten mit den großen lateiniſchen Buchſtaben, wie in den Seitenriſſen Tafel XXXVII und XXXVIII, bezeichnet. Die Figur 323 iſt ein Schmiegebrett für das Achterſchiff, und enthält daher die Bezeichnungen mit Zahlen.

Bei größeren Schiffsgebäuden, wo man die Schmiegungen der Spanten 11
an mehreren Stellen beſtimmen, und viel mehr Senten auf dem Riſſe zeichnen, und bei der Errichtung der Spanten wirklich *ſcheeren*, d. h. ihnen entſprechende Latten befeſtigen muß, iſt es bequemer, *die Schmiegungen jedes einzelnen Spants auf allen Senten auf ein beſonderes Brett* deutlich abzutragen. Auch iſt es zur Genauigkeit der Arbeit erforderlich, auf den Mallen die Richtungen der Senten anzuzeigen, und darauf ſtrenge zu halten, daß dieſe Richtungen bei der Bemallung des Holzes auch ſogleich auf dieſem ſelbſt bezeichnet werden; damit die Richtung völlig beſtimmt ſei, in welcher der Schmiegenſtock oder die Schmiege an die Dicke des Spants angeſchlagen werden muß, und die nach der Schmiegung des Spants an dieſer Stelle gerichtete Zunge die Schmiegung des Spants genau anzeigt.

Jede Schmiegung muß, wie ſich von ſelbſt verſteht, durch eine hinreichende Bezeichnung vor der Verwechſelung mit den andern gehütet werden.

Wenn für jedes Spant ein eigenes Schmiegebrett gemacht wird, ſo iſt frei- 12
lich die Verwechslung bei einer großen Menge von Arbeitern leichter. Es iſt deshalb am beſten, für die rechtwinkligen Spanten vier Schmiegebretter zu haben; eines für die Lieger des Vorſchiffes; eines für die Auflanger deſſelben; eines für die Lieger des Achterſchiffes, und eines für die Auflanger deſſelben. Bezeichnet man alsdann noch die Schmiegebretter für das Vorſchiff an dem rechten Rande, die für das Achterſchiff an dem linken, ſo kann nicht ſo leicht eine Verwechslung entſtehen.

Man nimmt die erſte Schmiegung bei der Kurve der Liegermitte (cutting down-line), und beginnt mit dem Hauptſpant; dieſes ſo wie die ihm zunächſt ſtehenden Spanten haben eine rechtwinklige Schmiegung, die man auf das Schmiegebrett aufträgt. Darauf legt man nach und nach den Schmiegeſtock an die einzelnen Spanten, unterhalb der Kurve der Liegermitte, und die Zunge genau an dieſe letztere, ſo erhält man die entſprechenden Schmiegungen, und trägt ſie in der vorher angegebenen Weiſe auf das Schmiegebrett.

Wie die ſchräge Stellung der *Hukſpanten* gefunden, und in dem waſ- 13
ſerpaſſen Riſſe dargeſtellt wird, iſt oben (S. 2409) gezeigt. Man muß dabei die größte Vorſicht gebrauchen, und ſich vollkommen überzeugen, daß die äußerſten Enden des Vor- und Achterſchiffs ſchöne Kurven bilden, denn ſind erſt die

Digitized by Google

Hukſpanten aufgeſtellt, ſo laſſen ſich dieſe Kurven nicht mehr ändern. Eines der wirkſamſten Mittel iſt das ſogenannte Prüfungs- oder Probeſpant; man zeichnet nämlich in dem Vor- und Achterſchiffe des Spantenriſſes noch ein erdichtetes Spant, wenn nöthig noch zwei, und dieſe heißen die Probeſpanten. Für das Achterſchiff zeichnet man das Probeſpant zwiſchen dem Außenende des Heckbalkens, und dem hinterſten regelmäßigen Spant, wie Tafel XXXVII, Fig. 2, das nur punktirte Achterſpant PcdP; im Vorſchiffe ſetzt man vor das vorderſte regelmäßige Spant ebenfalls noch ein oder zwei Probeſpanten. Dieſe überträgt man auch auf den Seiten- und den waſſerpaſſen Riß, und kann alsdann die Waſſerlinien auf dem waſſerpaſſen Riſſe mit ihrer Endkrümmung zeichnen und prüfen. Für jedes Hukſpant muß ein eigenes Schmiegbrett gemacht werden.

14 Um die Schmiegungen der Spiegelwrangen zu finden, legt man den Schmiegeſtock an den obern Rand der betreffenden Wrange im Seitenriſſe, und die Zunge an die Billenlinien (buttock-lines), ſo daß ſie genau an den untern und obern Rand der Wrange anſchließt.

15 Um die Schmiegungen der Klüshölzer und der Klüsholzpöller (knight-head) zu finden, legt man den Schmiegeſtock an die Linien der Klüshölzer und Klüsholzpöller in dem waſſerpaſſen Riſſe, und die Zunge an das vorderſte Hukſpant.

16 Das Geſagte reicht hin, um eine Ueberſicht der Mallenzeichnung und der Mallung zu geben; beſonders wenn man noch die Erklärungen hinzunimmt, welche von S. 2314 bis 2317 über die Mallung nach einem Mall (wholemoulding) gegeben worden.

§. 357. Der praktiſche Schiffbau in fortſchreitender Reihenfolge.

1 Der erſte Anfang des eigentlichen Baues beginnt natürlich mit der Einrichtung des Bauplatzes. Angenommen, dieſer ſei, was bei dem Bau der Kauffahrteiſchiffe am häufigſten vorkommt, keine Dock, und auch keine Helling (vrgl. S. 2384 und 2385), ſondern nur eine ſich ſchräg nach dem Waſſer zu ſenkende Uferſtelle, ſo muß erſt der Stapel errichtet werden. Die einzelnen Klötze, aus denen er beſteht, werden in gegenſeitigen Abſtänden von fünf Fuß, aber nicht unmittelbar auf den Erdboden, ſondern auf eine eigens gebildete Unterlage gelegt. Zu der letztern treibt man Pfähle in den Boden, und befeſtigt auf dieſen große Balkenſtücke, gewöhnlich von ſchadhaftem Holz. In der Mitte der Grundlage werden in den angegebenen Abſtänden die unterſten Stapelblöcke, welche, wie Tafel XXXVII, Fig. 5, a, a, a zu ſehen, die längſten und breiteſten ſind, mit ihrer wohlgeſchlichteten Unterſeite auf die Balken der Unterlage gelegt, und an den Ecken feſtgeſpickert. Auf die untere Blockreihe wird eine zweite Reihe von kürzeren Blöcken gelegt u. ſ. f., jedoch ſo, daß je weiter vom Waſſer ab die unterſten Blöcke liegen, deſto mehr von ihnen übereinander gelegt werden, und demnach die oberſte Reihe eine nach dem Waſſer zu ſchräge Linie

Digitized by Google

bildet. Jeder Block, der auf einem andern liegt, wird mit hölzernen Nägeln feſtgeſpickert; die ganz oben liegenden ſind etwa 16 Zoll breit, und 2 bis 3 Fuß lang, und die oberen Ränder ihrer beiden Enden mit ſchrägen Flächen abgeſtumpft. Auf die oberſte Blockreihe werden noch ſogenannte Kappen mit hölzernen Nägeln befeſtigt. Dieſe Kappen ſind viereckige Eichenklötze, welche die Breite der Stapelblöcke und eine Höhe haben, welche einige Zoll mehr beträgt, als die Tiefe, oder ſenkrechte Stärke des falſchen oder loſen Kiels. Sie liegen in der Mitte der oberſten Blöcke, und ſind ſo geſchnitten, daß ihr Holzſtrich genau parallel mit der Länge des Kiels geht. Auf dieſe Kappen kommt der Hauptkiel zu liegen; die Nägel, mit denen ſie feſtgeſpickert ſind, ſtehen nahe an ihren Enden, ſo daß ſie weiter aus einander liegen, als die Kielbreite beträgt. Soll nachher der falſche oder loſe Kiel unter dem Hauptkiel befeſtigt oder eingezogen werden, ſo werden dieſe Kappen eine nach der andern weggeſchlagen, was leicht geſchieht, indem ihre Lage nach dem Holzſtriche macht, daß ſie ſchnell ſpalten und ausſpringen.

Die Höhe und die Abſchüßigkeit der Stapelblöcke hängt von der Größe des zu bauenden Schiffes, und von der Tiefe des Waſſers ab, in welches daſſelbe beim Auflaufen zuerſt hineinkommt. Man muß dabei beſonders Sorge tragen, daß der Kinnbacken des Kiels (the forefoot) beim Ablaufen frei von der hinteren Unterlage bleibt, indem man Etwas wegen der Senkung des Schiffes zugiebt.

Die Abſchüſſigkeit oder Senkung des Stapels nach dem Waſſer zu wird verſchieden beſtimmt; die geringſte iſt $\frac{5}{8}$ eines Zolls auf einen Fuß der Länge; die größte 1 Zoll auf einen Fuß Länge; die gewöhnlichſte $\frac{3}{4}$ Zoll auf einen Fuß Länge. Für kleinere Schiffe iſt die Abſchüſſigkeit immer ſtärker als für größere; und der vordere Theil der Bahn dicht am Waſſer bekommt wieder etwas mehr Neigung als der Stapel ſelbſt. Nach der Breite des Schiffs gemeſſen liegen alle Stapelblöcke horizontal; nach der Länge deſſelben bildet die Oberfläche der oberſten eine gerade Linie, die ſich dem Waſſer zuſenkt. Nur die Blöcke, welche unter dem Achterſchiffe liegen, werden etwas höher als dieſe gerade Linie gelegt, weil das große Gewicht dieſes Schiffstheiles die Blöcke während des Baues immer ein wenig niederdrückt. Der Bau ſelbſt wird übrigens bei den mehrſten Nationen ſo begonnen, daß das Achterſchiff dem Waſſer zunächſt ſteht, alſo auch beim Ablaufen zuerſt ins Waſſer kommt; das Schiff, Tafel XXXVII, Fig. 5, iſt ebenfalls ſo aufgeſetzt, indem der niedrigſte, alſo dem Waſſer nächſte Stapelblock unter dem Achterſchiffe liegt.

Der Kiel iſt gewöhnlich von Ulmenholz, das nach den Dimenſionen der 2
Beſtecktafel geſägt wird. Beim Sägen der Langſcherben oder Laſchingen muß gegen das Ende hin Holz zu den Haaken der Verſcherbung gelaſſen werden, welche ſich gewöhnlich um 1 oder $\frac{5}{4}$ Zoll über der ſchrägen Fläche erheben. Wenn die Scherben genau auf einander gepaßt oder geſchlichtet worden, ſo wird der untere Rand der einen Scherbe etwa $\frac{1}{4}$ Zoll tief, und 3 bis 4 Zoll aufwärts abgenommen, um die Fuge der Laſching kalfatern zu können. Die Sponning wird bei den mehrſten, namentlich bei Kriegsſchiffen, vom obern Rande

Digitized by Google

des Kiels in der Dicke der Bodenplanken, oder des Sandſtrooks abgeſetzt. Bei vielen Kauffahrteiſchiffen haut man die Spouning in der Mitte der perpendikulären Kielſeite aus. Die einzelnen Kielſtücke werden alsdann auf die Stapelblöcke gebracht, und getheerter Flanell zwiſchen die Scherben gelegt. Darauf werden die letztern verbolzt, der ganze Kiel gekentert oder auf die Seite gelegt, um die Laſchingsfugen zu kalfatern, und hierauf zurückgekentert, und in gerader Richtung in der Mitte der Stapelblöcke mit hölzernen Nägeln auf dieſelben feſtgeſpickert, damit er während des ganzen Baues dieſelbe Lage unverrückt behält. Ueber die Laſchingsfugen werden ¾ Zoll dicke eichene Latten, mit zwiſchen gelegtem getheertem Flanell, eingelaſſen.

Die allgemeinen Dimenſionsbeſtimmungen für den Kiel ſind folgende: ſeine Höhe oder perpendikuläre Seite beträgt den achten Theil ſeiner Länge nach Fußen in Zollen ausgedrückt; oder für jeden Fuß der Länge hat er 1 Linie 6 Punkte Höhe: denn der achte Theil der Fuße in Zollen ausgedrückt heißt der 96. Theil eines Fußes; da nun der ganze Fuß 144 Linien enthält, ſo iſt 1 Linie 6 Punkte der 96. Theil.

Seine horizontale Breite iſt 10 Linien 8 Punkte für jeden Zoll der Höhe oder ⅝ derſelben. Die Höhe iſt theils der Laſchungen wegen größer, theils wegen der größeren Stärke bei gleicher Holzmaſſe, weil der Kiel beſonders in perpendikulärer Richtung zu tragen hat.

3 Das Todtholz oder die Kielklötze ſind von Eichenholz, und werden auf die Oberſeite des Kiels mit feſt anſchließender Schlichtung gelegt, und mit hölzernen Nägeln feſtgeſpickert. Ihre Dicke oder Höhe hängt von der Geſtalt der Kurve der Liegermitte ab; gegen die Mitte des Schiffs überragt ihre obere Breite, nach dem Belaufe der Spanten, die Kielbreite um etwa zwei Zoll auf jeder Seite. Ihre Laſchungen verſchießen gegen die Laſchungen des Kiels. Im Vor- und Achterſchiff werden ihre Seiten nach den Mallen der Spanten behauen.

4 Der Vorſteven wird aus zwei oder mehreren Stücken des beſten Eichenholzes zuſammengeſetzt, die mit Haakenſcherben zuſammengelaſcht ſind. Er wird erſt an der Schlichtſeite und dann nach dem Mall an der Mallſeite behauen. Darauf wird die Sponning eingehauen. Es iſt ſehr vortheilhaft, auf den Seiten des Vorſtevens die Höhen der Senten, Decke, Sloikniee u. ſ. w. zu bezeichnen, und auch eine auf dem Kiel ſenkrecht ſtehende Linie zu ziehen, um bei dem fortſchreitenden Baue eine Leitung zu haben.

5 Der Binnenvorſteven wird ebenſo wie der Vorſteven erſt geſchlichtet und dann gemallt. Er paßt mit ſeiner Vorderſeite genau an die Achter- oder Binnenſeite des Vorſtevens. Seine Laſchungen verſchießen gegen diejenigen des Vorſtevens, und die letztern werden mit Bolzen verbolzt, die von Außen durch den Vorſteven und Binnenvorſteven gehen, und auf der Binnenſeite des letztern verklunken werden. Getheerter Flanell wird in die Laſchingfugen gebracht.

6 Die Pöllerklüshölzer (bollard-timbers) werden ſo behauen und geſchlichtet, daß ſie genau an die Seiten des Vorſtevens und Binnenvorſtevens paſſen; mit ihrer andern Seite müſſen ſie genau an die Seiten der eigent-

Digitized by Google

lichen Klüshölzer ſchließen. Mit dem Vorſteven und Binnenvorſteven werden ſie durch Haakenſcherben verbunden und verbolzt. Ihre Schmiegung kommt bei der Mallung in Betracht.

Die eigentlichen Klüshölzer müſſen in der Gegend der Klüsgatten 7
oder Klüſen genau an einander ſchließen; über und unter denſelben ſtehen ſie etwa 1½ Zoll auseinander, um den Luftzug durchzulaſſen. Sie werden beſchmiegt und bemallt, und mit einander und den Pöllerklüshölzern verbolzt, doch ſo, daß die Bolzen frei von den Bugbändern bleiben.

Der Achterſteven wird am beſten ſo behauen, daß man ſeine nachhe- 8
rige Achterſeite nach oben legt, eine Mittellinie auf ihm zieht, und nach beiden Seiten hin die in der Beſtecktafel angegebene halbe Dimenſion abſetzt. Darauf kentert man den Balken, und legt das Mall an. Alsdann wird die Sponning ausgehauen, und werden die Stellen der Wrangen und Senten bezeichnet. Am Fußende oder der Hieling läßt man einen Zapfen ſtehen, welcher ein Drittel der Kielhöhe zur Länge und ein Drittel der Kielbreite zur Dicke hat. Nach der Länge des Kiels gemeſſen erſtreckt ſich der Zapfen zweimal ſo weit, als ſeine Dicke beträgt. In dieſer Richtung hin verjüngt ſich die Dicke des Zapfens um ⅜ Zoll auf jeder Seite. Das Zapfenloch im Hinterende des Kiels hat natürlich die entſprechenden Dimenſionen. Die Sponning wird am oberen Ende wie ein gleichſeitiges Dreieck, nach der Dicke der Planken, ausgehauen; am untern Ende bildet ſie mit ihrem Achterrande einen ſtumpfen Winkel. Die Dimenſionen ſind im Allgemeinen aus der Beſtecktafel CV, S. 423, zu erkennen; am untern Ende iſt die Breite des Achterſtevens der Breite des Kiels gleich, beide nach der Breite des Schiffs gemeſſen. Sobal der gehörig behauen iſt, legt man ein eiſernes Band um ſeinen Kopf, um ihn vom Berſten abzuhalten.

Der Binnenachterſteven ſchließt ſich genau an die Vorderſeite des 9
Achterſtevens; ſein Kopf wird einen Zoll tief in die Unterſeite der zunächſt darüber liegenden Wrange eingelaſſen. An den Hauptſteven wird er mit hölzernen Nägeln geſpickert, und unten ſteht er in einem Zapfenloche des Kiels mit einem ähnlichen Zapfen wie der Achterſteven ſelbſt.

Die Wrangen werden zunächſt behauen. Zu ihnen, und namentlich 10
zum Heckbalken, wird das beſte, völlig fehlerfreie, Holz genommen, weil ſie die größte Mühe und die größten Koſten verurſachen, wenn ſie ſpäterhin ſchadhaft werden, und durch neue Hölzer erſetzt werden ſollen. Sie müſſen, wie die Planken (S. 2429), Top- und Rathweiſe verſchießen, und wegen ihrer Ausbugt und Aufbugt ſehr genau beſchmiegt werden. An ihren Enden haben ſie Zapfen, mit denen ſie in den Randſomhölzern ruhen.

Die Spantenſtücke erfordern große Vorſicht und Genauigkeit im Be- 11
mallen, Beſchmiegen und Behauen. Gegen die Mitte der Stücke dürfen keine Krümmungen oder Schmiegungen angebracht werden, welche das Holz zu ſehr vermindern. Zu den Spantentheilen muß das geſundeſte und beſtgewachſene Holz genommen werden. Wo Kalven (chocks) unvermeidlich werden, muß das Holz der Hauptſtücke wenigſtens ein Drittel von ſeiner Mallſeitenſtärke behalten, und die Verſcherbungsſeiten der Kalven dürfen nicht länger als ein

Digitized by Google

und ein halb Mal die Schlichtseite der Spanten sein. Die Twillen- und Piekstücke finden sich selten von natürlichem Wuchse; sie müssen daher aus mehreren Stücken zusammengesetzt werden, was durch mancherlei Arten von Laschungen geschieht.

Sobald Vorder- und Achtersteven aufgerichtet sind, wird von dem einen zum andern in gewisser Höhe, horizontal und genau über der Mitte des Kiels eine Schnur gespannt, um an derselben die symmetrische Aufzimmerung aller übrigen Bruchstücke abmessen zu können. Von der genauen Bearbeitung und richtigen Aufstellung der Spanten hängt die Güte des ganzen Gebäudes vorzugsweise ab.

Wenn die einzelnen Spantentheile zusammengebolzt sind, und zur Aufrichtung und Einsetzung aufgeheißt werden sollen, so können sie leicht während des Heißens durch die verschiedene Schwere und Lage der einzelnen Theile verzogen und gelockert werden. Um dies zu verhüten werden, namentlich bei schweren Spanten, über die Fugen der Laschungen dünne Balkenstücke genagelt, und an der Innenseite der runden Bugten Stützen, wie Chorden eines Kreisbogens, mit Klampen am Fuß- und Topende befestigt; darauf wird eine Kette rund um die äußere Seite des ganzen Spants gelegt und festgespannt. Diese Vorsicht sollte eigentlich bei allen, auch den leichteren Spanten, angewendet werden. Denn wird eines verzerrt und gelockert, so ist die genaue Gestalt und die Sicherheit des ganzen Gebäudes schon verringert.

12 Um die Kielstücke, Steven, Spanten und übrigen schweren Hölzer aufzuheißen und einzusetzen, wird quer über der Stapelbahn ein **Bock** errichtet. Dies ist, wie Tafel XXXIII, A, Fig. 2 und Tafel XXXIII, B, Fig. 1 am Bord eines Schiffs, so hier auf der Werfte eine Maschine, die aus zwei unbearbeiteten Masten besteht. Diese werden an ihrem oberen Ende mit einem hinreichend starken Tau zusammengesorrt, und heißen dann die **Spieren** des Bocks; die unteren Enden derselben stehen auseinander, so daß beide Spieren die Schenkel eines gleichschenkligen Dreiecks bilden, dessen Basis der Erdboden ist. Die Füße der Spieren kommen auf sogenannte Schuhe zu stehen, wie Tafel XXXIII, A, Fig. 2, damit sie nicht in den Erdboden (oder am Bord in das Deck) eindringen. Die Sorrung der oberen Enden heißt **die Nähung des Bocks**. Um die Spieren aufrechtstehend zu erhalten, werden an das obere Ende der Spieren starke Taue befestigt, und zu beiden Seiten der Spieren, wie in der zuletzt genannten Figur dd, mit Takeln festgesetzt, die man an passenden Stellen der Stapelbahn (oder des Decks) festhaakt. Diese Taue heißen die **Backstage** des Bocks. Nahe über der Nähung sind auch einscheibige Blöcke mit Jolltauen angebracht, vermöge welcher der Bock aufgerichtet und auch wieder niedergelassen oder abgeviert werden kann. Zwischen den Spieren des Bocks hängt eine schwere Gien, mit denen die einzelnen Stücke und Lasten aufgeheißt werden.

Weil der Bock eine so oft gebrauchte Maschine ist, die man auch am Bord zu errichten hat, so muß man die Dimensionen ihrer Bestandtheile kennen, um darnach ihre Stärke beurtheilen zu können. Bei dem Bau der größten Kriegs-

Digitized by Google

ſchiffe braucht man zu den Bockſpieren zwei Maſten, jeden von 19½ Zoll im Durchmeſſer, und 66 Fuß lang; ihre Fußenden werden, von der Außenſeite zur Außenſeite gemeſſen, 46 Fuß und 4 Zoll auseinander geſtellt. Die Gien beſteht aus vier dreiſcheibigen Blöcken, 28 Zoll lang, die Scheibe mit metallnen Büchſen; die Läufer von neuen Tauen, die 8 Zoll im Umfang haben.

Beim Aufheißen der Spanten kommt ein Takel an die Hielung, um das Spant von der Sente frei zu halten, eines oder zwei nahe an der größten Breite, und eines ebenfalls an die Hielung, um zu verhüten, daß das Spant zu weit ins Schiff hineingeht.

Wenn die Spanten aufgeheißt ſind, werden ſie abgeſtützt, d. h. es werden von beiden Seiten die ſogenannten Schoren, d. h. Stützen, darunter geſtellt, welche während des ganzen Baues bis zum Ablaufen ſtehen bleiben. Die gegen die Steven geſtellten heißen Stevenſchoren; die unter den Sloikniee ſtehenden die Sloiſchoren; und die unter der Flur und den Seiten ſenkrecht ſtehenden die Steekſchoren. Damit auch die Spanten für ihre Breite eine Haltung bekommen, ſo werden die ſogenannten Quer- und Kreuzſpähne (cross-spales) angebracht. Dies ſind föhrene Planken, welche in gewiſſen Höhen quer an die Spanten genagelt werden, um dieſelben ſo lang in ihrer richtigen Breite auseinander zu halten, bis die Deckbalken und deren Kniee angebracht werden. Die größte Breite und die Stelle der Topſente ſind die am meiſten gewählten Höhen, um die Querſpähne anzubringen; wenn aber der Bau nicht zu lange dauert, und man ſich auf den Grund des Stapels verlaſſen kann, ſo iſt die Höhe der Pforten wegen mancher andern Vortheile beſſer dazu. Auf den Querſpähnen wird genau die Mittellinie und die Breite des Schiffs an der Stelle des Spahns bezeichnet; und mit der letztern muß die Außenſeite des Spants genau zuſammentreffen, ehe die Spähne angenagelt werden.

Die Senten an der Seite (ribbands), und die Spiegel- und Bug- 13
ſenten (harpins) ſind föhrene Planken, ungefähr fünf Zoll breit; die letzteren werden nach einem Mall gearbeitet. Sie werden rund um das Schiff an die Spanten genagelt, und bleiben daran bis die Planken an ihre Stelle kommen. Die Schoren werden unter ihnen angeſetzt. Die Unterſcheidung von ſchrägen und von horizontalen oder waſſerpaſſen Senten gilt nur für die Zeichnung der Bauriſſe; die horizontalen ſind blos gedachte Linien, d. h. die Projektionen der ſchrägen Senten auf einer Horizontalebene; die ſchrägen aber werden in den wirklichen Senten dargeſtellt und an die Spanten befeſtigt, nachdem man ſie gemäß den Schmiegemarken behauen und angeſetzt hat. Läßt man ein Senkblei von der Mittellinie der Querſpähne auf die Oberſeite des Kiels oder der Flur herabhängen, ſo muß es genau auf die Mittellinie des Kiels treffen, wenn das betreffende Spant mit ſeiner Breitendimenſion richtig horizontal ſteht.

Mit Hülfe einer Schnur, die man in der größten Breite der Spanten quer durch ſie und zwar horizontal ſpannt, kann man genau meſſen, ob das Spant den gehörigen Winkel mit der Mittellinie des Kiels macht.

Digitized by Google

Ebenſo kann man mit Hülfe einer langen dünnen Latte meſſen, ob die Pforten ihre gehörigen Stellen erhalten haben, nachdem man auf dieſe Latte die Entfernungen derſelben von dem Mallboden aufgetragen. Die Senten werden darauf feſtgenagelt und die Schoren darunter angeſetzt. Damit die letzteren ſich nicht verſchieben, wird ihr Top mit einem hölzernen Nagel gegen das Spant, und ihr Fuß mit einem gleichen gegen die Unterlage des Stapels befeſtigt. Dieſe Nägel heißen im Engliſchen nogs. Die Spiegel- und Bugſenten werden wegen ihrer Krümmung aus zwei oder mehreren Stücken mit Haakenſcherben zuſammengeſetzt, und die Scherbenfugen mit eichenen oder ulmenen Brettern der größern Haltbarkeit wegen bedeckt.

14 Das Kolſchwinn wird nach den Dimenſionen der Beſtecktafel behauen, und an ſeiner Unterſeite werden, wie Tafel XXXVII, Fig. 6, X, X zu ſehen, die Kerben ausgehauen, mit denen es über den Flurſtücken zu liegen kommt. Ehe es aufgelegt wird müſſen alle darunter liegenden Fugen und Nathen wohl kalfatert und getheert, und die ganze darunter liegende Oberfläche mit Theer beſtrichen ſein. Die Scherben des Kolſchwinns ſind Haakenſcherben; die Mitte jeder Scherbe muß auf die Mitte eines Flurſtücks zu liegen kommen, und gegen die nächſtliegenden Scherben des Kiels gehörig verſchießen. Die Bolzen, mit denen das Kolſchwinn durch jedes Flurſtück verbolzt wird, reichen durch den Hauptkiel, und werden auf deſſen Unterſeite auf Platten verklunken. Wenn die Platten in das Holz eingelaſſen worden, muß man die Randfugen auch kalfatern laſſen. Bei Oſtindienfahrern reichen dieſe Bolzen ſogar bis zur Unterſeite des loſen Kiels, wo ſie verklunken werden. Die ſehr langen Bolzen, wie diejenigen im Vor- und Achterſchiff, welche noch durch die Kielklötze gehen, haben eine doppelte Drift, d. h. ſie ſind an ihrem oberen Ende um ein Achtel Zoll dicker als an ihrem vorderen, ſo daß ſie je weiter hineingetrieben um deſto mehr das Loch im Holze ausfüllen. Uebrigens müſſen dieſe Bolzen frei von den Fugen der Kielſcherben bleiben.

15 Das innere Slempholz vorne (vergl. S. 2345 Nr. 14) ſchließt genau an die Oberſeite des Kolſchwinns und die Achterſeite des Binnenvorſtevens; mit dem Kolſchwinn iſt es außerdem durch eine Haakenſcherbe verbunden.

16 Das Knie des Achterſtevens, oder das Reitknie (vergl. S. 2345 Nr. 13) iſt an dem liegenden Arme durch eine Haakenſcherbe mit dem Hinterende des Kolſchwinns verbunden, und liegt mit dem ſtehenden Arme an dem Binnenachterſteven und den Spiegelwrangen. Gegen die Steven und Wrangen iſt es verbolzt. Die Unterſeite ſeines liegenden Armes ruht auf dem hinteren Kielklotze.

17 Die Gillingsleiſten an der obern und untern Gilling (vergl. S. 2347 und 2348) werden nach ihrer Auf- und Ausbugt behauen, und dann an die Randſomhölzer befeſtigt.

18 Für die Anlegung der Planken und Berghölzer iſt zuerſt ein ſolcher Ausbreitungsriß, wie Tafel XXXIX, mit aller Genauigkeit zu zeichnen (vergl. S. 2428 bis 2432). Alsdann iſt es am ſicherſten, für jede Planke eine dünne Latte als Maaßſtab einzurichten, auf welchem von drei zu drei Fuß die

Digitized by Google

verschiedenen Breiten angegeben sind, welche die Planken dann erhalten, wenn sie ankerstocksweise an einander gefügt werden. Im Englischen heißen diese Maaßstäbe spilings. Es läßt sich auch auf diese Weise bei jeder einzelnen Planke am leichtesten erkennen, ob ihre Ränder frei vom Splint sind, d. h. schon zum Kernholz gehören. Die untern Hintertheile der Berghölzer endigen sich gewöhnlich an den Enden des Heckbalkens, und erfordern eigene Malle.

Die Binnenbordsplanken, namentlich die Balkweger (vergl. 19
S. 2364 Nr. 37), richten sich nach dem Belauf des Decks, unter dem sie liegen. Ihre Oberkante hängt auch von der Aufbugt der Deckbalken ab; ihre Unterkante bildet hinsichtlich ihrer Dicke einen rechten Winkel mit den Spanten. Ueber den Pforten werden die Balkweger ungefähr von der Mitte ihrer senkrechten Seite an bis nach unten um einen Zoll dünner gehauen, ausgenommen in der Mitte; hier nämlich bleibt über jeder Pforte ein Halbkreis von dickem Holz stehen, gegen welchen die Mündung der Kanone anliegt, wenn sie aus der Pforte zurückgezogen, und dann so gegen die Schiffsseite befestigt wird, wie die Kanone Nr. 1 in Fig. 6 auf Tafel XXXVIII.

Bei den Deckbalken läßt man an der Seite, gegen welche ein horizontales 20
Knie anliegen soll, ein so breites Schwanzstück stehen, als das Holz zulassen will. Diese schräge anwachsende Breite des Balkens macht dann, daß das Knie einen stumpfen Winkel machen darf, und also um so eher von natürlichem Wuchse gefunden werden kann. Die beiden vordersten Deckbalken können solche Schwanzstücke auch an der Seite behalten, an welcher die hängenden oder senkrechten Kniee anschließen; diese letztern brauchen dann nicht so stark beschmiegt zu werden, wie es sonst die Krümmung des Schiffs an dieser Seite erfordern würde. Für die Aufbugt der Deckbalken dient ein Mall, welches einen Kreisbogen darstellt, dessen Chorde wenigstens die Länge des Segelbalkens, d. h. des längsten Deckbalkens hat.

Wenn Deckbalken aus einem Stück bestehen, so müssen sie so bearbeitet werden, daß ihre Wurzelenden wechselweise nach Backbord und nach Steuerbord zu liegen kommen; es sind nämlich die Wurzelenden der Bäume diejenigen Theile, welche der Fäulniß und dem sonstigen Verderben am meisten unterworfen bleiben.

Wenn Balken aus zwei Stücken bestehen, so werden diese mit langen Haakenscherben verbunden, welche ein Drittel der ganzen Balkenlänge haben. Besteht ein Balken aus drei Stücken, so kommt das dritte Stück ankerstocksweise über die beiden andern zu liegen, und hat die halbe Länge des ganzen Balkens. Bei einer Zusammensetzung aus vier Stücken haben die beiden mittleren Ankerstocksverbindung, jedes von zwei Siebentel der ganzen Balkenlänge.

Wenn die Zusammenfügung gut gearbeitet wird, so hat ein solcher Balken eben so viel, ja wohl noch mehr Stärke, als einer aus einem Stücke; es muß aber namentlich dabei vermieden werden, daß keine Höhlungen im Innern bleiben; denn außerdem, daß dadurch die Stärke vermindert wird, setzt sich auch die Feuchtigkeit in diese Höhlungen fest, und führt die Fäulniß des Balkens unvermeidlich herbei.

Digitized by Google

Der ſo zuſammengeſetzte Balken wird dann nach dem Mall zu ſeiner Aufbugt behauen; zuletzt werden die Bolzen, welche viereckig ſind, und die Spicker eingeſchlagen. Alsdann wird die Länge und die Stelle der Deckbalken beſtimmt, und ſobald ſie an ihren Stellen liegen, werden dann die Laſchingen der zuſammengeſetzten gekalfatert.

21 Die Kniee werden erſt an ihrer Schlichtſeite nach den beſtimmten Dimenſionen behauen, dann gegen die anliegenden Stücke angepaßt, und endlich nach der Schmiegung und dem Mall bearbeitet, indem man aus der Kehle oder dem Halſe, d. h. der innern Winkelſtelle ſo wenig als möglich Holz wegnimmt, weil in dieſem die Stärke des Kniees liegt.

Die ſchlafenden oder horizontalen Kniee (lodging-knees) und die ſchräg liegenden Kniee (dagger-knees) werden mit dem oberen Ende in die Balken eingelaſſen. Die Bolzenlöcher werden abwechſelnd bald dem einen bald dem andern Rande nahe angebracht. Der Halsbolzen kommt ſo hoch als möglich. Wo die Geſtalt des Vor- und Achterſchiffes keine hölzernen Kniee zuläßt, indem man kein Holz von ſolchem Wuchſe finden kann, werden eiſerne Kniee angebracht. Sie haben manchen Nachtheil; zuerſt bedecken ſie nicht ſo viel Fläche als die hölzernen, geben alſo auch nicht ſo viel Haltung; ferner haben ſie keine Elaſtizität, und verlieren nach einmal geſchehener Biegung ihre Brauchbarkeit; endlich laſſen ſich die Bolzen niemals ſo feſt in ſie hineintreiben als in das Holz. Wo die eiſernen Kniee ſo zu liegen kommen, daß die Bolzen in die Facken, d. h. in die Zwiſchenräume hineingehen, müſſen zwiſchen die Spanten ſtarke eichene Klötze feſtgetrieben werden, um die Bolzen zu empfangen.

Die Bolzen der hölzernen Kniee werden von der Außenſeite hineingetrieben und auf der Innenſeite der Kniee verklunken; wenn ſie nämlich gehörig durch das betreffende Holz durchgeſchlagen ſind, ſo legt man um das durchgedrungene Ende einen eiſernen Ring; damit dieſer deſto feſter anſchließen kann, wird das Holz rund um das Bolzende ein wenig gedoppt, d. h. ringförmig ausgekerbt; darauf ſchlägt man das Ende des Bolzens mit einem Hammer gegen den Ring breit, ſo daß der Bolzen auch bei den heftigſten Bewegungen des Schiffes nicht wieder zurückweichen kann. Die Bolzen der eiſernen Kniee werden aber von der Innenſeite hineingetrieben, weil ſie ſtarke Kopfbolzen ſind, deren Feſtigkeit gerade auf dem Kopfe beruht. Sind es kupferne Bolzen, ſo legt man einen Ring unter den Kopf, und ſchlägt dieſen darauf breit.

Weil das natürliche Holz für Kniee ſehr ſelten iſt, ſo ſetzt man ſie auch aus mehreren Stücken zuſammen.

22 Die verkehrten Kniee (standards; vergl. S. 2364) werden wie die vorigen bearbeitet. Damit ihre Zehe oder das Ende des auf Decks liegenden Arms nicht beim Verbolzen ſpaltet, wird ein eiſernes Band umgelegt.

23 Die Katſporen (vergl. S. 2350) werden wie die Spanten bemallt und beſchmiegt. Die Bolzen kommen in gleichen Abſtänden abwechſelnd dem einen und dem andern Rande nahe. Die Auflanger der Katſporen, die in der größten Breite des Schiffs ſtehen, und die Topauflanger derſelben haben eine dia-

Digitized by Google

gonale Richtung; deshalb ſind ſie mit mehr Spanten verbolzt, als die übrigen Katſporentheile, und bleiben freier von den Pforten.

Die Bugbanden, Spuren und Twillen oder Pieckſtücke der 24
Katſporen (die letztern ſind Tafel XXXVIII, Fig. 1, P, P, am Reitknie zu ſehen) werden in ähnlicher Weiſe wie die Kniee und Katſporen behauen. Damit aber die Seiten, welche genau anſchließen ſollen, richtig bezeichnet werden, müſſen die Zeichen für die Bugbanden in der Längenrichtung, d. h. parallel mit der Mittellinie genommen werden; für die Spuren und Katſporentwillen perpendikulär; ſonſt geht zu viel ab. Die Bolzenlöcher werden abwechſelnd am einen und andern Rande und in gleichen Entfernungen gebohrt. Diejenigen, die in den Bugbanden der Mittellinie am nächſten ſtehen, werden ſchräge gebohrt, damit ſie perpendikulär gegen die Krümmung des Bugs laufen.

Die Luckenſcheerſtöcke, ſowohl die der Länge nach liegenden (coa- 25
mings), als die der Quere nach gelegten (head-ledges), werden durch Schwalbenſchwänze mit einander verbunden. Die Längenſcheerſtöcke haben Sponningen am innern Rande, in welche die hölzernen Gitter gelegt werden.

Die Krahnbalken werden nach den Dimenſionen der Beſtecktafel be- 26
hauen und bemallt. Die Außenenden haben eine ſenkrecht ſtehende rechtwinklige Grenzfläche. Die Scheibengatten werden perpendikulär und parallel mit den Längenſeiten durchgeſchlagen. Auf großen Schiffen iſt der Binnentheil mit einer Haakenſcherbe in den vorderſten Deckbalken der Back eingelaſſen; welcher letztere deshalb auch der breiteſte unter allen Deckbalken iſt (vergl. Beſtecktafel CV, S. 451); an der Vorderſeite hat er auch noch eine Sponning für die Schotten der Vorpflicht aufzunehmen. Auf kleinen Schiffen, und häufig auch auf großen, wird der Binnentheil auf zwei oder auf mehreren Deckbalken der Back eingelaſſen.

Die Drücker unter den Krahnbalken werden wegen der Krümmung der 27
Arme an der Seite des Schiffs nach einem Mall an der Achterſeite gebildet. Einige Zimmerleute behauen den Drücker nach zwei Mallen: das eine iſt für die Kurve an der Seite, das andre ſo gemacht, daß der Drücker in gerader Richtung an die Unterſeite des Krahnbalkens und an die Seite des Schiffs, und zwar in gerader Richtung paßt. In neuerer Zeit macht man den an der Schiffsſeite anliegenden Arm ganz oder beinahe perpendikulär, wie Tafel XL, Fig. 1 und 5 zu ſehen iſt.

Der Schaft oder das Scheggdes Galjons (vergl. S. 2370 Nr. 50) 28
beſteht aus mehreren Stücken. Das größte davon iſt das unterſte, und reicht ſo weit hinauf, daß die Waſſerſtaggatten hineingehauen werden können. Das zweite Stück muß die Vorderkante bilden, und bis zum Bilde oder der Figur hinaufreichen, und heißt im Engliſchen the lacing; das dritte ſchließt ſich an den Vorſteven an, und reicht ſo hoch hinauf, daß es den Kragen des großen Stags aufnehmen kann. Die übrigen Stücke müſſen nach Umſtänden und Bequemlichkeit angebracht werden.

Vor dem Aufheißen des ganzen Scheggs müſſen ſtarke Plankenſtücke an die Seiten geſpickert werden, um die Lockerung zu verhüten, darauf werden die

Digitized by Google

verschiedenen Gatten eingehauen, und dann das Ganze aufgeheißt. Ist es an seine Stelle gebracht, so muß man genau nachsehen, ob sich zwischen seiner Achterseite und dem Vorsteven irgend welche hohlen Stellen zeigen; diese müssen dann sorgfältig verkeilt und kalfatert werden.

29 Das Ruder (Steuerruder) ist oben (S. 2371 bis 2378) hinsichtlich seiner Zusammensetzung und Gestaltung ausführlich behandelt worden. Um die Haaken und Fingerlinge genau anzubringen, hat man folgendes Verfahren zu beobachten. Nachdem die Beschläge mit den Fingerlingen am Achtersteven befestigt worden, steckt man einen Stab durch die Löcher der Fingerlinge und bezeichnet mit Bleifeder auf ihm die Ober- und Unterränder der Beschläge. Ferner bezeichnet man auf demselben Stabe den Oberrand des Heckbalkens, und die Unterseite der Deckwrange über ihm; eben so den Oberrand des Decks, und endlich den Unterrand des Kiels. Hierauf legt man den Stab an die Vorderseite des Ruders, und bezeichnet auf demselben genau die Oberränder der Fingerlingsbeschläge in der Mittellinie, indem man die Wrangen frei läßt, damit (bei großen Schiffen) die Ruderpinne nahe an der Unterseite der Deckbalken spielen kann, welche über dem Heckbalken liegen. Der auf dem Ruder bezeichnete Oberrand der Fingerlingsbeschläge ist natürlich der Unterrand der Haakenbeschläge; von diesem Unterrande setzt man die Breite der Beschläge nach oben hin ab. Hierauf läßt man die Keepen oder Vertiefungen für die einzulegenden Beschläge so weit aus den Seiten des Ruders herausarbeiten, bis die Grundflächen mit der Zuschärfung des Ruders in einer Ebene liegen, und die Mitte jedes Haakens mit der Mittellinie genau übereinstimmt, indem man den Raum für die Dicke des Beschlages läßt, welcher durch die Keepen um die Vorderseite des Ruders unter dem Haaken herumgeht. Alsdann werden die Vertiefungen an der Vorderseite des Ruders ausgehauen, welche unter den Haaken frei sein müssen, um das Ruder ein- und aushängen zu können, wie sich Tafel XL, Fig. 1 am deutlichsten zeigt. Diese Vertiefungen müssen Raum genug haben, um auch die Kupfer- oder andere Belegung zuzulassen, ohne daß die freie Bewegung des Ruders gehemmt wird. Der unterste Ruderhaaken ist um zwei Zoll länger als alle übrigen; um aber dem Ruder die freie Bewegung ganz zu sichern, ist es am besten, allen Vertiefungen unter den Haaken die gleiche Länge wie der unter dem untersten zu geben. Die Vertiefung in der Höhe der Ladewasserlinie öffnet man an der einen Seite, um den Riegel anzubringen, welcher das Ruder vom Aushaaken oder Ausheben abzuhalten hat.

Nachdem die Beschläge der Fingerlinge eingelassen sind, ist es am sichersten alle Haaken in ihren Löchern zu probiren, ob sie sich leicht in ihnen bewegen oder ohne Hemmung spielen, und zwar in senkrechter oder mit dem Achterstevenrande paralleler Richtung. Alsdann können ihre Oberränder mit einem Stabe abgemessen, und wie vorher angegeben, auf das Ruder übertragen werden, wodurch jeder Irrthum völlig vermieden wird.

Hierauf kann der Helm oder die Ruderpinne und der Leuwagen bearbeitet und an der gehörigen Stelle angebracht werden (vergl. S. 237 und 2378).

Digitized by Google

Zuletzt kommt der Kupferbeſchlag, oder die Wurmhaut, auch die 30
Spickerhaut genannt (vergl. S. 2384 Nr. 63). Der Schiffsbohrwurm oder Pfahlwurm (Teredo navalis) gehört zu den zweiſchaaligen Weichwürmern; er wird ſechs Zoll bis einen Fuß lang, und ſo dick wie eine Federſpuhle. Die kurze weitklaffende, faſt ringförmige Muſchel umgiebt nur das äußerſte Vorderende des Thiers, das ſich ſchon ganz jung in das unter Waſſer befindliche Holz der Pfähle, Schiffe u. ſ. w. bohrt, und die darin gemachten röhrenförmigen Gänge mit einer zarten Kalkſchaale auskleidet.

Die wohlfeilere, aber auch weniger haltbare Schutzkleidung gegen die Bohrwürmer iſt die ſogenannte Spickerhaut von dünnen föhrenen Planken, die auf die Hautplanken, ſo weit ſich das geladene Schiff im Waſſer befindet, geſpickert werden. Zwiſchen Hautplanken und Spickerhaut wird Kuhhaar und Papier gebracht, und mit Theer an die Hautplanken geklebt, ehe die Planken der Spickerhaut angelegt werden.

Die bei weitem beſſere, und wegen der längeren Erhaltung des Holzes ungeachtet ihrer Koſtbarkeit vortheilhaftere Schutzbekleidung iſt der Kupferbeſchlag. Er beſteht aus dünnen kupfernen Platten, die mit Spickern von demſelben Metall an die Hautplanken geſpickert werden; und zwar ſo, daß die vorderen Platten ungefähr einen Zoll weit auf den hinteren liegen, damit das andrängende Waſſer und andere dagegen treibende Dinge nicht gegen die vorragenden Ränder ſtoßen, und die Platten allmälig losreißen. Daß die Schnelligkeit des Schiffes durch die von anhängenden Seegewächſen freibleibende Metallfläche gefördert wird, iſt ſchon oben bemerkt; außerdem erhält aber auch das Kupfer (vergl. S. 2445) die Hautplanken beſſer, weil ſein Oxyd das Faulen des Holzes aufhält.

Man giebt auch den Schiffen, namentlich in neueſter Zeit, mancherlei andere Ueberzüge, die aus verſchiedenartigen Stoffen gemiſcht ſind. Ein ſehr gewöhnlicher Ueberzug beſteht aus Pech, Gyps und Schwefel, was Alles zuſammen heiß gemacht und ziemlich ſtark aufgetragen wird. Die Bohrwürmer werden wirklich dadurch abgehalten; aber die Bekleidung wird bald ſpröde, bekommt Riſſe und ſpringt ab.

Schiffe, welche gar nicht zu Reiſen in tropiſche Gegenden beſtimmt ſind, werden auf dem Boden nur mit einem Gemiſch von heißem Pech, Theer und Talg überzogen.

Während des Baues eines Schiffes werden alle Theile, ſo wie man ſie an- 31
fügt, und ſpäterhin noch einige Male mit verdünntem Theer beſtrichen, um ſie vor den ſchädlichen Wirkungen der Sonne, der Luft und des Regens zu bewahren. Nur die Verdecksplanken läßt man ungetheert, um ſie nachher weiß ſcheuern zu können.

Wenn das Schiff bis zum Ablaufen fertig iſt, erhält es an der ganzen Außenſeite oberhalb der Ladewaſſerlinien und innerhalb an den Schanz- und Backkleidungen einen Anſtrich von Oelfarben. Der über den Berghölzern liegende Plankengang heißt vorzugsweiſe der gemalte oder der Farbengang. Die verſchiedenen Leiſten und Gillings bekommen gewöhnlich eine ab-

Digitized by

ſtechende Farbe. Der Spiegel, oder eigentlich das Heck, die Seitengallerien und das Galjon erhalten gewöhnlich einen vom übrigen Gebäude unabhängigen Farbenſchmuck; bei Kriegsſchiffen werden die Leiſten, Säulen und das Schnitzwerk an dieſen Theilen auch häufig vergoldet; der Name des Schiffes am hintern Namenbrett über der Gilling, und am vordern an den Namenbrettern des Galjons, zwiſchen dem Papageienſtock und der oberſten Galjonsreiling wird beinahe immer mit vergoldeten Buchſtaben aufgetragen.

Der Farbengang erhält oft, namentlich bei Kauffahrteiſchiffen und kleinern Kriegsfahrzeugen ſtatt der Oelfarbe einen Ueberzug von Harpüſe; dies iſt eine Miſchung von gekochtem und abgeſchäumten Harz, von Terpentinöl, und von etwas Schwefel; der letztere dient dazu, der Miſchung eine hellere, gelblichbraune Farbe zu geben; das Terpentinöl giebt der Miſchung Durchſichtigkeit und Weichheit. Der Farbengang erhält dadurch ein gefälliges Anſehen, als wäre er lackirt. Maſten, Stengen, Raaen und andre Stücke des oberen Schiffes werden auch dem größten Theile nach mit Harpüſe angeſtrichen. Im Sommer und in heißen Gegenden werden auch die kalfaterten Nathen mit einer aus zwei Theilen Pech und einem Theile Harpüſe beſtehenden Miſchung beſtrichen, weil es weniger als das reine Pech ſchmilzt.

32 Die übrigen zur völligen Herſtellung und Zurüſtung des Schiffs erforderlichen Arbeiten, wie das Einhängen des Ruders, die Einſetzung und Zutakelung der Maſten, die Anordnung und Einrichtung der verſchiedenen innern Abtheilungen und Kajüten, die Aufpflanzung der Geſchütze u. ſ. w., geſchehen gewöhnlich erſt dann, wenn das Schiff vom Stapel oder von der Helling abgelaufen iſt.

Zuweilen werden wohl, namentlich kleinere, Kauffahrteiſchiffe völlig ausgerüſtet, und bis zum Einnehmen der Ladung fertig, vom Stapel gelaſſen. Weil aber alsdann das Schiffsgebäude die ganze ihm aufgelegte und die eigene Laſt ohne den Gegendruck des Waſſers zu tragen hat, und außerdem die heftige Erſchütterung beim Ablaufen den Druck dieſer Laſt noch größer macht: ſo iſt dieſes Verfahren durchaus zu verwerfen.

Ganz im Gegenſatze dazu laſſen einige Baumeiſter die Schiffe dann ſchon vom Stapel, wenn außer dem ſtarken Balkenwerke nur erſt die unteren Hautplanken angelegt ſind. Die Erſchütterung iſt dann bei weitem geringer; und das Gebäude liegt in dem Waſſer weit bequemer als auf dem Stapel, wo es nur von dem Kiel getragen wird. Dieſer ſelbſt aber iſt unter Waſſer vor der Fäulniß ſicher, während er bei etwas länger dauerndem Bau leicht davon ergriffen wird. Auch laſſen ſich die noch nöthigen Bauhölzer auf dem Waſſer leichter herbeiſchaffen; weil ferner das Schiff bei fortſchreitendem Baue immer tiefer einſinkt, ſo wird auch das Aufheißen jener Stücke immer leichter.

§. 358. Das Ablaufen des Schiffs von Stapel oder Helling.

1 Das Ablaufen geſchieht, wie ſchon oben (S. 2385) bemerkt worden, bei manchen Nebenverſchiedenheiten, auf zweierlei Art: entweder wird dabei

Digitized by Google

ein ſogenannter Schlitten gebraucht; oder das Schiff läuft unmittelbar von der Helling oder der Unterlage der Stapelblöcke ab.

Während das Schiff gebaut wird, ruht ſein Gewicht theils auf dem Kiel, 2 theils auf den Stützen; zum Ablaufen muß natürlich dieſes Gewicht von jenen Unterſtützungspunkten auf eine bewegliche Grundlage übertragen, und für dieſe eine Bahn oder Plattform errichtet werden, auf der ſie gleiten kann. Eine ſolche Bahn muß aber nicht blos die gehörige Neigung, ſondern auch die hinreichende Höhe haben, damit das Schiff, wenn es das Waſſer erreicht, flott und frei vom Grunde bleibt.

Zu dieſem Zwecke wird auf jeder Seite des Kiels, etwa um ein Sechstel der Schiffsbreite von ihm abſtehend eine geneigte Bahn von Planken gelegt, und abſichtlich unbehobelt gelaſſen, um die Adhäſion oder Anziehung geglätteter Flächen zu vermindern. Die Bahn ruht unbeweglich auf Blöcken, die auf dem Boden der Stapelgrundlage feſtgelegt ſind. Dieſe Bahn heißt die Gleitplanke (sliding plank). Ein langer Balken, der Schlittenbalken (bilge-way) genannt, mit einer glatten Unterſeite wird an jeder Seite des Schiffs auf die Gleitplanke gelegt. Auf dieſen Schlittenbalken oder Kuffen als Baſis errichtet man ein Zimmerwerk oder eine Zuſammenfügung von ſenkrechten Stützen, die Schlittenſtänder genannt, welche von den Kuffen bis zur Schiffsſeite reichen. Das obere Ende dieſer Schlittenſtänder, oder der obere Rand des ganzen Zimmerwerks ſtemmt ſich gegen eine Planke, die zu dieſem Zwecke mit Klampen an dem Schiffsboden befeſtigt iſt. Das ganze Zimmerwerk zuſammen mit den Schlittenbalken heißt der Schlitten.

Wenn Alles an ſeiner Stelle, und die Gleitplanke und die Unterſeite der Schlittenkuffen mit Talg, Seife und Oel beſtrichen iſt, treibt man Keile in die Fugen der zwiſchen den Schlittenſtändern aufeinander gelegten Klötze hinein, wodurch das Schiff von den Stapelblöcken emporgehoben, und ſeine ganze Laſt auf den Schlitten gebracht wird. Man kann alsdann ſagen, daß das Schiff eigentlich drei Kiele habe, von denen zwei, die beiden Kuffen, für die Zeit des Ablaufens an der Kimming des Flachs oder des Bodens befeſtigt ſind. Wegen der Breite dieſer Unterſtützung können alle während des Baus angeſtellten Stützen weggenommen werden. Auch die Stapelblöcke, bis auf einige wenige am Vorderende (deren je nach der Größe des Schiffs mehr oder weniger liegen bleiben), werden nach und nach weggenommen, ſo wie die Fluth ſteigt. Alsdann ruht das Schiff gänzlich nur auf dem Schlitten. Als einziges Hinderniß des wirklichen Ablaufens bleibt jetzt nur noch eine kurze Stütze, die Hundeſtütze (dog-shore) auf jeder Seite des Schiffes ſtehen, mit dem Fuße auf die unbewegliche Bahn oder die Gleitplanke feſtgeklampt. Der Top der Hundeſtütze ruht gegen eine Klampe, die an der Schlittenkuffe feſtſitzt. Sobald dieſe Stützen weggenommen werden, treibt die eigene Schwere das Schiff die ſchiefe oder geneigte Ebene hinab ins Waſſer zu gleiten. Um zu vermeiden, daß das Schiff etwa vom geraden Wege abweicht, werden zwei Borten oder Ränder an die Gleitplanke befeſtigt und ſtark abgeſtützt. Sollte das Schiff ſich nicht bewegen, wenn die Hundeſtütze weggeſchlagen iſt, ſo müſſen zuerſt die Blöcke, die unter

Digitized by Google

dem Vordertheile des Kiels liegen geblieben, nach der Reihe fortgenommen werden, bis das Gewicht des Schiffes die Adhäsion und Reibung überwiegt. Hilft das noch nicht, so wird eine große Bettschraube gegen den untern Theil des Vorstevens angesetzt, bis das Schiff in Bewegung kommt.

3 Solche Bett- oder Werftschraube besteht aus zwei starken männlichen Schrauben od. Wellen mit Schraubenwindungen, welche an ihrem Kopfe Löcher haben, um Windebäume oder Spaaken durchzustecken; das Bett oder die bewegliche Platte besteht aus einem starken länglich viereckigen Stücke Ulmenholz, und enthält die beiden Schraubenmütter nahe an jedem Ende der Länge nach, um die beiden Schrauben aufzunehmen. Die Spur oder der Boden, gegen welchen die unteren Spitzen der Schrauben wirken, ist ebenfalls ein starkes Stück Ulmenholz von der gleichen Gestalt, wie das Bett oder die bewegliche Platte.

4 Ein gewöhnliches und oft am schnellsten wirkendes Mittel das zögernde Schiff in Bewegung zu bringen, ist auch, daß die auf dem Schiffe selbst befindlichen Leute auf dem obersten Deck hin- und herlaufen, um das Gebäude ins Schwanken zu bringen, und dadurch die Adhäsion zu überwinden. Wo die Gleitplanke eine starke Neigung hat, was indessen nur bei gehörig tiefem Wasser der Fall sein kann, hat man die zu frühe Bewegung zu verhüten; man hält es mit einem an dem Vordertheile, als an dem vom Wasser abliegenden Ende, befestigten Stopptaue, welches in dem Augenblicke, wo die Hundestützen fortgeschlagen werden, durchgehauen wird.

Anfangs geht die Bewegung sehr langsam, bald aber schneller und immer schneller, so daß die Reibung der gewaltigen Last Rauch und Flammen unter den Schlittenkuffen und an der Gleitplanke hervorbrechen macht, und das Schiff endlich pfeilschnell mit gewaltigem Brausen in das aufschäumende Wasser schießt, anfangs fast untertaucht, sich aber gleich wieder hebt, und eine schäumende Furche durch den Hafen zieht, wo es bei dem erstmaligen Erscheinen auf seinem Elemente mit Hurrah und Kanonendonner begrüßt wird.

5 Der eben beschriebene Schlitten findet sich im Durchschnitt Tafel XXXV, D, Fig. 324; ss ist ein Durchschnitt von der Flur des ablaufenden Schiffes; u sind die Blöcke, welche auf dem Boden des Stapels befestigt sind; aa ist die Gleitplanke; bb sind die Schlittenkuffen; cc die Schlittenständer; dd die Planken an dem Schiffsboden, gegen welche sich die Ständer stützen; ee die Klampen, mit denen die Planke am Schiffsboden befestigt ist; ff sind die Keile (slivers), welche zwischen die Klötze getrieben werden, um das Gewicht des Schiffs auf den Schlitten zu bringen; gg die Hundestützen; hh die Borten auf der Gleitplanke, um das Ausweichen des Schiffes zu verhüten; ii die Stützen, mit denen diese Borten festgehalten werden.

6 Die eben beschriebene Verfahrungsweise ist die bei den Engländern übliche. Den ganzen Schlitten nennen sie launch oder cradle. Wenn die Neigung der Gleitplanke sehr stark ist, so werden, namentlich bei einem sehr schweren Schiffe, auch noch außer den Ständern und den vorher angegebenen Hundestützen noch Spornständer (spurs) und Treibständer (drivers) angebracht. Die erstern, in Fig. 324 kk, sind lange Stützen, von denen drei am

Digitized by Google

Vorder-, vier am Hintertheile des Gebäudes, und zwar auf folgende Weise befestigt werden. Mit dem Fuße sind sie auf dem Schlittenbalken oder der Schlittenkuffe befestigt; mit dem oberen, etwas nach der Form des Schiffes gekrümmten Theile reichen sie bis unter das unterste Bergholz, und sind dort mit der Seite des Schiffs verbolzt. Die Treibständer, ll, sind die beiden am Ende des Schlittens in der Nähe des Vorstevens auf gleiche Weise wie die Spornständer angebrachten Stützen, welche mit ihrem obern, ebenfalls nach der vorderen Bugt des Vorschiffes gekrümmten, Obertheile bis zum untersten Bergholz reichen.

Damit die Schlittenbalken sich nicht dem Kiele nähern können, werden zwischen jeden Ständer und den Kiel sogenannte Riegel, mm, in horizontaler Lage geschoben. Sie entsprechen den von Außen die Borten der Gleitplanke festhaltenden schrägen Riegeln. Die äußersten Spornständer am Vorsteven werden an ihrem untern Ende mit den Treibständeru verbolzt, wie an n zu sehen. Damit die ganze Ständerreihe einen nach der Länge des Schiffs gerichteten festen Zusammenhang erhält, so wird, Fig. 325, eine Planke oo an ihre Köpfe gespickert, welche die Daggerplanke heißt, und natürlich eine schräg gekrümmte Lage hat; ferner wird ein horizontalliegendes starkes Planken- oder Balkenstück, der Dagger (dagger) pp, an der Außenseite aller Schlittenständer befestigt.

Man kann noch bemerken, daß alle untern Stapelblöcke von hartem Holz 7
sind; dagegen die obersten von weichem, weil sie beim Ablaufen herausgeschlagen werden, und daher leicht zersplittern müssen; sie heißen deshalb auch im Englischen splitting blocks.

Bei den Schweden und Portugiesen ist beinahe dieselbe Art des Ab- 8
laufens wie die eben beschriebene im Gebrauche.

Bei den Franzosen findet folgendes Verfahren statt. Wenn das Schiff 9
vollendet ist, und noch auf den Stapeln und zwischen den Baustützen steht, so werden erst die zwischen den Stapelblöcken befindlichen und 6 bis 7 Fuß betragenden Zwischenräume mit verschiedenen Stücken Holz ausgefüllt, welche mit der Breite des Schiffs parallel gehen, und so hoch übereinander gelegt sind, daß die oberen Flächen derselben eine geradlinige Neigung mit der Vorhelling, d. h. mit dem Theil des Ufers machen, welcher zwischen dem Wasser und dem ihm nächsten Stapelblocke liegt. Diese Neigung beträgt bei einem Schiffe von 74 Kanonen gewöhnlich 6 Linien oder einen halben Zoll für jeden Fuß in der Länge. Wenn diese Hölzer, welche eine 16 bis 18 Fuß breite Unterlage bilden, so hoch gelegt sind, daß sie bis auf 18 Zoll die Höhe erreicht haben, um mit der Vorhelling eine geradlinige Neigung zu machen: so legt man auf dieselben die Langhölzer (longrines), Fig. 326, c, c, welche mit dem Kiel parallel laufen, und auf die ersten Hölzer, auf denen sie rechtwinklig liegen, eingekeept sind. An jeder Seite des Kiels befinden sich zwei Paare von diesen Hölzern, und zwar in einer Weite von denselben, welche beinahe dem sechsten Theile von der größten Breite des Schiffs gleich ist; jedes Paar hat aber von dem andern nur einen Abstand von einem Fuße. Auf die Querhöl-

Digitized by Google

zer, auf denen ſie liegen, werden ſie feſtgenagelt. Es werden darauf neue Querhölzer dd auf die Langhölzer gelegt. Auf dieſen letztern wird die eigentliche Bettung oder die Gleitbahn ii gelegt, welche aus einer Reihe von Planken beſteht, von dem oberſten Theile der Helling bis zum Waſſerrande reicht, und zu beiden Seiten des Gebäudes parallel mit dem Kiele des Schiffes geht. Auf dieſen wohl abgeſchlichteten Planken müſſen die Schlittenbalken oder Schlittenkuffen hinabgleiten. An beiden äußern Seiten der Gleitbahn nagelt man ein 6 Zoll dickes Holz t, Fig. 327, welches zu einer Borte dient, damit der Schlitten nicht von der geraden Linie abweichen kann.

Um den Schlitten ſelbſt zu bilden, legt man zuerſt auf die Bettung zu beiden Seiten einen Schlittenbalken oder Schlittenkuffe (coite oder anguille) ll. Bei großen Kriegsſchiffen ſind die Schlittenbalken gewöhnlich 180 Fuß lang, und haben 20 bis 22 Zoll im Quadrat. Sie befinden ſich in einem Abſtande von einander, welcher dem ſechsten Theile der größten Schiffsbreite gleich iſt. Die untere Seite, welche auf der Bettung liegt, wird nicht allein vollkommen glatt und eben geſchlichtet, ſondern auch noch mit einer dicken Lage von Fett und Schmier überzogen. Einen gleichen Fettüberzug erhält auch die Bettung ſelbſt, um das nachherige Gleiten möglichſt zu erleichtern.

Damit ſich die Schlittenbalken weder dem Kiele nähern, noch von demſelben entfernen können, ſo werden zwiſchen dieſe und dem Kiel Riegel (clefs) p geſchoben; das eine Ende derſelben ſtößt gegen den Kiel; das andere ſchließt mit einem drei Zoll tiefen geraden Winkelſchnitt gegen den Schlittenbalken. Der 18 Zoll lange Zahn dieſes Riegels wird auf die obere Seite des Schlittenbalkens feſtgenagelt. Die Riegel, welche ſich in der Mitte des Kiels befinden, haben 6 Zoll im Quadrat; die an den äußerſten Enden ſind nicht ſo dick, haben aber eine Breite von 9 bis 10 Zoll. Dieſer Unterſchied wird deshalb gemacht, damit die Zimmerleute, welche die Beſchaffenheit der Theile des Schlittens unterſuchen, und die Stapelblöcke, welche unter dem Kiele liegen, zerſchneiden und wegnehmen müſſen, mehr Platz haben, ihre Arbeit zwiſchen den Riegeln und Querhölzern, auf denen die Bettung liegt, zu verrichten. Damit ſich die Schlittenbalken auch nicht von einander entfernen, wird zuerſt an die innere Seite jedes Schlittenbalkens, gerade unter jedem Riegel, ein ſtarker Ringbolzen F eingeſchlagen. Durch alle dieſe Ringbolzen wird ein ſtarkes Tau rr geſchooren, welches im Zickzack unter dem Kiele durchläuft. Damit es möglichſt geſpannt ſei, wird es erſtlich mit einer Winde ſteif angeſetzt; und zweitens werden je zwei und zwei von den unter dem Kiel hin und her laufenden Theilen mit einer Kreuzung zuſammen gezogen und verbunden. Das oberſte Ende von jedem Schlittenbalken iſt mit einem dicken Kabeltau, welches durch den Ringbolzen X geht, und um einen in der Erde ſtehenden Pfahl oder Ring geſchlagen wird, befeſtigt; vor dem unterſten Ende werden Klampen s angenagelt, die man nicht eher als in dem Augenblicke, wo das Schiff ablaufen ſoll, wieder losmacht. Auf dieſen ſo befeſtigten Schlittenbalken ſtehen die Schlittenſtänder (colombiers) qq, und zwar 6 Fuß weit auseinander, die hinterſten vertikal gegen den Boden, die andern ſenkrecht gegen die geneigte Fläche.

Digitized by Google

Die hinterſten und vorderſten ſtoßen unmittelbar mit dem Kopf an den Boden des Schiffs; die mittelſten unterſtützen ein langes Tragholz (ventrière) kk, welches aus verſchiedenen Stücken zuſammengeſetzt iſt, und genau an den Bauch des Schiffes ſchließt. Die Füße der Ständer ſind rechtwinklig etwas ausgeſchnitten und ruhen, ſo weit der Ausſchnitt geht, auf der oberen Seite der Schlittenbalken; dagegen ſchließen die Zähne an die äußere Seite derſelben, welche ebenfalls Ausſchnitte hat, in welche die Zähne eingelaſſen und feſtgenagelt werden. Die Ständer, welche das ganze Gewicht des Schiffs tragen, müſſen ebenfalls unverrückt an ihrer Stelle und in ihrer Lage bleiben. Man verbindet deshalb zwei und zwei, welche daſſelbe Spant auf beiden Seiten des Schiffes ſtützen, mit einem neuen Tau, welches 1½ Zoll im Durchmeſſer hat, und unter dem Kiel durchgeht; dieſe Sorrung heißt rousture. Das Tau wird mit einem Spill ſteif angeſetzt, damit die Köpfe der Ständer ſich dicht an die Schiffsſeite preſſen, und daſſelbe ſo weit in die Höhe lichten, daß die Stapelblöcke, auf denen das Schiff bis dahin ruhte, nicht mehr zur Tracht kommen, und deshalb unter dem Kiele weggenommen werden können. Um auch das Ausweichen der Ständer nach der Länge der Helling zu verhüten, werden gegen dieſelben gleichfalls Stützen uu geſetzt, deren Füße auf den Schlittenbalken ruhen, und dort mit Klampen verſehen und feſtgenagelt werden. Auch verbindet man die Köpfe der Ständer der Länge des Schiffs nach mit einer Planke EE. Dieſes ganze bewegliche Gerüſte, auf welchem das Schiff ins Waſſer gleiten ſoll, heißt der Schlitten, oder eigentlich Franzöſiſch die Wiege, le berceau oder auch blos ber. Um das Schiff vollends in die Höhe zu lichten, und die Stapelklötze wegnehmen zu können, ſchiebt man in den Raum, der ſich zwiſchen zwei Ständern befindet, Klötze l, und zwiſchen dieſe Klötze treibt man Keile (langues oder burins) m, wodurch das Tragholz k unter das Schiff gepreßt, und dieſes aufgelichtet wird.

Vorher muß aber der Schlitten und das Schiff ſicher abgeſtützt werden, damit nicht etwa beide durch die Erſchütterung eher in Bewegung kommen, als man die Stapelblöcke weggeſchlagen hat. Da der Hinterſteven der dem Waſſer zunächſt ſtehende Theil iſt, ſo wird gegen ihn der Kopf einer Stütze geſtellt, deren Fuß auf den Querhölzern ſteht, auf denen die Bettung liegt. Dieſe Stütze heißt im Franzöſiſchen sousbarbe, ww.

Hierauf beginnt man die Keile zwiſchen die über einander eingeſchobenen Blöcke zu treiben. Sobald man etwas Wirkung, alſo Lichtung des Schiffes ſpürt, nimmt man zuerſt die unterſte Reihe der urſprünglichen Schooren oder Bauſtützen weg, und hält ein wenig mit dem Eintreiben der Keile ein, damit ſich das Schiff wieder gehörig ſetzen kann. Darauf lichtet man das Schiff weiter, und nimmt die oberſte Reihe von langen Stützen fort. Zugleich zieht man die oberſten Stapelblöcke unter dem Kiel hervor; oder wenn ſie nicht weichen wollen, ſchlägt man ſie heraus, nachdem man ſie zerſchnitten oder zerſplittert hat. Man fängt mit den Stapelblöcken in der Mitte an, ſo daß die an den beiden Enden des Kiels liegenden zuletzt an die Reihe kommen; endlich auch die Stütze ww. Von jetzt an ruht das Schiff völlig auf dem Schlitten allein,

Digitized by Google

deſſen Balken nur noch von den Klampen s, und oben von dem Stopptau xx gehalten werden. Sobald aber die Klampe losgebrochen, und das Stopptau durchgehauen wird, iſt das Schiff auf dem Schlitten gänzlich den Wirkungen der Schwere auf einer ſchiefen Ebene überlaſſen. Es nimmt alſo eine Bewegung an, die ſich nach und nach beſchleunigt, und läuft mit dem Hintertheile zuerſt tief ins Waſſer hinein, erhebt ſich alsdann wieder, und verläßt ſeinen Schlitten.

Der vorher beſchriebene Engliſche Schlitten unterſcheidet ſich von dem jetzt erklärten Franzöſiſchen dadurch, daß die Ständer des letztern an dem ganzen Schiffe von vorne bis hinten hin ſtehen. Dagegen bei dem Engliſchen Schlitten unterſtützen ſie nur das Vorder- und das Achtertheil des Schiffes, und die Mitte deſſelben bleibt frei. Ferner ſind die Engliſchen Schlittenbalken und Ständer durch keine Taue verbunden. Endlich iſt auch der Engliſche Schlitten an das Schiff gebolzt, und muß daher, wenn daſſelbe ins Waſſer gekommen, erſt wieder losgemacht werden, indem man die Bolzen ſtempelt, d. h. wieder hinaustreibt; der Franzöſiſche Schlitten dagegen iſt nicht mit dem Schiffe ſelbſt verbunden, ſondern verläßt es, ſobald beide ins Waſſer gekommen.

10 Die eben beſchriebene Verfahrungsweiſe der Franzoſen wird auch von den Spaniern, Sardiniern und Neapolitanern mit geringen Abänderungen befolgt.

11 Die Holländer bauen von ihren Schiffen nur den unterſten Theil am Lande fertig, und laſſen ſie dann ſchon ablaufen, um das übrige Gebäude auf dem Waſſer zu vollenden. Die Verbindung der einzelnen Theile des Gebäudes werden auf ſolche Weiſe vor der heftigen Erſchütterung bewahrt, die das vom Stapel laufende vollendete Gebäude ſowohl beim Gleiten auf der Bahn als beim erſten Stoße gegen das Waſſer erleidet, und wodurch der Zuſammenhang aller Theile gelockert wird. Das Verfahren der Holländer unterſcheidet ſich von demjenigen anderer Nationen hauptſächlich durch zwei Eigenthümlichkeiten: erſtens brauchen ſie keinen Schlitten; zweitens laſſen ſie das Schiff mit dem Vordertheil ins Waſſer laufen.

Es wird zuerſt, Tafel XXXV, D, Fig. 328, die eigentlich ſo genannte Helling B gelegt, welche oben etwas ausgehöhlt iſt, damit die ſogenannten Schmierkiſſen oder Schmierhölzer (Smeerhouten), welche quer über derſelben in einer Weite von 1 bis zwei Fuß von einander liegen, und juſt in den ausgehöhlten Raum paſſen, nicht von der Helling abgleiten können. Die untere Seite der Schmierkiſſen, und die hohle obere Bucht der Helling (vergl. S. 2384 Nr. 64), von der ſie herabgleiten ſollen, wird mit einer Lage Fett oder Schmiere überzogen. Wenn die Schmierhölzer zwiſchen den Kiel und die Helling gelegt ſind, werden alle Klötze auf denen das Schiff während des Baues ruhte, herausgeſchlagen. Sobald nach und nach alle Schooren oder Bauſtützen fortgenommen ſind, ruht es allein auf den Schmierkiſſen, welche mit der ganzen Laſt heruntergleiten, ſobald das Stopptau abgehauen oder gelöst worden. Damit aber das Schiff nicht zur Seite fallen kann, legt man auf beiden Seiten der Helling, und zwar parallel mit dem Kiel, zwei lange Stücken Holz DD, welche

Digitized by Google

ganz bis zum Waſſer reichen, und mit Stützen, HH, an den äußern Seiten verſehen ſind, dieſe heißen Schlagbetten (Slagbedden), weil ſie das Schiff vor dem Umſchlagen ſichern. Sie ruhen ebenfalls auf Unterlagen, EE, und werden auch ſtark beſchmiert.

Iſt aber ein Schiff nicht auf einer Helling, ſondern nur auf Stapelblöcken erbaut, von denen der hinterſte der Dompblock heißt, ſo wird es ebenſo wie auf einer Helling mit Schooren oder Bauſtützen abgeſtützt. Iſt das Schiff bis zum Ablaufen fertig, ſo treibt man Schmierplanken und Keile (Stootkeggen) cc, FF, Fig. 328 und 329, unter den Kiel des Schiffes, ſo daß es hinten mehr als vorne in die Höhe gelichtet wird. Die Schlagbetten werden wie vorher gelegt. Vor den Stapelblöcken befindet ſich gewöhnlich eine Vorhelling, die bis ins Waſſer reicht.

Bei allen bisher beſchriebenen Verfahrungsweiſen kommt es offenbar darauf an, daß das Schiff um ein weniges von den Stapelblöcken oder den Hölzern, auf denen es während des Baues ruhte, emporgehoben wird; dies geſchieht überall durch ſtarke Klötze, welche in die Zwiſchenräume der Stützen und Stapelblöcke gebracht und übereinander gelegt worden, und zwiſchen welche man Keile treibt, wodurch die oberſten Blöcke das Gebäude emporheben. 12

Gewöhnlich werden die Kriegsſchiffe, nach dem ſie abgelaufen, in eine Dock gebracht (vergl. S. 2385), um einen Kupferbeſchlag zu erhalten. Zuweilen legt man aber denſelben auch ſchon vor dem Ablaufen an. 13

In dieſem letztern Falle wird auch bei den Engländern der Schlitten nicht an das Schiff geſpickert oder gebolzt. Die beiden Seiten des Schlittens werden dadurch zuſammen gehalten, daß bei mehreren Paaren der Schlittenſtänder eine Kette unter dem Kiel durch von einem Ständer zum andern geht. In jedem Ständer befindet ſich ein Augbolzen, welcher an der Außenſeite deſſelben ein Splintgat hat, in welches ein langer Splint geſteckt wird, deſſen eiſerner Handgriff bis zu einer der unteren Pforten hineinreicht. An der Innenſeite der Ständer befinden ſich die Augen der Bolzen, und in dieſe greifen die beiden Endglieder der Kette ein. Sobald nun das Schiff flott iſt, zieht man in den Pforten die Splinte aus, worauf die Kette von innen her die Bolzen herauszieht, und der Schlitten ſich unter dem Boden hervorhebt. Bei einem kleinen Schiffe iſt es genug, wenn der vordere Theil des Schlittens zwei ſolcher Ketten, der mittlere auch zwei, und der hintere ebenfalls zwei erhält. Die Zahl der Ketten muß natürlich mit der Größe des Schiffs und ſeiner auf den Schlitten drückenden Laſt wachſen. Fig. 330 zeigt dieſe Einrichtung; a, a ſind die Bolzen; b ein Splint mit dem langen Arm c, welcher in die Pforte hineinreicht.

Wenn der Schlitten ſich nicht, wie bei der Franzöſiſchen und dieſer letzten Art, von ſelbſt von dem Schiffe trennt, ſo muß daſſelbe in eine Dock gebracht werden, um den Schlitten abzulöſen, und dann die Kupferbekleidung anzulegen. Nachdem dies geſchehen, beginnen die noch übrigen Arbeiten zur Vollendung des Gebäudes. Eine der erſten iſt das Einhängen des Ruders, welches begreiflicher Weiſe bei dem Ablaufen noch nicht an ſeiner Stelle ſein konnte. Hernach kommen die Herſtellungen der Kajüten, Kammern u. ſ. w.; hierauf die 14

Digitized by Google

eigentliche Zurüstung, d. h. die Einsetzung der Masten, das Aufsetzen der Stengen, das Aufbringen der Raaen, nebst der jedesmal dazu gehörigen Anlegung des Tau- und Taakelwerks. Darauf kommen die Anker, Ankertaue und Segel, und die Geschütze am Bord; bis endlich das Schiff so weit hergestellt ist, daß es ausgerüstet, d. h. mit den für eine bestimmte Reise nöthigen Bedürfnissen versehen werden kann.

Viertes Kapitel.

Die Lehre von der Ayche oder Ausmessung der Schiffe.

§. 359. Allgemeine Bestimmungen und Methoden.

1 Die Ayche oder die Ausmessung der Schiffe hat einen zweifachen Gegenstand: entweder soll der körperliche Raum desselben bestimmt werden; oder es soll angegeben werden, wie viel Lastigkeit das Schiff habe, d. h. wie viel Gewicht es tragen kann, ohne tiefer als bis zu seiner Ladewasserlinie einzusinken. Beide Bestimmungen haben für die Seefahrt überhaupt, besonders aber für die Handelsschifffahrt große Wichtigkeit.

Sie können aber auch beide nur in genauem Zusammenhange beantwortet werden; denn weder darf der ganze Raum, den ein Schiff zur Ladung darbietet, mit den schwersten Gütern angefüllt werden, die es zum Sinken bringen würden; noch auch darf der Raum, den leichte Güter einnehmen, allein über die Tragfähigkeit eines Schiffes entscheiden. Die Vereinigung beider Rücksichten liegt in der Berechnung des Wasserraums. Kann man den Wasserraum finden, den das Schiff ohne alle Ladung einnimmt; ferner denjenigen, welchen es mit voller Ladung hat: so giebt der Unterschied dieser beiden Wasserräume die Kubikfußzahl des Wassers, und somit das Gewicht, welches das Schiff als Ladung aufzunehmen im Stande ist. Beide bestimmenden Wasserräume richten sich offenbar nach der Größe und Gestalt des im Wasser befindlichen Theils des Schiffsgebäudes. Die genaue Berechnung dieses Theils ist natürlich nur mit Hülfe der höhern Geometrie und der Differentialrechnung möglich, indem man den Inhalt der von den verschiedenen Wasserlinienkurven umschlossenen Flächen, und den körperlichen Inhalt der zwischen diesen Flächen liegenden Räume sucht. Hat man genau gezeichnete Risse, namentlich Spanten- und Senten- oder wasserpasse Risse vor sich, so macht die Berechnung für den in der höhern Mathematik Geübten gar keine Schwierigkeit. Wenn aber entweder diese Risse fehlen; oder wenn der Ausmessende diesen Theil der Meßkunst nicht kennt; und wenn dennoch eine Bestimmung der Lastigkeit gegeben werden soll: so muß

Digitized by Google

man sich durch einige mechanische Verfahrungsweisen zu helfen suchen. Dergleichen sind nun mehrere erfunden worden, um den Aychmeistern, welche oft, namentlich in kleinen Häfen, keine mathematische Bildung haben, eine Hülfe und Richtschnur zu geben. Sie können hier namentlich dazu dienen, die hauptsächlichsten Fragepunkte und Bedingungen der Schiffsmessung ins Licht zu setzen.

Erste Methode

die Lastigkeit oder Zuladung eines Schiffes zu finden.

2 Man beobachtet bei einem ledigen Schiffe wie tief es hinten und vorne im Wasser liegt; darauf, wie tief es vorne und hinten bei voller Ladung sinkt. Zur Erleichterung dieser Beobachtung findet sich an dem Vor- und Achtersteven die Ahming oder die Schiffsmarken, d. h. die gewöhnlich mit großen weißen lateinischen Zahlen an den Seiten der beiden Steven aufgetragene Fußabtheilung der perpendikulären Höhe vom untersten Rande des losen oder falschen Kiels bis zu der eben in Betracht stehenden Wasserlinie. Darauf subtrahirt man das arithmetische Mittel der hinteren und vorderen Tiefe des ledigen von dem arithmetischen Mittel der hinteren und vorderen Tiefe des beladenen Schiffes, der Unterschied dieser beiden Mittel giebt die Tiefe, um welche die Ladung das Schiff niederdrückt. In der Mitte dieses Unterschiedes, den man die Tiefe der Zuladung nennt, mißt man die ganze Länge des Schiffs, und theilt diese Länge, je nach der Größe des Schiffs in 8 bis 10 gleiche Theile; bei einem jeden derselben mißt man die Breite des Schiffs, wozu man die doppelte Dicke der Binnenplanken, Spanten und Außenplanken addirt. Man addirt hierauf alle gemessenen Breiten und multiplizirt ihre Summe durch den Abstand zweier nächsten Breiten; das Produkt giebt den Flächeninhalt des mittleren horizontalen Durchschnitts der Zuladung. Multiplizirt man ferner diesen Flächeninhalt mit der gefundenen Tiefe der Zuladung, so erhält man den kubischen Inhalt der Zuladung. Weiß man nun, wie viel Pfunde ein Kubikfuß Wasser nach dem zur Messung angewandten Fußmaaße wiegt, so hat man es leicht, das Gewicht der Zuladung entweder in Pfunden, oder in Lasten zu erhalten. Es ist z. B. nach der tabellarischen Uebersicht der verschiedenen Kubikfuße und ihrer Gewichte auf Seite 2289 die Zahl der Königsberger Kubikfuße Seewasser in einer Königsberger Last von 4000 Pfunden gleich 63. Dividirt man also den in Königsberger Fußmaaß gefundenen kubischen Inhalt der Zuladung mit 63, so erhält man die Zahl der Königsberger Lasten, welche das Schiff vom völlig ledigen Zustande bis zur vollen Ladung einnehmen kann.

3 Wenn man die Spanten eines und desselben Schiffes als ähnliche Figuren betrachtet, was man ohne bedeutenden Fehler darf: so müssen sich die Flächeninhalte derselben wie die Quadrate ihrer Breiten verhalten (vergl. S. 733 Nr. 16); und es muß ferner einen mittleren senkrechten Breitendurchschnitt geben, welcher mit der Länge des Schiffs multiplizirt den kubischen Inhalt des ganzen Schiffes ergiebt. Diesen Annahmen zufolge hat man nun folgende

Digitized by Google

Erste Methode
den körperlichen Inhalt eines Schiffes zu finden.

Man mißt die Breiten des Schiffes an drei Stellen: bei der größten Breite; bei dem Kabelgatt; und bei der Piek, und zwar dicht unter dem Deck; man quadrirt jede dieser Breiten, addirt die Quadrate, und nimmt den dritten Theil dieser Summe. Zieht man aus dieser Summe die Quadratwurzel, so erhält man die Breite des gesuchten mittleren Durchschnitts, oder der gesuchten mittleren Spantenfläche. Diese Breite mißt man auf einer Leine, z. B. auf der Logleine ab. Zwei Leute fassen die beiden Enden dieses abgemessenen Leinentheils, und suchen auf dem Deck eine Breite desselben, welche der abgemessenen gleich ist. An diesem Orte liegt der mittlere senkrechte Breitendurchschnitt des Schiffes.

Um den Flächeninhalt dieses Durchschnittes zu finden, denkt man ihn sich als aus drei Theilen bestehend, nämlich einem Trapezium und zwei Segmenten. Nimmt man z. B. Tafel XXXV, D, Fig. 307 als das gefundene mittlere Spant, und zieht oben die Horizontallinie $\alpha\beta$, unten die ihr parallele EF über das Flach hin, und dann die beiden schrägen Linien αE und βF: so sieht man das Trapez E$\alpha\beta$F und die beiden einander gleichen Segmente αAE und βBF.

Um nun zuerst den Flächeninhalt des Trapeziums zu berechnen, hat man (vergl. S. 700 Nr. 25) die gefundene mittlere Breite $\alpha\beta$ zur Breite des Flachs EF an demselben Spant zu addiren; darauf halbirt man diese Summe und multiplizirt die Hälfte mit der an diesem Spant gefundenen Tiefe des Schiffs $\gamma\delta$; das Produkt ist der Flächeninhalt des Trapeziums.

Um darauf den Inhalt eines der Segmente zu finden, mißt man mit einer biegsamen Latte die Länge des Bogens, den die Seitenwand z. B. von E bis α bildet; man sieht nun diesen Bogen als einen Kreisbogen an, halbirt ihn, und sucht zu dieser Hälfte den Sinus versus; oder man sucht die sogenannte Sagitta des ganzen Bogens. Diese multiplizirt man mit der Länge des Bogens, und nimmt von dem Produkte $^{31}/_{49}$ Theile; dies ist der Flächeninhalt des Segments.

Man addirt nun das Doppelte des Segmentinhalts zu dem vorher gefundenen Flächeninhalte des Trapeziums; die Summe ist der gesuchte Flächeninhalt des mittleren senkrechten Breitendurchschnitts.

Multiplizirt man hierauf diesen Flächeninhalt mit der Länge des Schiffs vom Kabelgatt bis zur Piek: so erhält man den kubischen Inhalt des ganzen Schiffes. Will man denselben in Raumlasten ausdrücken, so muß man mit derjenigen Zahl hineindividiren, welche angiebt, wie viel Kubikfuße des zur Messung angewandten Fußmaaßes zu einer Raumlast gehören.

Man sieht, daß diese Messung den Belauf der Spanten als den Bogen eines Kreises ansieht, welcher mit einem und demselben Radius beschrieben ist, während die verschiedenen Theile des Spantenbelaufs theils mit verschiedenen

Digitized by Google

Radien beschrieben, theils sogar nicht einmal Kreisbogen sind. Ein genaues Resultat kann also auf diesem Wege nicht erwartet werden.

Angenommen aber, der Fehler sei geringe, und der Spantenbelauf dürfe als ein Kreisbogen eines und desselben Radius angesehn werden: so kommt noch eine zweite Frage zum Vorschein, nämlich: ob die Länge des ganzen Bogens multiplizirt mit der Sagitta, oder dem Sinus versus des halben Bogens, eine solche Fläche ergiebt, von der man nur $^{31}/_{49}$ zu nehmen braucht, um wenigstens annäherungsweise den Flächeninhalt des Segments zu erhalten?

Nach den Lehren der Elementargeometrie (vergl. S. 734 u. 735) hat man den Flächeninhalt eines Kreissegments, wenn man von dem Flächeninhalte des zugehörigen Kreissektors den Inhalt des gleichschenkligen Dreiecks abzieht, welches von den beiden einschließenden Radien des Sektors und der Sehne des ganzen Bogens gebildet wird. Die Höhe dieses Dreiecks ist gleich dem Kosinus des halben Bogens, und seine halbe Basis ist die halbe Sehne des ganzen Bogens, also gleich dem Sinus des halben Bogens. Es sind demnach die fünf Hauptgleichungen zur Berechnung der hier in Betracht kommenden Kreisgrößen (vergl. S. 735): Peripherie $= 2r\pi$; Flächeninhalt des ganzen Kreises $= r^2\pi$ in Quadratmaaß; Bogen von $n^\circ = \frac{nr\pi}{180}$; Sektor von $n^\circ = \frac{nr^2\pi}{360}$ in Quadratmaaß; und endlich:

$$\text{A)}\quad \text{Segment von } n^\circ = \text{Sektor } n^\circ - \left(\sin\left(\frac{n^\circ}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{n^\circ}{2}\right)\right)$$

in Quadratmaaß.

In allen diesen Gleichungen wird der Radius als bekannt angesehen. Dieser ist aber bei der eben vorliegenden Schiffsmessung nicht gegeben; sondern man kennt nur die Länge des Bogens; die Sehne desselben, nämlich die schräge Seite des Trapeziums; und die Sagitta des Bogens, oder die Höhe des Segments, welche der Sinus versus des halben Bogens ist.

Um nun aus Bogen, Sehne und Sagitta den Radius zu finden, sei Tafel XXXV, D, Fig. 331, AIB der Bogen, AB die Sehne, FI die Sagitta.

Zieht man den Durchmesser ID, und noch die beiden Sehnen IA und AD, so hat man (vergl. S. 684 Nr. 12 mit den beiden Zusätzen und S. 707):

$$IF : FA = FA : FD;\ \text{also}\ FD = \frac{FA^2}{IF}$$

Da nun $FD + FI = 2r$, so hat man $r = \frac{FD + FI}{2}$; oder man nimmt (nach S. 685 Nr. 12, Zusatz 2) $IF : IA = IA : ID$; also der Diameter

$$ID = \frac{IA^2}{IF};\ \text{oder}\ r = \frac{IA^2}{2IF}$$

Hat man den Radius $r = IE$, so findet man die Höhe des vom Sektor abzuziehenden Dreiecks AEB, oder die Linie $EF = \sqrt{r^2 - AF^2}$, woraus sich dann der Flächeninhalt desselben ergiebt.

Digitized by Google

Weil nun der Bogen $n^\circ = \frac{nr\pi}{180}$, so darf man ihn nur mit $\frac{r}{2}$ multipliziren, um den Sektor $n^\circ = \frac{nr^2\pi}{360}$ in Quadratmaaß zu erhalten. Man kann also die obige Gleichung A in folgende umwandeln:

B) Segment von n° = Bogen $n^\circ \cdot \frac{r}{2} - \left(\sin\frac{n^\circ}{2} \cdot \cos\frac{n^\circ}{2}\right)$

Es ist ferner nach den trigonometrischen Formeln (vergl. S. 745):

$$\sin n^\circ = \frac{2 \sin\frac{n^\circ}{2} \cdot \cos\frac{n^\circ}{2}}{r}$$

$$\text{also } \sin\frac{n^\circ}{2} \cdot \cos\frac{n^\circ}{2} = \frac{r}{2} \cdot \sin n^\circ.$$

Hiermit verwandelt sich die Gleichung B in folgende:

C) Segment n° = Bogen $n^\circ \cdot \frac{r}{2} - \frac{r}{2} \cdot \sin n^\circ = \frac{r}{2} \cdot (\text{Bog. } n^\circ - \sin n^\circ)$.

Dies ist schon eine sehr bequeme Formel für die Berechnung des Segments, jedoch nur unter der Bedingung, daß man den Bogen nicht allein im Längenmaaße, sondern auch im Bogenmaaße kennt.

Man hat bei der Berechnung eines Segments nach dieser letzten Formel darauf zu achten, daß wenn man Bogen und Sinustafeln für den Radius 1 gebraucht, die daraus genommenen Zahlen nicht blos mit $\frac{r}{2}$ sondern mit $\frac{r^2}{2}$ multiplizirt werden müssen, weil schon beim Bogen n° in jedem bestimmten Falle die gefundene Zahl mit dem gegebenen Radius zu multipliziren ist, und jetzt, um den Sektor zu ergeben, noch einmal mit der Hälfte des Radius multiplizirt werden muß. Dasselbe gilt von dem $\sin n^\circ$; dieser aus den Tafeln genommen, muß ebenfalls schon mit dem gegebenen Radius multiplizirt werden, um dem gegebenen Bogen zu entsprechen; darauf muß er noch einmal mit $\frac{r}{2}$ multiplizirt werden, um der Bildung aus Sinus und Kosinus Produkt des halben Bogens angemessen zu sein.

Es sei also z. B. der Flächeninhalt eines Segments zu berechnen, dessen Bogen = 50°, und dessen Radius = 4 Fuß ist. Man hat nun nach Tafel XLI, Bd. III, S. 303, und Tafel X, S. 88:

Länge des Kreisbogens von 50° =	0,87266
abgezogen Sinus von 50° . . . . . =	0,76604
	0,10662
$\frac{4^2}{2} = \frac{16}{2} = 8$; also multiplizirt	8
Segment =	0,85296 Quadratfuß.

Man sieht nämlich, daß die erste Zahl nur für einen Bogen von 50° für den Radius 1 paßt; und ebenso die zweite nur für einen Sinus von 50° für

Digitized by Google

den Radius 1; beide müßten also mit 4 multiplizirt werden, um diesem Radius zu entsprechen; werden sie alsdann nochmals mit dem halben Radius, also hier mit 2 multiplizirt, so sind sie der diesmaligen Aufgabe gemäß. Man zieht nun die zweifache Multiplikation in eine einzige zusammen, indem man die Hälfte des Quadrats 16 zum Multiplikator macht.

Um nun das Segment ohne die Gradezahl des Bogens zu berechnen, kann man zuerst die Differentialgleichung für den Flächeninhalt (vrgl. S. 2087, VII), nämlich $dF = ydx$ anwenden, indem man die Koordinatengleichung des Kreises (S. 1194, I), d. h. $y = \sqrt{(ax - x^2)}$ damit verbindet. Es bezeichnet a den Diameter; setzt man den Radius gleich 1, so hat man $y = \sqrt{2x - x^2}$. Sieht man also Tafel XXXV, D, Fig. 331, die Sagitta IF als die Abszisse x, die halbe Sehne FA als die Ordinate y, und den Peripheriepunkt I als den Ursprung der Koordinaten an: so läßt sich vermittelst der obigen Gleichung des Flächendifferentials und der nachherigen Integration der Flächeninhalt des halben Segments AFI finden, den man nur zu verdoppeln braucht, um das ganze Segment zu haben.

Zur bequemern Anwendung dieser Formel, die für die Schiffsmessung, wo so oft Kreissegmente zu berechnen sind, sehr wichtig ist, kann man die Größe unter dem Wurzelzeichen in ihre Faktoren auflösen, man hat also:

$$y = \sqrt{2x - x^2} = \sqrt{2x\left(1 - \frac{x}{2}\right)} = \sqrt{2x} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)}$$

Entwickelt man jetzt das Binomium $\sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)} = \left(1 - \frac{x}{2}\right)^{1/2}$ nach dem Newtonschen oder binomischen Satze, so hat man:

$$\left(1 - \frac{x}{2}\right)^{1/2} = 1 - \frac{x}{4} - \frac{x^2}{4 \cdot 8} - \frac{x^3}{8 \cdot 16} - \frac{x^4}{6 \cdot 128} - \text{ꝛc.}$$

Sondert man $\sqrt{2x}$ in $\sqrt{2} \cdot \sqrt{x}$, und führt die Multiplikation der Reihe mit $\sqrt{x} = x^{1/2}$ aus, so hat man:

$$\sqrt{2x - x^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(x - \frac{x^2}{2}\right)} = \sqrt{2} \cdot \left(x^{1/2} - \frac{x^{3/2}}{4} - \frac{x^{5/2}}{4 \cdot 8} - \frac{x^{7/2}}{8 \cdot 16} - \right)$$

Da nun die Gleichung $dF = ydx$ angewandt werden soll, so hat man:

$$dF = ydx = dx \cdot \sqrt{(2x - x^2)};$$

man muß also die letzte Reihe mit dx multipliziren, daher:

$$dx \cdot \sqrt{(x - x^2)} = \sqrt{2} \cdot \left(x^{1/2}dx - \frac{x^{3/2}dx}{4} - \frac{x^{5/2}dx}{4 \cdot 8} - \frac{x^{7/2}}{8 \cdot 16} - \text{ꝛc.} \right)$$

Integrirt man diese Reihe, so erhält man:

$$F = \int dx \sqrt{(x - x^2)} = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{2}{3} x^{3/2} - \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 5} \cdot x^{5/2} - \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 8 \cdot 7} \cdot x^{7/2} - \right.$$
$$\left. \frac{1 \cdot 2}{8 \cdot 16 \cdot 9} \cdot x^{9/2} - \text{ꝛc.} \right)$$

Digitized by Google

Man kann nun noch die allen Gliedern gemeinschaftlichen Faktoren 2 und $\sqrt{x}$ aus der Klammer nehmen, dann hat man, indem $x^{1/2} = \sqrt{x}$

$$F = 2 \cdot \sqrt{2x} \cdot \left(\frac{x}{3} - \frac{x^2}{4 \cdot 5} - \frac{x^3}{4 \cdot 8 \cdot 7} - \frac{x^4}{8 \cdot 16 \cdot 9} - \text{ꝛc.}\right)$$

Diese letzte Reihe läßt sich leicht berechnen, indem x in den mehrsten Fällen kleiner als 1 ist, also die Glieder, welche die Potenzen eines Bruchs enthalten, und noch durch die Divisoren verringert werden, sehr bald unbedeutend sind. Der Werth der Reihe mit $2 \cdot \sqrt{2x}$ multiplizirt, giebt den Inhalt von F, d. h. von dem halben Segmente, dessen Höhe oder Sagitta = x, und dessen Radius = 1 ist.

Läßt man nun das x von dem ersten bedeutungsvollen Werthe allmälig wachsen, so kann man eine Tafel für den Flächeninhalt der Segmente berechnen. Eine solche ist Bd. III, Tafel C, S. 416 und 417 enthalten. Der Durchmesser des Kreises ist = 1 gesetzt, und in 1000 gleiche Theile getheilt; die Werthe der Höhe oder Sagitta gehen von 0,001 bis 0,5, d. h. von einem Tausendtheile des Durchmessers bis zur Länge des Radius.

Durch die Anwendung der obigen Differentiation und Integration hat man also einen einzigen Ausdruck für den halben Werth des Segments. Es muß nun noch entschieden werden, in wieferne dieser Werth mit den beiden vorangegangenen Bestimmungsweisen übereinstimmt.

Nach der Gleichung C auf S. 2482 hat man:

$$\text{Segment von } n^\circ = \text{Bogen } n^\circ \cdot \frac{r}{2} - \sin n^\circ \cdot \frac{r}{2}$$

nach der mechanischen Regel auf S. 2480 hat man aber:

$$\text{Segment von } n^\circ = \text{Bogen } n^\circ \,.\, \text{Sagitta} \,.\, \frac{31}{49}$$

Es muß nun zuerst, wenn die beiden Bestimmungsweisen richtig sind, gefunden werden, daß $2F = \text{Bogen } n^\circ \cdot \frac{r}{2} - \sin n^\circ \cdot \frac{r}{2}$; oder wenn man den Bogen durch Arc bezeichnet, den Multiplikator 2 auf die andre Seite nimmt, und r = 1 setzt:

$$F = \frac{\text{Arc } n^\circ}{4} - \frac{\sin n^\circ}{4}$$

Setzt man ferner Arc $n^\circ = z$, so ist $\sin n^\circ = \sin z$.

Man hat nun nach den unendlichen Reihen der trigonometrischen Funktionen S. 1178:

$$\text{Minuendus:} \quad \frac{z}{4} = \frac{z}{4}$$

$$\text{Subtrahendus:} \quad \frac{\sin z}{4} = \frac{z}{4} - \frac{z^3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{z^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4} - \text{ꝛc.}$$

$$\text{Rest:} \quad \frac{z}{4} - \frac{\sin z}{4} = + \frac{z^3}{2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{z^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4} + \text{ꝛc.}$$

Digitized by Google

Dieser Rest muß offenbar dem Werth von F gleich sein. Er hat aber, um verglichen werden zu können, zwei Umwandlungen nöthig: erstlich ist die Reihe eine divergirende; zweitens ist hier der Werth des Segments durch den Bogen selbst ausgedrückt, während es in der obigen Reihe durch den Sinus versus des halben Bogens, und zwar in konvergirenden Gliedern dargestellt ist.

Die Summe einer Reihe heißt das Resultat, welches zum Vorschein 4
kommt, wenn man ihre Glieder, jedes nach seinem Zeichen + oder — genommen, zusammenrechnet. Wenn man der Summe der Reihe immer näher kommt, je mehr man von den ersten Gliedern findet, und algebraisch addirt, so nähert sich die Reihe oder konvergirt. Im entgegengesetzten Falle entfernt sie sich oder divergirt. Die Ergänzung, oder das Supplement, welches zu der Summe der ersten schon addirten Glieder noch hinzukommen muß, um die eigentliche Summe der ganzen Reihe zu erhalten, wird bei einer konvergenten Reihe immer kleiner je mehr Glieder man hinzunimmt; bei einer divergenten wird das Supplement immer größer. Nimmt man die Ergänzung mit zur Reihe, so findet man natürlich den vollständigen Werth, mag die Reihe selbst divergent oder konvergent sein; in solchem Falle hat aber dann die Reihe selbst wenig Nutzen.

Damit eine Reihe konvergent sei, müssen die folgenden Glieder immer kleiner werden. Ist nun die Größe, welche in den aufeinander folgenden Gliedern in steigenden Potenzen vorkommt, ein Bruch: so werden die Potenzen immer kleinere Brüche, und erlangen bald einen so geringen Werth, daß sie ohne bedeutenden Fehler unbeachtet bleiben können. Ist dagegen die in verschiedenen aufsteigenden Potenzen vorkommende Größe eine solche, die mehr als 1 beträgt: so werden die nachfolgenden Glieder auch immer größer, und man kann sie um so weniger unbeachtet lassen. In einzelnen Fällen können die Divisoren, welche sich in den einzelnen Gliedern finden, eine Aenderung hervorbringen. Sieht man nun auf die letzte Reihe, so zeigt sich leicht, daß die steigenden Potenzen von z, welches mehrentheils größer ist als 1, immer größere Werthe annehmen; daß also auch eine Umwandlung nöthig sei. Ein Beispiel einer solchen Umwandlung findet sich S. 1150.

Was nun die Verschiedenheit der Ausdrücke für F, das eine Mal durch 5
die Sagitta x des ganzen, oder den Sinus versus des halben Bogens, das andere Mal durch den ganzen Bogen z anbetrifft, so läßt sich dieselbe durch die Umkehrung der Reihen (vergl. S. 1088) heben. Nimmt man $\zeta = \frac{1}{2}z$, so ist $x = \sin\text{ vers }\zeta$, und $\zeta = \text{Arc sin vers } x$. Man hat alsdann nur die beiden Reihen S. 1177 Nr. VII, und S. 1179 Nr. VII nach der Lehre von der Umkehrung zu behandeln.

Um aber diese weitläufige und mühsame Arbeit möglichst abzukürzen, und 6
größtentheils ganz zu vermeiden, sollen erst einige Segmentberechnungen mit Hülfe der im dritten Bande vorhandenen Tafeln gemacht werden. Die vier dienlichsten unter ihnen sind: Tafel X für die natürlichen, d. h. in Radiustheilen angegebenen Sinus; Tafel XI für die natürlichen, d. h. ebenfalls in

Digitized by Google

Radiustheilen angegebenen Sinus versus; Tafel XLI für die in Radiustheilen angegebenen Längen der Kreisbogen, und hauptsächlich Tafel C für den Flächeninhalt der Kreissegmente.

Der Gebrauch der drei ersten Tafeln ist ganz einfach; der Gebrauch der letztern bedarf einiger Erläuterung.

Um mit ihrer Hülfe ein Segment zu berechnen, theilt man die Höhe desselben, oder seine Sagitta, durch den gegebenen Diameter des Kreises: der Quotient ist ein Dezimalbruch, den man in der Kolumne der Höhe aufzusuchen hat; daneben findet man einen Flächeninhalt des Segments, welcher dem gesuchten Flächeninhalte proportional ist; um diesen letztern zu erhalten, muß man den in der Tafel gefundenen Flächeninhalt mit dem Quadrat des gegebenen Diameters multipliziren; das Produkt ist der gesuchte Flächeninhalt; denn ähnliche Segmentflächen verhalten sich zu einander, wie die Quadrate ihrer Diameter (vergl. S. 1840 Nr. 17).

Beispiel.

Man verlangt den Flächeninhalt eines Segments, dessen Durchmesser = 50 Fuß, und dessen Sagitta oder Höhe = 4 Fuß ist.

4 dividirt durch 50 = 0,08; in der Tafel findet sich der entsprechende Flächeninhalt = 0,029435, dies multiplizirt mit 50^2 = 2500 giebt das Produkt oder den gesuchten Flächeninhalt des Segments = 73,5875 Fuß.

Wenn man bei der Division der gegebenen Höhe oder Sagitta durch den gegebenen Durchmesser einen Quotienten erhält, welcher nicht ohne einen Bruchrest in den drei Dezimalen endigt: so muß der Flächeninhalt für diesen Rest durch einen Proportionaltheil gefunden werden. Nachdem man den Flächeninhalt gefunden, welcher den drei ersten Dezimalen des Quotienten entspricht, so nimmt man den Unterschied zwischen ihm und dem nächstfolgenden Flächeninhalte der Tafel; diesen Unterschied multiplizirt man mit dem Bruchreste des Quotienten, und das Produkt ist der entsprechende Proportionaltheil, welcher zu dem zuerst gefundenen Flächeninhalte addirt werden muß; die Summe ist der gesuchte Flächeninhalt.

Beispiel.

Man verlangt den Flächeninhalt eines Segments, dessen Höhe oder Sagitta = 4⅓ Fuß = 4,333, und dessen Diameter = 50 Fuß ist.

4,3333 dividirt durch 50 giebt 0,086⅓;			0,000562
für 0,086 Fläche =	0,032745	dividirt durch	3
die nächste Fläche =	0,033307	Drittel Unterschied =	0,000187
Unterschied =	0,000562	Addirt erste Fläche =	0,032745
		Summe der Fläche und des Proportionaltheils =	0,032932
		Multiplizirt mit 50^2 =	2500
		Gesuchte Fläche des Segments =	82,33000

Digitized by Google

Man sieht, daß diese Tafel nur dann gebraucht werden kann, wenn der Durchmesser neben der Höhe oder Sagitta des Segments bekannt ist.

Es sei ein Segment zu berechnen, dessen Radius = 10 Fuß, und dessen 7
Bogen = 45° ist.

Man sucht in Tafel XLI die Bogenlänge für 45°, und findet 0,785398 oder der Kürze wegen 0,7854 Theile des Radius 1; man hat nun die Proportion 1 : 10 = 0,7854 : gesuchten Bogenlänge = 7,854.

Man sucht ferner in Tafel X die Sinuslänge für 45°, und findet 0,7071 Theile des Radius 1; man hat wieder 1 : 10 = 0,7071 : gesuchten Sinuslänge = 7,071.

Berechnet man jetzt nach der Formel C auf Seite 2482:

$$\text{Gesuchte Segmentfläche} = 7{,}854 \times 5 - 7{,}071 \times 5;$$

also gesuchte Segmentfläche = (39,270 − 35,355) = 3,915 Quadratfuß.

Theilt man den gegebenen Bogen in die Hälfte, und sucht in Tafel XI 8
die Sinusversuslänge für 22° 30′, so findet man 0,07612 Theile des Radius 1.

Man hat nun 1 : 10 = 0,07612 : gesuchten Sinusversuslänge für den Radius 10 = 0,7612. Dies ist zugleich die Höhe oder Sagitta des gegebenen Segments.

Man kann jetzt die Tafel C benutzen. Dividirt man 0,7612 durch den gegebenen Diameter 20, so hat man 0,038$^3/_5$, als die in der Tafel aufzusuchende Höhe:

für 0,038 ist die Fläche	= 0,009763		0,000077
die nächste Fläche	= 0,010148	multiplizirt mit	3
Unterschied	= 0,000385	drei Fünftel	= 0,000231
dividirt durch	5	Erste Fläche	= 0,009763
Ein Fünftel	= 0,000077	Summa	= 0,009994
		Multiplizirt mit 20^2	= 400
		Gesuchte Segmentfläche	= 3,9976 Quadratfuß.

Man sieht daß hier schon in den Hunderttheilen ein Unterschied gegen das vorhin vollständig berechnete Resultat eintritt.

Wenn man jetzt die oben (S. 2480) angeführte mechanische Berechnungs- 9
weise des Segments anwendet, nämlich:

$$\text{Segment von } n^\circ = \text{Bogen } n^\circ \text{ mal Sagitta mal } \frac{31}{49}$$

so hat man mit den eben gefundenen Werthen von Bogen und Sagitta, und indem man für $^{31}/_{49}$ seinen Dezimalwerth setzt:

$$\text{Gesuchtes Segment} = 7{,}854 \text{ mal } 0{,}7612 \text{ mal } 0{,}63265 \text{ Quadratfuß}$$
$$\text{oder Segment} = 3{,}7823 \text{ Quadratfuß.}$$

Dieses Resultat weicht noch mehr von dem durch den Sinus berechneten, und darum genauesten Werthe des Segments ab. Diese ganze mechanische Berechnungsweise beruht nämlich auf folgender Annäherung: man sieht den ge-

Digitized by Google

gebenen Bogen als die längere Seite eines Parallelogramms, und die Sagitta als dessen kürzere Seite an, und findet durch Multiplikation dieser beiden Größen den Flächeninhalt desselben; dieser ist aber größer, als der Flächeninhalt des Segments, und zwar nahe im Verhältnisse von 49 : 31; man muß ihn also noch mit dem Bruche $^{31}/_{49}$ multipliziren. In wiefern dieses Verhältniß richtig ist, läßt sich am schnellsten aus der Fläche des Halbkreises erkennen. In der Tafel C zeigt sich für die Höhe 0,5, d. h. im Sinne jener Tafel für die Höhe gleich dem Radius, der Flächeninhalt des Halbkreises = 0,392699 Quadratfuß, wenn der Durchmesser = 1 ist; dies ist genau die Hälfte des Flächeninhalts für den ganzen Kreis, welcher Tafel IV, S. 28, für den Durchmesser 1 angegeben ist, nämlich des Werthes 0,785398 Quadratmaaß. Die halbe Peripherie ist aber für den Durchmesser 1 gleich $\frac{\pi}{2} = 1{,}5707963$; dieser Bogenwerth multiplizirt mit dem Radius 0,5 giebt 0,785398 Quadratmaaß. Dies wäre das Parallelogramm aus halber Peripherie und dem Radius, welcher nun aber mit 0,5 multiplizirt werden muß, um den Flächeninhalt des Halbkreises zu ergeben. Wollte man ihn aber, wie jene mechanische Regel angiebt, mit 0,63265 multipliziren, so käme er offenbar zu groß heraus.

Dasselbe zeigt sich auch, wenn man die andere Formel auf den Halbkreis anwendet, alsdann hat man:

Halbkreis = halbe Peripherie mal halber Radius — Sinus 180° mal halber Radius; oder Halbkreis = 1,5707963 mal 0,25;

weil der Sinus von 180° gleich Null ist (vergl. S. 658). Führt man die Multiplikation aus, so erhält man Fläche des Halbkreises = 0,392699 Quadratmaaß, wie vorher angegeben.

10 Denkt man sich nun einen sehr kleinen Bogen, der dann auch eine sehr kleine Sagitta hat: so wird das Produkt aus beiden natürlich viel weniger von dem Werthe eines Parallelogramms abweichen, dessen eine Seite der Bogen, und dessen andere die Sagitta wäre. Nimmt man z. B. einen Bogen von 2°, so beträgt dessen Länge für den Radius 1, nach Taf. XLI, 0,0349066; ferner ist nach Taf. X der Sinus von 2° = 0,034899, und nach Taf. XI der Sinus versus von 1° = 0,000152, welcher zugleich die Sagitta des Bogens von 2° ist.

Nach der ersten Formel:

$$\text{Segment } 2^\circ = \frac{0{,}034907}{2} - \frac{0{,}034899}{2}$$

$$\text{Segment } 2^\circ = 0{,}017454 - 0{,}017449 = 0{,}000005 \text{ Quadratmaaß.}$$

Multiplizirt man den Bogen 0,034907 mit der Sagitta 0,000152, so erhält man das Parallelogramm = 0,000005. Man sieht, daß für einen so kleinen Bogen von 2° die Werthe des Parallelogramms und des Segments beinahe völlig übereinstimmen. Wollte man also jetzt den Werth des Parallelogramms noch mit 0,63265, d. h. mit $^{31}/_{49}$ multipliziren: so käme offenbar ein zu kleiner Flächeninhalt des Segments zum Vorschein.

11 Für den Halbkreis ist also der Multiplikator $^{31}/_{49}$ zu groß, für den Bogen

Digitized by Google

von 2° ist er zu klein; ja selbst bei einem Bogen von 45° ergiebt sich noch ein zu kleiner Werth des Segments, wie sich vorher in Nr. 9 gezeigt hat, indem die genaueste Formel das Segment für 45° und den Radius 10 = 3,915; die mechanische das Segment nur = 3,7823 ergiebt. Man muß also schließen, daß es zwischen 45° und 180° einen Bogen giebt, für welchen der Multiplikator $^{31}/_{49}$ gerade passend ist. Man könnte diesen Bogen durch Versuche bestimmen, indem man die Segmente für die Bogen über 45°, bei diesem anfangend nach der genauen Formel und nach der mechanischen berechnet, bis sie genau übereinstimmen. Es läßt sich aber noch leichter mit Hülfe der Differential- und Integralformeln bestimmen.

Es sei nun zuerst die Aufgabe gestellt, aus dem Sinus versus FI, Tafel 12 XXXV, D, Fig. 331, den Bogen IA zu finden.

Es sei FI = x; der Bogen IA = ζ; und der Radius EI = 1. Man hat nach den vorhergegangenen Rechnungen den Flächenraum:

$$\text{IFA} = \zeta\,\frac{1}{2} - \frac{(1-x)\cdot\sqrt{(2x-x^2)}}{2}$$

Löst man die Wurzelgröße auf, so hat man $\sqrt{(2x-x^2)} = \sqrt{2x}\cdot\sqrt{\left(1-\frac{x}{2}\right)}$

$$\text{daher:}\quad 2\,\text{IAF} + (1-x)\cdot\sqrt{2x}\cdot\sqrt{\left(1-\frac{x}{2}\right)} = \zeta.$$

Entwickelt man wie oben (S. 2483) die zweite Wurzelgröße nach dem binomischen Satze, multiplizirt sie mit 1 − x und mit $\sqrt{2x}$, so hat man:

$$\text{A)}\quad \sqrt{2x}\left(1 - \frac{5x}{4} + \frac{7x^2}{8\cdot 4} + \frac{9x^3}{16\cdot 8} + \frac{11x^4}{128\cdot 16} + \text{ꝛc.}\right)$$

Zu dieser Reihe muß man noch 2IAF addiren, um ζ, d. h. den Bogen IA zu erhalten, nimmt man den oben gefundenen Werth von IAF, so muß man jetzt die Reihe $\left(\frac{x}{3} - \frac{x^2}{4\cdot 5} - \text{ꝛc.}\right)$ mit $4\cdot\sqrt{2x}$ multipliziren, um 2IAF zu erhalten. Da alle Glieder dieser Reihe im Divisor 4 enthalten, mit Ausnahme des ersten, so wird:

$$\text{B)}\quad 2\,\text{IAF} = \sqrt{2x}\left(\frac{4}{3}x - \frac{x^2}{5} - \frac{x^3}{8\cdot 7} - \text{ꝛc.}\right)$$

Addirt man diese Reihe zu der bei A, indem man die Glieder, welche einerlei Potenz von x enthalten, addirt, so hat man:

$$\text{C)}\quad \zeta = \sqrt{2x}\left(1 + \frac{x}{12} + \frac{3\cdot x^2}{8\cdot 4\cdot 5} + \frac{5\cdot x^3}{16\cdot 8\cdot 7} + \text{ꝛc.}\right)$$

Diese Reihe ist offenbar viel bequemer als die S. 1177 für den Arc sin vers gegebene.

Multiplizirt man dieselbe mit 2, so hat man den oben mit z bezeichneten Bogen des Segments; und multiplizirt man dieses Produkt noch weiter mit x, als dem Sinus versus von ζ, oder der Sagitta von z, so hat man das Parallelogramm, mit welchem das Segment verglichen werden, und von ihm nur $^{31}/_{49}$

Digitized by Google

Theile ausmachen soll. Führt man diese Multiplikation, und zwar innerhalb der Klammer, aus, so hat man, indem P das in Rede stehende Parallelogramm bezeichnet:

$$\text{D)}\quad P = \sqrt{2x}\left(2x + \frac{x^2}{6} + \frac{3x^3}{2\cdot 5\cdot 8} + \frac{5x^4}{4\cdot 7\cdot 16} + \text{ꝛc.}\right)$$

Dieses Parallelogramm muß man mit dem oben gefundenen Werthe des ganzen Segments vergleichen, d. h. den in der Gleichung B angegebenen Werth von diesem Parallelogramm abziehen; alsdann erhält man die Größe, um welche das Parallelogramm mehr Flächeninhalt als das richtige Segment enthält:

$$P = \sqrt{2x}\cdot\left(2x + \frac{x^2}{6} + \frac{3x^3}{2\cdot 5\cdot 8} + \text{ꝛc.}\right)$$

$$\text{abgezogen 2IAF} = \sqrt{2x}\left(\frac{4}{3}x - \frac{x^2}{5} - \frac{x^3}{8\cdot 7} - \text{ꝛc.}\right)$$

$$\text{E)}\quad \text{Unterschied} = \sqrt{2x}\left(\frac{2}{3}x + \frac{11}{30}x^2 + \frac{31}{560}x^3\right)$$

Bezeichnet man diesen Unterschied mit U, so hat man nach der obigen Berechnungsweise:

$$\text{F)}\quad U = 2\zeta x - 2\zeta x\,\frac{31}{49} = 2\zeta x\,.\,\left(1 - \frac{31}{49}\right) = 2\zeta x\,.\,\frac{18}{49}$$

Da x in allen Fällen der Schiffsmessung immer ein ächter Bruch sein wird, sobald man den Radius = 1 setzt, so kann man in dem obigen Werthe des Unterschiedes bei E das Glied $\frac{31}{560}x^3$ unberücksichtigt lassen; alsdann hat man aus E und F:

$$\sqrt{2x}\cdot\left(\frac{2}{3}x + \frac{11}{30}x^2\right) = 2\zeta x\,\frac{18}{49}$$

Dividirt man auf beiden Seiten mit 2x, so hat man:

$$\text{G)}\quad \sqrt{2x}\cdot\left(\frac{1}{3} + \frac{11}{60}x\right) = \frac{18}{49}\zeta$$

Da $\zeta = \frac{1}{2}z$, so kann man diesen Werth auch so ausdrücken:

$$\text{H)}\quad \sqrt{2x}\cdot\left(\frac{1}{3} + \frac{11}{60}x\right) = \frac{18}{98}z$$

Setzt man in die Gleichung G den Werth von ζ aus der Gleichung C, so hat man:

$$\sqrt{2x}\cdot\left(\frac{1}{3} + \frac{11}{60}x\right) = \frac{18}{49}\cdot\sqrt{2x}\cdot\left(1 + \frac{1}{12}x + \frac{3}{4\cdot 5\cdot 8}x^2\right)$$

Läßt man auf beiden Seiten den Faktor $\sqrt{2x}$ fort, nimmt den Divisor 49 auf die andre Seite, und führt die Multiplikation aus, so hat man:

$$\frac{49}{3} + \frac{539}{60}x = 18 + \frac{3}{2}x + \frac{27}{80}x^2$$

$$\frac{49}{3} - 18 = \frac{27}{80}x^2 - \frac{429}{60}x$$

Digitized by Google

Führt man die Subtraktion im ersten Gliede aus, so erhält man $-\frac{5}{3}$; verwandelt man hierauf sämmtliche Brüche in Dezimalbrüche, so ergiebt sich:

$$-1{,}667 = 0{,}3375\,x^2 - 7{,}15\,x.$$

Dividirt man sämmtliche Glieder durch den Koeffizienten der höchsten Potenz x^2, d. h. 0,3375, so ergiebt sich folgende quadratische Gleichung:

$$x^2 - 21{,}185\,x = -4{,}9393$$

Nimmt man von dem Koeffizienten des zweiten Gliedes die Hälfte 10,592, und quadrirt dieselbe, so hat man:

$$x^2 - 21{,}185\,x + 112{,}19 = 112{,}19 - 4{,}9393 = 107{,}2607$$

$$x - 10{,}592 = \pm\sqrt{107{,}2607} = \pm 10{,}238;$$

$$\text{K)}\quad x = 10{,}592 - 10{,}238 = 0{,}358.$$

Daß hier die Wurzelgröße mit dem Minuszeichen genommen werden muß, sieht man leicht ein, da man weiß, daß die Sagitta ein ächter Bruch ist. Die hier gefundenen Dezimalen sind die Theile des Radius; sieht man jetzt in der Sinusversustafel XI, S. 104 nach, so findet man den Sinus versus von 50° als den nächsten, nämlich = 0,357 · · · Es muß daher der Bogen des Segments, für welchen die angegebene mechanische Regel paßt, = 100° sein.

Man sieht also, daß die mechanische Berechnungsweise auf der Voraussetzung beruht: es sei die eine Hälfte eines Spants gewöhnlich ein Bogen von 100 Graden. Je näher also in der Wirklichkeit die Spantenbucht einem solchen Kreisbogen kommt, um desto genauer wird das berechnete Resultat sein.

Man kann sich ein leichtes Erkennungszeichen verschaffen, ob die Spantenbucht eine solche Größe hat. Der Bogen von 100° für den Radius = 1 ist gleich 1,745; der Sinus versus für den Bogen von 50° und den Radius = 1 ist gleich 0,357 · · · Bezeichnet man den gegebenen Bogen mit B, den gegebenen Sinus versus des halben, d. h. die gegebene Höhe oder Sagitta des ganzen Bogens mit S: so hat man folgende Proportion, indem man die beiden allgemeinen Werthe um eine Dezimalstelle abkürzt:

$$1{,}75 : 0{,}36 = B : S;\ \text{also}\ S = \frac{0{,}36}{1{,}75} \cdot B.$$

Drückt man den Bruch, durch einen Dezimalbruch aus, so hat man:

$$S = 0{,}20571 \cdot B.$$

Multiplizirt man also den gegebenen Bogen mit 0,21, und findet sich dann das Produkt der gegebenen Sagitta gleich, oder nahe gleich, so ist die Berechnung eine ziemlich genaue; jedoch immer unter der Voraussetzung, daß die Gestalt des Spants ein Kreis sei.

Beispiel. 13

Ausmessung eines Schiffes nach seinem Tonnengehalte und nach seinem körperlichen Raume.

1. Der Tonnengehalt oder die Lastigkeit, nach der ersten Methode, Seite 2479.

Digitized by Google

Die Tiefe oder Wassertracht des Schiffes ist:

Ledig:	Beladen:	Buladung:
hinten 6 Fuß 8 Zoll	hinten 13 Fuß 6 Zoll	12 Fuß 4 Zoll
vorne 4 « 6 «	vorne 11 « 2 «	5 « 7 «
11 « 2 «	24 « 8 «	6 « 9 «
mittl. 5 « 7 « ledig;	mittl. 12 « 4 « beladen.	

Die Buladung des Schiffes beträgt also vom ledigen bis zum völlig beladenen Zustande 6 Fuß 9 Zoll.

Es sei ferner die Länge dieses Fahrzeugs in der Mitte der Buladung 80 Fuß; diese theilt man in 10 gleiche Theile, und mißt demnach die zugehörigen 9 Breiten folgendermaaßen:

Von hinten ab:

1) 12 Fuß 4 Zoll.
2) 14 « 6 «
3) 18 « 8 «
4) 23 « 5 «
5) 27 « 6 «
6) 25 « 4 «
7) 23 « 2 «
8) 19 « 4 «
9) 17 « 2 «

Summe 181 « 5 «

Summe 181½ Fuß

multiplizirt mit $\frac{80}{10}$ = 8 « Abstand d. Breit.

Fläche 1452 « d. Horizontalschn.

multiplizirt mit 6¾ « Buladung

Kubischer Inhalt 9801 « der Buladung

Dividirt durch 80

So erhält man 122¼ Last für die Lastigkeit oder den Tonnengehalt dieses Fahrzeugs.

Ist nämlich das zur Messung gebrauchte Fußmaaß Hamburgisches oder Bremisches, so hat man, nach der Tafel auf S. 2289, in einer Last von 4000 Pfunden des betreffenden Ortes 80 Kubikfuß Seewasser.

2. Der körperliche Raum, nach der ersten Methode, S. 2480:

Die größte Breite des Schiffes ist:

		Quadrat.
In der Mitte	= 20 Fuß 7 Zoll;	423,9
Breite bei der Piek . .	= 9 « 8 «	93,6
Breite beim Kabelgatt .	= 10 « 6 «	110,4
	Summe =	627,9
	der dritte Theil =	209,3

Log 209,3 = 2,3207692

dividirt mit 2

1,1603846; also die Quadratwurzel = 14,467.

Die Breite 14,5 auf einer Leine abgemessen, und mit dieser auf dem Verdeck aufgesucht, giebt die Stelle des mittleren senkrechten Breitendurchschnitts. An dieser Stelle gemessen sei die Tiefe = 9 Fuß; ferner sei an derselben Stelle die Breite des Flachs im Raume = 8 Fuß 6 Zoll. Die Länge der bogenförmigen Spantenkrümmung an derselben Stelle sei 12 Fuß; die Sagitta 2½ Fuß; die Länge vom Piek bis zum Kabelgatt 80 Fuß.

Digitized by Google

Nach diesen Messungen hat man, um den Flächeninhalt dieses Durchschnitts zu finden:

Mittlere Breite	14	Fuß	6 Zoll
Breite des Flachs	8	"	6 "
2)	23	"	— "
Mittlere Breite des Trapeziums =	11	"	6 "

Diese mittlere Breite des Trapeziums 11 Fuß 6 Zoll mit der Tiefe = 9 multiplizirt giebt den Flächeninhalt des Trapeziums = 103 Fuß 6 Zoll.

Bogenlänge	= 12 Fuß	Beide Segmente	= 38 F. — Z.
Sagitta	= 2,5 F.	Addirt Trapez	= 103 " 6 "
Produkt	= 30 F.	Breitendurchschnitt	= 141 " 6 "
multpl. m. 31/49	= 0,6326	multipliz. m. Länge	= 80
Segment	= 18,978 od. 19 Quadf.	Kubischer Inhalt	= 11320 Kubikf.

Dies dividirt durch 80 giebt 141½ Raumlasten.

Diese Raumberechnung gilt für ein Fahrzeug mit einem Verdeck. Hat es 14
aber noch ein Zwischendeck, so muß natürlich noch dessen kubischer Inhalt zu dem vorher gefundenen addirt werden. Es sei

Die größte Breite des Decks	= 19 F. 4 Z.;	Quadrat	= 373,1 F.
Breite vorne	= 9 " 6 "	"	= 90,3 "
Breite hinten	= 8 " 2 "	"	= 66,1 "
		dividirt mit 3)	529,5
		Drittel	= 176,5

Log 176,5 = 2,2467447
2

1,1233723; also Quadratwurzel oder mittlere Breite = 13,28.

Es sei ferner die Höhe des Zwischendecks 5 Fuß; die Länge von der Piek bis zum Kabelgatt 80 Fuß, so hat man 5 mal 80 = 400; dieses multiplizirt mit 13,28 giebt den kubischen Inhalt des Zwischendecks = 5312 Kubikfuß; dividirt durch 80 giebt 66,4 Raumlasten; hiezu die obigen Raumlasten 141,5 addirt, giebt den kubischen Inhalt des ganzen Schiffs = 207,5 Raumlasten.

Mit der Berechnung der ganzen Zuladung hat man auch diejenige zu verbinden: wie viel ein Schiff auf jeden Fuß und Zoll noch neue Zuladung einnehmen kann. Es giebt nämlich viele Häfen, die nicht tief genug zur völligen Beladung großer Schiffe sind; alsdann müssen diese zur Vervollständigung ihrer Ladung auf die Rhede hinausgehen. 15

Es habe ein Schiff in einem seichten Hafen nur so viel Ladung eingenommen, daß es noch 2 Fuß tiefer zuladen kann, diese aber auf der Rhede einnehmen muß. Es sei die Länge des Schiffs in der Mitte der Zuladung 90 Fuß. Nachdem dieselben in 10 gleiche Theile getheilt worden, findet sich als Summe

Digitized by Google

der 9 Breiten 195 Fuß, diese mit 9 Fuß, als dem Abstande zwischen den einzelnen Breiten multiplizirt, giebt die Fläche des horizontalen Durchschnitts = 1755 Quadratfuß; diese multiplizirt mit der Höhe der noch übrigen Zuladung, d. h. mit 2 Fuß, giebt 3510 Kubikfuß; dividirt mit 80 giebt $43\frac{7}{8}$ Lasten. Soviel kann also das Schiff auf der Rhede noch einnehmen.

16 Hiermit steht nun auch die Berechnung der Stabilität des Schiffes (vergl. S. 2268 bis 2274) in genauer Verbindung, um bestimmen zu können, wie weit die Ladung gehen müsse, damit das Schiff seine Segel ohne Beschwerde zu führen vermag.

Die mehrsten Kauffahrteischiffe haben, wenn sie vollständig beladen sind, ihren Schwerpunkt in der Wasserebene. Es sei nun der Wasserraum des Schiffes, d. h. sein unter Wasser befindliches Volumen = M; seine Breite = b; seine Tiefe von der Wasserfläche bis zur Unterseite des Kiels = c; das Verhältniß des Horizontaldurchschnitts des Schiffs in der Wasserebene zu dem Parallelogramm aus seiner Länge und Breite sei = a; derjenige Theil der Tiefe, mit welchem der Horizontaldurchschnitt in der Wasserebene multiplizirt werden muß, um M zu erhalten = d; alsdann hat man nach der oben (S. 2208 Nr. 3) gegebenen Formel:

$$\text{A)}\quad \text{Stabilität} = \frac{a \cdot b^2}{12 \cdot d \cdot c} \cdot 50\,M - M\left(\frac{d}{1+d}\right) \cdot c.$$

Nach der gewöhnlichen Bauart der Kauffahrteischiffe kann man annehmen, daß der Flächeninhalt des Wasserebenendurchschnitts das Produkt aus der Breite desselben mit drei Vierteln der Länge sei; daß ferner der Theil der Tiefe, welcher wegen der Gestalt des Schiffes allein zur Rechnung kommt, gleich fünf Sechstel sei; also $d = \frac{5}{6}$; dies ist also der jedesmalige Multiplikator für c.

Nach diesen Voraussetzungen ist also $a = \left(\frac{\frac{3}{4}\text{Länge} \times \text{Breite}}{\text{Länge} \times \text{Breite}}\right)$

Es sei ein beladenes Schiff 88 Fuß lang in der Wasserlinie; 26 Fuß breit; und bis zur Unterseite des Kiels 12 Fuß tief. Es soll nun seine Stabilität gefunden werden.

Um zuerst M, oder das Volumen des Wasserraums zu finden, hat man:

88 Fuß Länge
$19\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ Breite
1716 Quadratfuß Flächeninhalt.
$10 = \frac{5}{6}$ Tiefe
17160 Kubikfuß = M

$1716 = \frac{3}{4}$Länge × Breite
2288 = Länge × Breite
daher $\frac{1716}{2288} = a$;
oder $a = \frac{3}{4}$

Setzt man diese Werthe in die obige Formel bei A, so hat man:

$$\text{Stabilität} = 50 \cdot 17160 \left(\frac{\frac{3}{4} \cdot (26)^2}{12 \cdot \frac{5}{6} \cdot 12}\right)$$

Digitized by Google

Ehe diese Formel berechnet wird, ist es nöthig sich einige Bestandtheile derselben klar zu machen. Der Faktor 50 bezeichnet die Anzahl von Pfunden in einem Kubikfuß Seewasser, wenn das Längenmaaß in Bremer oder Hamburger Fußen, und das Gewicht in solchen Pfunden gegeben wird; ein Bremer Kubikfuß Seewasser enthält nämlich genauer 49,512, ein Hamburger 49,648 Pfunde (vergl. S. 2289). Hat man also ein andres Fußmaaß, so muß man den entsprechenden Faktor statt der 50 in die Formel setzen.

Die beiden 12 im Zähler sind wohl zu unterscheiden; die zweite mit dem Bruche $\frac{5}{6}$ multiplizirte ist die diesmalige Tiefe des Wasserraums; statt ihrer kann also bei einem andern Schiffe oder Maaße eine andre Zahl erscheinen. Dagegen die erste 12 ist der aus der Berechnung des Trägheitsmoments eines Parallelepipeds hervorgekommene Divisor, wenn sich dasselbe um eine Axe dreht, die durch den Schwerpunkt desselben geht (vrgl. 2191 Nr. 9 u. 11).

Der hier im Zähler auftretende Faktor $^3/_4 = a$ ist dem auf Seite 2202 in Gleichung V auftretenden Faktor α gleich, wo dieser das Verhältniß des Horizontaldurchschnitts zum Parallelogramm bezeichnet.

Die Breite b, hier = 26, kommt in den Stabilitätsformeln S. 2207 und 2208 unter der Bezeichnung CD vor.

Die Berechnung des Wasserraumvolumens ist S. 2204 Gleichung C ganz eben so gegeben wie hier; V ist dort das Volumen, AB die Länge, CD die Breite, IE die Tiefe; und β ist dort dasselbe, was hier mit d bezeichnet ist, d. h. der Bruch, mit welchem die Tiefe multiplizirt werden muß, um ein annäherndes Volumen zu ergeben; also nach der hiesigen Annahme $\beta = {}^5/_6$.

Man sieht, daß nun die berechnete Formel mit dem ersten Theile der Stabilität übereinstimmt, wie sie durch die Formel auf S. 2208 oben angegeben ist, nämlich:

$$\text{Stabilität in Beziehung a. d. gr. Axe} = M \cdot \left(\frac{\alpha}{12} \cdot \frac{CD^2}{IE} - \frac{\beta}{1+\beta} \cdot IE - FG. \right)$$

Was — FG anbetrifft, so ist das hier = 0, weil der Schwerpunkt des ganzen Schiffs in der Wassertrachtsebene liegen soll. Was dagegen den Theil $-\frac{\beta}{1+\beta} \cdot IE$ anbetrifft, so hat er hier folgenden Werth: IE = 12; und

$$\frac{\beta}{1+\beta} = \frac{{}^5/_6}{1+{}^5/_6}; \text{ also } \frac{\beta}{1+\beta} \cdot IE = \frac{5}{11} \cdot 12 = \frac{60}{11}$$

Wird also der Werth der obigen Formel berechnet sein, welcher den ersten Theil der Stabilität ausdrückt, so muß noch $\frac{60}{11} \cdot M$ davon abgezogen werden, d. h. $\frac{60}{11} \cdot 17160$.

Es ist nun $50 \cdot 17160 = 858000$;

$26^2 = 676$; also $^3/_4 \cdot 676 = 507$;

$^5/_6 \cdot 12 = 10$; also $12 \cdot 10 = 120$; also $\frac{507}{120} = 4{}^{27}/_{40} = 4{,}225$.

Digitized by Google

Man hat also $50 \cdot 17160 \cdot \left(\frac{3/4 \cdot (26)^2}{12 \cdot 5/6 \cdot 12}\right) = 858000 \cdot 4{,}225 = 3625050$

Hiervon ist noch abzuziehen $\frac{60}{11} \cdot 17160 =$ 93600

Also die gesuchte Stabilität = 3531450 ℔

Dividirt man diese Zahl durch 4000, so hat man:

Stabilität = 882,8625 Lasten.

17 Nimmt man jetzt an, daß die Höhe des Mastes eines solchen Schiffes über der Wasserfläche = 80 Fuß sei, wenn es seine vollen Marssegel führt, deren untere Breite = 52 Fuß, und deren obere = 36 Fuß ist; so erhält man:

52 + 36 = 88; dividirt durch 2 = 44; und 80 · 44 = 3520 Quadratfuß Segelfläche.

Es sei nun das Schiff eine Brigg, alsdann haben beide Masten zusammen eine Segelfläche von 7040 Quadratfuß = S.

Nimmt man ferner den Kraftpunkt der Segel in der Mitte der Masten oder auf der halben Höhe = 40 Fuß, so ist diese Entfernung von der Wassertrachtsebene, bezeichnet mit h. einem Hebelarme zu vergleichen, an dessen einem Ende die Segelkraft angebracht ist. Auf diese Art wird sie das Schiff um die Längenaxe des Wasserebenendurchschnitts drehen, oder auf die Seite neigen; der Neigungswinkel sei n. Bei einem unvermuthet stärker werdenden Winde sei die Wirkung des Luftstoßes auf die Segel = 5 Pfund auf einen Quadratfuß, und diese Kraft heiße p. (Die Tafel CXXX enthält die verschiedenen Grade der Windstärke auf einen Quadratfuß Segelfläche durch Pfunde ausgedrückt; die genaueren Erklärungen solcher Berechnungsweisen der Windstärke sind S. 866 bis 872 gegeben.) Nach Tafel CXXX wäre eine Windstärke von 5 Pfund auf einen Quadratfuß gleich einer frischen Kühlte, bei welcher das Schiff nur dichtgereefte Marssegel, gereeftes Groß- und Focksegel führt, dagegen die übrigen Segel mehr oder weniger eingezogen hat.

Nimmt man den Zustand des Gleichgewichts, so ist:

$$B)\quad 50 \cdot M \cdot \left(\frac{a \cdot b^2}{12 \cdot d \cdot c} - \frac{d}{1+d} \cdot c\right) \cdot \sin n = S \cdot p \cdot h.$$

Diese Formel hat auf der rechten Seite das Moment der Windkraft, indem Sp die Kraft, und h den Hebelarm, oder die senkrechte Entfernung vom Schwerpunkt bezeichnet, welche hier durch die halbe Höhe des Mastes dargestellt wird. Diesem Moment der Windkraft soll nun für den Zustand des Gleichgewichts das Moment der Stabilität gleich sein; sie muß daher mit dem Sinus des Neigungswinkels multiplizirt werden. Daß dieser Sinus der das Moment der Stabilität hervorbringende Faktor sei, ist S. 2039 und 2040 ausführlich bewiesen worden. Sobald nun durch die eingetretene Neigung das Moment der Stabilität so weit angewachsen ist, daß es dem Momente der neigenden Kraft gleich kommt: so kann diese letztere nicht weiter wirken, und die Neigung bleibt soweit stehen. Zieht man daher aus obiger Gleichung den

Digitized by Google

Werth von sin n, und damit auch den Werth von n selbst: so weiß man, wie weit der hier angenommene Wind bei der angenommenen Masthöhe und Segelfläche das Schiff auf die Seite legen wird, wenn es die eben vorher berechnete Stabilität hat.

Um nun n zu finden, setzt man die bekannten Größen in die Gleichung B, und erhält:

$$\sin \cdot n \cdot 882{,}9 \text{ Last} = 7040 \cdot 5 \cdot 40 = 1408000 \text{ Pfund} = 352 \text{ Last}$$

$$\sin n = \frac{352}{882{,}9} = 0{,}39868 = \sin 23^\circ 30'$$

Das Schiff wird sich also bei solchem Winde um 23½ Grad auf die Seite neigen.

Will man nun weiter wissen, ein wie großer Theil der Schiffsseite bei 18
solcher Neigung von dem horizontalen Stande abweichen, d. h. auf der einen Seite heraus- auf der andern hineintauchen wird, so muß man die halbe Breite des Schiffes in der Wasserebene, also hier 13 Fuß, zum Radius nehmen, indem die Drehungsaxe die Mittellinie des Wasserebenendurchschnitts ist. Man hat alsdann folgende Proportion:

$$1 : 0{,}399 = 13 : x; \text{ also } x = 5{,}187 = 5 \text{ Fuß } 2 \text{ Zoll.}$$

Nimmt man nun die Planken im Durchschnitt zu 1 Fuß 4 Zoll breit, so würden bei einer solchen Neigung auf der einen Seite beinahe 4 Planken heraus- und auf der andern 4 hineintauchen.

Die eben geführte Berechnung hat aber, um die möglich größte Neigung 19
zu finden, eine Annahme gemacht, welche in der Wirklichkeit niemals vorkommen kann, nämlich: daß der Wind senkrecht auf die Segel fällt. Kommt er aber, wie er es muß um das Schiff auf die Seite zu neigen, von der Seite, so kann er die Segelfläche niemals senkrecht treffen, denn die Raaen können gar nicht so gebraßt werden, daß sie parallel mit der Längenaxe des Schiffes liegen.

Nimmt man daher z. B. an, daß bei halbem Winde derselbe mit der Segelfläche einen Winkel von 45° macht: so weiß man (vergl. S. 2158 Nr. 12), daß sich die Kraft des geraden Stoßes zur Kraft des schiefen Stoßes gegen eine und dieselbe Fläche, wie das Quadrat des Radius zum Quadrat des Kosinus des Einfallswinkels verhält, oder wie das Quadrat des Radius zum Quadrat des Sinus des Neigungswinkels. Unter Einfallswinkel (vergl. S. 2158 Nr. 13) wird bei genauem Sprachgebrauch derjenige verstanden, welchen die Richtung der Kraft mit dem Perpendikel auf die Ebene macht; und unter Neigungswinkel derjenige, den die Kraft mit der Ebene macht. Sehr oft wird aber auch der letztere der Einfallswinkel genannt; namentlich findet man in den mehrsten Lehrbüchern der Nautik den Winkel, den der Wind mit der Segelfläche macht, seinen Einfallswinkel genannt. Es ist aber durchaus nöthig, diesen den Neigungswinkel zu nennen.

Nimmt man also in obigem Beispiele den Sinus von 45° = 0,7071, so ist das Quadrat davon = 0,4999 oder = 0,5. Man hat also, um die Kraft des Windstoßes bei solchem Neigungswinkel von 45° zu finden, die Proportion:

Digitized by Google

$$1 : 0{,}5 = 352 \text{ Last} : x; \text{ also } x = 176 \text{ Last};$$

daher:

$$\sin n = \frac{176}{882{,}9} = 0{,}19934 = \sin 11° 30'.$$

Also der Neigungswinkel des Schiffes ist nur 11° 30′. Dies giebt die Neigung in Fußen = 13 · 0,19934 = 2,59 = 2 Fuß 7 Zoll, was beinahe zwei Planken ergiebt. Hat man nun einen Anemometer (vergl. S. 836 Nr. 4) an Bord, so kann man bei jeder wahrgenommenen Stärke des Windes und bei jeder Segelfläche leicht die Neigung des Schiffes berechnen, und sich zum Voraus von der Stabilität des Schiffes überzeugen.

Mit den obigen Berechnungen steht auch die Frage in Verbindung: wie tief man ein Schiff beladen kann, ohne seine Fähigkeit, die Segel bequem zu führen, merklich zu verringern?

Es muß vor Allem ein Schiff so beladen werden, daß die größte Breite desselben stets um einen bestimmten Theil seiner Tiefe über dem Wasser bleibt. Man sieht, wie nöthig dieses namentlich der Stabilität wegen ist; denn dieser Theil des Schiffsgebäudes zwischen der Wasserebene und dem Horizontaldurchschnitte in der größten Breite ist derjenige, welcher dem Niederdrucke des Windes den alleinigen Widerstand leistet, indem er den Auftrieb des Wassers empfängt.

Bezeichnet man wie vorher die Kraft des Windes auf einen Quadratfuß Segelfläche mit p, den Neigungswinkel des Windes auf die Segelfläche, wenn das Schiff noch in horizontaler Lage ist, mit n, so ist die auf die Segelfläche senkrecht wirkende Kraft des Windes = $p \cdot \sin^2 n$. Bezeichnet man ferner den Neigungswinkel des Schiffes gegen den Horizont mit m: so ist die durch beide Neigungswinkel verminderte Kraft des Windes auf einen Quadratfuß der Segelfläche = $p \cdot \sin^2 n \cdot \cos^2 m$.

Daß hier bei m das Quadrat des Kosinus genommen werden muß, dafür liegt der Grund in Folgendem. Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 332, AB die senkrechte und SH die geneigte Stellung der Segelfläche; HZ ist der Horizont, und WC die Richtung des Windes; CP das Perpendikel auf die schräge Stellung des Segels; der Winkel SCA = m = WCP; derselbe Winkel WCP ist aber auch der Einfallswinkel des Windes auf die schiefe Segelfläche. Daher hat man (vergl. S. 863 Nr. 28) folgende Proportion, indem $p \cdot \sin^2 n$ die auf die vertikale Segelfläche wirkende Kraft ist:

$$1 : \cos^2 m = (p \cdot \sin^2 n) : x; \text{ also } x = p \cdot \sin^2 n \cdot \cos^2 m.$$

Sieht man nun diese ganze jetzige Windkraft als eine zu zerlegende an, wovon der eine Theil senkrecht nach unten dem Auftriebe oder aufwärtswirkenden Drucke des Wassers entgegenwirken soll; stellt man die ganze Windkraft, so ferne sie senkrecht auf die Segelfläche SH wirkt, durch die Linie PC dar: so giebt die Zerlegung der beiden Katheten QC und PQ, von welchen PQ der nach unten wirkende Theil der Kraft, und zugleich der sin PCQ = sin m ist, wenn man die ganze Kraft CP zum Radius nimmt. Demnach hat man:

$$1 : \sin m = CP : PQ; \text{ also } PQ = CP \cdot \sin m = (p \cdot \sin^2 n \cdot \cos^2 m) \cdot \sin m.$$

Digitized by Google

Diese Kraft muß nun noch mit der Segelfläche S multiplizirt werden, so daß die ganze niederdrückende Kraft $= p \cdot S \cdot (\sin^2 n \cdot \cos^2 m) \cdot \sin m$ ist.

Bezeichnet man jetzt den horizontalen Durchschnitt des Schiffes in der Wasserebene mit E, die Höhe der größten Breite über dieser Ebene mit h, und das Gewicht eines Kubikfußes Seewasser mit G, so hat man im Stande des Gleichgewichts (welches aber niemals eintreten darf) folgende Gleichung:

$$p \cdot S \cdot (\sin^2 n \cdot \cos^2 m) \cdot \sin m = h \cdot E \cdot G; \text{ also } h = \frac{p \cdot S \cdot (\sin^2 n \cdot \cos^2 m) \cdot \sin m}{E \cdot G}$$

Bei den wirklichen Schiffen muß aber das rechte Glied der Gleichung stets etwas größer sein, weil bei schwerem Wetter das Verdeck der Kauffahrteischiffe gewöhnlich von Seewasser überströmt ist, welches das niederdrückende Gewicht des Schiffes vermehrt.

Beispiel.

Es sei wie vorher (S. 2491) der Horizontaldurchschnitt des Schiffs in der Wasserebene E = 1716 Quadratfuß; die Segelfläche S = 7040 Quadratfuß; p = 5 Pfund; das Gewicht eines Kubikfußes (vom angewandten Maaße) G = 50 Pfund; der Winkel $n = 45°$; die Neigung des Schiffes gegen den Horizont hin $m = 11° 30'$. Substituirt man diese Werthe in die letzte Gleichung für h, so hat man:

$$h = \frac{5 \cdot 7040 \cdot (0{,}5 \cdot 0{,}96) \cdot 0{,}1994}{1716 \cdot 50} = \frac{7040 \cdot 0{,}096}{17160} = \frac{675{,}84}{17160}$$

$$h = 0{,}0394 \text{ Fuß} = 0{,}4728 \text{ Zoll.}$$

Obgleich also die Kraft des Windes, soferne sie das Schiff senkrecht niederdrückt, auch wie eine Last von oben wirkt, so sinkt, wie der eben gefundene Werth von h zeigt, doch das Schiff dadurch nur um etwa einen halben Zoll tiefer. Denkt man sich nun noch, was selten oder nie der Fall sein wird, eine 6 Zoll hohe Schichte von Seewasser auf dem Verdeck, so drückt diese das Schiff ebenfalls um 6 Zoll tiefer. Damit also die höchste Breite des Schiffs stets über dem Wasser bleibt, muß das Schiff so geladen werden, daß bei völliger Ladung und ruhigem Wasser die größte Breite $6\frac{1}{2}$ Zoll über der Wasserebene liegt; was bei der hier angenommenen Tiefe des Schiffs beinahe $\frac{1}{22}$ derselben ausmacht.

Zweite Methode
die Lastigkeit oder Buladung eines Schiffs zu finden.

21

Man läßt sich nach den Bauriſſen des zu messenden Schiffes ein genaues Modell machen, und zwar nach einem verjüngten Maaßstabe von ¼ Zoll auf 1 Fuß, d. h. also ein Achtundvierzigsttheil der natürlichen Größe. Auf demselben bemerkt man die Wasserlinien bei völliger Ladung und ohne alle Ladung. Darauf setzt man es ins Wasser, und legt ihm eine Last auf, bis es

Digitized by Google

genau auf die Wasserlinie ohne Ladung, oder Lichtwasserlinie eingesunken ist. Hierauf nimmt man es aus dem Wasser, und nachdem alles Wasser abgetröpfelt oder abgetrocknet ist, wiegt man es zusammt der aufgelegten Ladung. Es ist nun nach den Lehren der Stereometrie (vergl. S. 1840 und 1841) bekannt, daß sich der Kubikinhalt, also auch das Gewicht ähnlicher Körper wie der Kubus ihrer homologen Dimensionen verhält. Um also das Gewicht des unbeladenen Schiffes zu finden, muß man das Gewicht des Modells mit dem Kubus der Zahl multipliziren, welche anzeigt, wie viel Male die Dimensionen des Schiffes diejenigen des Modells enthalten; das Produkt kann man alsdann in Tonnen oder Lasten ausdrücken. Ist also der verjüngte Maaßstab des Modells $^1/_{48}$ der natürlichen Größe: so multiplizirt man das Gewicht des Modells mit $48^3 = 110592$.

Beispiel.

Es sei das Gewicht des Modells bis zur Lichtwasserlinie = 30 Pfund; man verlangt das Gewicht des Schiffes, dessen Dimensionen 48 mal größer sind, wenn es ohne alle Ladung ist.

$110592 \cdot 30 = 3317760$ Pfund = Gewicht des unbeladenen Schiffes.

Je nach dem in Rede stehenden Längenmaaße und Gewicht wird sich auch die Reduktion in Tonnen oder Lasten machen lassen.

Der englische Zentner z. B. hat 112 Pfund avoir-du-poids Gewicht; also ein Viertelzentner oder Quarter 28 Pfund; ein Pfund 16 Unzen; eine Unze 16 Drachmen; eine Tonne hat von diesem Gewichte 20 Zentner oder 2240 Pfund. Dies giebt das obige Gewicht des unbeladenen Schiffes = 1481 Tonnen 320 Pfund. Man kann sich für die verschiedenen Lasten und Tonnen der einzelnen Länder die Rechnung sehr erleichtern, indem man sich einen konstanten Logarithmus berechnet, zu welchem man jedesmal nur den Logarithmus des Modellgewichts zu addiren braucht. Dieser konstante Logarithmus ist die Differenz von $\log n^3 - \log p$, wenn n die Verjüngungszahl des Maaßstabes, wie vorher 48, bezeichnet, und p die Anzahl von Pfunden oder noch kleineren Gewichten, die in der Tonne oder Last enthalten sind.

Nachdem man das Gewicht des unbeladenen Schiffes gefunden, setzt man das Modell von Neuem ins Wasser, und belastet es so weit, daß die Wasserebene mit der Ladewasserlinie zusammenfällt. Darauf wiegt man das so beladene Modell, und findet auf die vorher angegebene Weise das Gewicht des beladenen Schiffs. Hierauf sucht man den Unterschied zwischen den beiden Gewichten des beladenen und unbeladenen Schiffs; und dieser ist die gesuchte Lastigkeit oder Buladung.

22 Auf ähnliche Weise läßt sich auch der Schwerpunkt eines Schiffes finden. Man läßt ein genaues Modell machen, nach gleichem Maaßstabe wie vorher, und zwar von möglichst leichtem Holze; was auch für die vorherige Messung der Lastigkeit sehr vortheilhaft, wenn auch nicht so nothwendig ist.

Digitized by Google

Uebrigens darf das Modell selbst nur wenig oder gar nicht ausgehöhlt sein, weil es nur auf den Wasserraum ankommt; wenn nur die Dimensionen und die Gestalt möglichst genau beobachtet sind. Man läßt darauf das Modell an einem seidenen Faden in verschiedenen Stellungen frei hängen. Die Fortsetzung des Fadens wird immer durch den Schwerpunkt gehen. Da wo der Durchschnitt von mehreren dieser Fortsetzungen liegt, befindet sich auch der Schwerpunkt.

§. 360. Einige genauere Methoden der Schiffsmessung.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 333, ein horizontaler Durchschnitt eines Schiffs; es soll der Flächeninhalt gefunden werden.

Man zieht die Mittellinie oder Längenaxe 1b, und errichtet auf ihr die verschiedenen Perpendikel 1m, 2, 3, 4 u. s. w. bis 10a

Perpendikel.	Fuß.	Zoll.	Abstände. Fuß.	Zoll.
1 =	7	0		
			 5	10
2 =	8	0		
			 5	10
3 =	9	0		
			 10	0
4 =	11	10		
			 10	0
5 =	13	0		

Perpendikel.	Fuß.	Zoll.	Abstände.	
			 10	Fuß.
6 =	14	0		
			 10	„
7 =	15	0		
			 10	„
8 =	14	0		
			 10	„
9 =	11	0		
			 4	„
10 =	8	0		

Die Perpendikel sind lauter halbe Breiten; man sucht zwischen ihnen die mittlere Breite, indem man sie in kleinern Gruppen zusammennimmt.

Man addirt Perpendikel 1 und 3, halbirt ihre Summe, addirt diese zum Perpendikel 2, und nimmt von dieser Summe die Hälfte als die mittlere Breite des Raumes zwischen 1 und 3; diese mittlere Breite multiplizirt man mit dem ganzen Abstande von 1 bis 3, und hat den Flächeninhalt dieses Theils. Die Fläche dieses Theils heiße A. Demnach:

$$7 + 9 = 16;\quad 16 : 2 = 8;\quad 8 + 8 = 16;\quad 16 : 2 = 8;$$

die Entfernungen 5 Fuß 10 Zoll + 5 Fuß 10 Zoll = 11 Fuß 8 Zoll = 11,67 Fuß; dies multiplizirt mit 8 giebt A = 93,36 Quadratfuß.

Von den übrigen Perpendikeln nimmt man immer nur zwei zusammen, halbirt ihr Summe, und multiplizirt sie mit ihrem Abstande. Darauf addirt man alle Flächen; die Summe giebt den halben Flächeninhalt mit Ausschluß des halben Segments ab 10. Die Summe verdoppelt man, und hat den ganzen Flächeninhalt mit Ausschluß des ganzen Segments abc. Darauf sucht man den Flächeninhalt desselben, addirt ihn zu dem Vorigen, und hat den Flächeninhalt des ganzen horizontalen Durchschnitts.

Man hat demnach, wenn man die einzelnen Flächentheile mit A, B. C u. s. w. bezeichnet:

Digitized by Google

		Qdf.	Qdz.
	A =	93	48
9 + 11 F. + 10 B. = 20 F. 10 B.; Hälfte 10 F. 5 B. × 10 F.	= B =	104	24
11 F. 10 B. + 13 F. = 24 F. 10 B.; Hälfte 12 F. 5 B. × 10 F.	= C =	124	24
13 F. + 14 F. = 27 F.; Hälfte 13 F. 6 B. × 10 F.	= D =	135	0
14 F. + 15 F. + 14 F. + 11 F. = 54 F.; Viertel 13 F. 6 B. × 30 F.	= E =	405	0
11 F. + 8 F. = 19 F., Hälfte 9 F. 6 B. × 4 F.	= F =	38	0
Summe der Theile zwischen 1 und 10 auf einer Seite der Mittellinie	= =	899	96
multiplizirt mit			2
Die ganze Fläche ohne das Segment	=	1799	48

Bei der Berechnung solcher Theile thut man am besten, um Irrthümer zu vermeiden, wenn man den Multiplikandus und Multiplikator zuerst in Zoll verwandelt, und dann das Produkt durch 144 dividirt; es enthält nämlich ein Quadratfuß 144 Quadratzoll; z. B. die Fläche A wird folgendermaaßen gefunden:

11 F. 8 B. = 140 B.; 8 F. = 96 Zoll; 140 · 96 = 13440 Quadratzoll; dividirt durch 144 giebt 93 Quadratfuß und 48 Quadratzoll.

Um nun noch das Segment abc zu berechnen, kann man den Bogen abc mit einer biegsamen Latte messen, wie oben (S. 2480); alsdann die Entfernung 10 b = 4 Fuß als die Sagitta, und das Segment = Bogen mal Sagitta mal $^{31}/_{39}$ nehmen.

Man kann auch erst den Radius dieses Bogens berechnen, indem die halbe Sehne a 10 = 8 ist. Man hat nämlich, wenn a 10 = y, und 10 b = x gesetzt, also der Punkt b zum Ursprung der Koordinaten für die Kurve gemacht wird (vergl. S. 1194, 1) $y = \sqrt{2rx - x^2}$, oder $y^2 = 2rx - x^2$; also:

$$64 = 8r - 16;\ 64 + 16 = 8r;\ 80 = 8r;\ \text{also } r = 10.$$

Der Diameter ist demnach = 20, und man kann jetzt mit Hülfe der Tafel C den Flächeninhalt des Segments finden; nämlich $^4/_{20} = {}^1/_5 = 0{,}2$. Die Tafel giebt als Fläche dafür 0,111823; diese multiplizirt mit $20^2 = 400$ giebt den gesuchten Flächeninhalt des Segments = 44,73 Quadratfuß = 44 Quadratfuß und 105 Quadratzoll; man hat demnach:

	Quadratfuß.	Quadratzoll.
Flächeninhalt des Durchschnitts ohne Segment =	1799	48
Flächeninhalt des Segments . . . =	44	105
Gesuchter Flächeninhalt des ganzen horizontalen Durchschnitts . . . . . =	1844	9

Man kann übrigens wohl bemerken, daß der größte Theil der gutgebauten Schiffe, namentlich in neuerer Zeit (vergl. S. 2264 u. S. 2321) parabolische Wasserlinien hat. Man kann auch bei dem Anblicke solcher Durchschnitte leicht

Digitized by Google

erkennen, daß das vorderste Ende derselben sich nicht wie ein Kreisbogen darstellt, sondern vielmehr wie zwei ähnlich gleiche Zweige einer andern Kurve, die zu beiden Seiten der Mittellinie liegen. Nimmt man nun an (vergl. S. 2264), die Parabel, zu welcher das Vordertheil des Durchschnitts gehört, sei eine gemeine oder konische Parabel: so ist (vrgl. S. 2088 Gleich. VIII), der Flächeninhalt auf einer Seite der Abszissenaxe, also hier auf einer Seite der Mittellinie $= \frac{2}{3} . xy$. Es ist nun hier, wenn man b zum Ursprunge der Koordinaten nimmt, b 10 $= x = 4$, und a 10 $= y = 8$; daher $\frac{2}{3} xy = \frac{2}{3} . 32 = 21\frac{1}{3} =$ a 10 b, d. h. gleich dem halben Segmente; daher das ganze Segment $= 42\frac{2}{3}$ Quadratfuß. Man sieht, welch ein geringer Unterschied in dem Resultat hervorkommt, und dagegen, welche große Erleichterung sich in der Rechnung zeigt.

Dritte Methode 2
die Lastigkeit eines Schiffes zu finden.

Man fällt ein Perpendikel von der Vorderseite des Vorstevens in der Höhe der Klüsgatten, und ein andres Perpendikel von der Achterseite des Achtersteevens, in der Höhe des Heckbalkens.

Von der Länge zwischen diesen Perpendikeln werden drei Fünftel der größten Breite auf den Außenplanken, und ferner eben so viel mal $2\frac{1}{2}$ Zoll, als der Heckbalken Fuß über der Oberseite des Kiels liegt, abgezogen; der Rest heißt die Länge des Kiels zur Ayche.

Diese Aychlänge des Kiels multiplizirt man mit der größten Breite auf den Außenplanken; und dieses Produkt multiplizirt man nochmals mit der halben Breite auf den Außenplanken.

Das letzte Produkt dividirt man durch 94; der Quotient ist dann die Lastigkeit in Englischen Tonnen, welche bei den Engländern Builder's tounage genannt wird.

Bei Kauffahrteischiffen, deren Klüsgatten gewöhnlich sehr hoch liegen, und deren Vorsteven ziemlich weit vorschießen, läßt man beide Perpendikel, am Achter- und am Vordersteven von der Höhe des Heckbalkens fallen.

Vierte Methode 3
die Lastigkeit eines Schiffes zu finden.

Man multiplizirt die Länge des Kiels zur Ayche mit dem Quadrat der größten Breite auf den Außenplanken, und dividirt das Produkt durch 188; der Quotient giebt die Lastigkeit in Englischen Tonnen.

Fünfte Methode 4
die Lastigkeit eines Schiffes zu finden.

Die bei den Engländern durch eine Parlamentsakte festgestellte Ausmessung der Lastigkeit, um darnach die Abgaben zu bestimmen, ist folgende:

Digitized by Google

Die Länge wird auf einer geraden Linie längs der Sponning des Kiels gemeſſen, und zwar von der Achterſeite des Achterſtevens bis zu einem Perpendikel, das von der Vorderſeite des Vorſtevens unter dem Bugſpriet gefällt wird.

Von dieſer Länge zieht man drei Fünftel der größten Breite ab; der Reſt wird als die Länge des Kiels zur Ayche angeſehn. Die Breite ſelbſt wird auf der Außenſeite der Außenplanken und zwar da gemeſſen, wo das Schiff am breiteſten iſt; mag dieſe größte Breite über oder unter dem großen Bergholz liegen. Es wird dabei jeder Beſchlag abgerechnet, mag er aus Kupfer oder aus einer Plankenhaut beſtehen.

Die gefundene Länge des Kiels zur Ayche multiplizirt man mit der auf die eben angegebene Art gemeſſenen Breite; dieſes Produkt multiplizirt man nochmals mit der halben Breite.

Das letzte Produkt multiplizirt man durch 94, und erhält die Laſtigkeit in Engliſchen Tonnen.

Sechste Methode
die Laſtigkeit eines Schiffes zu finden.

Es wird ſich bei jeder angeſtellten Berechnung eines und deſſelben Schiffes nach allen dieſen Methoden zeigen, wie ſehr die eben genannten von der Wahrheit abweichen können. Eine viel genauere iſt folgende von dem Engländer Parkyns erfundene. Sie macht zuerſt einen Unterſchied zwiſchen voll- und ſcharfgebauten Schiffen, zu welchen letztern vorzugsweiſe alle Kriegsſchiffe zu zählen ſind.

1. Bei ſcharfgebauten, und vorzugsweiſe bei Kriegsſchiffen.

Man mißt die Länge auf dem unterſten Kanonendeck, von der Sponning des Vorſtevens bis zur Sponning des Achterſtevens, oder zwiſchen den Perpendikeln, und nimmt davon $^{23}/_{24}$: dies iſt die Länge des Kiels zur Ayche.

Zu der größten Breite auf den Außenplanken addirt man die Länge des untern Decks, oder die Länge zwiſchen den Perpendikeln; von dieſer Summe nimmt man $^1/_{23}$; dies iſt die Tiefe zur Ayche.

Man ſetzt dieſe Tiefe von den Flurwegern ab, und in dieſer Höhe mißt man die Breite auf den Außenplanken, und zwar am Mittel- oder Hauptſpant; alsdann noch eine Breite zwiſchen dieſer und den Flurwegern, d. h. an einer unteren Stelle des Hauptſpants; dieſe beiden Breiten addirt man zu der größten Breite des Hauptſpants auf den Außenplanken; von der Summe dieſer drei Breiten nimmt man ein Drittel; dies iſt die Breite zur Ayche.

Man multiplizirt darauf die drei gefundenen Dimenſionen, d. h. die Länge zur Ayche, die Tiefe zur Ayche und die Breite zur Ayche, und dividirt dieſes Produkt durch 49; der Quotient iſt die geſuchte Laſtigkeit in Engliſchen Tonnen.

2. Bei vollgebauten, und vorzugsweiſe bei Kauffahrteiſchiffen.

Man mißt die Länge auf dem untern oder ſogenannten Zwiſchendeck, von

Digitized by Google

der Sponning des Vor- bis zur Sponning des Achterstevens, nimmt hievon $^{31}/_{32}$, und hat die Länge zur Ayche.

Zur größten Breite auf den Außenplanken addirt man die Länge des unteren Decks; alsdann nimmt man $^{3}/_{55}$ dieser Summe, und nennt es die Tiefe zur Ayche. Man setzt diese Tiefe von den Flurwegern aus ab, und in dieser Höhe mißt man die Breite des Hauptspants auf den Außenplanken; ferner mißt man noch eine Breite auf zwei Dritteln dieser Höhe; und noch eine dritte Breite auf einem Drittel dieser Höhe. Diese drei Breiten addirt man mit der größten Breite zusammen, und nimmt ein Viertel dieser Summe; dies ist die Breite zur Ayche.

Man multiplizirt die drei gefundenen Aychdimensionen der Länge, Tiefe und Breite mit einander, und dividirt das Produkt mit $36^{2}/_{3}$; der Quotient giebt die gesuchte Lastigkeit in Englischen Tonnen.

3. Bei Kohlenschiffen begnügt man sich mit folgender Methode: von der Länge des Kiels zieht man 6 bis 7 Fuß wegen der Kielklötze ab; den Rest multiplizirt man mit der größten Breite; das Produkt multiplizirt man mit der Wasserraumtiefe des geladenen Fahrzeuges; dieses Produkt dividirt man mit 96, und erhält die Lastigkeit in Londoner Chaldrons.

Dieses Körpermaaß beträgt an Gewicht beinahe 27 Zentner = 3024 Pfunden Englisches avoir-du-poids Gewicht, und in körperlichem Raume = 79854,9 Englische Kubikzoll, oder 46,2 Englische Kubikfuß.

Die bisher angeführten Methoden sind die bei den Engländern gebräuchlichen. Man hat auch bei den übrigen seefahrenden Nationen, leichte mechanische Methoden, die indessen sämmtlich große Ungenauigkeit zulassen.

Schwedische Ayche. 6

Man mißt die Länge des Schiffs zwischen den Steven auf dem obersten Deck; die größte inwendige Breite, d. h. ohne die Dicke der Hautplanken; und die Tiefe von der unteren Seite des obersten Decks bis an die Flurweger; man multiplizirt diese drei Dimensionen zusammen, und dividirt das Produkt durch 200. Von dem Quotienten nimmt man $^{5}/_{6}$, und dies ist dann die Lastigkeit in schweren Lasten von 18 Schiffpfund Eisengewicht.

Französische Ayche. 7

Die Länge von der äußern Seite des Vorstevens bis zur äußern Seite des Achterstevens gemessen, wird mit der größten Breite auf den Außenplanken multiplizirt. Dieses Produkt mit der Tiefe des Raums vom Kiel bis unter den Segelbalken multiplizirt und durch 100 dividirt giebt die Lastigkeit nach Französischen Tonnen von 2000 Pfund avoir-du-poids Gewicht.

Holländische Ayche. 8

Die Länge des Schiffs über Steven mit der größten Breite in der Wasserfracht multiplizirt, und die Tiefe des Raumes und des Zwischendecks zusammen addirt, und damit das erste Produkt multiplizirt; dieses letztere Produkt

Digitized by Google

mit 400 dividirt, und ¼ des Quotienten davon abgezogen, so giebt der Rest die Lastigkeit in Holländischen Lasten zu 4000 Pfund.

9 Von allen angeführten Methoden ist die von Parkyns angeführte die einzige, welche der Wahrheit nahe kommt, während alle übrigen mehr oder weniger fehlerhafte Berechnungen veranlassen. Bei der Schwedischen Methode können z. B. zwei Schiffe, welche im Ganzen nach demselben Plan gebaut sind, scheinbar einen großen Unterschied in der Lastigkeit haben, wenn das oberste Deck nur um 1 Fuß höher liegt, als in dem andern. Auch die Dicke der Spanten kann einen bedeutenden Unterschied hervorbringen. Die allgemein gebräuchliche Methode der Englischen Ayche, welche S. 2503 Nr. 2 angegeben ist, und von den Engländern the king's rule genannt wird, weil sie bei allen Messungen in der Flotte angewendet wird, kann bei einem Linienschiffe von 100 Kanonen einen Unterschied von 300 Tonnen ergeben, um welche sie für das scharf gebaute Schiff eine zu große Lastigkeit bestimmt. Bei einem großen Kauffahrteischiff, z. B. einem Ostindienfahrer, kann sie dagegen wieder für das vollgebaute Gebäude eine um 400 Tonnen zu kleine Lastigkeit ergeben.

10 Zur Prüfung aller dieser Methoden dient natürlich eine genauere Berechnung des Tonnengehalts. Eine solche ist in der Tafel CIII, Bd. III, S. 418 bis 421 enthalten. Man kann sich aber mit einer geringeren Zahl von Bestimmungspunkten begnügen; z. B.:

Das Gewicht eines Schiffes von 80 Kanonen, als es vom Stapel gelassen wurde, oder vielmehr das Gewicht des Wassers, welches von demselben aus der Stelle getrieben wurde, war	= 1593	Tonnen	406 Pfd.
Das Gewicht der Masten, Taue ꝛc.	= 195	»	720 »
Das Gewicht des Schiffes ohne Ladung, nach der Lichtwasserlinie berechnet	= 1788	»	1126 »
Das Gewicht des Schiffes mit der ganzen Ladung, nach der Ladewasserlinie berechnet . .	= 3554	»	356 »
Wahre Lastigkeit oder Unterschied der beiden Wasserräume	= 1765	»	1470 »

Was hier den Unterschied der Pfunde anbetrifft, so muß man sich erinnern, daß eine Tonne 2240 avoir-du-poids Pfunde hat, welche mit 356 zusammen genommen 2596 geben, wovon 1126 abgezogen den Rest 1470 hervorbringt.

Dieses Schiff nach der King's oder common rule berechnet, sollte eine Lastigkeit von beinahe 1960 Tonnen enthalten, was einen Fehler von beinahe 194 Tonnen ergiebt, um welche der Tonnengehalt zu groß erschien.

11 In allen Fällen, bei denen Genauigkeit erfordert wird, ist es demnach am besten, die horizontalen Längendurchschnitte und die vertikalen Spantenflächen theils nach den S. 2265 gegebenen Regeln paraboliſcher Quadraturen zu berechnen; theils die aus Chapman's paraboliſchem Konstruktionssyſteme hergeleiteten Regeln S. 2320 bis 2332 zu beachten.

12 Zur Vervollständigung der auf Seite 2289 gegebenen Tafel, nach welcher

Digitized by Google

die Laſten und Kubikfuße Seewaſſer der verſchiedenen Länder mit einander verglichen werden können, dienen folgende beiden Tafeln.

I. Vergleichung einiger Längen-, Quadrat- und Kubikfußmaaße.

Oerter und Länder.	Zahl d. Fuße jedes Orts, welche eine gleiche Länge betragen.	Zahl der Quadratfuße jedes Orts, welche eine gleiche Fläche ausmachen.	Zahl d. Kubikfuße jedes Orts, welche einen gleichen körperl. Raum einnehmen.
Königsberg:	845	714025	8439086
Stettin:	919	844561	7761516
Bremen:	899	808201	7265727
Hamburg:	907	822649	7461426
Lübeck;	893	797449	9791467
England (London):	852	725904	6184702
Frankreich:	800	640000	5120000
Holland (Amſterdam):	918	842724	7736206
Schweden:	875	765625	6699219

II. Vergleichung der Pfunde und Laſten einiger Länder.

Oerter und Länder.	Namen des Gewichts.	1 Pfund davon hält an Holländiſchen Troye Gewicht As.	Die Laſt (oder Tonne) jedes Orts wiegt an Schwediſchem Viktualiengewicht.	Die Zahl der Laſten jedes Orts, welche einer ſchweren Schwediſchen Laſt von 5760 Pfd. Viktualiengewicht gleich ſind.
Königsberg;	Neu Berliner Gewicht	9750	4408,02	1,30671
Stettin:	Neu Berliner Gewicht	9750	4408,02	1,30671
Bremen:	Handelsgewicht	10380	4692,85	1,22740
Hamburg:	Handelsgewicht	10080	4557,22	1,26393
Lübeck:	Handelsgewicht	10059	4547,74	1,26657
England (London);	Avoir-du-poids	9439	2389,76	2,41023
Frankreich:	Poids-de-marc	10188	2303,03	2,50106
Holland (Amſterd.):	Troy Gewicht	10240	4629,56	1,24418
Schweden:	Viktualiengewicht	8848	5760,00	1,00000

Das Holländiſche alte Münz- oder Troypfund hat 2 Mark, 16 Unzen, 32 Loth zu 4 Drachmen oder Quentchen, und enthält 10240 As, während das Pfund Holländiſches Handelsgewicht 10280 As enthält. Das Schwediſche Pfund Viktualien- oder Schaalgewicht von 32 Loth zu 4 Quentchen zu 69⅛ Schwediſchen As. Nach den neueſten Beſtimmungen iſt 1 Franzöſiſches Kilogramm = 2,361063 Schwediſche Viktualienpfund, was nur 8813,2 Holländiſche As giebt.

Weil man in neuerer Zeit ſehr oft die andern Maaße und Gewichte auf die neuern Franzöſiſchen reduzirt, ſo iſt es für den gebildeten Seemann nöthig, hier einige genaue Angaben darüber zu machen.

Digitized by Google

Bei dieſen neueren Franzöſiſchen Benennungen iſt die Einheit des Längenmaaßes Mètre; die Einheit des Flächenmaaßes Are; die Einheit des Körpermaaßes zu Holz, Kohlen u. dgl. Stère (Kubikmeter); die Einheit des Körpermaaßes für Getreide und flüſſige Waaren Litre (Kubik-Decimeter); die Einheit des Gewichts Gramme.

Zu den größeren Maaßbenennungen hat man die Vervielfältigungen der Einheit durch Zuſätze aus den Griechiſchen Zahlwörtern ausgedrückt; nämlich: Deka oder Déca zehn, Hecto hundert; Kilo tauſend; Myria zehntauſend.

Zu den kleineren Maaßbenennungen hat man die Theilungen der Einheit durch Zuſätze aus den Lateiniſchen Zahlwörtern ausgedrückt; nämlich: Déci Zehntel; Centi Hundertel; Milli Tauſendtel.

Der Mètre enthält 443,2959 alte Pariſer Linien oder 39,375 Engliſche Zoll. Ein Grad des Erdmeridians hat 10 Myriameter oder 100000 Meter; man hat alſo das Längenmaaß in folgender Weiſe zum zehnfach Kleinern abſteigend.

Degré; Myriamètre; Kilomètre; Hectomètre; Décamètre; Mètre; Décimètre; Centimètre; Millimètre.

Eine Are, oder Flächenmaaß-Einheit iſt der □ Décamètre, d. h. 10 Mètre lang und breit. Die Unterabtheilungen und die größeren Flächen heißen folgendermaaßen:

□ Degré; □ Myriamètre; Myriare oder □ Kilomètre; Kiliare; Hectare oder □ Hectomètre; Décare; Are; Déciare; Centiare oder □ Mètre; Milliare; □ Décimètre; □ Centimètre; □ Millimètre.

Der Stère, als Einheit des Körpermaaßes, iſt der Kubikmeter, alſo 1 Meter lang, breit und hoch. Die Ober- und Unterabtheilungen werden wie vorher benannt. Der Stère hat 29,1739 Pariſer Kubikfuß.

Der Litre, als Einheit des Körpermaaßes für trockne und flüſſige Waaren, hat 50,4124992 alte Pariſer Kubikzoll, und iſt der Kubik-Decimeter; die Ober- und Unterabtheilungen ſind wie vorher.

Der Gramme, als Einheit des Gewichts, enthält ein Kubik-Centimeter Waſſer auf dem Eispunkt deſtillirt, und 18,82715 Pariſer Grains.

Die Schiffstonne, ſonſt 2000 Pfund, iſt jetzt der Kubikmeter des deſtillirten Waſſers von 2043 Pfund Franzöſiſchen Markgewichts.

Beim Handelsgewicht iſt ein Franzöſiſches Pfund = 500 Grammen, oder gleich einem halben Kilogramm: Ein Gramm enthält 20,808556 Holländiſche As.

Im gewöhnlichen Leben gilt auch 1 Toise = 2 Mètres = 6 Fuß, und der Fuß wird wie gewöhnlich nach dem Duodezimalſyſtem eingetheilt, d. h. er hat 12 Zoll, jeden zu 12 Linien, jede zu 12 Punkten.

Digitized by Google

Fünftes Kapitel.

Die Lehre von der Stauung der Schiffe.

§. 361. Allgemeine Erklärungen und Sätze.

Die Stauung ist die Kunst, alle Güter und Ladung, die ein Schiff ein- 1
nehmen soll, in demselben so zu vertheilen, und dabei in sichere, unveränderliche Lage zu bringen, daß jeder Theil der Ladung unbeschädigt bleibt; und zugleich durch seine Stelle und Schwere dazu beiträgt, die guten Eigenschaften des Schiffsgebäudes zum Schnellsegeln und zur sanften Bewegung zu erhalten und zu verstärken; und die schlechten Eigenschaften weniger wirksam zu lassen.

Die Heftigkeit des Stampfens (der Länge nach, oder von vorne nach 2
hinten) und des Schlingerns (der Breite nach, oder von Seite zu Seite) hängt nicht allein von der Form des Schiffsgebäudes, sondern viel mehr von der Art ab, wie die einzelnen schweren Theile seiner Ladung in den innern Räumen des Schiffes vertheilt sind.

Man muß zuerst suchen, das Stampfen zu vermindern, weil die- 3
ses die Fahrt oder Schnelligkeit des Schiffes aufhält und verringert; zugleich bringt diese Bewegung eine große Anstrengung für die ganze Bemastung hervor. Wo ein Mast bricht, geschieht es beinahe immer bei einem heftigen Stampfen, besonders wenn das Vorschiff sich wieder aus seiner Versenkung hebt.

Das Schlingern ist immer verhältnißmäßig stärker als das Stampfen; 4
dennoch bringt es viel weniger Schaden hervor, weil seine Bewegung langsamer geschieht. Man muß es dennoch möglichst vermindern, da oft die Wellen mit der Seitenneigung des Schiffes zusammentreffen, und es dann zu weit niederdrücken. Die Verminderung des Schlingerns erhält man dadurch, daß man den Ballast, wenn er von Eisen ist, auf die Laschungen oder Verscherbungen der Lieger oder Bauchstücke bringt.

So lange nämlich dieser schwerste Ballast auf dem Kolschwinn, d. h. in der Mitte des untersten Raumes liegt, befindet sich auch der Schwerpunkt des Schiffes, namentlich seines Wasserraums sehr tief, und dasselbe muß seine Segel vorzüglich gut tragen können, oder sehr steif sein; aber sobald sich das Schiff auf die Seite geneigt hat, wirkt der Schwerpunkt an einem so langen Hebelarme, daß die Aufrichtung mit großer Heftigkeit geschieht, und Masten und Tauwerk zu sehr anstrengt.

Bringt man aber die schweren Stücke auf die Laschungen der Lieger, oder in die sogenannten Flügel des Raums: so wird der Schwerpunkt nicht bedeutend erhöht; und doch erhält das Schiff, ohne von seiner Stabilität zu verlieren, dadurch sanftere Bewegungen, daß die schweren Körper weiter von der Drehungsaxe abliegen, also auch, indem sie sich gegenseitig entgegenwirken

Digitized by Google

und größere Bogen beschreiben müssen, längere Zeit dazu gebrauchen; liegt dagegen der Hauptballast auf dem Kolschwinn, so geht das Schiff gewöhnlich ruckweise von einer Schwankung zur andern über.

5 Um das Stampfen zu vermindern, muß man die schweren Ballaststücke so nahe als möglich dem Breitendurchschnitte halten, welcher durch den Schwerpunkt des Schiffes geht.

Das Schiff wird übrigens bei etwas bewegter See niemals von einer einzigen Welle getragen, sondern es sind immer ihrer zwei oder drei, welche im selben Augenblicke unter dem Schiffe durchgehen. In seltenen Fällen, wo die See in sehr langen Wallungen geht, und die Deining von sehr weit her, und aus Seestrichen kommt, die weit von allen Küsten abliegen, kann es geschehen, daß auch selbst die größten Schiffe in einzelnen Augenblicken von einer einzigen Welle getragen werden. Man findet z. B. östlich und westlich vom Kap der guten Hoffnung, zwischen dem 30° und 40° Südbreite, sehr lange und hohe Wellen; besonders wenn der Wind längere Zeit aus Westen geweht hat.

6 Für das Schiffsgebäude müssen zum Zwecke einer guten Stauung die verschiedenen Wasserlinien genau bestimmt sein. Die unterste Wasserlinie gilt für diejenige, wenn das Schiff genügenden Ballast eingenommen hat, oder ballaststeif ist. Kennt man die vom Baumeister dafür angegebene Höhe über dem untern Kielrande, so läßt sie sich leicht an der Ahming oder Zahlenbezeichnung des Achter- und Vorstevens wiederfinden. So lange die Wasserlinie der Ballaststeife noch nicht erreicht ist, kann man das Schiff im Ganzen und Großen beladen, um es tiefer gehn zu machen; sobald aber die Ballaststeife erreicht ist, darf kein schwerer Ballast weder vor noch hinter die Vertikalebene gebracht werden, welche durch den Schwerpunkt des Schiffes geht.

7 Im Allgemeinen versteht man unter Ballast (siehe diesen Artikel im Wörterbuche S. 87 u. 88) schwere Lasten, wie Steine, Eisen, Sand, welche außer der gewöhnlichen Ladung in den untern Schiffsraum genommen werden, um den Schwerpunkt des Schiffes und den Schwerpunkt des Wasserraumes tiefer hinab zu bringen, und dem Schiffe mehr Stabilität gegen die Wirkung des Windes auf die Segel zu geben. Reingewaschene Kiesel, große Steine, alte Kanonenkugeln und geborstene oder zerbrochene Kanonen werden am mehrsten dazu gebraucht. Bei der Anordnung des Ballasts kommt es hauptsächlich darauf an: daß der Schwerpunkt des Wasserraums unter denjenigen des ganzen Schiffs zu liegen kommt; wodurch das Schiff sich leichter wieder aufrichtet, wenn es vom Winde auf die Seite geneigt worden.

8 Es ist ferner eine allgemein bekannte Thatsache, daß Schiffe dann am besten Segel führen, wenn sie so weit zugeladen sind, daß ihre größte Breite ein wenig über Wasser bleibt. Ist ein Schiff zu wenig beladen, so muß es sich soweit auf die Seite neigen, daß seine größte Breite auf das Wasser zu liegen kommt, und durch den Gegendruck desselben die gehörige Unterstützung findet. Hat es indessen diese Lage erreicht, so kann es der Wind nicht weiter auf die Seite neigen, und es kann sicher in dieser schrägen Stellung fortfahren. Bei Kauffahrteischiffen hat dieselbe in den mehrsten Fällen keine weitern Nachtheile.

Digitized by Google

Bei Kriegsschiffen bleibt es dagegen immer eine Hauptsache, die unterste Lage hoch genug über Wasser zu halten. Daher ist es für ein Kriegsschiff immer nöthig, die gehörige Lage mit Hülfe des Ballasts zu erhalten.

Viel nachtheiliger ist es dagegen, ein Schiff zu überladen; Kriegsschiffe verlieren dadurch sogleich die gehörige Erhebung ihrer untersten, also wirksamsten Batterie über Wasser; außerdem wird der Widerstand des Wassers gegen das vorwärtssegelnde Gebäude sehr vergrößert; endlich aber würde der Haupttheil des Wasserauftriebes, nämlich der gegen die größte Breite fehlen, um den Schwerpunkt des Schiffes bei der Aufrichtnng nach der Neigung zu unterstützen.

Die drei Hauptpunkte für die Stauung sind also: angemessene 9
Wassertracht; Verminderung des Stampfens; und Verminderung des Schlingerns. Die in jedem wohleingerichteten Hafen angestellten Stauer müssen nicht allein nach diesen Hauptrücksichten die Ladung zu vertheilen, sondern sie auch so anzuordnen und zu befestigen wissen, daß sie selbst bei heftigen Bewegungen des Schiffes fest und unbeweglich liegen bleiben. Fässer werden deshalb mit Keilen und anderm kurzen Holz, das man Stauholz nennt, lagerweise neben- und übereinander festgekeilt. Baumwolle und andre leichte Waare, welche in ihrem natürlichen Zustande zu viel Raum bei zu geringer Schwere einnehmen, werden entweder mit Lanketten, Daumkraften, Schrauben oder Traven zusammengepreßt (vergleiche diese Artikel im Wörterbuche). Bei Sturzgütern, wie Korn, Salz und ähnlichen Gütern, sowie auch bei Ballast, der aus Sand oder Kieseln besteht, werden Lang- und Querschotten, d. h. Bretterverschläge der Länge und Breite nach im Raume gemacht, damit dieselben nicht übergehen, d. h. von einer Seite zur andern überrollen, wodurch der Untergang des Schiffes herbeigeführt werden kann.

Wenn Fässer, Ballen oder Kisten gestaut werden, so nimmt man 10
natürlich die schwersten und größten nach unten, und so viel als möglich die von gleicher Länge und Höhe in der Breite des Schiffes neben einander. Eine solche, von einer Seite des Schiffes rechtwinklig über den Kiel hin nach der andern Seite des Raumes oder Zwischendecks reichende Reihe heißt eine Breitenreihe oder auch blos eine Reihe; die einzelnen Fässer liegen mit ihrer Länge nach der Länge des Schiffs. Die senkrecht übereinander liegenden Reihen von der untersten bis zur obersten bilden eine Vertikalschichte oder einen Stapel.

Die horizontal neben einander liegenden Reihen von der hintersten bis zur vordersten bilden eine Horizontalschichte oder eine Lage.

Wenn der Ballast aus Eisenstücken (Kanonen, Kugeln u. dgl.), oder großen Steinen besteht, so macht man erst eine Unterlage von kleinen Garnierungsbrettern, damit sich die unterste Reihe nicht auf den Unebenheiten des Ballasts beschädigt.

Eine ganze Stauung besteht also aus so vielen Lagen oder Horizontalschichten, als Reihen in einem Stapel enthalten sind; und die-

Digitized by Google

selbe Stauung besteht aus so vielen Stapeln als sich Reihen in einer Lage finden.

In einem Kriegsschiffe besteht z. B. ein Stapel gewöhnlich aus folgenden Reihen: ganz unten der Ballast; darüber die Unterlage, oder die Garnierungsbretter; darauf drei oder mehr Reihen von Fässern, die größten unten, die kleinsten oben, mit Stauholz und Brennholz festgesetzt, und durch Keile unterstützt; ganz oben ist der Raum mit Brennholz bis zur Kuhbrücke ausgefüllt.

Man theilt auch eine ganze Lage dadurch in mehrere Abtheilungen, daß man z. B. in der Gegend des großen Masts, und des Besahnmasts eine Reihe von Fässern so legt, daß sie ihre Länge rechtwinklig gegen den Kiel, also parallel mit der Breitenaxe des Schiffs haben; also mit ihrem Stapel bilden sie dann eine Scheidewand zwischen den Abtheilungen der ganzen Stauung. Gewöhnlich besteht dann der vordere Theil aus Wasserfässern; der mittlere Theil aus Fleisch und andern Lebensmittelfässern für die Mannschaft; der hinterste Theil enthält die Vorräthe für die Kajüte. Dahinter kommen die Pulver- und die Brodkammern mit ihren Wallgängen, d. h. den Gängen zwischen den Schotten. Vor der vorderen Abtheilung des Wasservorraths findet sich das Kabelgatt mit den Ankertauen, Trossen, Pferdeleinen und dem Reserve-Taakelwerk; ganz vorne ist die Vorpiek oder sogenannte Hölle, mit dem kleinern Tauwerk, wie Marlien u. dgl., mit einzelnen Blöcken, Scheiben, Daumkraften u. s. f., welche nach dem jedesmaligen Gebrauche dorthin geborgen oder verwahrt werden.

§. 362. Von der Stauung und dem Ballast der Kriegsschiffe.

1 Die Kriegsschiffe führen gewöhnlich nur solchen Ballast, welcher aus großen Blöcken von Gußeisen, oder aus alten Kanonen, oder Stücken von großen Ankern, oder alten Kanonenkugeln besteht. Scharfgebaute Schiffe erfordern mehr Ballast, als vollgebaute. Man vertheilt zuerst den Ballast über den ganzen untersten Raum, sowohl im großen oder Hauptraume, wo der Wasservorrath hinkommt; als im Lebensmittelraume; als auch unter der Plattform oder dem Rösterwerkfußboden des Kabelgatts; auch vorne unter dem Fußboden der Hölle, und hinten unter dem Fußboden der Pulverkammer; man nimmt dazu so viel Ballast, bis das Schiff auf seine unterste Wasserlinie oder seine Ballastlinie eingesunken ist, welche der Baumeister angegeben hat. Hierauf breitet man über den ganzen Raum die Unterlage von Garnierungsbrettern aus, und staut die unterste Lage der größten Fässer von vier bis fünf Oxhoofd darauf; indem man die beiden Bodenenden des Fasses durch Stauklötze unterstützt, damit nicht der Bauch der Fässer allein zur Tracht kommt, und sich eindrückt. Hat ein Faß eine mit der Garnierungsebene parallele Lage, so stützt man es noch auf jeder Seite durch zwei Staukeile; alsdann hat es eine feste Lage, die durch kein Schlingern und Stampfen geändert werden kann. Das erste Faß staut man genau mit seiner Mittellinie auf die Mittellinie des Kiels, und mit seinem vorderen Bodenrande dicht an die Schotten des Kabelgatts. Auf beiden Seiten dieses zuerst

Digitized by Google

gelegten Fasses staut man alsdann die übrigen, welche die erste Reihe von Bord zu Bord rechtwinklig gegen den Kiel zu bilden. Wo sich in dieser ersten Reihe leere Räume unter und zwischen den Fässern finden, werden sie mit Stauholz ausgefüllt. Darauf legt man die zweite parallele Reihe, indem man wieder von dem mittelsten Fasse anfängt. So fährt man fort, bis die erste Lage oder horizontale Schichte im ganzen Wasserfaßraume vollendet ist. Man muß dabei höchst genau sein, daß die oberen Wölbungen sämmtlicher Fässer eine Ebene bilden, und daß die Bodenränder der einzelnen Stücke der verschiedenen Reihen genau aneinander passen. Nachdem man zur Bildung dieser Ebene Stau- und Brennholz zwischen die oberen Wölbungen gebracht, bildet man die zweite Lage, sei es aus ganz gleichen Stücken, oder in einer Reihe größern, in der andern kleinern; nur in einer und derselben Reihe müssen die Fässer von gleicher Größe sein. Man sorgt wieder für die Festigkeit und für die Ebenheit der ganzen zweiten Lage, so daß jedes einzelne Stück mit seiner ganzen untern Hälfte, und nicht blos mit dem Bauche oder der Wölbung zur Tracht kommt. Gewöhnlich ist die zweite Lage aus Fässern von vier und drei Oxhoofden gemischt. Die dritte Lage, in gleicher Weise gestaut, besteht gewöhnlich aus Fässern von drei und zwei Oxhoofden. Wo sich aus der ungleichen Länge der Stücke Zwischenräume zwischen den Reihen einer Ebene ergeben, werden dieselben mit größeren oder kleineren Fässern ausgefüllt, welche ihre Länge parallel mit der Breitenaxe des Schiffs haben. Wo der entstandene Zwischenraum für solche Querstauung von Fässern nicht hinreicht, wird Brennholz eingestaut. Ganz oben, wo nicht mehr Raum für ganze Fässer ist, wird Brennholz bis zur Kuhbrücke aufgelegt. Hiermit ist der große oder Wasserfaßraum gestaut.

Bei der Stauung des Lebensmittelraums verfährt man in gleicher 2
Weise, indem man die größten und schwersten Fässer mit Salzfleisch und geistigen Getränken nach unten bringt; und ebenso dafür sorgt, daß diejenigen Lebensmittel, die man zuletzt oder auf der Rückreise gebrauchen will, in die unterste Lage kommen. In die zweite Lage kommen diejenigen Stücke, welche gebraucht werden, wenn man einige Zeit in See ist; die dazu gehörigen Fleisch-, Butter-, Oel-, Wein- oder Branntwein-, Rumm, Mehl- und Gemüse-Fässer werden gewöhnlich besonders bezeichnet. Ganz oben kommen diejenigen Stücke, die man nöthig hat, sobald man unter Segel gegangen.

Der Raum für die Kajütenbedürfnisse oder der sogenannte Ka- 3
pitainsraum ist zwar im Vergleich mit den beiden erstgenannten Haupträumen für die Mannschaft sehr klein, wird aber dennoch eben so sorgfältig, und mit Rücksicht auf die Reihenfolge des Verbrauchs gestaut.

Die Pulverkammern werden mit den Pulverfässern angefüllt, welche 4
ein bis zwei Zentner Pulver zu enthalten pflegen, und sich leicht stauen lassen. In die Zwischenräume kommen die Kisten mit den Kardusen oder Geschützpatronen, und die zur Geschützbedienung gehörigen Werkzeuge, die bei der Schlacht in die Batterien gebracht, nachher wieder hieher geborgen werden.

Dicht vor dem Wasserfaßraume ist das Kabelgatt, in welchem man die 5

Digitized by Google

Ankertaue gehörig aufschießt, d. h. in ringförmigen Lagen übereinander legt; drei sind wenigstens immer ganz klar, um an den Ankerring gestochen zu werden; und gewöhnlich unter der Kabelgattslucke ein aus mehreren zusammengespließtes Tau, um augenblicklich bei sehr großen Tiefen oder starkem Sturme gebraucht zu werden. Dabei sorgt man dafür, daß von zwei gleich schweren Tauen immer eines an Backbord und eines an Steuerbord zu liegen kommt. Die Trossen und Pferdeleinen werden entweder in das sogenannte Auge, d. h. den mittleren leeren Raum der aufgeschossenen Ankertaue, oder zwischen den Tauen gestaut; ebenso das starke Reservetauwerk der Taakelasche. Man läßt aber überall Zwischenräume, um die Karduſen, die sich in der vorderen Pulverkammer unterhalb der Hölle befinden, frei durchtragen zu können. Dieselben werden in Verschlägen aufbewahrt, die mit Blei ausgefüttert sind, und deren Oeffnungen einander gegenüberstehen, und einen kleinen Gang, sogenannten Wallgang, zwischen sich haben. Bei völliger Ausrüstung enthalten diese Verschläge an 2000 Karduſen oder ganze Kanonenladungen. In der Hölle selbst über der vorderen Pulverkammer liegt alles kleine Leinenwerk, wie Marlien, Hüfing, Bindsel, Kabelgarn u. dgl., Brennöl, Theer, Unschlitt u. s. w.

6 Oberhalb der eben beschriebenen Stauung zieht sich die Kuhbrücke hin, welche mancherlei Abtheilungen für die einzelnen Handwerker enthält, wie für den Zimmermann, Segelmacher, Faßbinder oder Küfer, Kalfaterer u. s. w.; ebenso den Schlachtverband für die Verwundeten; die Bottlerei, d. h. der Ort, wo die Lebensmittel täglich ausgetheilt werden. Hinten endigt die Kuhbrücke mit den Schotten oder dem Bretterverschlage der Brodkammer, unterhalb welcher die hintere Pulverkammer liegt. Die übrigen Einrichtungen sind theils schon oben (S. 2367) angegeben, theils sind sie auf den verschiedenen Schiffen sehr veränderlich.

7 Wenn man statt des Eisenballasts in ganzen Stücken Kiesel oder Grandballast hat, so gräbt man die unterste Lage der Fässer in ihn ein, damit nicht der Schwerpunkt des Wasserraums zu tief unter den Schwerpunkt des beladenen Schiffes zu liegen kommt, wodurch die Bewegungen des Schlingerns zu heftig werden (vergl. S. 2509).

§. 363. Von der Stauung und dem Ballast der Kauffahrtei- und Transportschiffe.

1 Die Kauffahrteischiffe, und die zum Transport von Kriegsmaterial u. dgl. gebrauchten, haben eine so große Menge verschiedenartiger Ladungsgegenstände einzunehmen, daß sich über die Stauung derselben im Allgemeinen nur wenige Bemerkungen machen lassen. Auch hat beinahe jede Nation und jeder Hafen hergebrachte Eigenthümlichkeiten. Es sei nun ein Schiff zugleich mit Eisen und Blei, Kanonen und Ankern, Wein oder Branntwein, Mehl, Fleisch, Segeltuch und Ballen verschiedener trockener Waaren zu beladen; und man will die vortheilhafteste Stauung derselben finden.

2 Die Kanonen, Mörser und Anker machen die größte Schwierigkeit. Man

Digitized by Google

kann sie indessen als Ballast ansehen; und legt die Kanonen oder Mörser nach der Länge des Schiffs auf eine Unterlage oder Bettung von Stauholz, und zwischen ihnen die Ankerschafte, und zwar so, daß beide Arme horizontal zu liegen kommen, damit nichts über die Kanonen oder Mörser hervorragt. Unter die Hände und Spitzen legt man Ankerschuhe. Auf diese Art bringt man das Schiff bis zu seiner Ballasttracht oder der Wasserlinie der Ballaststeife. Hierauf ebnet man den ganzen Raum mit Holz, Kugeln, Blei, Bomben oder Roheisen.

Ueber diese erste Lage staut man mit der vorher angegebenen Sorgfalt die Wein- und Branntweinfässer, und in die leeren Räume die Fleischtonnen und andren kleinen Fässer, so daß sie nicht zu stark von den darüber liegenden Waaren gepreßt werden. Hierauf kommen die übrigen Fleischfässer, auf diese die Mehlfässer. Der hintere Theil des Raumes bleibt für die Waaren und Ballen und für das Segeltuch, überhaupt für alle die Bestandtheile der Ladung, welche trocken liegen bleiben müssen. Die besonders sorgfältig zu haltenden Waaren kommen zwischen Deck.

Hat ein Schiff nur Blei oder rohes Eisen zu laden, so macht man im 3
Raume eine Unterlage aus Stauholz von drei Fuß Höhe, und staut darauf eine Quantität Eisen, doch so, daß in der Mitte ein Theil des Raumes mit Holz ausgefüllt wird, damit sich die schweren Lasten zu beiden Seiten der Längenaxe, welche zugleich die Drehungsaxe beim Schlingern ist, das Gegengewicht halten, und die Bewegungen sanfter machen können. Zwischen die einzelnen Eisenmassen bringt man auch viel Stauholz, wodurch die schweren Lasten weniger massenhaft und desto höher hinauf gebracht werden, und der Schwerpunkt des Wasserraumes dem Schwerpunkt des ganzen Schiffs näher kommt.

Zuweilen wechselt man mit den Lagen ab; zu unterst kommt eine Lage Holz; darüber eine Lage Eisen oder Blei; darüber eine Lage Holz, dann wieder Eisen u. s. f.

Soll ein Schiff Wolle laden, so nimmt es seinen Ballast in Eisen, wodurch 4
es mehr Raum für die Wolle behält, als wenn es Steine oder Kiesel nähme. Die Ballen selbst werden vorher möglichst stark zusammengepreßt.

Die Ostindienfahrer, welche oft in den verschiedenen Häfen des Indischen 5
und Chinesischen Meeres die verschiedensten Waaren einnehmen, wie Porzellan, Thee, Seidenzeuge, Pfeffer und andere Gewürze, feine Mousseline, Baumwolle, Kaffee u. s. w., haben eine größere Sorgfalt nöthig.

Man beginnt mit einer Lage Ballast, und macht darüber eine Unterlage von zwei bis zwei und einen halben Fuß hoch, um die Waaren vor dem Wasser sicher zu haben, das sich in den Rüstergatten längs dem Kiele ansammelt und nach den Pumpen läuft. Die festen und dauerhaften Porzellankisten werden in den Ballast eingegraben, so daß sie einen Theil desselben ausmachen. Darauf wird rund um den ganzen Raum eine etwa einen Fuß starke Garnierung von solchem Holz gemacht, das einen Theil der Ladung ausmacht, z. B. von Sandelholz; damit das an den Seiten des Schiffes hereindringende und hinabsickernde Wasser nicht an die Waaren kommen kann. Ueber die ganze Garnie-

Digitized by Google

rung nagelt man einen Ueberzug oder eine Bekleidung von Segeltuch. Hierauf bringt man die Theekiſten hinein. Man legt Bretter auf ihre obere Seite, und läßt auf dieſe heftige Schläge oder Stöße von großen Laſten fallen, ſo daß die Kiſten ein vollkommen gleiches Niveau bilden. Ebenſo werden die Endſeiten in eine Ebene gebracht. Die Zwiſchenräume werden mit halben und Viertel-Kiſten ausgefüllt.

Wo koſtbare Waarenballen vor allen Inſekten geſchützt werden müſſen, gräbt man ihre Lagen in Pfeffer ein, wodurch zugleich jeder Zwiſchenraum für die Ladung, nämlich den Pfeffer benutzt wird. Für die bei dieſer Stauung beſchäftigte Mannſchaft iſt freilich der Pfefferſtaub ſehr beſchwerlich und Bruſtangreifend.

Die Kaffeeſäcke oder Ballen werden nicht mit Pfeffer feſtgeſtaut, weil dies dem Geſchmacke ſchaden würde.

6 Wenn ein Schiff die ganze Ladung in Getreide hat, ſo iſt dieſes entweder in Säcken, die ſich ſehr leicht ſtauen laſſen; oder es iſt looſes Getreide. In letzterem Falle zieht man der Länge nach Schotten oder Bretterwände durch den Raum, damit das Getreide nicht bei heftigem Schlingern nach einer Seite überſchießt, was den Untergang des Schiffes herbeiführen kann. Sind mehrere Getreidearten looſe zu laden, ſo macht man auch der Quere nach Schotten, um ſie von einander geſondert zu erhalten. Beim looſen Getreide, wie bei dem in Säcken, wird der Raum mit Matten oder mit Segeltuch bekleidet. Der Ballaſt kommt wieder ganz zu unterſt; es bedarf aber deſſen beim Getreide weniger, weil dieſes an ſich ziemlich ſchwer iſt.

§. 364. Von einigen Fehlern der gewöhnlichen Stauung, und von deren Verbeſſerung.

1 Bei Kriegsſchiffen iſt es ein bemerkbarer Fehler, daß die einzelnen Theile der Stauung nicht auf See von einer Stelle zur andern gebracht werden können; obgleich der Verbrauch der Lebensmittel und der Munition das anfängliche Gleichgewicht des Vor- und Achterſchiffs bedeutend ſtören kann; es kann z. B. ein Linienſchiff in einem vierſtündigen Gefecht 30 bis 40 Tonnen Munition verbrauchen. Außer der Störung des Gleichgewichts hebt ſich auch das Schiff und verliert dadurch einen Theil ſeiner Geſchwindigkeit, ſo wie die Fähigkeit viel Segel zu führen, und ſich gut ſteuern zu laſſen.

Die Kauffahrteiſchiffe ſind dieſem Fehler des Zuleichtwerdens bei weitem weniger ausgeſetzt; weil der Verbrauch der Lebensmittel wegen der weniger zahlreichen Mannſchaft im Verhältniß zur Größe des Schiffsgebäudes weit unbedeutender bleibt. Das Gleichgewicht kann aber auch bei ihnen bemerklich genug geſtört werden.

2 Bei Kriegsſchiffen ebenſowohl wie bei Kauffahrteiſchiffen iſt es ein Fehler, daß der Ballaſt ebenſowohl vor als hinter der durch den Schwerpunkt gehenden Ebene geſtaut wird. Da nun Vor- und Achterſchiff wegen ihrer ſcharfen Geſtalt lange nicht ſoviel wie das Mittelſchiff vom Waſſer unterſtützt werden:

Digitized by Google

so dient jene Ballaststauung nur dazu, die Kielgebrechlichkeit des Schiffes zu vermehren, und die Bewegungen des Schlingerns heftiger zu machen.

Dem allmäligen Emporsteigen des Schiffes beim fortschreitenden Verbrauche 3
der Munition und Lebensmittel läßt sich dadurch abhelfen, daß man eine Partie Packfässer mitnimmt, d. h. völlig zubereitete Dauben, Bodenstücke und Bänder, die aber noch nicht zusammengesetzt sind. Solche bedürfen wenig Raum zur Aufbewahrung, und können anfänglich einen Theil der obersten Holzlage ausmachen. Wie bald nun der Verbrauch von süßem Wasser und Lebensmitteln bemerkbar wird, und das Schiff seine vortheilhafte Wasserlinie verläßt, und dabei vielleicht noch achter- oder vorlastig wird: so läßt man die Packfässer zusammensetzen, mit Seewasser füllen, und an die passenden Stellen bringen, wo Brennholz und Kohlen verbraucht sind; ebenso läßt man auch die andern Fässer, welche vom süßen Wasser oder vom Salzfleisch leer geworden sind, mit Seewasser füllen. Je kleiner jene Packfässer sind, um desto leichter lassen sie sich an die Stellen bringen, die durch den Verbrauch der Fässer frei geworden sind.

Man kann auch auf der Kuhbrücke an jeder Seite der Pumpe etwa 10 Ton- 4
nen mit Bleistücken jedes von 60 Pfunden bereit halten. Von diesen trägt man je nach Bedürfniß und Gutdünken mehr oder weniger nach vorn und nach hinten, und beobachtet dabei im Vergleich mit andern Schiffen, bei welchen Quantitäten und Distanzen, die man abmißt, das Schiff an Geschwindigkeit gewinnt oder verliert.

Ehe man aus dem Hafen geht, aber nachdem das Schiff völlig ausgerüstet und bereit ist in See zu gehen, läßt man die 20 Tonnen Blei etwa 10 Fuß vor die Mitte des Schiffs bringen, und sieht, um wie viel das Schiff dadurch vorne niedergedrückt wird; darauf macht man denselben Versuch von 10 zu 10 Fuß weiter, und zeichnet überall die zum Vorschein gekommenen Wasserlinien auf. Alsdann kann man sich dieser Beobachtungen auf See bedienen, indem man nach dem jedesmaligen Bedürfniß die nöthigen Veränderungen der Lage des Schiffs hervorzubringen weiß. Dasselbe thut man auch mit dem Achterschiffe, indem man die Lasten von 10 zu 10 Fuß hinter die Mitte bringt, und die hervorkommenden Wasserlinien bemerkt.

Die Kriegsschiffe haben übrigens wegen der Stellung der Geschütze ihren Schwerpunkt verhältnißmäßig sehr hoch. Man muß deshalb auf See die Bleistücke dann in das Kabelgatt und in die Hölle, und hinten in die Bottlerei und in die Piek bringen lassen.

Diese Verbesserungen der Wasserlinien und die Erhöhungen der Geschwindigkeit sind besonders wichtig, wenn ein Kriegsschiff Jagd macht, oder von einem stärkern Feinde gejagt wird.

In dem Falle einer forcirten Jagd führt ein Schiff soviel Segel als möglich; kommt dabei der Wind von der Seite, so krängt das Schiff sehr stark, d. h. es neigt sich stark auf die Seite. Ist der Neigungswinkel größer als 10°, so hört der Dienst der Kanonen auf. Ist die Krängung oder Neigung also stärker, so kann man die Bleitonnen, die auf der Leeseite stehen nach der Luv-

Digitized by Google

seite bringen lassen, um der niederdrückenden Gewalt der Segel ein Gegengewicht zu geben, das sich sogleich wieder an seine vorige Stelle bringen läßt, wenn der Segeldruck aufgehört hat. Je weniger ein Schiff geneigt bleibt, desto regelmäßiger und schneller bleibt sein Lauf.

5 Auf den Kauffahrteischiffen, welche vollgeladen sind, kann man auf dem Zwischendecke längs seiner Mittellinie 10 solcher Bleitonnen aufstellen, um sich ihrer nach den Umständen zu demselben Zwecke zu bedienen. Es versteht sich von selbst, daß man diese Tonnen durch Schotten und Klampen gehörig befestigen muß, damit sie nicht bei heftigem Schlingern auf die Leeseite stürzen.

6 Linienschiffe, Fregatten und Kaper, welche nur mit einer vollständigen Ausrüstung für drei oder vier Monate auf einen Kreuzzug gehen, haben natürlich mehr Raum als die andern; es wird ihnen daher auch leichter, die gehörigen Wasserlinien zu behaupten. Dennoch ist es auch für sie von Wichtigkeit, sich der angegebenen Verbesserung der Wasserlinien zu bedienen.

7 Bei der Stauung muß man es als einen vielfach erprobten Grundsatz annehmen, daß die Heftigkeit des Schlingerns und Stampfens nicht allein von der Form des Schiffes, sondern auch noch, und zwar in größerem Maaße von der mehr oder weniger vortheilhaften Vertheilung der schweren Theile der Ladung herkommt. Wenn eine See oder Welle das Schiff an der Windviering, d. h. zwischen der großen Rüste und dem Heck trifft, und dasselbe eine schnelle Fahrt hat: so ist der Stoß der Welle ohne alle Gefahr; indem ihm das Schiff zum Theil entflieht; ist aber der Wellengang schneller als der anfängliche Gang des Schiffes, so kann man durch eine Vermehrung der Segelfläche die Geschwindigkeit beschleunigen.

Kommt dagegen die Woge von vorne, so wird der Stoß der Wassermasse gegen das Vorschiff zweimal vergrößert: das eine Mal durch das Quadrat der Geschwindigkeit der Welle; das andere Mal durch das Quadrat der Geschwindigkeit des Schiffs; die Totalwirkung geschieht also im zusammengesetzten Verhältnisse der Summe des Quadrats der Wellengeschwindigkeit und des Quadrats der Schiffsgeschwindigkeit. Trifft die Welle von hinten auf das entfliehende Schiff, so ist auch der Wasserwiderstand gegen das Vorschiff geringer; er steht nämlich im einfachen Verhältnisse des Quadrats der Schiffsgeschwindigkeit, weniger dem Quadrat des Ueberschusses der Wellengeschwindigkeit über die Schiffsgeschwindigkeit (vergl. S. 2224 bis 2239).

8 Wenn ein Schiff mit einer gewissen Geschwindigkeit den kurzen Wellen entgegenläuft, so wird es nicht allein von einem Stoße getroffen, welcher durch den Inhalt der Welle multiplizirt mit der Summe der Quadrate beider Geschwindigkeiten ausgedrückt wird; sondern es wird auch, indem es die Welle zertheilt und durch sie hindurch geht, von derselben emporgehoben, indem sie ihm eine Wassersäule entgegengestellt, welche größeres Gewicht hat, als das Vorschiff. Wenn diese Welle gegen die Mitte des Schiffs vorgeschritten ist, und das Vorschiff aus seiner Erhebung niedersinkt, fängt es die zweite Welle auf, und wenn die erste am Achterrande, die zweite in der Mitte ist, so fängt die dritte Welle das sinkende Vorschiff auf. Diese Bewegung folgt also unauf-

Digitized by Google

hörlich aufeinander, so lange das Meer Wellen schlägt; so oft die Welle darunter hinweg ist, fällt das Vorschiff nieder, und dieser Fall wird um so sanfter sein, je weniger das Vorschiff beladen ist; weil ferner der Schwerpunkt des Schiffes nahe an der Mitte liegt, so bildet auch das Achterschiff ein bedeutendes Gegengewicht, und hilft mit dazu, die Bewegung sanfter zu machen; die Bemastung leidet viel weniger, und die Fahrt wird viel weniger aufgehalten, indem der vollste Theil des Vorschiffs dem Wasserstoße nur wenig ausgesetzt ist.

Wird ein Schiff von einer langen Welle getragen, so sinkt es noch weni- 9
ger tief, wenn es vorne wenig beladen ist, und zwar erst dann, wenn es vom Achter- und Mittelschiff nicht mehr im Gleichgewicht gehalten wird. Es erhebt sich dann auch mit geringerer Heftigkeit, wenn die zweite Welle kommt, und erleidet also auch keine heftige Erschütterung. Ist aber das Vorschiff schwer beladen, so fällt es viel tiefer zwischen die beiden Wellen hinein, und die nächstfolgende Woge steht höher als das Vorschiff; demnach geht der obere Theil derselben über das Schiff hin, weil der untere Theil nicht Auftrieb genug für das schwere Vorschiff hat, dessen Gewicht noch durch die Heftigkeit des Niedersinkens verstärkt wird. Indem das Schiff oberhalb seiner Wasserlinie plötzlich in seinem Falle gehemmt wird, erleidet es vorne eine heftige Erschütterung, welche die ganze Bemastung schnell nach vorne neigt. Während des Falles nämlich hatte dieselbe eine Neigung nach hinten, um die ihrer Schwere natürliche senkrechte Stellung zu behaupten. Der Stoß hält plötzlich diese Neigung auf; gleich nachher folgt eine Hebung des Vorschiffs, welche die Bemastung selbst rasch nach vorne neigt. Diese von 2 zu 2 oder von 3 zu 3 Minuten wiederholten heftigen Stöße, welche zuweilen 24 volle Stunden anhalten, müssen endlich unvermeidlich die Bemastung brechen. Das Wasser, welches außerdem höher steht als das Vorschiff, bedeckt dasselbe, belastet es noch mehr, und macht es daher tiefer einsinken; hiedurch hat der unterste Theil der Woge die Gelegenheit, durch die Geschützpforten der zweiten Batterie einzudringen. Die oben über Deck stürzende, und die unten eingedrungene Wassermasse lassen das Schiff noch weniger wieder emporsteigen: die nächste Welle kann es daher noch mehr anfüllen; so kann die häufige Wiederholung dieses Eindringens den völligen Untergang des Schiffes herbeiführen.

Man sieht aus allen diesen Bemerkungen, wie sehr man es vermeiden muß, 10
das Vorschiff schwer zu beladen; und wie sehr es andrerseits nöthig ist, beweglichen Ballast in Bleitonnen, oder sonst beweglichen Gefässen, z. B. in Kasten mit Rädern, auf dem Zwischendeck oder der Kuhbrücke bereit zu halten, und zwar im Verhältniß der Größe des Schiffs mehr oder weniger solchen beweglichen Ballasts.

Wenn unter der ganzen Ballastmasse ein verhältnißmäßig großer Theil 11
aus Steinen oder Kieseln besteht, so kann man zuerst den Eisenballast über die ganze Flur verstauen, ohne Zwischenräume zwischen den einzelnen Stücken zu lassen. Darauf macht man eine kleine Bettung oder Unterlage von Stauhölzern, staut auf derselben die erste Lage oder Horizontalschichte der Ladung, und setzt sie mit den Steinen und dem Kiese fest; Holz gebraucht man bei dieser

Digitized by Google

Lage nur da, wo es zum Eben- und Festmachen nothwendig ist. Diese Stauung hat dieselbe Wirkung, als wenn der Ballast ganz aus Eisen bestünde, und auf die vorher angegebene Weise angeordnet würde, indem die Steine ziemlich hoch zu liegen kommen, und keinen Raum verlieren machen.

12 Besteht der ganze Ballast aus Kies, so legt man zuerst davon nur einen Fuß hoch auf die Flur, und gräbt dann die erste und zweite, und selbst auch die dritte Lage der Ladung in den übrigen Kieselballast ein; doch so, daß man unter allen Umständen nicht zu weit nach vorne und hinten schwere Lasten bringt.

13 Für die Stauung im Allgemeinen hat man folgende Regel zu befolgen. Man theilt sich das ganze Schiff von vorne bis hinten in eine gewisse Anzahl von vertikalen Abschnitten, und sorgt alsdann dafür, daß jeder derselben, sein eigenes Gewicht zusammengefaßt mit dem Gewicht alles dessen, was er als Ladung enthält, nicht schwerer sei, als sein Wasserraum, d. h. als die Wassermasse, die in seinem körperlichen Volumen enthalten sein könnte. Auf solche Art wird das Schiff in allen seinen Theilen eine angemessene Unterstützung für seine Ladung und sein Gewicht finden. Nur die beiden äußersten Enden, das Vorschiff und das Achterschiff, müssen an eigenem und Ladungsgewicht weniger enthalten, als ihr Wasserraum oder ihr mit Wasser angefüllter Wasserraum wiegen würde. Indem auf solche Art diese beiden Theile wegen ihres Zusammenhanges mit dem Mittelschiffe tiefer in das Wasser eingetaucht werden, als sie für sich allein sinken würden: so erhalten sie durch den stärkern Auftrieb des Wassers eine solche Unterstützung, daß dadurch die allgemeine Neigung des Schiffsgebäudes zur Brechung oder nach oben hin gehenden Beugung des Kiels, wenn auch nicht ganz aufgehoben, doch sehr verringert wird. Ferner werden dadurch beide Theile zur Verminderung des Stampfens beitragen, indem sie die immerwährende Neigung behalten, sich zu erheben. Durch das sanftere Stampfen wird aber auch die Fahrt oder Geschwindigkeit viel weniger aufgehalten. Bei Kriegsschiffen, welche immer einen großen Theil ihres Raumes leer behalten, läßt sich die angegebene Regel sehr leicht befolgen.

§. 365. Von den verschiedenen Einflüssen der Vor- und Achterlastigkeit.

1 Angenommen, ein Schiff habe bei richtiger Stauung die möglichst günstige Wasserlinie, so muß es diese verlieren, sobald es *vorlastig* gemacht wird. Die neue Wasserlinie wird vorne breiter sein, weil das Vorschiff weiter nach oben hin bauchiger ist; dadurch wird theils der Widerstand des Wassers gegen das vordringende Vorschiff, theils auch der Wasserraum oder die Masse des verdrängten Wassers vermehrt. Beides *verringert die Geschwindigkeit* bei gleichem Stoße des Windes. Macht man dagegen das Schiff *achterlastig*, so wird die neue Wasserlinie hinten breiter als die günstigste es war, weil das Achterschiff sich nach oben zu erweitert; dadurch vermehrt sich der Wasserraum des Achterschiffes; zugleich wird das Vordertheil der neuen Was-

Digitized by Google

ſerlinie ſchmäler, alſo auch der Widerſtand des Waſſers gegen das Vorſchiff kleiner, mithin die Geſchwindigkeit größer bei gleichem Stoße des Windes. Dieſer Gewinn kann aber wieder dadurch verloren gehen, daß die achterlaſtige Lage des Schiffes dem Waſſer mehr von dem Schiffsboden entgegenſtellt, als bei gleichlaſtiger Lage; nämlich der Achtertheil deſſelben, welcher bei horizontaler Richtung der Kiellänge ganz hinter dem Boden des Hauptſpants verdeckt lag, alſo dem Waſſer keinen Widerſtand leiſtete, kommt jetzt durch die nach hinten geneigte Lage des Kiels tiefer als der unterſte Bogen des Hauptſpants zu liegen, und leiſtet alſo auch dem von vorne her andringenden Waſſer einen Widerſtand, welcher je nach der Geſtalt des Schiffsbodens eben ſo groß oder noch größer werden kann, als der Theil des Widerſtandes gegen das Vorſchiff, um welchen dieſer durch das Schmälerwerden der Waſſerlinie nach vorne hin verringert wird. Es bleibt daher von der Achterlaſtigkeit nur der ſichere Vortheil übrig, daß die Wirkung des Waſſers auf das Steuerruder etwas vergrößert wird, weshalb man ſie auch die Steuerlaſtigkeit nennt (vergl. S. 2171).

Ein andrer wichtiger Einfluß der Vor- und Achterlaſtigkeit liegt in der 2
Veränderung des Verhältniſſes zwiſchen dem richtigen Segelpunkte (Point vélique) und dem Mittelpunkte der Segelkraft (Centre d'effort des voiles). Die theoretiſchen Beſtimmungen dieſes Verhältniſſes ſind oben (S. 2292 bis 2311) mit der Ausführlichkeit dargeſtellt worden, welche dieſer wichtige Punkt der Schifferkunde erfordert. Hier iſt alſo nur noch folgende allgemeine Bemerkung hinzuzufügen. Iſt das Schiff vorlaſtig, ſo erhebt ſich der richtige Segelpunkt, weil das tiefer eingetauchte Vorſchiff ſich dem Waſſer in geraderer Richtung entgegenſetzt, während der Mittelpunkt der Segelkraft in derſelben Höhe bleibt; iſt alſo die Bemaſtung nicht mit der in den angeführten Beſtimmungen nachgewieſenen Genauigkeit eingerichtet, ſo wird das Schiff nicht mehr genug Segel gegen den vermehrten Waſſerwiderſtand haben; während auch der Schwerpunkt des Schiffes ein wenig nach vorne gerückt iſt. Hieraus ergiebt ſich auch eine größere Gewalt des Windes auf die Achterſegel, alſo auch eine größere Luvgierigkeit des Schiffs; während das ein wenig aus dem Waſſer emporgehobene Steuerruder eine geringere Wirkſamkeit bekommt. Es muß alſo beinahe fortwährend die Ruderpinne oder der Helm an der Luvſeite gehalten werden; dadurch ſtellt ſich immer ein großer Theil der Ruderfläche dem andringenden Waſſer entgegen, und vermindert die Geſchwindigkeit.

Iſt das Schiff achterlaſtig, ſo ſind die Folgen natürlich entgegenge- 3
ſetzt. Der Segelpunkt kommt niedriger zu liegen, weil das Vorſchiff ſich aus dem Waſſer hebt, und dem Waſſer ſchräger entgegenſetzt, und der Schwerpunkt des Schiffes ein wenig nach hinten rückt, ſo daß der Mittelpunkt der Segelkraft über dem Segelpunkte liegt. Das Schiff hat alsdann zu viel Segel, neigt ſich leicht auf die Seite, und vermindert natürlich ſeine zur Vertheilung des Waſſers günſtige Lage. Zugleich erhalten die Vorſegel mehr Gewalt, da ſie weiter vom Schwerpunkte entfernt ſind, ſich alſo ihr Moment vergrößert. Das Schiff wird alſo lafwindig, d. h. es bekommt eine Neigung vom Winde

Digitized by Google

abzufallen. Man muß also stets das Ruder und die Achtersegel gebrauchen, um es anluven zu machen, und dies verringert natürlich die Geschwindigkeit.

4 Bei großen Schiffen werden indessen die angeführten Nachtheile erst dann bemerkbar, wann die neue oder falsche Wasserlinie sich mehr als sechs Zoll über die günstigste erhebt. Befindet sich dagegen die neue unterhalb der richtigen, so werden die guten Eigenschaften des Schiffes in den mehrsten Fällen unmerklich verringert. Aus allem Angeführten ergiebt sich aber mit Gewißheit, daß es nur eine einzige Wasserlinie für jedes Schiff giebt, welche seiner Geschwindigkeit am vortheilhaftesten ist. Diese Linie muß durch die Rechnung bestimmt und für die Stauung bekannt sein, um sie dem beladenen Schiffe unter allen Umständen so viel als möglich zu erhalten. Sie muß auch von dem Baumeister berechnet sein, ehe das Gebäude auf dem Stapel begonnen wird; denn nach ihr muß die Höhe und Stellung der Bemastung bestimmt werden; damit der Mittelpunkt der Segelkraft mit dem Segelpunkte zusammenfällt, wenn das Schiff beladen ist; nur dann hat das Schiff seine volle Geschwindigkeit, läßt sich gut steuern, und trägt seine Segel auch bei dem Winde mit Vortheil. Ein Kriegsschiff gilt übrigens für beladen, wenn es segelfertig zur Schlacht ist; und ein Kauffahrteischiff, wenn es seine vollständige Ladung am Bord hat.

5 Ist indessen die Bemastung eines Schiffes zu hoch, so daß der Mittelpunkt seiner Segelkraft für gewöhnlich über dem richtigen Segelpunkte liegt, dann freilich muß man ihm einige Vorlastigkeit geben, um den Mittelpunkt der Segelkraft etwas niedriger zu bringen. Mit beweglichem Ballast (vergl. S. 2517 Nr. 4) kann man alsdann immer die der Geschwindigkeit vortheilhafteste Wasserlinie finden, die bei der einmal fehlerhaften Bemastung möglich bleibt (vergl. S. 2304 Nr. 6).

§. 366. Von der bei der Stauung vorkommenden Körpermessung.

1 Die mehrsten Bestandtheile einer Ladung werden entweder eine parallelepipedische Gestalt haben, wie die Kisten und Ballen, oder eine cylindrische, wie die Fässer. Die Volumenberechnung beider Gestalten ist schon oben bei der Ausmessung des Bauholzes, S. 2447 bis 2454 gezeigt worden. Es sind hier also nur noch einige Bemerkungen über das Gewicht, und einige zulässige Abkürzungsweisen hinzuzufügen.

2 Das spezifische Gewicht der verschiedenen Massen pflegt mehrentheils in Vergleich mit destillirtem Regenwasser angegeben zu sein, wie Bd. II, Tafel XLII, (S. 304) für die verschiedenen Materien, und Tafel CXII bis CXVII (S. 469 bis 471) für die verschiedenen zur Bemastung gebrauchten Holzarten. Regenwasser nimmt man gewöhnlich den Kubikfuß zu 70 Pariser Pfund an, während Seewasser im Durchschnitt 71½ Pariser Pfund wiegt; die letztere Zahl ist indessen wandelbar, weil in den verschiedenen Gegenden der Erde das Meer bald mehr bald weniger Salztheile enthält (vrgl. Bd. I, S. 81). Soll nun das

Digitized by Google

abſolute Gewicht eines Körpers gefunden werden, von welchem das Volumen und das ſpezifiſche Gewicht in Vergleich mit dem Regenwaſſer gegeben iſt: ſo multiplizirt man das Volumen mit 70, alsdann hat man die Zahl von Pariſer Pfunden, welche ein gleiches Volumen Regenwaſſer wiegt; dies Produkt multiplizirt man mit der ſpezifiſchen Verhältnißzahl und erhält das Gewicht des gegebenen Körpers.

Beiſpiel.

Man verlangt das abſolute Gewicht von 5 Kubikfuß Deutſches Blei.

Nach Tafel XLII, Bd. III, S. 304 hat man für Deutſches Blei die Gewichtsverhältnißzahl 11,3; dies multiplizirt mit 5 mal 70, oder mit 350 giebt das geſuchte Totalgewicht = 3955 Pfund.

Bei der Berechnung des Volumens eines Parallelepipeds, z. B. einer 3
Planke oder eines Balkens, ſind gewöhnlich zwei Dimenſionen in Zollen und die dritte in Fußen gegeben.

Man kann alsdann die drei Dimenſionenzahlen mit einander multipliziren, als wären ſie ſämmtlich von einerlei Werth; das Produkt muß man aber noch mit 144 dividiren, d. h. mit dem Quadratzollinhalt eines Quadratfußes; alsdann enthält der Quotient die verlangte Zahl von Kubikfußen.

Es ſei z. B. die Länge eines Balkens 38 Fuß, ſeine Breite 11 Zoll und ſeine Dicke 9 Zoll; man verlangt den kubiſchen Inhalt deſſelben.

$38 \cdot 11 = 418$; und $418 \cdot 9 = 3762$; in dieſem Produkt wären lauter Kubikfuß enthalten, wenn 11 und 9 auch Fuße geweſen wären; da es aber nur Zolle waren, ſo hätten die Multiplikationen eigentlich mit $^{11}/_{12}$ und $^{9}/_{12}$ gemacht werden müſſen. Da alſo das Produkt um $12 \cdot 12 = 144$ zu groß iſt, ſo muß es durch 144 dividirt werden, um Kubikfuß zu ergeben; es iſt alſo der geſuchte Inhalt = 26,125 Kubikfuß, oder 26 Kubikfuß 216 Kubikzoll.

Noch ſicherer wird man in ſolchen Fällen thun, die in Zollen gegebenen Dimenſionen in Dezimalen des Fußes zu verwandeln, und zwar bei dieſem Beiſpiele in Dezimalen des Quadratfußes, und damit die Fußzahl zu multipliziren. $^{9}/_{12} \cdot {}^{11}/_{12} = {}^{99}/_{144} = 0{,}6875$ Quadratfuß; 38 Längenfuß mit 0,6875 Quadratfuß multiplizirt giebt 26,125 Kubikfuß. Will man die Dezimalen des Kubikfußes in Kubikzoll verwandeln, ſo multiplizirt man 1728 mit 0,125; dies giebt 216 Kubikzoll. Es hat nämlich ein Kubikfuß 1728 Kubikzoll; man hat alſo die Proportion $1 : 0{,}125 = 1728 : x$; oder $x = 216$.

Iſt der eben berechnete Balken von Eichenholz, ſo hat man, da das ſpezifiſche Gewicht deſſelben nach Tafel XLII = 0,845 iſt, das Gewicht des Balkens $= 26{,}125 \times 70 \times 0{,}845 = 1545{,}3$ Pariſer Pfund.

Bei dem Berechnen der Cylinder iſt die Kreisfläche $= r^2\pi$ (vrgl. S. 735). 4
Nimmt man 1 zum Diameter, ſo iſt $r = 1/2$, und $r^2 = 1/4$. Da nun $\pi = 3{,}14$ ſo iſt der Flächeninhalt des Kreiſes, deſſen Diameter 1 iſt = 0,785. Bildet man ſich die Quadratfläche des Diameters, ſo iſt ſie = 1 Quadratmaaß. Es verhält ſich alſo das Quadrat des Diameters zum Flächeninhalte des Kreiſes wie 1 : 0,785. Drückt man dieſes Verhältniß durch ganze Zahlen aus, ſo hat

Digitized by Google

man Quadrat des Diameters zur Kreisfläche wie 14 : 11. Iſt alſo der Durchmeſſer eines gegebenen Cylinders = d, und die geſuchte Kreisfläche = F, ſo hat man:

$$14 : 11 = d^2 : F; \text{ alſo } F = \frac{11 \cdot d^2}{14}$$

Man hat den Flächeninhalt F noch mit der Länge des gegebenen Cylinders zu multipliziren. War der Diameter in Zollen gegeben, die Länge aber in Fußen, ſo hat man das Produkt wieder durch 144 zu dividiren, um Kubikfuße zu erhalten, wenn man es nicht vorzieht, die Kreisfläche in Dezimaltheile des Quadratfußes zu verwandeln.

Beiſpiel.

Es ſei ein oben und unten gleich ſtarker hölzerner Cylinder von Eſchenholz gegeben, deſſen Diameter = 10 Zoll, und deſſen Länge = 26 Fuß iſt.

Die Kreisfläche iſt = 1100 : 14 = 78,57 Quadratzoll; dies multiplizirt mit 26 giebt 2042,82; dies dividirt durch 144 giebt den geſuchten kubiſchen Inhalt = 14,19 Kubikfuß = 14 Kubikfuß 328 Kubikzoll.

Oder die Kreisfläche iſt = 78,57 dividirt durch 144 = 0,5458 Quadratfuß; dies multiplizirt mit 26 Längenfuß giebt den Inhalt = 14,19 Kubikfuß. Nach Tafel XLII iſt das ſpezifiſche Gewicht des Eſchenholzes = 0,845; daher hat man das Gewicht des Cylinders = 14,19 × 70 × 0,845 = 839,34 Pariſer Pfund.

Wenn ein Baum oder dergleichen keinen gleichen Diameter an beiden Enden hat, ſondern eigentlich ein abgeſtumpfter Kegel iſt, ſo hat man erſt den mittleren Durchmeſſer aufzufinden, wie oben (S. 2448) gezeigt worden. Man hat indeſſen noch eine andere praktiſche Regel: man addirt die Quadrate des größten und kleinſten Diameters; zu dieſer Summe addirt man weiter das Produkt der beiden Diameter. Dieſe zweite Summe S macht man zum dritten Gliede folgender Proportion:

$$14 : 11 = S : x; \text{ alſo } x = \frac{11 \cdot S}{14}$$

Das gefundene x multiplizirt man mit 1/3 der Länge des gegebenen Maſts; das Produkt iſt der kubiſche Inhalt deſſelben.

Um dieſe Regel allgemein auszudrücken, ſei D der größere, d der kleinere Diameter, L die Länge des zu berechnenden Maſts, K der körperliche Inhalt; alsdann hat man aus obiger Regel folgende Formel:

$$\text{A)} \quad K = \frac{11 \cdot S \cdot L}{3 \cdot 14} = \frac{11 \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d) \cdot L}{42}$$

Dieſe Regel erklärt ſich ganz aus der Berechnungsweiſe einer abgeſtumpften Pyramide (S. 1851 Nr. 17 und S. 1852 Nr. 18). Dort iſt gefunden worden, daß der körperliche Inhalt einer abgeſtumpften Pyramide gleich der Summe dreier Pyramiden iſt, welche ſämmtlich dieſelbe Höhe, wie die abgeſtumpfte Pyramide haben, d. h. hier die Länge des zu meſſenden Holzes,

Digitized by Google

oder L; von der Höhe wird bei den Pyramidenberechnungen immer nur ein Drittel genommen, wie an der angeführten Stelle gezeigt worden.

Die drei Pyramiden haben aber ungleiche Grundflächen; die eine hat die größere Grundfläche der abgeſtumpften Pyramide zu der ihrigen, alſo hier D^2; die zweite hat die obere kleinere Fläche der abgeſtumpften Pyramide zur Grundfläche, alſo hier d^2; und die dritte hat eine mittlere geometriſche Proportionalgröße zwiſchen den beiden genannten zur Grundfläche; ſetzt man nun:

$$D^2 : x = x : d^2; \text{ alſo } x^2 = D^2 \cdot d^2; \; x = \sqrt{D^2 \cdot d^2} = D \cdot d.$$

Die Grundfläche jener dritten Pyramide iſt alſo = Dd. Die ganze abgeſtumpfte Pyramide iſt alſo wenn ſie mit P bezeichnet wird:

$$P = \frac{1}{3} \cdot L \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d).$$

Dieſe abgeſtumpfte Pyramide iſt aber größer als der auszumeſſende abgeſtumpfte Kegel, bei welchem die in Betracht kommenden Grundflächen nicht die Quadrate der betreffenden Diameter, ſondern nur die Kreisflächen ſind. Es verhält ſich aber, wie vorher (S. 2524 Nr. 4) gezeigt, das Quadrat des Diameters zur Kreisfläche wie 14 : 11. Man hat alſo, wenn P die abgeſtumpfte Pyramide, K den körperlichen Inhalt des hier zu berechnenden abgeſtumpften Kegels bedeutet:

$$P : K = 14 : 11; \text{ alſo } K = \frac{11 \cdot P}{14}$$

Setzt man jetzt ſtatt P den eben gefundenen Werth, ſo erhält man die obige Gleichung bei A.

Bei den wirklichen Berechnungen wird man wieder häufig einige Dimenſionen in Zollen angegeben finden; ſind es deren zwei, ſo muß das Produkt wieder mit 144 (vergl. S. 2523 Nr. 3) dividirt werden.

Beiſpiel.

Es ſei ein Maſt 60 Fuß lang; der Durchmeſſer des dicken Endes ſei 28 Zoll; der des dünneren Endes 16 Zoll; man verlangt den kubiſchen Inhalt.

Der größere Diameter 28 zum Quadrat erhoben . .	=	784 □ Zoll.
Der kleinere Diameter 16	=	256 „
Beide multiplizirt, oder 28 mal 16	=	448 „
Summa	=	1488 „

$^{11}/_{14} = 0{,}786$; die Länge 60 dividirt durch 3 = 20;

$20 \times 0{,}786 = 15{,}72$; daher multiplizirt mit 15,72

Produkt = 23391,36

Weil zwei Dimenſionen in Zollen angegeben ſind, ſo muß das Produkt mit 144 dividirt werden; alsdann ergiebt ſich der geſuchte körperliche Inhalt = 162,44 Kubikfuß oder 162 Kubikfuß 760 Kubikzoll.

Iſt nun der gemeſſene Maſt eine Riga-Fichte, deren ſpezifiſches Gewicht

Digitized by Google

nach Bd. III, Tafel CXIII, S. 469 im Vergleich mit Regenwaſſer = 0,664 beträgt, ſo hat man den gefundenen kubiſchen Inhalt mit $70 \times 0{,}664 = 46{,}48$ zu multipliziren; alsdann iſt ſein Gewicht = 7550,2 Pariſer Pfund.

6 Man kann aber auch jeden abgeſtumpften Kegel nach der Formel I auf S. 1886 berechnen, nämlich:

$$K = \frac{\pi}{3} \cdot L \cdot (R^2 + r \cdot R + r^2)$$

wo L die Länge, oder die in der angeführten Stelle mit c bezeichnete Höhe des abgeſtumpften Kegels, R den Radius der größeren, r den Radius der kleineren Kreisfläche bezeichnet. Nimmt man den eben berechneten Maſt, ſo hat man:

$$\frac{\pi}{3} = 1{,}05;\ R^2 = 14^2 = 196;\ r^2 = 8^2 = 64;\ r \cdot R = 14 \cdot 8 = 112;$$

verwandelt man die Länge 60 Fuß in Zoll, ſo hat man L = 720, demnach:

$$K = 1{,}05 \times 720 \times 372 = 281232 \text{ Kubikzoll.}$$

Dies dividirt durch 1728 giebt K = 162,7 Kubikfuß.

7 Die Berechnung des kubiſchen Inhalts eines Faſſes kann mit mancherlei verſchiedenen Graden der Genauigkeit geſchehen. Eine häufig angewandte Berechnungsweiſe iſt folgende: man ſucht den Unterſchied zwiſchen dem größten und dem kleinſten Diameter, multiplizirt ihn mit 0,7, addirt dieſes Produkt zum kleinſten Diameter, und erhält in der Summe den mittleren Diameter. Man berechnet alsdann das ganze Faß wie einen Cylinder, deſſen Höhe die Länge des Faſſes iſt, und deſſen Grundfläche den gefundenen Diameter zum Durchmeſſer hat.

Der größte Diameter befindet ſich natürlich in der Mitte des Faſſes, wo es ſeine größte Wölbung hat, d. h. am Spunte; der kleinſte Diameter befindet ſich an den Bodenenden. Wollte man das Faß wie einen Cylinder berechnen, deſſen Höhe die Länge des Faſſes, und deſſen Grundfläche den kleinern Diameter zum Durchmeſſer hätte, ſo wäre der gefundene Inhalt offenbar zu klein. Wollte man es aber wie einen Cylinder berechnen, deſſen Höhe die Länge des Faſſes wäre, und deſſen Grundfläche den größten Diameter zum Durchmeſſer hätte, ſo wäre der gefundene Inhalt offenbar zu groß. Wollte man jetzt auf gewöhnliche Weiſe das arithmetiſche Mittel zwiſchen den beiden Diametern finden, ſo brauchte man nur den halben Unterſchied zum kleinern zu addiren; man könnte das ſo thun, daß man den Unterſchied mit 0,5 multiplizirt, und das Produkt zum kleinern addirt. Dieſer mittlere Diameter würde aber zu klein ſein, weil der größte und kleinſte Diameter nicht durch eine gerade, ſondern durch eine krumme Linie verbunden ſind, und dieſe Wölbung einen größern kubiſchen Inhalt giebt, als der ſich aus ſolchem mittleren Diameter ergeben würde. Man multiplizirt alſo den Unterſchied mit 0,7, um den hier anwendbaren mittleren Diameter zu erhalten.

Beiſpiel.

Es ſei der größte Durchmeſſer eines kleinen Faſſes am Spunt = 12½ Zoll,

Digitized by Google

der kleinere an den Bodenenden = 10½ Zoll, die Länge des Faſſes = 15 Zoll; man verlangt den kubiſchen Inhalt.

$12\frac{1}{2} - 10\frac{1}{2} = 2$ Zoll; $2 \cdot 0{,}7 = 1{,}4$ Zoll; $10{,}5 + 1{,}4 = 11{,}9$ der mittlere Diameter; das Quadrat dieſes Diameters $= (11{,}9)^2 = 141{,}61$; dieſes multiplizirt mit $^{11}/_{14} = 0{,}786$ giebt die Kreisfläche des mittleren Diameters = 111,31 Quadratzoll; dies multiplizirt mit der Länge = 15 Zoll giebt den körperlichen Inhalt = 1669,65 Kubikzoll.

Hiemit kann man entweder das Gewicht finden, oder die Zahl irgend eines gangbaren Maaßes, ſobald man deſſen Inhalt in Kubikzollen kennt.

Die genaueſte Berechnung des Inhalts eines Faſſes geſchieht eigentlich nach 8
der baryzentriſchen Methode oder dem Guldinſchen Prinzip (vergl. S. 1960 Nr. 27). Man muß ſich dazu einen vertikalen Durchſchnitt durch die Längenaxe des Faſſes machen, und von der Hälfte deſſelben den Inhalt und den Schwerpunkt aufſuchen. Dieſen halben Durchſchnitt läßt man als die erzeugende Fläche um die Längenaxe des Faſſes drehen; die Peripherie des Kreiſes, den der Schwerpunkt beſchreibt, multiplizirt mit dem Flächeninhalte der erzeugenden Fläche giebt den kubiſchen Inhalt des Umdrehungskörpers, d. h. hier des Faſſes.

§. 367. Von einigen mechaniſchen Werkzeugen der Seeleute.

Das einfachſte mechaniſche Werkzeug das am Bord der Schiffe gebraucht 1
wird, iſt die Handſpaake, die als Hebel gebraucht wird. Sie beſteht deshalb aus einem Stück zähes Eſchenholz, von vier bis fünf Fuß Länge und etwa ſechs Zoll im Umfange; an dem unteren Ende iſt ſie viereckig behauen, um in die Spillgatten des Bratſpills oder Gangſpills eingeſteckt werden zu können; am oberen Ende iſt ſie rund und glatt; beide Enden verjüngen ſich, ſo daß die Spaake in der Mitte am ſtärkſten iſt. Soll ſie als Druckhebel (vergl. S. 1967 Nr. 4) gebraucht werden, um beim Stauen oder Löſchen eine Laſt auf eine kleine Höhe zu heben, ſo legt man das untere Ende derſelben z. B. unter ein Faß, und nahe dabei ein kleines Stück Holz, welches dem Hebel zur Unterlage oder zum Stützpunkte dient. Indem man dann das obere Ende als den längern Hebelarm niederdrückt, hebt man mit dem andern Ende die Laſt.

Hat man nun eine Handſpaake, deren ganze Länge fünf Fuß iſt, deren Ruhepunkt 1¼ Fuß von der Laſt und 3¾ Fuß von der Kraft, d. h. von der niederdrückenden Hand des Hebenden entfernt iſt, ſo hat man, wenn die Kraft des Mannes ſo groß iſt, daß er 80 Pfund ohne Beſchwerde heben, alſo = 80 Pfund geſchätzt werden kann, nach den Berechnungen des Druckhebels (vergl. S. 1967 u. 1968) das Moment der Laſt, d. h. das Produkt aus ihrer Entfernung vom Stützpunkte multiplizirt mit ihrer Größe, gleich dem Momente der Kraft, d. h. dem Produkte aus der Kraft und ihrer Entfernung vom Stützpunkte; demnach:

$$80 \times 3\frac{3}{4} = \text{Laſt} \times 1\frac{1}{4}; \text{ oder } 300 \text{ Pfund} = \text{Laſt} \times \frac{5}{4}.$$

$$\text{alſo Laſt} = 300 \times \frac{4}{5} = 240 \text{ Pfund}.$$

Digitized by Google

Die Kraft des Mannes iſt alſo durch die Spaake ſo wie ſie jetzt angebracht worden, verdreifacht. Je näher der Stützpunkt der Laſt kommt, deſto kleiner wird ihr Moment, und deſto größer das Moment der Kraft.

2 Als Traghebel (vrgl. S. 1967 Nr. 4) wird die Spaake gebraucht, wenn man einen Balken, oder ein Faß, oder eine Kanone allmälig fortrückt, und zwar auf die Art, die man backſen nennt. Man ſtützt das untere Ende der Spaake auf das Deck; dieſes bildet alſo den Stützpunkt; eine dem untern Ende nahe liegende Stelle der Spaake hält man an den Balken oder die Laſt, und mit der Kraft drückt man den obern Theil der Spaake von ſich; ſo iſt die Spaake zum Traghebel geworden, indem ſich die Laſt zwiſchen dem Stützpunkte und der Kraft befindet. Es ſei in dieſer Lage die Handſpaake wieder 5 Fuß lang; die Entfernung der Laſt vom Ruhepunkte ſei $^3/_4$ Fuß, und die Kraft = 60 Pfund, alsdann hat man:

$60 \times 5 = {}^3/_4 \times$ Laſt; alſo 300 Pfund $= {}^3/_4$ Laſt; alſo Laſt $= {}^4/_3 \times 300$ = 400 Pfund; die Kraft iſt alſo $6^2/_3$ mal vermehrt.

Das Brecheiſen oder der ſogenannte Kuhfuß iſt als mechaniſches Werkzeug durch nichts weiter von der Spaake verſchieden, als daß die Entfernung der Laſt vom Ruhepunkte bei dem Kuhfuß kleiner iſt.

3 Beim Bratſpill, mit welchem auf weniger zahlreich bemannten und auf kleinern Schiffen die Anker aufgewunden werden, giebt die Mitte der Welle oder deren Axe für jede hineingeſteckte Spaake den Stützpunkt, und zugleich bildet der Radius der Bratſpillwelle den einen Hebelarm, an deſſen Ende die Laſt hängt. Iſt das Ankertau beträchtlich ſtark, ſo muß die halbe Dicke deſſelben mit zum Radius der Welle gezählt werden, weil die Wirkung der Laſt ſich in der Axe des Taus konzentrirt. Der andre Hebelarm für die Kraft iſt die Entfernung von dem oberſten Ende der Handſpaake bis zur Mitte der Bratſpillwelle.

Es ſei nun die halbe Dicke oder der Halbmeſſer der Welle zuſammen mit der halben Dicke des Taus = $^3/_4$ Fuß; die Länge vom Ende der Handſpaake bis zur Mitte der Welle = 5 Fuß, und die mittlere Kraft eines Menſchen = 60 Pfund; alsdann hat man $60 \times 5 = {}^3/_4 \times$ Laſt; alſo Laſt $= {}^4/_3 \times 300$ = 400 Pfund; dieſe kann ein Mann am Spill im Gleichgewicht halten, wenn ſeine Kraft dazu hinreicht, 60 Pfund zu heben. Die Welle hat aber an ihrer Axe eine ſtarke Reibung; zu deren Ueberwindung man im Allgemeinen ein Drittel der Kraft rechnen kann. Will man alſo eine beſtimmte Laſt in Bewegung ſetzen, ſo iſt es immer am ſicherſten, die dazu ohne Reibung erforderliche Kraft um $^1/_3$ zu vermehren.

Beiſpiel.

Es ſei mit einem Bratſpill eine Laſt von 2000 Pfunden zu heben; die Entfernung vom Mittelpunkt der Welle bis zur Mitte des Taus ſei = $^3/_4$ Fuß; die Entfernung vom Mittelpunkt der Welle bis zum obern Ende einer Handſpaake = 5 Fuß; die Reibung ſoll $^1/_3$ der Kraft erfordern; man verlangt die Zahl der zum Winden am Bratſpill erforderlichen Leute.

Digitized by Google

2000 × ¾ = 5 × Kraft; 1500 Pfund = 5 × Kraft; 1500 dividirt durch 5 = 300 Pfund; hiezu ⅓ addirt giebt die erforderliche Kraft = 400 Pfund; dieſe dividirt durch 60 giebt 6⅔ oder 7 Mann, welche am Bratſpill winden müſſen.

Die genaueren mechaniſchen Betrachtungen über die Welle finden ſich S. 1975 bis S. 1980.

Die Talſen, Taakel, Gienen u. ſ. w., welche am Lande Flaſchen- 4
züge genannt werden (vergl. S. 1969 bis 1975), dienen dazu, Laſten bis zu bedeutenden Höhen zu erheben. Die Größe der zur Hebung einer gegebenen Laſt erforderlichen Kraft erhält man, wenn man dieſe Laſt durch die Anzahl der Taue dividirt, an denen ſie hängt; im Fall nämlich die Taue am Taakel für parallel gelten können (vergl. S. 1975 oben). Für die Reibung rechnet man wieder ein Drittel zur Kraft.

Beiſpiel.

Eine Laſt von 2000 Pfunden ſoll durch eine Gien von 5 Scheiben (oder Rollen) gehoben werden; man verlangt die Kraft.

2000 dividirt durch 5 = 400; dazu addirt 133⅓; alſo die ganze erforderliche Kraft 533⅓ Pfund. Nimmt man wieder die Kraft eines Mannes zu 60 Pfund an, ſo müſſen 9 Mann an der Gien arbeiten.

Dieſe letzte Berechnungsweiſe bedarf übrigens einer genaueren Ausführung, 5
indem außer der Anzahl der anzuſtellenden Leute auch die Art der Werkzeuge und die Dicke der Taue in dem Taakelwerk zu beſtimmen iſt. Es ſei eine Piepe (großes Faß) voll Branntwein mit einer Gien von 5 Scheiben zu heben; die Länge der Piepe iſt = 4 Fuß = 48 Zoll; der größte Durchmeſſer am Spunt beträgt 3 Fuß = 36 Zoll; der kleinſte Durchmeſſer am Bodenende 2 Fuß 4 Zoll = 28 Zoll. Man verlangt die Anzahl der Leute, und die Dicke der Taue, die dazu nöthig ſind.

Um den kubiſchen Inhalt des Faſſes (vergl. S. 2526 Nr. 7) zu berechnen, hat man: 36 — 28 = 8; multiplizirt 8 × 0,7 = 5,6; hiezu addirt der kleinere Durchmeſſer giebt den mittleren Durchmeſſer = 33,6 oder 34 Zoll; das Quadrat hievon iſt 34^2 = 1156; dies multiplizirt mit $^{11}/_{14}$ = 0,786 giebt die Kreisfläche des mittleren Diameters = 908,6 Quadratzoll oder 909 Quadratzoll; dies multiplizirt mit der Länge = 48 Zoll, giebt den kubiſchen Inhalt = 43632 Kubikzoll; dividirt durch 1728 giebt den Inhalt = 25 Kubikfuß 432 Kubikzoll, oder 25,25 Kubikfuß. Es ſei das Gewicht des Branntweins 50 Pfund auf den Kubikfuß; man hat alſo das Gewicht des ganzen Faſſes oder der Laſt = 1262,5 Pfund, oder 1263 Pfund. Dieſe Laſt dividirt durch 5 giebt die erforderliche Kraft = 252,4 Pfund. Hiezu ein Drittel für die Reibung oder 84,1 giebt die ganze Kraft = 336,5 Pfund, oder 337 Pfund; dividirt durch 60 giebt 5,6 oder 6 Mann welche dazu erforderlich ſind.

Um die Stärke der Seile zu finden, hat man zuerſt das Gewicht des Faſſes mit 5 zu dividiren; dies giebt wie vorher 252,4 oder 253 Pfund; ſo viel hat alſo jedes Seil zu tragen. Man muß nun die entſprechende Dicke der Gientaue finden.

Digitized by Google

Es sind über die Haltbarkeit gedrehter Hanftaue sehr viele Versuche angestellt worden. Die einen ergaben, daß ein gewöhnlich gedrehtes Tau, dessen Querdurchschnitt einen Quadratzoll Rheinisch darbietet, bei 10845 Berliner Pfund angehängter Last reißt. Die Stärke wächst aber nicht in gleichem Verhältnisse mit der Quadratfläche des Durchschnitts; man hat demnach durchschnittlich die Haltbarkeit auf 9000 Berliner Pfund für einen Rheinischen Quadratzoll Durchschnittsfläche angenommen. Die genauesten Versuche ergeben aber eine bei weitem kleinere Haltbarkeit, nämlich für 1 Englischen Quadratzoll Durchschnittsfläche eine Haltbarkeit von 5414 Pfund avoir-du-poids Gewicht. Da es bei allem Tauwerk der Schiffe auf die möglichste Sicherheit ankommt, so ist es für den Seefahrer am gerathensten, sich nach dieser letztern Angabe zu richten; um so mehr, als es eine bekannte Thatsache ist, daß Hanftaue desto mehr an Tragbarkeit verlieren, je mehr sie zusammengedreht sind. Denn bei der Zusammendrehung weichen die einzelnen Fasern des Hanfs mehr oder weniger von der geraden Linie ab, und kommen also gegen die Richtung der ausdehnenden Kraft schräg zu liegen, wodurch natürlich ihre Gegenwirkung oder ihre Haltbarkeit verringert wird. Nur wenn sämmtliche Kabelgarne in paralleler Richtung angebracht werden könnten, was bei der erforderlichen Länge des Tauwerks offenbar unmöglich ist, und auch bei geringerer Länge wegen des Einscheerens durch die Blöcke unthunlich ist: könnte man die volle Haltbarkeit erreichen. Naßgewordene Taue verlieren durch die Nässe noch einen neuen Theil ihrer Stärke. Es bleibt also immer am sichersten das angeführte Minimum von 5414 Englischen avoir-du-poids Pfunden auf 1 Englischen Quadratzoll Durchschnittsfläche zu rechnen.

Die Stärke des Tauwerks wird ferner gewöhnlich nach dem Umfange, nicht nach dem Durchmesser angegeben (vergl. Tafel CXX, CXXI, CXXIII u. CXXIV). Es ist nun die Peripherie, welche einem Quadratzoll entspricht = 3,6 Zoll.

Nach diesem Verhältnisse läßt sich nun für jede Last die entsprechende Dicke des Taus finden. Bezeichnet man die gegebene Last mit L, und den Flächeninhalt vom Querdurchschnitte des Taus mit x, so hat man zunächst für jeden Fall folgende Proportion:

$$\text{A)}\quad 5414\ \text{℔} : L = 1\ \square\text{Zoll} : x,$$

Um den Querdurchschnitt durch die Peripherie auszudrücken, hat man zunächst für zwei Kreise, wenn F die Fläche, r den Radius und p die Peripherie des einen, F' R und P' dieselben Größen für den andern Kreis bezeichnen:

$$F = r^2\pi;\ \text{und}\ p = 2r\pi;\ F' = R^2\pi;\ \text{und}\ P = 2R\pi.$$

Vergleicht man jetzt die beiden Flächen, so hat man $F : F' = r^2\pi : R^2\pi = r^2 : R^2$; eben so hat man $p : P = 2r\pi : 2R\pi = r : R$, daher auch $r^2 : R^2 = p^2 : P^2$.

Man hat also $F : F' = p^2 : P^2$; demnach kann man in die obige Gleichung A statt des Quadratzolls das Quadrat der entsprechenden Peripherie, also $(3{,}6)^2 = 12{,}96$ oder 13 setzen, und statt x, des gesuchten Querdurchschnitts

Digitized by Google

das Quadrat des Umfanges des zu bestimmenden Taues oder u^2; aus dem gefundenen Werthe für u^2 hat man also nur die Quadratwurzel zu ziehen, um u, d. h. den gesuchten Umfang zu erhalten. Demnach heißt die allgemeine Formel:

$$B)\quad 5414 : L = 13 : u^2;\ \text{also}\ u^2 = \sqrt{\frac{13 \cdot L}{5414}}$$

Um sich die Rechnung noch mehr zu erleichtern, kann man gleich den Faktor $\frac{13}{5414}$ durch Dezimalen ausdrücken, und mit diesem Dezimalbruche jede gegebene Last multipliziren; es ist aber derselbe = 0,0024; es ist also stets:

$$C)\quad u = \sqrt{0{,}0024 \cdot L}.$$

In dem obigen Beispiele war die auf jedes Tau treffende Last = 253 Pfund; $0{,}0024 \times 253 = 0{,}672$; hievon die Quadratwurzel oder u = 0,7792 oder 0,8 Zoll, wofür man der Sicherheit wegen 1 Zoll nehmen kann. Es muß also bei einem Taakel mit 5 Scheiben und einer Last von 1263 Pfund jedes Tau 1 Zoll im Umfang haben.

Es ist auch noch wegen der entsprechenden Kraft zu bemerken, daß die 6
unvermeidliche Steifigkeit oder theilweise Unbiegsamkeit der Taue die Wirkung der Kraft vermindert. Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 334, BCA die Scheibe eines Blocks, die sich frei um ihre Axe E drehen kann. Um die Scheibe laufe das Tau PBCAR, dessen Enden die beiden Gewichte P und R tragen. Wäre das Tau vollkommen biegsam, so müßte das eine Gewicht P, wie wenig man es auch vermehrte, heruntergehn, und das andere Gewicht R müßte steigen. Das Moment des Gewichtes P wäre alsdann P · BE, und daher größer als das Moment des Gewichts R, nämlich R · EA; beide Momente werden in Beziehung auf den Stützpunkt genommen, der sich in der Axe E, also um den Radius EA vom Tau entfernt findet.

Ist aber das Tau nicht vollkommen biegsam, so nimmt es bei der Bewegung eine Krümmung an, so daß es z. B. in die Lage P'B'BCA'R' kommt. Alsdann ist der Stützpunkt E von der Richtung P'F des Gewichtes P' oder P weniger entfernt, als von der Richtung R'G des andern Gewichts R' oder R. Es wird also das Moment von P kleiner als das Moment von R, wenn auch beide Gewichte als gleich angenommen werden. Wenn auch das Gewicht P um Etwas vergrößert wird, so kann doch die Zunahme nicht immer den Abgang am Momente völlig ersetzen. Es wird also die Bewegung völlig aufhören; oder doch langsamer vor sich gehen, als wenn das Tau vollkommen biegsam wäre.

Durch Erfahrung weiß man nun, daß ein Tau, welches man biegen will, 7
desto mehr widersteht: 1) je größer die Kraft oder das Gewicht ist, durch das es gespannt wird; 2) je dicker das Tau selbst ist; 3) je kleiner die Welle oder Scheibe ist, um welche es sich windet. Das Gesetz, nach welchem diese drei Umstände zusammen die Resistenz vermehren, ist nicht genau bekannt; man nimmt aber an, daß sich die Steifigkeiten der Taue verhalten gerade wie die

Digitized by Google

Radien der Taue und wie die spannenden Gewichte, und zugleich umgekehrt, wie die Radien der Scheiben, um die sie sich winden; um also das Verhältniß der Steifigkeiten zweier Taue zu finden, multiplizirt man den Radius jedes Taues mit dem spannenden Gewichte desselben, und dividirt das Produkt durch den Radius der Scheibe; die Steifigkeiten verhalten sich alsdann wie diese Quotienten; es seien also die beiden Steifigkeiten S und S', die Radien der beiden Taue r und r', die Gewichte P und P', und die Radien der Scheiben R und R', alsdann hat man:

$$D)\quad S : S' = \frac{Pr}{R} : \frac{P'r'}{R'}$$

Zum Radius der Scheibe muß man auch noch, wenn man ganz genau sein will, den Radius des Taues hinzurechnen, weil sich die Wirkung der Taue in ihrer Axe konzentrirt; demnach:

$$E)\quad S : S' = \frac{P \cdot r}{R + r} : \frac{P'r'}{R' + r'}$$

Man weiß ferner aus Erfahrung, daß ein Tau, welches 9 Linien oder $^3/_4$ Zoll im Durchmesser hat, und an welchem ein Gewicht von 208 Pfund hängt, indem es sich um eine Scheibe von 11 Zoll und $3^1/_2$ Linien im Durchmesser windet, eine Steifigkeit von 4 Pfund besitzt.

Wie diese 4 Pfund gefunden werden, bedarf einer Erläuterung. Denkt man sich in Fig. 334, Tafel XXXV, D, die beiden Gewichte P und R gleich, so müßte ein ganz kleines zu P hinzugefügtes Gewicht das Gleichgewicht aufheben, und eine Bewegung hervorbringen; statt eines solchen kleinen Gewichtes mußten aber bei den angestellten Versuchen mit den eben angeführten Tauen und Scheiben dem einen Gewichte 4 Pfunde hinzugefügt werden, um eine Bewegung hervorzubringen; es war also die Steifigkeit eine solche, daß sie einem Gewichte von 4 Pfunden Widerstand leistete.

Es ist nun bei dieser Erfahrung S = 4 Pfd.; P = 208 Pfd.; r = $4^1/_2$ Linien; R = $67^3/_4$ Linien; man hat also zur Berechnung einer jeden andern Steifigkeit S' nach der Gleichung E:

$$4 : \frac{208 \cdot 4{,}5}{72{,}25} = S' : \frac{P' \cdot r'}{R' + r'}$$

$$\text{oder}\quad 12{,}95 : 4 = \frac{P' \cdot r'}{R' + r'} : S';\ \text{also}\ S' = 0{,}3 \times \frac{P' \cdot r'}{R' + r'}$$

Bezeichnet man ferner den letzten Quotienten, der in jedem wirklichen Falle gegeben sein muß, mit Q, so hat man als allgemeine Formel:

$$F)\quad S' = 0{,}3 \cdot Q.$$

Es sei also z. B. ein Tau im Radius = 3 Linien; eine Scheibe im Radius = 3 Zoll = 36 Linien; und das daran hängende Gewicht = 300 Pfund; alsdann hat man Q = 900 dividirt durch 39 = 23; dies multiplizirt mit 0,3 giebt S' = 6,9 Pfund oder 7 Pfund. Diese ganze Rechnung ist zwar nur eine Annäherung, muß aber doch in Fällen, wo es auf Genauigkeit ankommt, um die erforderliche Kraft zu berechnen, mit hinzugezogen werden.

Digitized by Google

Zur Berechnung der Scheiben in den am Bord der Schiffe gebrauchten 8
Blöcke hat man sich folgendes zu merken; die Scheibe muß eben so dick, als der Diameter des Taus, welches um dieselbe fährt, und dabei am Rande etwas ausgehöhlt sein, damit die Rundung des Taus fest darin aufliegen kann. Den Diameter oder die Höhe der Scheibe nimmt man gewöhnlich sechsmal so groß, wie die Dicke der Scheibe. Diese Dicke multiplizirt man mit 6 und erhält die Höhe oder den Diameter der Scheibe. Uebrigens giebt es hierin für die verschiedenen Arten der Blöcke verschiedene Annahmen, wie sich in Tafel CXXII, Bd. III, S. 476 und 477 zeigt. Tiefer unten kommt noch etwas Genaueres darüber vor.

Die Daumkraft (vergl. S. 1980 Nr. 10), am Lande gewöhnlich Wa- 9
genwinde genannt, ergiebt folgendes Gesetz:

Die Kraft verhält sich zur Last, wie der Radius des Triebrades zum Arm der Kurbel.

Man kann dasselbe auch folgendermaaßen ausdrücken:

Es verhält sich die Kraft zur Last, wie die Entfernung zweier Schraubengänge zum Umfange des Kreises, den die drehende Hand beschreibt.

Es sei z. B. die Höhe eines Schraubenganges = ¾ Zoll; der Halbmesser der Kurbel = 8 Zoll; die Kraft des Drehenden = 40 Pfund; man verlangt die Last, welche damit im Gleichgewicht erhalten werden kann.

Der Radius der Kurbel = 8 Zoll giebt den Umfang = 50,24; daher

$$\tfrac{3}{4} \times \text{Last} = 50{,}24 \times 40 = 2009{,}6;$$
$$\text{oder Last} = 2009{,}6 \times \tfrac{4}{3} = 2679{,}5 \text{ Pfund.}$$

Nimmt man dafür 2680 Pfund, so ist die Kraft des Drehenden 67 mal vermehrt.

Uebrigens gilt für die Daumschraube, wie für alle Maschinen, welche durch ihre zusammengesetzte Einrichtung die Kraft bedeutend vermehren, daß sie nämlich ihre Wirkungen nur langsam hervorbringen können; daß man also unvermeidlich an Zeit verliert, während man an Kraft gewinnt.

Die schiefe Ebene (vergl. S. 1980 bis S. 1982) kommt zwar nicht 10
am Bord selbst in Anwendung; wohl aber dient sie dazu, Schiffe zur Ausbesserung auf das Land zu winden. In außereuropäischen Gewässern kann es leicht dazu kommen, daß dieses allein durch die Mannschaft des Schiffes und unter Leitung seiner Offiziere geschehen muß; daher müssen dem Seemanne, welcher sich für weite Fahrten ausbildet, die Hauptpunkte der dazu gehörigen Berechnung bekannt sein.

Die drei Haupterfordernisse sind: die schiefe Ebene am Ufer, welche nach gehöriger Einrichtung die Helling heißt; die Gien, durch deren Scheiben die Last vermindert wird; und ein Gangspill, oder eine senkrechte stehende Welle.

Bei der schiefen Ebene sei der Neigungswinkel gegen den Horizont 11
= a; das Gewicht des ganzen Schiffes = P. Nimmt man alsdann die Kraft parallel mit der schiefen Ebene, so hat man (vergl. S. 1981 Nr. 2): die Kraft

Digitized by Google

verhält ſich zur Laſt, wie die Höhe der ſchiefen Ebene zu ihrer Länge; oder wenn man die Kraft mit K bezeichnet: $K : P = \sin a : 1$; daher $K = P \cdot \sin a$.

Dies wäre aber nur die Kraft, welche einen auf der ſchiefen Ebene liegender Körper vom Fallen abhalten könnte; ſoll ſie ihn dagegen hinaufziehen, ſo muß ſie auch noch die Reibung überwinden.

Der Bruch mit welchem man das drückende Gewicht zu multipliziren hat, um die Größe der Reibung zu erhalten, heißt der Reibungskoeffizient; man kann ihn in dieſem Falle gleich einem Drittel ſetzen.

Der Druck ſelbſt iſt aber hier auf der geneigten oder ſchiefen Ebene auch nur ein Theil des ganzen Gewichts, oder desjenigen Druckes, den das Gewicht auf eine horizontale Ebene ausübt. Um die Größe dieſes Theils zu beſtimmen, hat man folgende Betrachtung anzuſtellen.

Es ſei, Tafel XXIII, Fig. 3, AB die ſchiefe Ebene; ABC = a der Neigungswinkel derſelben; L der auf der ſchiefen Ebene ruhende Körper; s ſein Schwerpunkt; sd iſt der ſenkrecht auf die horizontale Ebene oder Baſis CB ausgeübte Druck des ganzen Gewichts. Dieſer Druck läßt ſich in zwei Kräfte zerlegen; davon geht die eine sf ſenkrecht auf die ſchiefe Ebene.

Sieht man den ganzen Druck sd als Radius an, ſo iſt $sd : sf = r : \sin sdf$; es iſt aber $\angle sdf = \angle Bdu$; dieſer iſt aber das Komplement des Neigungswinkels a; alſo $sd : sf = 1 : \cos a$; daher $sf = sd \cdot \cos a$. Man kann nun für den ſenkrechten Druck sd das ganze Gewicht P ſetzen, und hat dann den Druck gegen die ſchiefe Ebene $= P \cdot \cos a$. Dieſen Druck muß man mit dem Reibungskoeffizienten $\frac{1}{3}$ multipliziren.

Auf dieſe Art hat man die ganze Kraft K', welche dem Gewicht des Schiffes zugleich mit der Reibung gleich kommt:

$$A) \quad K' = P \cdot \sin a + \frac{1}{3} P \cdot \cos a.$$

12 Man benutzt auch zuweilen die ſchiefe Ebene, um den Reibungskoeffizienten zu beſtimmen. Wäre keine Reibung vorhanden, ſo würde ein Körper auf jeder Ebene, die noch ſo wenig geneigt wäre, ſogleich hinabgleiten. Es zeigt ſich aber, daß in vielen Fällen die Neigung ziemlich ſtark werden kann, ehe der Körper wirklich gleitet. Wenn man nun durch eine ſehr langſame allmälige Hebung den Neigungswinkel immer vergrößert, und genau die Größe deſſelben = a wahrnimmt, bei welcher der Körper zu gleiten anfängt, alſo die herabtreibende Kraft die Reibung überwindet, ſo iſt der Reibungskoeffizient = tang a.

Es muß nämlich eine mit der geneigten Ebene parallel gehende Kraft $= P \cdot \sin a$ ſein, um die Laſt = P auf der geneigten Ebene in Ruhe zu erhalten. Dieſe hält bei dem Grade der Neigung, wo das Herabgleiten eben anfangen will, der Reibung das Gleichgewicht. Dieſe Reibung iſt aber dem gegen die Ebene ſenkrechten Drucke proportional; dieſer ſenkrechte Druck iſt $= P \cdot \cos a$; man hat alſo, wenn f den Reibungskoeffizienten bezeichnet, $f \cdot P \cdot \cos a = P \cdot \sin a$; daher:

$$B) \quad f = \frac{\sin a}{\cos a} = \text{tang. a.}$$

Digitized by Google

Uebrigens kommen mancherlei Nebenumstände hinzu, welche den gefundenen Reibungskoeffizienten modifiziren. Die Größe der reibenden Fläche kommt bei starkem Drucke weniger, bei schwächerm mehr in Betracht; d. h. die Reibung wächst alsdann etwas, weil sich mehr gegenseitige Theile der Unterseite und des gleitenden Körpers berühren. Ruht ein schwerer Körper lange auf einer Ebene, so drückt er sich desto mehr in die Poren der Unterlage ein.

Hat die Gien, die zum Aufwinden des Schiffs gebraucht wird, 4 Schei- 13
ben, so wird die Last (vergl. S. 2529 Nr. 4) viermal vermindert, sie wird also, mit L bezeichnet:

$$C)\quad L = \frac{P \cdot \sin a + \frac{1}{3} P \cdot \cos a}{4}$$

Bei den auf den Werften gebräuchlichen senkrechtstehenden Winden oder 14
Gangspillen sind die Spillspaaken oder Windebäume 9 bis 10 Fuß lang; ist nun der Radius der Gangspillwelle = ¾ Fuß, so hat man (vrgl. S. 2528 Nr. 3) $\frac{3}{4} L = 10$. Kraft; oder die erforderliche Kraft = $\frac{3}{40}$. L. Bezeichnet man diese Kraft mit K'', so hat man:

$$D)\quad K'' = \left(\frac{P \cdot \sin a + \frac{1}{3} P \cdot \cos a}{4}\right) \cdot \frac{3}{40}$$

Soll also ein Schiff auf eine Helling gebracht werden, so muß zuerst der 15
kubische Inhalt seines Wasserraums, so weit es von aller unnöthigen Last befreit, dicht vor dem Aufwinden im Wasser liegt, nach den oben (S. 2480 u. 2492) gegebenen Regeln berechnet, und mit der entsprechenden Pfundzahl für einen solchen Kubikfuß multiplizirt werden; darauf muß man den Neigungswinkel der Helling finden; hierauf wenn P und a, und daraus K'' gefunden, dividirt man dasselbe durch 50 Pfund, um die Anzahl von Leuten zu finden, welche zu dieser Arbeit erforderlich sind; wegen der ganzen Einrichtung der Helling ist es am sichersten, die Kraft des Einzelnen nicht höher als auf 50 Pfund anzuschlagen.

Berechnet man irgend ein Beispiel, so wird sich sogleich zeigen, daß wenn man dem Gangspill nur einen Radius von einem halben Fuß, und dagegen der Gien 5 Scheiben giebt, die erforderliche Anzahl von Leuten bedeutend kleiner wird.

Es sei der kubische Inhalt des Wasserraums eines ledigen Schiffs = 8460 Königsberger Kubikfuß; ein solcher enthält nach S. 2289 an Gewicht 63,5 Pfund; demnach ist das Totalgewicht des aufzuwindenden Schiffes = 537210 Pfund = P.

Der Neigungswinkel der Helling sei = 15° = a; alsdann ist sin a = 0,2588; und cos a = 0,9659; davon ein Drittel = 0,322; also sin a + ⅓ cos a = 0,5808.

$$\begin{aligned} \text{Log } P &= 5{,}7301441 \\ \text{Log } 0{,}5808 &= \bar{1}{,}7640266 \\ \hline & 5{,}4941707 \end{aligned}$$

daher 0,5808 . P = 312011 Pfund.

Digitized by

Hat die Gien 4 Scheiben, ſo muß dies mit 4, hat ſie 5, ſo muß es durch 5 dividirt werden.

312011 dividirt durch 4 = 78003; dagegen 312011 dividirt durch 5 = 62402.

Nimmt man jetzt den Radius des Gangſpills = ¾ Fuß, und die Spillſpaaken = 10 Fuß, ſo hat man bei einer Gien von 4 Scheiben die gefundene Zahl 78003 mit $^3/_{40}$ = 0,075 zu multipliziren; dies giebt die ganze erforderliche Kraft = 5850,225 Pfund; dividirt durch 50 giebt es die Anzahl der erforderlichen Leute = 117.

Nimmt man den Radius des Gangſpills = ½ Fuß, und die Spillſpaaken wieder = 10 Fuß, ſo hat man bei einer Gien von 5 Scheiben die gefundene Zahl 62402 mit $^1/_{20}$ = 0,05 zu multipliziren; dies giebt die ganze erforderliche Kraft = 3120 Pfund; dividirt durch 50 giebt es die Anzahl der erforderlichen Leute = 63.

Digitized by Google

Drittes Buch.

Zurüſtungskunde.

Erſtes Kapitel.

Ueberſicht und Eintheilung der Zutaakelung.

§. 368. Allgemeine Erklärungen und Sätze.

Sobald das Schiffsgebäude im Innern und Aeußern vollendet worden, erhält es alle Zuthaten, durch die es befähigt wird, ſeine Seefahrt zu machen. Dieſe Zuthaten ſcheiden ſich in zwei Gattungen; zu der einen gehören diejenigen, welche in ihren Dimenſionen und ihrer Beſchaffenheit von dem Schiffsgebäude abhängen, und auf allen ſeinen Reiſen die gleichen bleiben; dieſe machen zuſammen die Zurüſtung im eigentlichen Sinne aus. Zur zweiten Gattung gehören alle diejenigen Zuthaten, welche unabhängig von dem Schiffsgebäude ſind, und ſich mehrentheils nach dem jedesmaligen Zweck und Ziele der Reiſe richten; dieſe bilden zuſammen die Ausrüſtung. 1

Die Hauptbeſtandtheile der Zurüſtung ſind folgende: 1) das Rundholz; es begreift die Maſten, Stengen, Raaen und Spieren; 2) das Tau- und Taakelwerk, das theils zur Befeſtigung der Maſten und Stengen dient, und davon ſtehendes Tauwerk heißt, theils zur Regierung und Richtung der Segel gebraucht wird, und davon laufendes Tauwerk heißt; zum letztern gehören auch die mancherlei Gienen, Taakel und Talzen, welche zum Heben großer Laſten gebraucht, je nach den Umſtänden bald an dieſer, bald an jener Stelle angebracht werden; 3) die Segel, an den Raaen, Gaffeln und Bäumen, an den Staagen, und an den nur bei günſtigem Winde ausgeſetzten Spieren; 4) die Anker und Ankertaue, welche zuweilen, aber mit Unrecht, zur Ausrüſtung gerechnet werden; denn obgleich ſie in der 2

Zahl von der Länge und Entfernung der Reise abhängen, so bleiben sie doch in den Dimensionen von dem Schiffsgebäude abhängig; 5) die Spillen, Brat- und Gangspille; diese Windemaschinen werden häufig als integrirende Bestandtheile der Schiffsgebäude angesehen, und nicht mit zur Zurüstung gerechnet; sie tragen aber durchaus Nichts zur Bildung des Schiffsgebäudes bei, sondern sind nur zu seiner Regierung und Bewegung dienende Maschinen; 6) die Pumpen, entweder Ketten- oder Saugpumpen; auch diese gehören nicht zum eigentlichen Gebäude; 7) die Kombüsen oder Schiffsküchen sind theils feste, und dann gehören sie zum Gebäude, theils tragbare, und dann gehören sie zur Zurüstung; so wie die tragbaren Oefen in den Kajüten; 8) die Spillspaaken (Hebel und Windebäume), Pütsen (Wassereimer), und andere kleine Geräthschaften; die Treppen, sobald sie beweglich sind, und die Sturmleitern; 9) die Boote mit ihren Rudern und Segeln, welche zuweilen zur Ausrüstung gezählt werden, aber in ihren Dimensionen und Beschaffenheiten offenbar mehr von der Größe des Schiffes abhängen, und höchstens wie die Anker und Taue der Zahl nach für verschiedene Reisen verschieden sein können; 10) die Flaggen, Stander, Wimpel und Flügel.

3 Die Hauptbestandtheile der Ausrüstung sind folgende: 1) die Steuermannsinstrumente; theils für die geographische Steuermannskunst, wie Logge, Kompasse, Bleiloth, Fernröhren, Seekarten und nautische Tabellen; theils für die astronomische Steuermannskunde, wie Oktant, Sextant, Reflexionskreis, künstlicher Horizont, magnetische Beobachtungswerkzeuge, Thermometer, Barometer, Himmelsglobus, Himmelskarten und nautischer Kalender, Chronometer; 2) das Geschütz. Kanonen, Karronaden und Drehbassen, selten Mörser, nebst dem erforderlichen Lade- und andern Bedienungsgeräth; 3) die Waffen, Flinten, Pistolen, Säbel und Enterbeile; 4) die Munition, Schießpulver in Fässern, Karduſen und Patronen, Kanonen- und Gewehrkugeln, Lunten oder Zündhütchen; 5) die Werkzeuge für die Handwerker, den Zimmermann, Segelmacher, Schmid, Büchsenschmid, Schwertfeger, Küfer; 6) die Kochgeräthschaften nebst den Wasserfässern und Fässern für die geistigen Getränke; 7) auf Kriegsschiffen und Expeditionsschiffen Hangmatten und Kleidervorräthe; 8) die Provisionen aller Art, Eßvorräthe, geistige Getränke, süßes oder sogenanntes frisches Wasser, Brennmaterialien, Holz oder Kohlen; 9) die Arzneimittel; 10) die Mannschaft oder Besatzung.

4 Die wichtigsten Theile der ganzen Zurüstungskunde sind diejenigen, welche das Rundholz, das Tau- und Taakelwerk, und die Segel betreffen. Man benennt diese drei zusammen auch wohl die Zutaakelung eines Schiffes. Der Zweck des Zutaakelns ist: den Segeln die gehörige Stelle hinsichtlich der Höhe über der Wasserebene und hinsichtlich der Längenaxe des Schiffs zu geben; dies geschieht durch die Höhe und Stelle der Masten und Stengen; ferner ihre erforderliche Spannung zu Stande zu bringen; dies geschieht durch die Raaen, Gaffeln, Spieren, Stage und Leiter; endlich ihre Regierung, d. h. ihre jedesmalige dem gegebenen Kurse und Wind-

Digitized by Google

angemeſſene Richtung in der Gewalt zu haben, dies geſchieht durch den größten Theil des laufenden Tauwerks, während das ſtehende zur Befeſtigung und Unterſtützung der Maſten und Stengen dient.

Die Einrichtung der Zutaakelung giebt die hauptſächlichſten Eintheilungsgründe für die verſchiedenen Arten der Schiffe ab. Zuerſt theilt man ſie in dreimaſtige, zweimaſtige und einmaſtige, je nachdem man die ganze Segelkraft an einem Maſte anbringt, oder dieſelbe auf zwei oder drei vertheilt (vergl. S. 2292 Nr. 1). 5

Bei einmaſtigen Schiffen heißt der Maſt ſchlechtweg der Maſt; bei zweimaſtigen der vordere der Fockmaſt, und der hintere der große Maſt; bei dreimaſtigen der vordere der Fockmaſt, der mittlere der große Maſt und der hintere der Beſahnmaſt. Sowohl die ein-, und zwei- wie die dreimaſtigen Schiffe haben noch am Vorderende einen ſchräge liegenden, über das Schiff hinausragenden Maſt, das Bugſpriet. 6

Kleinere Schiffe, Fahrzeuge und Boote haben häufig nur einen Maſt; und wenn ſie deren mehrere führen, ſo beſtehen dieſelben gewöhnlich nur aus einem einzigen Stücke, oder ſind ſogenannte Polmaſten, und ſtehen auf dem Kolſchwinn; ſie haben dann auch nur eine Raa oder einen Baum, um das Segel zu ſpannen. Die Maſten größerer Schiffe haben aber gewöhnlich mehrere Verlängerungen, welche an ihrer Vorderſeite, eine vor der andern in die Höhe geſchoben werden, und dieſe heißen ſämmtlich Stengen; die an der obern Seite des Bugſpriets angebrachte Verlängerung heißt der Klüverbaum. 7

Damit die Verlängerungen gehörige Haltung bekommen, und auch nach Erforderniß wieder herabgelaſſen werden können, haben die eigentlichen oder feſtſtehenden Maſten auf ihrem oberen Ende oder Top ein länglich viereckiges ſtarkes Stück Holz liegen, durch deſſen hinteres Gatt (Loch) der Top des Maſtes, und durch deſſen vorderes die Stenge fährt. Dieſes Stück Holz heißt im Allgemeinen das Eſelshoofd (Eſelshaupt), und wird durch den Namenszuſatz des Maſtes, zu dem es gehört, unterſchieden; ſo giebt es alſo ein Beſahn-, ein Fock- und ein Bugſprietseſelshoofd. Die erſte Verlängerung des Beſahnmaſts heißt die Kreuzſtenge; die erſte Verlängerung des großen Maſts die große Stenge; die erſte Verlängerung des Fockmaſts die Vorſtenge; diejenige des Bugſpriets, wie eben geſagt, der Klüverbaum; und nur auf einigen kleineren Fahrzeugen der Jagerſtock. 8

Die drei Stengen haben ſelbſt wieder Eſelshoofden. Durch das vordere Gatt der Stengeneſelshoofde fahren die zweiten Verlängerungen der Maſten, oder die erſten Verlängerungen der Stengen, welche ſämmtlich Bramſtengen heißen. Der Klüverbaum bekommt gewöhnlich keine Verlängerung. Kleinere Schiffe haben auch keine Bramſtengen. Die Namen der drei Bramſtengen ſind Kreuz-, große und Vor-Bramſtenge. 9

Viele große Schiffe, namentlich große Kauffahrteiſchiffe, haben noch dritte Verlängerungen ihrer Maſten, welche Oberbramſtengen heißen, und durch die vorderen Gatten der drei Bramſtengeneſelshoofde aufgeſetzt werden. Die 10

Digitized by Google

großen Kriegsschiffe führen gewöhnlich keine Oberbramstengen, sondern verhältnißmäßig längere Bramstengen.

Tafel XXXV, D, Fig. 335, ist a der große Mast; c das große Eselshoofd; d die große Stenge; f die große Bramstenge; l der Fockmast; m die Vorstenge; n die Vorbramstenge; s der Besahnmast, dessen obere Theile durch „Kreuz" bezeichnet werden; t die Kreuzstenge; u die Kreuzbramstenge; y das Bugspriet; z der Klüverbaum; α, β, γ sind die Oberbramstengen.

11 Die Masten wie die Stengen erhalten durch Taue Unterstützungen an den beiden Seiten und nach vorne hin. Die Unterstützungstaue an den Seiten heißen die Wanten, und außer diesen bei den Stengen und Bramstengen noch die Pardunen. Die Unterstützungstaue nach vorne hin heißen die Stage.

12 Die Wanten der Masten reichen von dem obern Theile der Masten bis zu den betreffenden Rüsten, wo sie durch die Jungfernblöcke und Taljereepe mit den Püttingsjungfern zusammenhängen, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 33 (vergl. S. 2374). Damit sie oben am Maste festliegen, hat derselbe, Tafel XXXIII, A, Fig. 1, in dieser Höhe die sogenannten Backen, b, und die darauf liegenden Langsahlings c. Die zu den Spanten bestimmten Taue werden in der Mitte, Tafel XXXIII, B, Fig. 21 zu einem Auge b zusammengesorrt, dieses wird über den Top des Masts gelegt, und ruht auf der Sahling; die beiden Enden gehen auf derselben Seite des Masts nach derselben Rüste herunter, und bilden ein Spann des Wants. Quer über die Taue der Spannen werden in gleichen Entfernungen dünne Taue gespannt, die Wefelingen (Webeleinen), welche die Stufen einer Strickleiter bilden, aber nur von solchen, die der Schiffsausdrücke unkundig sind, Strickleiter genannt werden.

Die Wanten werden sowohl nach den Masten, als auch nach den beiden Seiten des Schiffs, Steuerbord und Backbord, benannt. Tafel XXXV, D, Fig. 335, ist 1 das Backbords-große Want; 35 das Backbords-Fockwant; 57 das Backbords-Besahnwant.

13 Damit die Stengen auch durch Wanten unterstützt werden können, wird über den Sahlingen ein Gerüst von Latten oder dünnen Brettern angebracht, welches der Mars heißt, und von Unkundigen gewöhnlich der Mastkorb genannt wird. In die Einschnitte der Langsahlings, Tafel XXXIII, A, Fig. 1, c, werden ähnliche und gleich starke Balken, die Quersahlings, gelegt, und bilden mit den Langsahlings zusammen die Grundlage für das Gerüst des Marses. Der Mars ist von verschiedener Gestalt, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 25, 26 und 27, bald von Latten, bald von Brettern, am vorderen Rande rund, am hintern gerade. Am Hinterrande hat er auch gewöhnlich ein Geländer von Netzwerk oder von angestrichenem Segeltuch, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 2.

In der Mitte bleibt eine viereckige Oeffnung, damit die Wanten und das laufende Tauwerk zwischen dem Mast und dem Rande dieser Oeffnung ungehindert durchgehen kann. Diese Oeffnung heißt das Soldatengatt.

Damit der Mars an seinen beiden äußern Seitenrändern eine feste Lage erhält, so werden die Marspüttingstaue angebracht; dies sind, Tafel

Digitized by Google

XXXIII, B, Fig. 48, 49 und 50, und Tafel XXXIII, C, Fig. 2, kurze Taue, welche mit dem unteren Ende an dem obern Theile der Wanten befestigt sind, und an ihrem oberen Ende einen Haaken haben, der in die Marspüttingen eingehaakt wird, welche mit ihren Jungfern so am Rande des Marses festsitzen, wie die untern Püttingen an den Rüsten; sie bestehen aber nur aus einem eisernen Bande. An die Marspüttingsjungfern schließen sich alsdann die Stengenwanten mit ihren Jungfern an. Die Marspüttingstaue bekommen auch Webeleinen, damit man auf ihnen auf den Mars steigen kann, wobei man freilich eine etwas rückwärts geneigte Stellung hat, weshalb Ungeübte gewöhnlich durchs Soldatengatt hinaufsteigen. b ist der große, b' der Vor-, b'' der Kreuzmars.

Sobald die Stenge hinaufgebracht ist, was auf die Art geschieht, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 40, 41 und 42 zu sehen, wo Fig. 39 ein Eselshoofd darstellt, wird durch das viereckige Loch am Fuße der Stenge das sogenannte Schlotholz oder Schlußholz gesteckt, welches auf den Sahlingen ruht, und die Stenge vom Zurückgleiten abhält; Tafel XXXIII, B, Fig. 46 a. Wenn die Stenge noch nicht völlig hinaufgeholt, und nur erst so hoch ist, wie Fig. 42, so wird die Bramsahling, aus leichteren Stücken als die untere Sahling bestehend, Tafel XXXIII, B, Fig. 43, heraufgeholt. An den Enden der Quersahlings sind runde Löcher, durch welche die Bramstengewanten gezogen werden. Die Bramsahling wird mit dem hinteren Viereck p über das runde Loch des untern Eselhoofds gelegt, und die Stenge etwas höher gewunden, so daß ihr Top in das Viereck p hineingeht, und die Sahling auf die Backen am oberen Ende der Stenge zu liegen kommt. Darauf werden die Stengewanten heraufgeholt, und ebenso über den Top der Stenge genommen, wie die untern Wanten über den Top des Masts; ebenso die Pardunen und die Stengestage. Zuletzt wird das Stengeeselshoofd auf die Spitze der Stenge gelegt, welches dieselbe Gestalt wie das untere hat, aber natürlich kleiner ist. Alsdann wird die Stenge so weit hinaufgewunden, daß das Schlußholz eingesteckt werden kann.

In ähnlicher Weise wird die Bramstenge hinaufgebracht; nur wird auf die Bramsahling kein Gerüst weiter gelegt. Auch befinden sich an ihr keine Püttingstaue, sondern die Bramwanten werden durch die Löcher in den Quersahlingen geschooren, und mit dem unteren Ende an den Wursten oder Spriewursten der Stengenwanten befestigt, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 24, a, zu sehen ist. Führt ein Schiff noch besondere Oberbramstengen, so ist auch eine Oberbramsahling da, durch welche die Oberbramstengewanten auf dieselbe Weise geschoren werden, wie die Bramstengewanten. Zuweilen stehen solche Oberbramstengen hinter der Bramstenge, mit dem Fuß auf dem Stengeneselshoofd, und ragen mit dem obern Theile über die Bramstenge hinüber. Gewöhnlich stehen aber die Oberbramstengen auf dem Schloßholz, welches auf den Oberbramsahlingen ruht, so wie die Bramstengen auf dem Schloßholz, das auf den Bramsahlingen ruht.

Die Wanten der Stengen und Bramstengen können wegen der geringen 14
Länge der Marse und der Sahlingen dieselben nicht so gut nach hinten unter-

Digitized by Google

ſtützen, wie es die Wanten wegen der Länge der Rüſten bei den Maſten vermögen. Daher haben die Stengen noch andere Seitentaue, welche von ihrem Top bis auf die Rüſte hinabgehen, und dieſe heißen Pardunen. An ihrem unteren Ende haben ſie Jungfern, welche mit Püttingsjungfern in den Rüſten zuſammenhängen. Dieſe Püttingsjungfern ſtehen aber am hinterſten Ende der Rüſten, ſo daß die Pardunen hinter den Wanten der Maſten herabkommen. Es giebt zwei Arten von Pardunen: ſolche, die gleich den Wanten feſt ſtehen bleiben, und daher wie die Wanten befeſtigt und ſtehende Pardunen genannt werden; und ſolche, die bei ſtarkem Seitenwinde oder bei heftigem Schlingern und Laviren des Schiffs an der Luvſeite zu den übrigen ſtehenden Pardunen noch hinzugeſetzt werden; ſie heißen deshalb Schlingerpardunen, und ſind, da es bei ihnen auf Seitenhaltung ankommt, die vorderſten, d. h. die erſten hinter den Wanten; ſie können auch beim Wenden von einer Seite zur andern gebracht werden. Da ſie immer nur für einige Zeit beigeſetzt werden, ſo geſchieht ihre Befeſtigung nicht mit Jungfern, ſondern nur mit gewöhnlichen ein- und zweiſcheibigen Blöcken, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 53 u. 54.

Die Bramſtengenpardunen, Tafel XXXIII, C, Fig. 24, o o, werden auf großen Schiffen in der Rüſte mit einer eigenen Püttingsjungfer verbunden; auf mittleren und kleineren werden ſie mit ihrem unteren Ende an dieſelbe Pütting geſorrt, an welcher die Stengenpardunen befeſtigt ſind.

In der eben genannten Figur iſt die Oberbramſtenge kein abgeſondertes Stück, ſondern nur eine unmittelbare Verlängerung der Bramſtenge; ſie hat aber dennoch eigene Pardunen, wie q. Zur oberen Haltung derſelben ſind am oberen Ende der Oberbramſtenge Klampen angeſpickert, auf denen ſowohl die Pardunen wie das Oberbramſtengenſtag s mit einem Auge ruhen. Auf der oberſten Spitze der Oberbramſtenge wird ein zylindriſcher Knopf p aufgeſetzt, welcher auf jeder Seite ein Scheibengatt enthält, wodurch die Flaggenleinen geſchooren werden, an denen man die Wimpel, Stander, und auf Kriegsſchiffen auch die Admiralsflaggen und Standarten aufheißt. Dieſen Scheibenknopf nennt man den eigentlichen Top; ſo führt ein Admiral ſeine Flagge am Top des großen Maſts; ein Viceadmiral die ſeinige am Vortop; der Konteradmiral am Beſahntop; Kapitaine von Kriegsſchiffen führen nur einen ſchmalen langen Wimpel mit den Nationalfarben am großen Top; Kommodore, d. h. Kapitaine die noch nicht Admiräle ſind, aber bei irgend einer Gelegenheit mehrere Schiffe zugleich kommandiren, führen einen Stander, d. h. eine dreieckige Flagge am großen Top, wie Tafel XLVIII, A, Fig. 213, 214 und 215 die Stander der Amerikaniſchen Kommodore.

Der Name Top hat aber noch eine andere Bedeutung; er bezeichnet nämlich denjenigen Theil eines Maſts, einer Stenge, oder Bram- oder Oberbramſtenge von den Sahlingen bis zum Eſelshaupt; dieſer Theil iſt gewöhnlich viereckig, wie Tafel XXXIII, A, Fig. 1 am Maſt, Tafel XXXIII, B, Fig. 40 an der Stenge zu ſehen iſt. Wenn die Oberbramſtenge ein abgeſondertes Stück iſt, ſo iſt der Top der Bramſtenge über der Oberbramſahling auch viereckig. Iſt die Oberbramſtenge nur eine Verlängerung der Bramſtenge, wie Tafel

Digitized by Google

XXXIII, C, Fig. 24, so heißt sie eigentlich der Bramstengentop, und wird durch diesen Zusatz von dem Flaggentop unterschieden.

Tafel XXXV, D, Fig. 355, ist e die große Bramsahling; g der große Top (Flaggenknopf); 2 die großen Marspüttingstaue; 8 die großen Stengepardunen; 9 die großen Bramstenge- oder Brampardunen; 10 das große Stengewant; 11 die untern Enden der Bramwanten, welche auch zuweilen Brampüttingstaue heißen; 18 das große Bramwant; 36 die Vormarspüttingstaue; 42 die Vorstengepardunen; 43 die Vorbrampardunen; 44 das Vorstengewant; 45 die Vorbrampüttingstaue; 51 das Vorbramwant; 58 die Kreuzpüttingstaue; 63 die Kreuzstengepardunen; 64 die Kreuzbrampardunen; 65 das Kreuzstengewant; 66 die Kreuzbrampüttingstaue; 71 das Kreuzbramwant. 15

Damit die Wanten der Masten mehr Steifigkeit erhalten, und den Marspüttingstauen einen festeren Anhaltspunkt gewähren, werden sie in der Höhe, wo die Spierwursten (Latten, an denen die Marspüttingstaue befestigt sind) durch die sogenannten Schwigtings kreuzweise verbunden und gespannt; das sind Tafel XXXIII, B, Fig. 36, x x horizontalliegende, von den Wanten der einen Seite nach denen der andern kreuzweise hinübergehende Taue. Zuweilen werden sie auch, wie in Fig. 37 und 38 gebildet; in der letztern Figur ist a eine Kupferplatte, welche um den Mast genagelt ist, um das Scheuern abzuhalten. 16

Die Stage (vergl. S. 2540 Nr. 11) dienen dazu, den Masten und Stengen nach vorne hin eine Befestigung zu geben. Sie sind im Allgemeinen weit stärker als die Wanten; denn wie diese immer ihrer mehrere sind, welche ihren Mast oder ihre Stenge beim Schlingern zu halten haben, so muß das Stag allein den betreffenden Mast oder die betreffende Stenge beim Stampfen unterstützen. Die unteren und die Stengenstage haben auf großen Schiffen zur Unterstützung noch ein sogenanntes loses Stag neben sich. Sie richten sich in ihrer Stärke nach der Dicke des zu haltenden Masts. Die losen Stage sind gewöhnlich etwas dünner, und fahren unterhalb der Hauptstage, so daß sie zugleich den betreffenden Stagsegeln zu Leitern dienen. Auf großen Schiffen hat man vier lose Stage, für das große und Fockstag, und für das große Stenge und Vorstengestag; auf mittleren Schiffen fehlt das letztere. 17

Das große Stag, Tafel XXXV, D, Fig. 335, 3, ist das stärkste von allen, und geht vom Top des großen Masts bis zum Vorsteven. Es besteht im Ganzen aus zwei Theilen: dem Stagtau und dem Kragen, welche beide durch die Doodshoofden und das Taljereep verbunden sind. Das Stagtau besteht wieder aus drei Theilen: dem Auge, d. h. dem oberen Theile, der um den Top des Masts oder der Stenge liegt; dem eigentlichen Stage, welches schräge hinabgeht, und dem Doodshoofd an seinem untern Ende. Das Auge eines Stags ist eine der kunstreichsten Matrosenarbeiten, und sieht, wenn es fertig ist, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 24 aus. An dem obersten Ende kommt ein kleines Auge, und in gehöriger Entfernung darunter eine sogenannte Maus, damit das durchgezogene untere Ende des Stags nicht weiter durchgeht, und so das große Auge bildet. Das große Auge wird über den Top des Masts gelegt, nachdem die Wanten bereits darauf liegen. Alsdann

Digitized by Google

wird das Auge des losen Stags durch das Auge des Hauptstags durchgenommen, und über dasselbe um den Top gelegt, so daß das lose Stagauge über dem Hauptstagauge, das lose Stag selbst aber unter dem Hauptstag zu liegen kommt, damit es, wie schon gesagt, dem Stagsegel zur Leiter dienen kann. Die Augen werden an dem kleineren Auge und der Maus sehr künstlich bekleidet.

Am untern Ende des eigentlichen Stags wird ein sogenanntes Doodshoofd (Todtenkopf) befestigt, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 55, p. Dies ist ein ringförmig ausgehölter Block ohne Scheiben, welcher auch zuweilen die Gestalt eines Hufeisens hat, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 58, b; doch heißt in der letztern Gestalt genauer Kragen-Doodshoofd.

Der Kragen ist auf den mehrsten Schiffen wie Tafel XXXIII, B, Fig. 56 gestaltet; ein Doodshoofd ist in ein Tau eingesorrt, das an seinem kürzeren Part ein kleines Auge hat, durch welches der andere Part gezogen, und dann fest gesorrt ist, so daß der ganze Kragen ein großes Auge bildet; es wird alsdann um das verkehrte Knie des Galjons genommen; oder es wird auch der längere Part durch einen großen Ringbolzen im Bug geschoren, dann durch das Auge gezogen, und festgesorrt. Darauf werden die beiden Doodshoofden am Stage und am Kragen durch ein Taljereep verbunden. Zuweilen hat auch der Kragen die Gestalt wie Fig. 58, der obere und der untere Kragen. Der obere Kragen ist mit seinen beiden untern Enden an zwei Augbolzen befestigt, die zu beiden Seiten des Vorstevens im Bug festsitzen; der untere hat die Einrichtung, daß die beiden Enden des Kragentaus durch die in den Klüsholzpöllern befindlichen Löcher gezogen, über das Bugspriet genommen, und dann an das Kragendoodshoofd befestigt sind. Diese Einrichtung dient dem Bugspriet zu einer Art von Borg- oder zweiten Wuhling. Bei diesen letzten Arten von Kragen liegen beide Doodshoofden hinter dem Fockmast. Bei den gewöhnlicheren Kragen liegen sie vor demselben, wie Fig. 55 u. 57. Bei Fig. 55 giebt es keinen Kragen, sondern das Taljereep geht unmittelbar um das Bugstück. Bei 57 ist kein eigentlicher Kragen, sondern ein Doodshoofd in eisernem Stropp an einem starken im Bug sitzenden Bolzen fest. Das Tau yz dient dazu, das Stag von der Reibung am Fockmast abzuhalten; es heißt der Stagstopper oder Jumper; der Augbolzen im Deck sitzt ein wenig nach Steuerbord zu, so daß das Stag an Steuerbordsseite frei vom Fockmast bleibt.

Das lose große Stag, 4, hat zuweilen auch einen eigenen Kragen, der aber um den Fockmast fährt, und von zwei darüber festgespickerten Klampen festgehalten wird, wie Fig. 58 d, f; die Klampen e halten es vom Hinaufgehen ab; d ist das Doodshoofd; f sind zwei kurze Parten, welche an der Vorderseite des Masts zusammengesorrt sind. Das Doodshoofd d steht dann mit dem Doodshoofd des losen Stags durch ein Taljereep in Verbindung.

Zuweilen wird das große lose Stag auch so befestigt, wie das nachher folgende Besahnstag. Eine noch einfachere Weise ist diese. Das lose Stag wird zuerst durch eine gehörige Anzahl von Säugern, d. h. hölzernen oder eisernen Ringen gezogen, an welche nachher das Stagsegel befestigt werden kann; daran

Digitized by Google

wird es um den Fockmaſt unterhalb der dazu angeſpickerten Klampen genommen, wie Fig. 60, und durch das an dem untern Ende befindliche Auge g geſchooren, und nach dem Top des großen Maſts hinaufgeführt. Das obere Ende kann alsdann natürlich kein gewöhnliches Stagauge haben, ſondern iſt wie Fig. 61 geſtaltet, d. h. nahe am Ende, bei k, iſt von gleich ſtarkem Tau ein Hangerſchenkel h angeſplißt; beide Enden haben ein Auge, und werden durch ein Taljereep l oberhalb des übrigen Tauwerks um den Top des großen Maſts verbunden.

Das große Stengeſtag wird auf folgende Weiſe angebracht. Ein gro- 18
ßer einſcheibiger Block, Fig. 62, wird mit einem langen und einem kurzen Schenkel eingeſtroppt; der lange wird um den Top des Fockmaſts genommen, wie Fig. 63, durch das Auge des kürzeren geſteckt, und an den ſtehenden Part geſorrt. Das große Stengeſtag fährt dann vom Top der großen Stenge durch dieſen Block, zwiſchen den Langſahlingen, hinter dem Fockmaſt und innerhalb der Schwigtings herab. Hinter dem Fockmaſt iſt ein Augbolzen im Deck, an welchem eine Jungfer feſtſitzt, die mit der Jungfer des Stengenſtags durch ein Taljereep verbunden wird, wie in der Nebenfigur o bei 63 zu ſehen iſt. Auf kleineren Schiffen iſt der Block an einen eiſernen Bolzen geſtroppt, der am hintern Theile des Vortops feſtſitzt; ſtatt einer Jungfer befindet ſich am untern Ende nur ein kleines Doodshoofd oder eine Kauſche (eiſerner Ring).

Das loſe große Stengeſtag, Fig. 64, wird wieder zuerſt durch Säuger für das große Stengeſtagſegel geſchooren, und fährt durch eine Kauſche, die um den Fockmaſt unterhalb der Backenklampen n feſtgeſtroppt iſt, ſo daß ſie hinter dem Maſt liegt. Zuweilen fährt es auf Deck hinab; gewöhnlicher aber geht es durch die Kauſche aufwärts, und wird, wie in Fig. 64, mit einer andern Kauſche verbunden, die oberhalb des übrigen Tauwerks feſtgeſtroppt iſt. Das Auge des Stengenſtags iſt auf großen Schiffen demjenigen des unteren Stags gleich; auf kleineren Schiffen ſplißt man aber das Ende nur einfach in den ſtehenden Part; ebenſo beim loſen Stengeſtag. Weide Augen werden beim Aufbringen der Stenge (vergl. S. 2541 Nr. 13) erſt dann auf den Stengentop gelegt, wenn die Stengenwanten und Pardunen ſchon darauf liegen.

Das Beſahnſtag hat einen Kragen mit zwei Schenkeln um den großen 19
Maſt geſorrt, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 65; das Stag ſelbſt wird wieder erſt durch Säuger geſchooren, und fährt dann durch das Doodshoofd des Kragens; am untern Ende iſt ein kleines Doodshoofd oder eine Kauſche eingeſplißt, und mit einem Taljereep a an einen Augbolzen im Deck befeſtigt. Auf großen Schiffen finden ſich Jungfern am Stag und am Augbolzen. Noch beſſer iſt ein Doodshoofd, Fig. 66, mit einem eiſernen Bande um den großen Maſt geſtroppt, welches an der einen Seite ein Scheibengatt für den Niederholer des Beſahnſtagſegels hat.

Ehe das Fockſtag angebracht werden kann, muß ſchon das Bugſpriet 20
eingeſetzt, und mit der Wuhling, den Backſtagen und dem Waſſerſtag befeſtigt ſein. Die Wuhling kann auf mannigfaltige Weiſe angebracht werden. Die gewöhnlichſte iſt die in Tafel XXXIII, B, Fig. 4. Nachdem das

Digitized by Google

Bugſpriet durch ein angehängtes Faß mit Waſſer, oder auch durch ein angehängtes Boot gehörig feſt auf den Vorſteven niedergedrückt worden, und während des Anlegens der Wuhling niedergehalten bleibt: wird das Wuhlingstau je nach der Größe des Schiffs acht, zehn oder zwölf Mal über das Bugſpriet und durch das im Galjon befindliche Gatt m genommen. Beim erſten Schlage wird das Ende am ſtehenden Part feſtgeſtochen oder mit einem eingeſpließten Auge befeſtigt. Die Schläge auf dem Bugſpriet liegen einer vor dem andern; diejenigen im Gatt einer hinter dem andern; dieſer Wechſel wird durch die Lage der Stoppklampe auf dem Bugſpriet hervorgebracht, deren Vorderende mit dem Vorderrande des Gatts in einer Perpendikulärlinie liegt. Darauf wird ein Steertblock in dem Waſſerſtagsgatt o angeſorrt; durch denſelben geht ein Mantel, an deſſen einem Ende das Ende des Wuhlingtaus bei n feſtgeknebelt oder gehaakt iſt; das andere Ende führt durch ein Klüſengatt p, und wird an den Haakenblock eines loſen Taakels, der andere Block an einen Ringbolzen gehaakt, und der Läufer des Taakels mit dem Gangſpill eingewunden. Iſt die Wuhling ſteif geholt, ſo wird ſie mit Schiemannsgarn feſtgeſeiſt, indem mehrere Schläge um den ſtehenden Theil in der Mitte theils einfach, theils kreuzweiſe genommen werden. Darauf fiert man das loſe Taakel, und das Ende der Wuhling wird mit mehreren Kreuzſchlägen um den ſtehenden Part geſchlagen, und endlich feſtgeſtoppt. Die fertige Wuhling hat dann die Geſtalt der Nebenfigur D.

Zuweilen ſind die Wuhlingen ſo geſtaltet wie Fig. 5, 6 und 7.

Was für die eigentlichen Maſten die Wanten, das ſind für das Bugſpriet die Backſtage, und was für die Maſten die Stage, das iſt für das Bugſpriet das Waſſerſtag. Um ſie anzulegen, werden zwei Spieren wie zu einem Bock zuſammengeſorrt, und horizontal über den Bug hinausgelegt; die beiden abſtehenden ruhen zu beiden Seiten des Vorſtevens auf dem Bug; die zuſammengeſorrten Enden hängen an einem um das Vorderende des Bugſpriets angebrachten Taue, wie Fig. 8. Unter den Klampen e, welche für die Kragen des Fockmaſts und loſen Fockſtags auf das Bugſpriet genagelt ſind, wird das Röſterwerk f irgend einer Lucke gelegt, damit die arbeitenden Leute darauf ſtehen können.

Führt das Schiff ein loſes Fockſtag, ſo kommt der Kragen für daſſelbe der Klampe zunächſt zu liegen; führt es nur ein Hauptfockſtag, ſo kommt deſſen Kragen dicht an die Klampe e. Der Kragen ſelbſt ſieht wie Fig. 9 aus, und wird in die äußere Höhlung des Kragendoodshoofds gelegt, und mit einer Sorring feſtgemacht, welche um Kragen und Doodshoofd in den dazu angebrachten Vertiefungen k k angebracht iſt. An der einen Bugt l iſt ein Sorringsbindſel angeſtochen, mit welchem der Kragen unterhalb des Bugſpriets feſtgeſorrt wird, was von den auf dem Röſterwerk befindlichen Leuten geſchieht.

Der Waſſerſtagskragen hat die Geſtalt von Fig. 11, und umfaßt einen Jungfernblock, welcher unter das Bugſpriet zu liegen kommt. Die beiden Augen werden über dem Bugſpriet zuſammengeſorrt. Auf ſehr großen, namentlich Kriegsſchiffen, liegen zwei Waſſerſtagskragen, einer vor dem andern.

Digitized by Google

Das Waſſerſtag ſelbſt, Fig. 13 n m, wird durch das Waſſerſtagsgatt unter dem Galjonsbilde genommen, und mit den beiden Enden zuſammengeſpließt; ein Jungfernblock m wird eingebunden, und durch das Taljereep n mit dem Jungfernblock am Kragen verbunden. Um das Taljereep feſtzuholen, wird ein Wantſtropp am Klüsholzpöller angebracht, und darin der Taakelblock p eingehaakt; der andere zweiſcheibige Block o dieſes Taakels wird am Taljereep ſelbſt feſtgehaakt, und der Läufer des erſten Taakels an einem zweiten bei q eingeholt. Iſt das Waſſerſtag ſteif genug, ſo wird das Taljereep feſtgeſorrt, und das Ende o unterhalb des Jungfernblocks zwiſchen ihm und der Sorring am Stag durchgenommen, einige Male um beide Parten des Stags geſchlagen und zuletzt um die ſtehenden Theile des Taljereeps feſtgeſchlungen. Wenn Schiffe zwei Waſſerſtage führen, ſo wird das Taljereep des äußeren durch eine Jungfer oder ein Doodshoofd geſchooren, das am äußeren Ende des Bugſpriets dicht innerhalb des Eſelshoofds an einer eigenen dazu aufgeſpickerten Klampe befeſtigt iſt.

Schiffe, welche kein Galjon haben, und deren Krahnbalken ziemlich weit nach vorne liegen, richten ihr Waſſerſtag wie in Fig. 14 ein, damit ſie es beim Ankerlichten losmachen, und am Bugſpriet aufholen können; der Ankerſtock bleibt alsdann frei davon.

Der Backſtagskragen hat die Geſtalt von Fig. 12; zwei Doodshoofden ſind an einem und demſelben Kragen befeſtigt; die beiden Augen werden auf der oberen Seite des Bugſpriets zuſammengeſorrt, ſo daß an jeder Seite des Bugſpriets ein Doodshoofd zu liegen kommt. Manche Schiffe haben ſtatt dieſes einen doppelten Kragens zwei einfache, von denen jeder nur ein Doodshoofd, und zwar jeder an der andern Seite des Bugſpriets trägt.

An jedes dieſer Doodshoofde ſchließt ſich ein Backſtag, gleichſam die Wanten des Bugſpriet; es hat die Geſtalt wie Fig. 15; mit dem obern Doodshoofd s ſchließt es ſich an das Doodshoofd des Kragens; mit dem Haaken r wird es in einen Augbolzen eingehaakt, der am Bug feſtſitzt.

Sobald das Bugſpriet durch die Wuhling, das Waſſerſtag und die Back- 21
ſtage feſtgeſetzt worden, kann der Fockmaſt ſeine Stage erhalten. Das Stagauge wird über den Top gelegt, wenn ſchon die Hanger, Fig. 16, 17, 18, und die Wanten darauf ſind. Das Auge des loſen Fockſtags wird durch das Auge des Hauptſtags hinaufgenommen, ſo daß es über demſelben zu liegen kommt, während das loſe Stag ſelbſt unter dem Hauptſtag fortläuft, um das Stagſegel anbringen zu können. In dem unteren Ende des Stags wird ein Doodshoofd feſtgeſorrt, und dieſes mit dem Doodshoofd am Kragen auf dem Bugſpriet durch ein Taljereep verbunden, wie Fig. 29. Das loſe Stag wird durch Säuger gezogen (vergl. S. 2544).

Das Vorſtengeſtag und loſe Vorſtengeſtag werden auf den Top 22
der Vorſtenge gelegt, wenn die Hanger, Wanten und Pardunen ſchon darauf liegen. Das untere Ende wird durch einen Block am Außenende des Bugſpriets dicht neben dem Eſelshoofd, Fig. 51, a, geſchooren, und mit einem Paar Jungfern oder einem Paar gewöhnlichen Taakelblöcken an einem Augbolzen neben

Digitized by Google

dem Vorsteven festgesetzt. Das lose Stag fährt an der andern Seite des Bugspriets; sein Block muß aber etwas weiter nach hinten liegen, als der für das eigentliche Vorstengestag, damit sich das Vorstengestagsegel nicht an dem letztern reibt. Das lose Vorstengestag wird ebenfalls durch Säuger gezogen.

23 Die Verlängerung des Bugspriets, der Klüverbaum, hat ebenfalls seine eigene Unterstützung, welche derjenigen des Bugspriets ähnlich ist, aber mancherlei Eigenthümlichkeiten enthält. Er wird wie die Stenge eines Masts, so durch das Eselshoofd des Bugspriets hinausgeschoben, Tafel XXXIII, B, Fig. 69. Am untern Ende ist ein Scheibengatt nach Art eines Kinnbackblocks angebracht, wie Fig. 68 zu sehen; in dieses wird der Ausholer des Klüverbaums gelegt, welcher die gleiche Bedeutung für ihn hat, wie das Stengenwindreep für die Stengen. Am Eselshoofd des Bugspriets, Fig. 69, findet sich ein Augbolzen, an welchen ein Block a gestroppt ist; durch diesen Block fährt der Ausholer, geht durch das Scheibengatt am Fuß des Klüverbaums, und ist mit dem einen Ende an einen Augbolzen gestochen, der an der andern Seite des Eselshoofds sitzt. Das andere Ende w geht nach dem Bug, wo es eingeholt wird. Der Klüverbaum wird dann erst durch das Kragendoodshoofd des Fockstags hindurch, und dann durch das obere runde Gatt des Eselshoofds geholt.

Zuweilen ist das Doodshoofd für das Fockstag so gebildet wie Taf. XXXII, B, Fig. 16; mit der untern Höhlung m ruht es auf dem Bugspriet, durch das runde Loch l fährt der Klüverbaum, und durch das obere das Taljereep des Stags. In solchem Falle sitzt der Block, durch welchen der Ausholer geschooren wird, an der hinteren Seite des Doodshoofds. Das Ende welches über die Scheibe am Fuße des Klüverbaums geht, wird auf der andern Seite des Doodshoofds durch ein dazu befindliches Loch geschooren und mit einem Wandknopf versehen, um nicht zurückgezogen zu werden. Sobald der Klüverbaum ein wenig durch das Eselshoofd hinausgeholt ist, wird das Tauwerk aufgelegt; zuerst ein eiserner Ring, der Bügel des Ausholers für das Klüversegel, welcher verschiedene Einrichtung hat, wie Tafel XXXIV, D, Fig. 38 bis 42; dieser Ring ist an einem eigenen Leiter befestigt, an welchem der Klüver auf- und niedergeholt wird. Darauf werden die Pferde oder Paarden angelegt; Tafel XXXIII, B, Fig. 69, d, auf denen die Leute stehen, wenn sie Etwas am Klüver zu thun haben. In gleichen Distanzen haben sie Schauermannsknöpfe oder Knoten, um die Füße dagegen zu stützen. Das eine Ende der Paarden ist um den Klüverbaum innerhalb des Eselshoofds gestochen; das andere Ende ist am Top des Klüvers befestigt.

Die Taue, welche dem Klüverbaum die Seitenunterstützung geben, heißen auch Backstage, d. h. Klüverbackstage. Das Wasserstag des Klüvers heißt aber Stampfstag oder Klüver-Stampfstag; und zwar giebt es deren zwei, von denen das innere das Binnen-Stampfstag, das äußere das Buten-Stampfstag genannt wird.

Klüverbackstage giebt es auf jeder Seite zwei, von denen das eine

fest ist, das andere aber an dem Bügel oder Ringe des Klüvers (Klüversegels) befestigt ist, und mit demselben ein- und ausgeholt wird.

Diese Klüverbackstage haben übrigens eine sehr verschiedene Einrichtung, je nachdem ein Schiff eine blinde Raa hat oder nicht.

Führt es eine solche, wie in der angeführten Figur 69, so ist sie unter dem Bugspriet angebracht, zwischen dem Fockstagkragen und dem Eselshoofd. Sie hat alsdann auf ihrer oberen Seite vier Kauschen, zwei auf jeder Seite ee, ee. Durch die beiden äußeren werden die festen Klüverbackstage geschooren; an ihrem innern Ende ist ein Taakel angebracht, dessen Haakenblock in einen Augbolzen am Bug eingehaakt, und dessen Läufer auf der Back eingeholt wird. Die beiden beweglichen Backstage, oder Wanderbackstage, werden durch die beiden innern Kauschen auf der blinden Raa geschooren, und an ihrem inneren Ende g ebenfalls mit einem Taakel verbunden, dessen innerer Block am Bug festsitzt.

Sehr oft sind die festen und die Wanderbackstage mit einander verbunden, wie in der Nebenfigur A bei 69, so daß sie durch die Kausche des Taakelblocks d fahren. Wird dann der Klüver eingeholt, so holt man auch den Läufer des Taakels ein; es verlängert sich alsdann der Part cd, während sich der Part fed verkürzt.

Wenn ein Schiff keine blinde Raa führt, was jetzt sehr häufig ist, namentlich bei Kauffahrteischiffen, aber auch bei Korvetten und kleinern Fahrzeugen: so wird der Klüverbaum verhältnißmäßig stärker gemacht, und erhält seine ganze Unterstützung von den Stampfstagen, deren er dann aber auch immer zwei bekommt. Man kann ihm aber auch selbst in diesem Falle Backstage geben, die alsdann von seinem Top nach dem Außenende der Krahnbalken gehen.

Die Stampfstage halten den Klüverbaum nieder, indem der beigesetzte Klüver ihn emporzubiegen strebt. Sie zeigen sich Tafel XXXIV, D, Fig. 42, n und l. Um sie anzubringen, werden in die Vorderseite des Bugsprieteselshoofds mehrere starke eiserne Krampen oder Bügel eingetrieben, in denen ein verhältnißmäßig kurzer Baum k senkrecht befestigt wird, welcher der Stampfstock heißt. An seinem unteren Ende befinden sich zwei Scheibengatten für die Stampfstage. Das äußere oder Butenstampfstag n ist um das Außenende des Klüverbaums gestochen, fährt durch das untere Scheibengatt des Stampfstocks, dann durch den Block m, der in ein Brohk am Bugspriet, dicht hinter dem Fockstagkragen festgestroppt ist; am innern Ende hat das Stampfstag einen Block o, und wird mit einem Taakel auf der Back festgesetzt. Das Binnenstampfstag l ist an dem Bügel des Klüvers festgestochen, fährt durch das obere Scheibengatt des Stampfstocks, und durch einen Block, der an der andern Seite, dem Block m gegenüber, am selben Brohk eingestroppt ist; das Ende wird ebenso mit einem Taakel auf der Back festgesetzt.

Einige Schiffe haben noch einen Außenklüverbaum, gleichsam eine Bramstenge des Bugspriets; führen sie alsdann keine blinde Raa, so haben sie zwei Stampfstöcke die einen Winkel mit einander bilden, und dadurch

Digitized by Google

einige Breite darbieten, um Backſtage anzubringen; worüber tiefer unten etwas Genaueres vorkommt.

Zur Vervollſtändigung des am Bugſpriet erforderlichen ſtehenden Tauwerks gehören noch die ſogenannten Lauf- oder Klimmſtage, und das Netz für das Vorſtengeſtagſegel.

Die Laufſtage ſind zwei Taue, welche zum Geländer für die auf das Bugſpriet hinaufgehenden Leute dienen; ſie werden auf verſchiedene Weiſe eingerichtet. Auf einigen Schiffen geht von jedem Klüsholzpöller oder von der Back an jeder Seite des Bugſpriets ein Tau bis nach einem Augbolzen an der hinteren Seite des Bugſprieteſelshoofds, ſo daß der auf das Bugſpriet Hinaufgehende mit jeder Hand eines faſſen kann. Auf vielen Schiffen finden ſich, wie Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 19, an dem Kragen des Fockſtags zwei kurze Hanger unten mit Kauſchen; durch dieſe fahren die beiden Laufſtage von der Back oder von den Klüsholzpöllern bis zum Eſelshoofd; bis zum Fockſtagkragen ſind ſie dann die eigentlichen Laufſtage; zwiſchen dem Kragen und dem Eſelshoofd wird dann das Netz q für das Vorſtevenſtagſegel angebracht.

24 Das Kreuzſtengeſtag geht ganz auf ähnliche Art von dem Top der Kreuzſtenge nach dem Top des großen Maſts, wie das große Stengeſtag nach dem Top des Fockmaſts (vergl. S. 2545 Nr. 18); es dient zugleich zum Leiter des Kreuzſtengeſtagſegels, Tafel XXXIV, E, 49.

25 Das große Bramſtengeſtag geht vom Top der großen Bramſtenge nach dem Top der Vorſtenge, wo es durch eine Kauſche nach der Vorbramſahling geht; Tafel XXXIV, E, Fig. 46, das obere Tau; der Leiter für das große Bramſtengeſtagſegel iſt entweder etwas unterhalb des Auges in das große Bramſtengeſtag eingeſpließt; oder liegt wie die übrigen loſen Stage mit einem eigenen Auge über dem großen Bramſtengetop; fährt durch einen Block a, der unterhalb der Vorbramſahling feſtgeſtroppt iſt, und geht dann aufs Deck herab.

26 Das Kreuzbramſtengeſtag mit dem Leiter des Kreuzbramſtengeſtagſegels iſt in ganz ähnlicher Weiſe von dem Top der Kreuzbramſtenge nach der großen Brahmſahling geleitet, wie das eben angeführte große Bramſtengeſtag nach der Vorbramſahling.

27 Das Vorbramſtengeſtag geht vom Top der Vorbramſtenge nach dem Top des Klüverbaums. Wenn ein Schiff einen Butenklüver (Außenklüver) führt, ſo dient das Vorbramſtengeſtag zuweilen zum Leiter deſſelben. Gewöhnlich hat er aber einen eignen Leiter.

28 Das große Oberbramſtengeſtag, auch das große Royalſtag genannt, fährt von dem Top der großen Oberbramſtenge nach der Vor-Oberbramſahling, und hat kein Stagſegel.

29 Das Kreuz-Oberbramſtengeſtag geht von dem Top der Kreuzoberbramſtenge nach dem Eſelshoofd der großen Stenge, weil die Höhe des ganzen Beſahnmaſts um ſo viel niedriger iſt, als der große Maſt; es hat ebenfalls kein Stagſegel.

Digitized by Google

Das Vor-Oberbramstengestag fährt von dem Top der Vor-Ober- 30
bramstenge nach dem Top des Klüverbaums. Es hat kein Stagsegel.

Sehr selten führen große Schiffe über dem großen Oberbramsegel noch 31
ein Ober-Oberbramsegel, oder sogenanntes Skysegel (gewöhnlich Skeisel); in solchem Falle kann man noch ein dünnes Stag vom Top der großen Oberbramstenge nach dem Top der Vor-Oberbramstenge leiten; doch geschieht es fast nie.

Außer den genannten Stagen giebt es noch einige stagähnliche Taue, welche 32
nur zu Leitern (gewöhnlich Leiern) von besondern Stagsegeln dienen, die sich zwischen den eigentlichen Stagsegeln befinden; dies ist namentlich der Fall mit den Klüvern und den Fliegern.

Der Klüver ist eines der wichtigsten Segel, wenn das Schiff beim Winde fährt, und hat eine außerordentliche Kraft, um das Schiff abfallen zu machen. Tafel XXXIV, D, Fig. 12, ist es beigesetzt zu sehen. Der Klüverleiter oder das Klüverstag fährt vom Top der Vorstenge nach dem Bügel oder Ringe auf dem Klüverbaum, und bildet, je nach der Einrichtung dieses Bügels, entweder mit seinem untern Ende auch den Ausholer des Klüvers, oder steht mit demselben in Verbindung. Das Genauere davon findet sich tiefer unten beim Klüver. Das untere Ende des Klüverstags wandert also mit dem Bügel auf dem Klüverbaum hin und her.

Viele, namentlich Kriegsschiffe und große Kauffahrer, führen außer dem Hauptklüver noch einen zweiten, manche sogar noch einen dritten Klüver. Der zweite oder dritte Außenklüver hat gewöhnlich einen eigenen Leiter, welcher vom Top der Vorbramstenge nach dem Top des Klüverbaums geht.

Was die Klüver für die Vorstenge und Vorbramstenge, das sind die Flieger für die große Stenge und Bramstenge, und für die Kreuzstenge; sie haben ihre Leiter zwischen den eigentlichen Stagen.

Der Leiter des großen Fliegers, oder großen Marsfliegers fährt zwischen dem großen Stengestag und dem großen Bramstengestag, d. h. vom Top der großen Stenge gegen die Mitte der Vorstenge. Dies ist der einzige Flieger, den man in neuerer Zeit allgemein beibehalten hat; die andern läßt man gewöhnlich fort, weil sie zu selten gebraucht werden; sie sind der große Bramflieger, der Kreuzflieger und der Kreuzbramflieger.

Der Leiter des großen Bramfliegers fährt zwischen dem großen Bramstengestag und dem großen Oberbramstengestag, also vom Top der großen Bramstenge nach der Vorbramstenge.

Wie die beiden Flieger des großen Masts, so fahren auch, wenn sie überhaupt geführt werden, die beiden Flieger des Besahnmasts.

Die genannten Stage und losen Stage sind Tafel XXXV, D, Fig. 335 33
auf folgende Weise bezeichnet: 3 ist das große Stag; 4 das große lose Stag; 12 das große Stengestag; 13 das große lose Stengestag; 19 das große Bramstengestag; δ das große Oberbramstengestag; die Stage des Besahnmasts sind nach denen des großen Masts leicht zu erkennen; 59 das Besahnstag; 67 das Kreuzstengestag; 72 das Kreuzbramstengestag; ε das Kreuz-Oberbramstenge-

Digitized by Google

ſtag; 37 das Fockſtag; 38 das loſe Fockſtag; 46 das Vorſtengeſtag, und darunter das loſe Vorſtengeſtag; 52 das Vorbramſtengeſtag; zwiſchen den beiden letztern in diagonaler Richtung der Klüverleiter oder das Klüverſtag ξ; ferner η das Vor-Oberbramſtengeſtag; ϑ der Leiter des Außenklüvers; × der Leiter des großen Fliegers.

34 Zu den großen Tauen der Maſten, welche auch noch bei dieſer Ueberſicht bekannt werden müſſen, gehören die Seitentaakel, die Stengenwindreepe und das Topreep.

Unter den Seitentaakeln verſteht man Taakel, welche an jeder Seite der Maſten an die daſelbſt befindlichen Hanger befeſtigt werden. Die Geſtalt dieſer Hanger iſt Tafel XXXIII, B, Fig. 16 und 17 zu erkennen, und Fig. 18 iſt ein Hanger ſchon über den Top des Maſts gelegt. Sie dienen dazu, daß große Taakel angebracht werden, mit denen man Boote, Schaluppen und andere große Laſten am Bord oder vom Bord heißen kann. Die Seitentaakel am großen Maſt heißen die großen; am Beſahnmaſt die Hinterſeitentaakel; und am Fockmaſt die Vorſeitentaakel. Die letzteren dienen auch dazu, den Anker, wenn er gelichtet worden, zu kippen, d. h. in eine Lage zu bringen, wobei der Ankerſtock perpendikulär neben dem Bug ſteht, und die Arme eine ſolche horizontale Lage erhalten, daß ſich der eine an den Bug anlehnt.

Wenn an einem Maſt an jeder Seite eine ungerade Zahl von Wanttauen ſich befindet, ſo werden die Hanger zu den Seitentaakeln ſogleich aus demſelben Taue gebildet, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 23, wo m der Hanger, n das nach unten gehende Wanttau iſt; das Auge wird um den Top des Maſts gelegt. Solche Taue heißen Borgwanttaue, und ſind gewöhnlich die vorderſten. Auf großen Schiffen wird der obere Block des eigentlichen Taakels in die Kauſche des Hangers eingehaakt, welche wie Fig. 16 an deſſen Ende eingeſpließt iſt; auf kleineren Schiffen iſt, wie Fig. 17, der obere Taakelblock in den Hanger eingeſtroppt. Bei Fig. 31 dieſer Tafel iſt der Gebrauch des Seitentaakels zum Steiffſetzen eines Wanttaues dargeſtellt. Auf Tafel XXXVI, A, Fig. 11, iſt der Mantel t des Seitentaakels am Penterhaaken feſt, um den Anker damit zu kippen. Tafel XL, A, Fig. 1 ſind die Seitentaakel des großen und Fockmaſtes beim Einſetzen des Boots in Anwendung zu ſehen.

Am Top der Stengen befinden ſich ebenfalls Hanger mit Taakeln, welche die Stengenſeitentaakel heißen; Tafel XXXIII, B, Fig. 32 iſt die Anwendung eines Stengenſeitentaakels zum Steiffſetzen eines Stengewanttaus dargeſtellt.

35 Das Stengewindreep iſt ein ſtarkes Tau, mit welchem die Stengen aufgebracht und geſtrichen werden. Nach der neuern Weiſe ſind die Stengen an dem unteren Ende, vom Gatt des Schlottholzes bis dahin wo ſie in dem runden Gatt des Eſelshoofds ſtehen, achteckig geſtaltet, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 40, von d bis e; f iſt das Gatt für das Schlottholz; g iſt ein Scheibengatt, welches von einer der acht Seiten, die nach hinten zu an Backbord liegt, nach der gegenüberliegenden Seite nach vorne zu an Steuerbord geht; durch

Digitized by Google

dieſes Scheibengatt fährt das Stengewindreep; die beiden Seiten haben aufwärts, bis zum Rande des achtſeitigen Theils, eine Keep, oder rinnenartige Vertiefung, damit das Stengewindreep beſſer anſchließen kann, und ſich nicht an den Sahlingen reibt.

Die Stenge wird erſt wie in Fig. 41 am Bord geheißt. Darauf wird das Eſelshoofd über dem Top des Maſts feſtgeſchlagen, ſo daß das runde Gatt deſſelben über dem Top der Stenge zu liegen kommt. Hierauf wird der Stengewindblock n an einen Augbolzen gehaakt, der an Backbordsſeite unter dem Eſelshoofd feſtſitzt. Durch dieſen wird das Stengewindreep m geſchooren, zwiſchen den Sahlingen auf Deck niedergelaſſen, durch das vorher bezeichnete Scheibengatt im achtſeitigen Theile der Stenge geſchooren, wieder zwiſchen den Sahlingen an Steuerbordsſeite hinaufgenommen, und an einem Augbolzen feſtgeſtochen, der an dieſer Seite unter dem Eſelshoofd feſtſitzt. An dem andern Ende des Stengewindreeps unter m iſt ein Auge eingeſplißt. Dieſes wird über den Stropp des Blocks p genommen, und mit einem Knebel o feſtgemacht. Der untere Block k der Gien wird in einen Augbolzen im Deck eingehaakt, und der Läufer q durch einen Leitblock oder Fußblock geſchooren und um das Gangſpill zum Einwinden genommen.

Auf großen Schiffen hat man, wie in der Nebenfigur D bei 42, zwei Stengewindblöcke a und b, einen an jeder Seite des Eſelshoofds; das Stengewindreep wird dann nicht, wie vorher, an einen Augbolzen unter dem Eſelshoofd feſtgeſtochen, ſondern durch den andern Stengewindblock a geſchooren, und an den obern Block c einer zweiten Gien feſtgeknebelt, welche wie vorher mit einem Gangſpill eingewunden wird. Tafel XXXV, D, Fig. 335, iſt 15 das große Stengewindreep; 48 das Vorſtengewindreep. Die Stengenwindreepe für die Bramſtengen ſind viel einfacher, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 23 zu ſehen; ein kleiner Stengewindblock a wird unter dem Eſelshoofd der Stenge eingehaakt, und das Stengewindreep c durchgeſchooren, durch das Scheibengatt k am unteren Ende der Bramſtenge geleitet, und am Top derſelben bei f um die Stenge und den ſtehenden Part feſtgeſtochen. Das andere Ende fährt neben den Bramſahlingen und dem Mars herunter, und wird unten eingewunden.

Das Topreep iſt ein Tau, welches vom Top des Fockmaſts zum Top 36
des großen Maſts geht, und dazu dient, eine Talje oder ein Ladetaakel daran zu hängen, um damit Güter durch die große Lucke ein- und auszuladen. Seine Dicke kommt derjenigen der großen Wanttaue gleich. Tafel XXXV, D, Fig. 335, 25 iſt das Topreep, 26 das daran hängende Ladetaakel. Mit dem am Fockmaſt durch den Block herabgehenden Läufer kann man dem Ladetaakel eine mehr nach vorne zu gehende Stellung über der großen Lucke geben; daher heißt dieſer Theil des Topreeps auch der Ausholer deſſelben. Sehr häufig wird auch das Ladetaakel am großen Stage angebracht, und heißt dann Stagtaakel.

Das zur Befeſtigung der Maſten und Stengen Aufgezählte heißt vorzugs- 37
weiſe das ſtehende Tauwerk. Man verſteht unter dieſer Benennung im Allgemeinen alle diejenigen Taue, welche an beiden Enden befeſtigt ſind, und ihre Stelle unveränderlich behalten. Das laufende Tauwerk dagegen beſteht aus

Digitized by Google

solchen Tauen, welche durch Blöcke auf und nieder oder hin und her bewegt werden können; gewöhnlich sind sie auch an dem einen Ende fest, und dieser Theil heißt der stehende Part, der andere der laufende Part.

Sowohl das stehende wie das laufende Tauwerk theilt man auch in das obere und das untere. Das obere ist alles dasjenige, welches sich über den Marsen befindet, und nicht aufs Deck herabläuft; das untere ist alles dasjenige, welches ebensowohl zur Befestigung der Masten, als zur Regierung der Segel dient, und auf Deck gehandhabt wird.

Das laufende Tauwerk dient theils zur Befestigung und Regierung der Raaen, Gaffeln, Bäume und Spieren, theils zur unmittelbaren Aufspannung, Regierung und Einziehung der Segel selbst.

38 Es sind, wie schon oben (S. 2538 Nr. 4) gesagt, die Segel die Haupttheile der ganzen Zutaakelung, um deren willen alle übrigen Theile derselben da sind. Sie haben entweder eine dreieckige Gestalt, wie die über dem Bugspriet und Klüverbaum aufzuspannenden Stagsegel, oder eine viereckige Gestalt, und zwar entweder eine rechtwinklige oder eine trapezoidische, wie die an den Masten und Stengen, und hinter denselben an Stagen, Gaffeln und Bäumen aufzuspannenden. Sie werden der bei weitem größern Mehrzahl nach aus Segeltuch gemacht; nur die ganz kleinen zuweilen aus Leinwand oder Baumwollenstoff. Das Segeltuch ist ein Gewebe aus Hanf, von welchem man hinsichtlich der Stärke dreifach verschiedenes zu haben pflegt; das stärkste und daher auch dem Gewichte nach schwerste zu den Untersegeln, d. h. denen unter den Marsen an den Masten befindlichen; das mittlere zu den Marssegeln, d. h. denen an den Stengen aufzuspannenden; das leichte zu den Bramsegeln, d. h. denen an den Bramstengen befindlichen. Auf kleinern Schiffen werden diese letztern auch von Leinwand gemacht. Je nach der Breite eines Segels werden mehr oder weniger Stücke des Segeltuchs mit verschiedenen Nathen aneinander genäht; diese Stücke von der ursprünglichen Breite des Tuchs heißen Kleider; ihre Länge bestimmt die Höhe oder Tiefe des Segels; ihre Zahl die Breite desselben; Tafel XXXIV, A, Fig. 3; Tafel XXXIV, C, Fig. 1 und Fig. 15. Am Rande werden die Segel mit einem starken Saume eingefaßt, an welchen zu noch größerer Haltbarkeit ein nach der Größe des Segels mehr oder minder starkes Tau angenäht oder angemarlt wird; dieses einfassende Tau heißt das Leik, und besteht aus sehr gutem aber nicht stark zusammengedrehtem Garn, damit es möglichst biegsam bleibt. Das Leik, welches bei dem aufgespannten Segel oben bleibt, heißt das Oberleik, oder auch, wenn das Segel an eine Raa gebunden wird, das Raaleik; das gegenüberliegende heißt das Unterleik; die beiden andern heißen dann bei einem viereckigen Segel die stehenden Leike.

Bei Stagsegeln heißt das am Stag befindliche das Vorleik; das unten befindliche das Unterleik, und das nach hinten zu gerichtete das Achterleik. Das letztere ist gewöhnlich etwas dünner als die beiden ersteren.

Theils zur Spannung, theils zur Regierung der Segel müssen verschiedene Taue an den Leiken befestigt werden. Hiezu werden an den Leiken Augen von

Digitized by Google

demſelben Tau angebracht, welche im Allgemeinen Lägel heißen, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 1, c, c, f. Damit das Segeltuch an dieſen Stellen nicht zu ſehr angegriffen wird, erhält das Segel rund um längs dem Leik eine Verdoppelung, welche die Doppling genannt wird. Wo die nachher angebrachten Taue eine ſehr große Zugkraft ausüben, werden neben den Lägels auch noch beſondere viereckige Stücke Segeltuch aufgeſetzt, welche Bolten heißen, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 15, g, g, g.

Die Geſtalt eines Segels macht es nothwendig, daß die Kleider deſſelben von verſchiedener Länge ſind; das ſchräge Zuſchneiden derſelben nennt man das Gillen, und den ſchrägen Schnitt ſelbſt die Gillung des Segels, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 3. Die Art wie ein Segel geſpannt und regiert wird, bedingt ſeine übrigen Eigenthümlichkeiten und Zurüſtungen. Die auf einem dreimaſtigen Schiffe der mehrſten ſeefahrenden Nationen Europas und der Nordamerikaner gebräuchlichen Segel ſind: Raaſegel, Gaffel-, Baum- und Giekſegel, Stagſegel und Leeſegel; die letzteren werden nur bei günſtigem Winde an den ſogenannten Spieren beigeſetzt, und ſobald der Wind ungünſtig wird, wieder unter Deck geborgen; die drei andern Arten bleiben aber während der ganzen Reiſe an ihren Stellen, und werden daſelbſt, wenn ſie nicht beigeſetzt ſind, feſtgemacht oder beſchlagen. Zu ihrer Ueberſicht dient Tafel XXXIV, A, Fig. 1 und 2.

Die eilf eigentlichen Raaſegel ſind: a das Fockſegel; b das Vormars-, c das Vorbram-, d das Voroberbramſegel; dies ſind die Raaſegel am Fockmaſt und ſeinen Stengen; h das Großſegel, i das große Mars-, k das große Bram-, l das große Oberbramſegel; dies ſind die Raaſegel am großen Maſt und ſeinen Stengen; die Raaſegel am Beſahnmaſt befinden ſich nur an deſſen Stengen, und erhalten daher ſämmtlich den Namen von Kreuz, weil man wie ſchon oben geſagt, Alles was ſich oberhalb des Marſes am Beſahnmaſt zeigt, durch den Zuſatz „Kreuz" von den übrigen Theilen der Zutaakelung unterſcheidet, daher: o das Kreuzſegel; p das Kreuzbramſegel, wird auch zuweilen das Gretchen genannt; q das Kreuzoberbramſegel.

Das zwölfte Segel, die Beſahn, iſt ein Gaffel- oder ein Baum- oder ein Giek-Segel, an der hinteren Seite des Beſahnmaſtes; in frühern Zeiten war es ein ſogenanntes Ruthenſegel.

Unter Gaffelſegel verſteht man im Allgemeinen ein ſolches, deſſen Raa nicht mit ihrer Mitte am Maſt hängt, ſondern mit ihrem einen gabelförmigen Ausſchnitte ſich am Maſte bald nach Steuerbord, bald nach Backbord drehen läßt. Am deutlichſten iſt eine ſolche Raa, welche von ihrer Geſtalt Gaffel (Gabel) heißt, Tafel XXXIII, C, Fig. 18, zu ſehen; Fig. 19 und 20 ſind etwas andere Einrichtungen derſelben. Hat ein Segel unten keine zweite ähnliche Raa, ſondern wird es nur mit ſeinem Unterleik allein ausgeſpannt, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 51, ſo heißt es ein Gaffelſegel. Auf vielen Schiffen iſt zu jetziger Zeit die Beſahn ein Gaffelſegel.

Wenn aber ein ſolches Segel auch noch an dem Unterleik eine der Gaffel

Digitized by Google

ähnliche Raa hat, die aber dann der Baum genannt wird, so heißt ein solches Segel ein Baumsegel, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 54; namentlich wenn, wie bei dieser letzten Figur, die Gaffel und der Baum von gleicher Länge sind. Ist dagegen der Baum im Verhältniß zur Gaffel bedeutend länger, wie auf derselben Tafel Fig. 53, und auf Tafel XL, A, bei Fig. 3, 5 und 6, so heißt er Giekbaum, und ein solches Segel genauer ein Giekſegel.

Statt der genannten drei Arten der Besahn hatte man in frühern Zeiten eine Besahnruthe, wie Tafel XL, C, an Fig. 15 und 17 zu sehen ist; diese Ruthe war eine lange Raa, welche auch ungefähr in ihrer Mitte an dem Besahnmast aufgehängt war, aber nicht horizontal und mit der Breite des Schiffs parallel, sondern schräg, mit dem Vorderende nach hinten geneigt, und parallel mit der Länge des Schiffs; der hintere nach oben gehende Theil that dann dieselben Dienste wie jetzt die Gaffel. Wegen der mancherlei Unbequemlichkeiten, die mit der Handhabung einer solchen Ruthe verbunden sind, hat man sie bei den mehrsten Europäischen Nationen und den Nordamerikanern gänzlich abgeschafft, und statt ihrer die Gaffel- und die Giek-Taakelasche für die Besahn eingeführt; nur auf den Fahrzeugen der Mittelländischen See findet man sie noch; diese führen überhaupt noch viele sogenannte lateinische Raaen, zu denen ursprünglich die Besahnruthe gehört, und von denen tiefer unten noch etwas Genaueres vorkommt.

Außer den genannten eilf Raasegeln und der Besahn hat man auf manchen Schiffen noch zwei Raasegel, und noch ein bis drei Gaffelsegel.

Von den beiden Raasegeln befindet sich eines unter dem Bugspriet, und heißt das blinde Segel oder die Blinde, Tafel XXXIV, A, Fig. 2, r; das andere unter dem Klüverbaum, und heißt das Schieb-blinde-Segel oder die Schiebblinde, in der letztgenannten Figur s. Viele Schiffe haben aber keine der beiden Raaen, oder höchstens nur die blinde Raa ohne Segel, zur Anbringung der Klüverbackstage (vergl. S. 2549). Von den drei andern Gaffelsegeln außer der Besahn führen einige Schiffe, jedoch nur die sogenannten Barken und Schuner, welche kein Kreuzsegel haben, das Gaffel-Topsegel, oder Kreuz-Gaffel-Segel, ein der Besahn ähnliches aber kleineres Segel, dessen Gaffel an der Kreuzstenge fährt, und dessen Unterleik von der Gaffel der Besahn gespannt wird. Es hat mancherlei Einrichtungen; in neuerer Zeit führt es gewöhnlich keine eigentliche Gaffel, sondern eine schräge Raa, wie Tafel XXVIII, Fig. 12 und 13 an dem Schuner und Kutter zu sehen ist. Auf manchen Schiffen hat es weder ein Gaffel noch eine Raa, sondern schließt sich mit der obern Spitze an die Kreuzstenge an, und hat dann keine Trapezform, sondern ist ein Dreieck.

Die beiden andern in neuerer Zeit auch von dreimastigen Schiffen zuweilen geführten Gaffelsegel sind das sogenannte große Schuner- und das Vor-Schuner-Segel; beide sind der Besahn ähnlich; das erstere hat seine Gaffel am großen, das zweite am Fockmast.

Führt ein Schiff alle die bisher aufgezählten Segel, so hat es zu den genannten Raasegeln die dreizehn gleichnamigen Raaen, und noch eine vierzehnte

Digitized by Google

am Besahnmast. Die dreizehn gleichnamigen Raaen dienen sämmtlich dazu, das Oberleik oder Raaleik ihrer Segel daran festzubinden, es also auch zugleich dadurch zu spannen. Das Großsegel, das Focksegel und das blinde Segel hängen an der großen, der Fock- und der blinden Raa, ohne an ihrem Unterleik durch eine zweite Raa gespannt zu werden. Die übrigen zehn Raasegel werden zugleich von den darunter befindlichen Raaen gespannt. Die drei genannten Raaen haben auch das Eigenthümliche, daß sie für alle gewöhnlichen Fälle, und namentlich auch bei der Ausspannung und Beisetzung ihrer Segel dieselbe Stelle, an der sie hängen, beibehalten; dagegen die übrigen zehn Raaen werden, wenn ihre Segel beigesetzt werden sollen, höher geheißt.

Liegt z. B. ein Schiff vor Anker, und hat alle Segel festgemacht oder beschlagen, wie z. B. Tafel XXXV, D, Fig. 335, so hängt die Fockraa o an der Vorderseite des Fockmasts in der Höhe, wo sich die Vormarspüttingstaue an die Fockwanten anschließen; diese Höhe behält sie auch, wenn das Focksegel beigesetzt ist, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1 zu sehen. Diese Höhe hat und behält auch die Großraa, Tafel XXXV, D, Fig. 335 b, am großen Mast. Die blinde Raa ch hängt, wenn das blinde Segel nicht beigesetzt ist, in der Mitte zwischen dem Fockstagkragen und dem Eselshoofd des Bugspriets, und behält in neuerer Zeit gewöhnlich diese Stelle unverändert bei, wenigstens bei den Kauffahrteischiffen. Auf Kriegsschiffen führt man wohl noch ein Fall für die blinde Raa, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 15 und in der Fig. A darunter zu sehen ist; doch auch in diesem Fall kann sie nur um einen kleinen Raum weiter am Bugspriet hinaufgezogen werden.

Am Besahnmast führt die unterste Raa, Tafel XXXV, D, Fig. 335, w, den besondern Namen Bagienraa, und unterscheidet sich von allen übrigen Raaen dadurch, daß sie kein eigenes Segel führt, sondern nur dazu dient, das Unterleik des Kreuzsegels zu spannen, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1, o zu sehen; sie verändert daher auch für gewöhnlich ihre Stelle nicht.

Die Vormarsraa dagegen hängt bei festgemachten Segeln ein wenig über dem Fockeselshoofd, Tafel XXXV, D, Fig. 335, p; dagegen mit beigesetztem Vormarssegel, Tafel XXXIV, A, Fig. 1, kommt sie bis zu der Höhe hinauf, wo sich die Vorbrampüttingstaue an die Vorstengewanten anschließen. Das Vormarssegel b ist dann unten durch die Fockraa, oben durch die Vormarsraa gespannt. Die Taue, mit denen die beweglichen Raaen in die Höhe geheißt werden, heißen im Allgemeinen Falle; so wird die Vormarsraa durch das Vormars-Fall geheißt.

Dasselbe ist der Fall mit der großen Marsraa, Tafel XXXV, D, Fig. 335, i, der Kreuzraa x, der Vorbramraa q, der großen Bramraa j, der Kreuzbramraa x', der Voroberbramraa r, der großen Oberbramraa k, und der Kreuzoberbramraa x''. Alle diese Raaen hängen bei festgemachten Segeln nahe über der Stelle, wo ihre zugehörigen Stengen aus dem untern Eselshoofd hervorkommen, und werden, wenn ihre Segel beigesetzt sind, bis zu den Püttingstauen ihrer Stengen vermittelst ihrer Fallen aufgeheißt. Nur wenn bei heftigem Winde die Segel gereeft,

Digitized by Google

d. h. von oben her durch theilweises Zusammenbinden (wovon tiefer unten) verkleinert werden, erhalten die Raaen eine etwas tiefere Stelle gegen die Mitte ihrer Stengen zu.

Auch die Schieb-blinde-Raa, s in der letztgenannten Figur, wird mit einem eigenen Fall, welches aber bei ihr den besondern Namen Ausholer hat, höher am Klüverbaum hinaufgeheißt. Bei festgemachten Segeln hängt sie nahe am Eselshoofd des Bugspriets, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 16; dagegen wenn das Schiebblindesegel beigesetzt wird, heißt man die Schieb-blinde-Raa bis zum Außenende des Klüverbaums; Tafel XXXIV, A, Fig. 2, s, und Tafel XXXIV, D, Fig. 34 und 35.

Die Besahngaffel bleibt auch gewöhnlich fest an ihrer Stelle, wenn sie nicht des Reefens wegen etwas herabgelassen wird. Nur bei einigen kleinern Fahrzeugen wird sie, wenn das Besahnsegel festgemacht werden soll, herabgelassen, wie Tafel XL, A, Fig. 4, G zu sehen ist. Auf großen Schiffen wird der eine Theil des Segels um die oben bleibende Gaffel beschlagen, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 53, und Tafel XXXVI, B, 2, Fig. 3, 8, und Tafel XXXV, D, Fig. 335, v zu sehen.

Die Stagsegel, welche gewöhnlich von einem dreimastigen Schiffe geführt werden, sind folgende: Tafel XXXIV, A, Fig. 2, t der Kläver; u das Vorstengestagsegel; v das Fockstagsegel; zu diesen kommt noch bei den mehrsten Kriegsschiffen und Kauffahrteischiffen, welche scharf gebaut sind, der Außen- oder Butenklüver, welche Tafel XXXV, D, Fig. 335, festgemacht bei x' zu sehen ist. Diese Stagsegel am Bugspriet und Klüverbaum sind besonders wichtig, um das Schiff beim Manövriren, und auch beim Schwaien (Schwenken) vor dem Anker vom Winde abfallen zu machen.

Tafel XXXIV, A, Fig. 1 ist w das große Stagsegel. Statt desselben führen in neuerer Zeit viele Schiffe das Vorschunersegel, dessen Gaffel Tafel XXXV, D, Fig. 335 bei λ zu sehen.

Tafel XXXIV, A, Fig. 1, ist x das große Stengestagsegel; y der große Marsflieger; z das große Bramstengestagsegel; aa das Besahnstagsegel, wird auch gewöhnlich Aap (Affe) genannt; ein zu den Wendungen des Schiffes sehr dienliches Segel, welches bei großem Sturme zuweilen allein beigesetzt werden kann, wie Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 36 zu sehen.

Tafel XXXIV, A, Fig. 1 ist ab das Kreuzstengestagsegel, und ac das Kreuzbramstengestagsegel.

Wenn Schiffe ein großes Schunersegel führen (dessen Gaffel auf Tafel XXXV, D, Fig. 335 mit λ' bezeichnet ist) so wird das Besahnstag am großen Mast tiefer herabgenommen, wodurch das Besahnstagsegel kleiner und dreieckig wird; während es auf einem Schiffe ohne Schunersegel eine Trapezgestalt hat.

Läßt man den Außenklüver und die beiden Schunersegel fort, so hat ein gewöhnlich zugetaakeltes dreimastiges Schiff zehn Stagsegel.

Die Leesegel heißen diejenigen, welche nur bei sehr günstigem und nicht

Digitized by Google

zu ſtarkem Winde beigeſetzt werden. Sie dienen dazu, die Segelfläche der Raaſegel und diejenige der Beſahn zu vergrößern; nur die beiden blinden Segel erhalten keine Leeſegel. Das Leeſegel der Beſahn heißt Brodwinner oder Treiber; die andern Leeſegel erhalten ihre Namen von denjenigen Segeln, an deren Seite ſie beigeſetzt werden; ſelten führen die Schiffe noch außerdem ſolche Leeſegel, welche Waſſerſegel heißen; in früheren Zeiten führte man ſie häufiger, ſie ſind aber von geringem Nutzen.

Die Leeſegel an der Seite der Raaſegel haben eine längliche parallelogrammatiſche, oder eine längliche trapezoidiſche Geſtalt, wie Tafel XXXIV, B, Fig. 4 und 5 zu ſehen.

Auf der Fock-, Vormars-, Großen-, Großmars- und zuweilen auch auf der Bagien-Raa befinden ſich eiſerne Bügel, nahe am Ende, und an dem Ende oder der Nock ſelbſt, Tafel XXXIII, C, Fig. 6, entweder in Geſtalt von n und l, oder von o und m, durch welche die Leeſegelsſpieren fahren, d. h. runde raaähnliche Bäume, wie Tafel XXXIV, B, Fig. 1 und 4 zu ſehen. Werden keine Leeſegel beigeſetzt, ſo ſind ſie ganz in die Bügel hineingezogen; ſollen welche beigeſetzt werden, ſo ſchiebt man ſie ſoweit hinaus, wie in den beiden letztgenannten Figuren.

Das Fockleeſegel hat die Geſtalt wie auf der letztgenannten Tafel, Fig. 4 und Fig. 5 das unterſte. Es iſt ein längliches rechtwinkliges Viereck. An dem äußeren Ende des oberen Leiks iſt es an eine kurze Raa geſchlagen, deren Fall durch einen Block an der von der Fockraa ausgeſchobenen Spiere fährt; der übrige Theil des Oberleiks wird durch ein Tau geſpannt, das durch ein oder zwei Blöcke unter der Fockraa fährt. Zur Spannung des Unterleiks wird eine Spiere ausgeſetzt, deren inneres Ende mit einem Haaken in einen Augbolzen gehaakt wird, der an der Back feſtſitzt, wie auf der letztgenannten Tafel Fig. 2 zu ſehen iſt, und entweder Fockleeſegels-Spiere oder auch Backſpiere heißt. Das Leeſegel hängt alſo neben dem Fockſegel.

Das Vormarsleeſegel, Tafel XXXIV, B, Fig. 5, w iſt an ſeinem Unterleik durch die Vormarsleeſegels-Spiere geſpannt, die von der Fockraa ausgeſchoben iſt; ſein oberes Leik iſt ſchmäler als ſein unteres, und ganz an eine kurze Raa geſchlagen, welche mit einem Fall geheißt wird, das durch einen Block unter der Vormarsraa fährt. Das Leeſegel hängt alſo neben dem Vormarsſegel. Das Vorbramleeſegel über dem vorigen iſt unten durch die von der Vormarsraa ausgeſchobene Vorbramleeſegelsſpiere geſpannt; ſein oberes, ganz an eine kleine Raa geſchlagenes, Leik hängt an einem Fall, das durch einen Block unter der Vorbramraa fährt. Das Leeſegel hängt alſo neben dem Vorbramſegel.

Das Große-, das Großmars- und das Großbram-Leeſegel ſind in ganz ähnlicher Weiſe an den entſprechenden Spieren und Blöcken am großen Maſt und deſſen Stengen angebracht.

Führt ein Schiff auch Kreuzleeſegel, ſo ſind ſie wie die beiden Marsleeſegel zwiſchen der Spiere angebracht, die von der Bagienraa ausgeſchoben wird, und der Kreuzraa.

Digitized by Google

Nur wenn der Wind ganz von hinten weht, werden die Leesegel an beiden Seiten der Raasegel beigesetzt; weht er aber etwas von der Seite, so setzt man sie nur an der Luvseite bei, d. h. an der Seite, von welcher der Wind kommt. Tafel XXXIV, A, Fig. 1 ist e das Fock-, f das Vormars-, g das Vorbram-, m das Großmars- und n das Großbram-Leesegel; der Wind weht etwas von Backbord, daher sind die Leesegel nur an Backbord beigesetzt; das große Leesegel ist nicht beigesetzt, weil es nur dem Focksegel den Wind auffangen würde; es ist sogar der Backbordtheil des Großsegels aufgegeit, um den Vordersegeln desto mehr Wind zuzulassen. Das Kreuzleesegel ist ganz fortgelassen, weil es höchst selten geführt wird.

Der Brodwinner oder Treiber ist das Leesegel der Besahn, und wird auf zwei verschiedene Arten gebildet, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 52 und 53 zu sehen ist.

In der ersteren Figur ist der Treiber wie ein Marsleesegel geschnitten, und wird oben durch ein Fall an der Gaffel gehalten; unten ist er vermittelst einer Spiere gespannt, die über den Heckbord ausgesetzt wird.

Die neuere Art den Treiber zu bilden ist aber die in Fig. 53. Das Unterleik wird durch den Giekbaum gespannt; das Oberleik wird theilweise durch die Gaffel, theilweise durch eine kleine Raa gespannt, deren Fall durch einen Block an der Gaffel fährt. Soll der Treiber beigesetzt werden, so wird die Besahn aufgegeit, wie in der Figur 53. Auf Tafel XXXIV, A, Fig. 1 ist ad der Treiber; die Besahn ist ebenfalls aufgegeit.

Die Wassersegel sind Leesegel, welche noch unter der Backspiere, unter der großen Leesegelsspiere und unter der Treiberspiere angebracht werden; sie heißen danach das Vor-, das große und das Achter-Wassersegel. Ihr Oberleik wird von den genannten Spieren gehalten, ihr Unterleik fährt aber dicht am Wasser hin, so daß sie nur bei sehr ruhiger See geführt werden können; sobald diese aber Wellen schlägt, würden sie in dem Wasser nachschleppen, und die Fahrt hindern, statt sie zu fördern. Ihres geringen Nutzens wegen werden sie jetzt nur selten oder gar nicht geführt.

39 Die Raasegel gelten im Allgemeinen für die Hauptsegel eines Schiffes, während die Stagsegel und Leesegel nur Beisegel heißen. Die beiden obersten Ecken eines Raasegels, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 1 dd, heißen die Nockohren, weil sie gegen die Nocken oder Spitzen der Raa befestigt werden. Die beiden untersten Ecken h h heißen die Schoothörner. Durch die Doppelung unter dem oberen oder Raaleik wird, parallel mit demselben, eine Reihe von runden Löchern eingeschnitten, und jedes mit dünner Leine eingefaßt; dies sind die Raaband-Gatten; der Leinenring, welcher in jedem Gatt mit Segelgarn eingenäht wird, heißt Lägel oder Gattlägel. Soll das Segel angeschlagen, d. h. an die Raa gebunden werden, so werden die Raabanden, kurze Taue, ungefähr von der Dicke der Webeleinen an den Wanten, durch die Raaband-Gatten des Segels gestochen, um die Raa geschlungen, und auf ihr mit einem Knoten festgemacht.

Die Raabanden haben, Tafel XXXIV, C, Fig. 9, folgende Einrichtung:

Digitized by Google

ſie beſtehen alle aus einem langen und einem kurzen Bande, jedes an dem einen Ende mit einem Auge. Das Ende des kurzen Bandes h geht durch das Gatt im Segel, und zwar ſo, daß das Auge an die Vorderſeite des Segels zu liegen kommt; das Ende des langen Bandes k geht durch das Auge i des kurzen, und das Ende des kurzen h durch das Auge m des langen Bandes.

Beinahe alle Segel, mit Ausnahme ſolcher, wie die Leeſegel, welche nur bei leichten Winden geführt, und ſogleich geborgen oder feſtgemacht werden, wenn er ſtärker wird, haben eine Einrichtung, vermöge welcher man ſie kleiner machen kann, ohne ſie ganz einnehmen zu müſſen. Hiezu wird ein Streif Segeltuch, etwa ein Drittel oder ein Viertel des Kleides breit, quer über das Segel genäht, wie auf der letztgenannten Tafel Fig. 1, b b; ein ſolcher Streif heißt eine Reefdoppelung oder ein Reef. Durch dieſelbe wird eine Reihe von runden Löchern geſchnitten, und jedes mit einem Gattlägel von dünner Leine verſehen. Wie weit die Reefdoppelungen von einander abſtehen, das hängt von der Tiefe oder Höhe des Segels ab; inſoferne danach die Verkleinerung der Segelfläche bei ſtärker werdendem Winde beſtimmt werden muß. Die Löcher ſelbſt heißen Reefgatten, und werden ſo angebracht, daß entweder zwei in jedem Kleide ſind, oder daß ſich immer eines in der Mitte jedes Kleides und eines in jeder Nath befindet; die letztere Anordnung zeigt ſich in Fig. 1.

Durch die Reefgatten werden die Reefbanden gezogen. Sie ſind entweder einfache Leinen, welche mit einer Hälfte vor, mit der andern hinter dem Segel herabhängen, und an jeder Seite des Gatts mit einem einfachen Knoten, einem ſogenannten Sackſtich (Tafel XXXII, A, Fig. 42) verſehn werden, damit ſie auf keiner Seite aus dem Gatt gezogen werden können; oder ſie haben die beſſere Einrichtung, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 10, mit den drei Nebenfiguren A, B und C, d. h. ſie beſtehen aus einem langen und einem kurzen Bande, welche beide platt geflochten ſind; jedes hat an dem einen Ende ein Auge, wie Fig. A, länger als das an den Raabanden, ſo daß man einen Schlag darin machen kann, wie Fig. B, damit daſſelbe, nachdem es durch das Gatt geſtochen, die doppelte Stärke erhält. Das Auge des einen Bandes wird auf der einen Seite des Segels, das Auge des andern Bandes auf der andern Seite deſſelben durch daſſelbe Gatt geſtochen, wie Fig. 10; durch das doppelt genommene Auge des Bandes c wird das Band b, und durch deſſen Auge das Band c geſtochen. Zuweilen werden die Augen ſo wie in Fig. C gemacht, d. h. klein, und dann wird jedes Band durch ſein eigenes Auge geſteckt, um ein größeres Auge zu bilden; das gegenſeitige Durchſtechen der beiden Bänder geſchieht dann wie vorher. Die geflochtenen Reefbanden heißen Reefſeiſings.

Soll nun ein Segel, z. B. ein Marsſegel gereeft werden, ſo läßt man, Tafel XXXVI, B, Fig. 17, die Marsraa herab, damit das Segel ſeine Spannung verliert, und die Leute, welche mit den Füßen in den ſogenannten Pferden oder Paarden (den an der Raa hängenden Trittleinen) ſtehen, ziehen die nächſten Reefbanden auf die Raa, und binden ſo den oberen Theil des Segels auf die Raa feſt; um dieſen Theil iſt es alſo kleiner geworden. Das jedesmalige Feſtmachen eines ſolchen Theils heißt ein Reef einſtechen. Je

Digitized by Google

nach der Größe eines Segels hat es ein, zwei, drei auch wohl vier Reefe, oder Reefdoppelungen; ſind alle eingeſtochen, ſo nennt man das Segel dicht gereeft; die Zahl der eingeſtochenen Reefe iſt zugleich ein Zeichen von der Stärke des Windes; die Arbeit ſelbſt heißt das Reefen.

An dem Ende einer jeden Reefdoppelung wird an dem ſtehenden oder Seitenleik ein Lägel angebracht, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 1, cc, und zwar auf folgende Weiſe: man nimmt, Fig. 2, eine Ducht c (einen von den drei zuſammengedrehten Theilen) eines guten Taus von hinreichender Länge, macht in der Seitendoppelung des Segels zwei Löcher in dem Abſtande der Breite des Reefs, a und b, zieht die Ducht durch jedes Loch und durch zwei Duchten des Leiktaues, und legt dann die durchgezogene Ducht ſo in die eigenen Windungen zuſammen, daß ſie einem Taue gleichſieht. Die Enden werden wie beim Spliſſen zwiſchen die Duchten des Leiktaus geſtochen. Dieſe Lägel heißen die Reeflägel, und dienen dazu, das Leik beim Reefen näher an die Raa zu holen; am unterſten Reeflägel iſt der Schenkel der Reeftalje befeſtigt, wovon tiefer unten.

Die Rockohr-Lägel oder Rock-Lägel, Fig. 1 dd, werden durch eine Spliſſung des Leiktaus in ſich ſelbſt gebildet.

In der Mitte der ſtehenden Leike, Fig. 1 ee, werden auch Lägel angebracht, welche die obern Bulienlägel heißen. Je mehr ein Segel geſpannt iſt, d. h. je näher es einer Ebene kommt, um deſto ſenkrechter und kräftiger iſt die Wirkung des Windes darauf. Zwar wölbt ſich wegen der Elaſtizität des Segeltuchs jedes Segel; aber man muß dieſe Wölbung ſo viel als möglich zu vermindern ſuchen. Noch mehr iſt dieſe Spannung nöthig, wenn der Wind von der Seite kommt, alſo durch den Neigungswinkel gegen die Segelfläche ſchon an ſich eine verminderte Wirkung hat. Um in ſolchem Falle das an der Luvſeite (wo der Wind herkommt) befindliche ſtehende Leik möglichſt anzuſpannen, damit der Wind nicht durch die Wölbung abgehalten wird, in das Segel zu treffen, hat man die Bulienen an allen Raaſegeln; ſie werden an den dazu beſtimmten Lägels an den ſtehenden Leiken angebracht, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 7, bei x, y, z zu ſehen iſt. Hat ein Segel eine bedeutende Tiefe, ſo hat es mehrere Bulienlägels; dieſe werden dann, wie Fig. 16 zu ſehen iſt, durch mehrere Taue verbunden, welche zuſammen das Bulienſpriet heißen, an deſſen Spitze die eigentliche Bulien befeſtigt wird. Unter dem obern Bulienlägel wird der untere, oder werden die unteren Bulienlägel angebracht. Sie werden wie die Reeflägel von einer Ducht gemacht, aber nicht durch die Doppelung des Segels geſtochen, ſondern nur durch die Duchten des Leiktaus genommen. In jetziger Zeit bringt man in allen dieſen Lägels eiſerne Kauſchen, d. h. eiſerne Ringe an, in deren äußerer Höhlung die Lägel zu liegen kommen.

Die Schoothornlägel oder Schoothörner an den beiden untern Ecken eines Raaſegels, Fig. 1 hh, werden auf Kriegsſchiffen von ſtärkeren Tauen als das Leik gemacht; auf Kauffahrteiſchiffen macht man ſie von derſelben Stärke, um ſie biegſamer und handhäbiger zu behalten. Man nimmt auch gewöhnlich das Leiktau ſelbſt dazu, wie in der Figur zu ſehen; will man

Digitized by Google

ſie verſtärken, ſo kann man eine Ducht von demſelben Tau in die Vertiefungen der eigentlichen Duchten nach Art der Trenſing hineinlegen, wodurch das Schoothorn runder und ſtärker wird. Nachdem es bekleidet, d. h. mit Garn dicht umwunden worden, macht man Löcher in die Doppelung des Segels und marlt es an das Schoothorn, d. h. man bindet es mit ſolchen Schlägen feſt, daß jeder Schlag auch zugleich das loſe Ende feſthält. Wegen der Bekleidung des Schoothorns kann man nämlich die Nadel nicht durchbringen; und außerdem iſt eine gute Marling beſſer, als ein bloßes ſchneckenliniges Nähen; denn bricht bei dieſem letzterm ein Stich, ſo reißen die übrigen nach; bei der Marling halten aber die übrigen Schläge das loſe Ende. Zum Marlen hat man eigenes dünnes aber feſtgedrehtes Tauwerk, Marlien genannt. Der Gebrauch der Schoothörner wird ſogleich erklärt werden.

Am Unterleik des Segels werden noch mehrere Lägels angebracht, Fig. 1 g g, je nach der Breite des Segels mehr oder weniger, und in gleichen Diſtanzen; ſie heißen die Bauch-Gordings-Lägel. Sie werden wie die Bulienlägel gearbeitet und mit Kauſchen verſehen. In der Nähe und Richtung der Bauchgordingslägel werden bis zu einer angemeſſenen Höhe hinauf, über die Doppelung noch Kleider in ihrer ganzen Breite genäht, Fig. 1, i i, um das Segel an dieſen ſehr angeſtrengten Stellen zu verſtärken; ſie heißen Bauchgordingskleider.

Die Bauchgordingen ſind Taue, vermittelſt welcher der Bauch oder der untere Mitteltheil des Segels nach der Raa hinaufgezogen wird; ſie fahren an der Vorderſeite der Segel von den Lägeln nach einem Block an der Raa, wie Tafel XXXIV, D, Fig. 23 a a, und Fig. 25 c e f.

Die Bauchgordingskleider, ſo wie auch die Seitendoppelungen, Tafel XXXIV, C, Fig. 1 k k, welche auch die Breite eines Kleides haben, werden an der Vorderſeite, d. h. der vom Maſt abgekehrten angebracht. Wenn ſie durch längern Gebrauch abgenutzt worden, näht man quer über das Segel zwiſchen den Bulienlägels ein neues Kleid, welches ein Band oder Mittel-Band heißt.

Wenn ein Raaſegel die bisher aufgezählten Lägel u. ſ. w. erhalten hat, und an die Raa gebunden oder angeſchlagen werden ſoll, ſo wird zuerſt der Geitaublock, Tafel XXXIV, C, Fig. 3, l, angebracht, welcher Fig. 4 genauer dargeſtellt iſt. Auf Tafel XXXII, B, Fig. 11 iſt er ohne Stropp zu ſehen. Er hat an ſeinem unteren Theile auf jeder breiten Seite des Gehäuſes einen Vorſprung, Hacke oder auch Schulter genannt; durch dieſe Schultern ſind, in der letztgenannten Figur b, vertikale Löcher gebohrt, durch welche der Stropp fährt. Die Vorſprünge ſelbſt dienen bei dieſen Blöcken dazu, um die am Schoothorn eines Segels zuſammentreffenden Taue von der gegenſeitigen Bekneifung abzuhalten, die leicht ſtattfinden könnte, wenn nicht die Blöcke durch die Hacken oder Schultern einen größern Abſtand ihrer Räume oder Scheibengatten erhielten. Auf Tafel XXXIV, C, Fig. 4 iſt der Stropp oben über die beiden breiten Seiten des Gehäuſes gelegt; ſeine beiden Enden ſind durch die Gatten nach unten hin geſteckt, und dort zuſammengeſorrt. An jedem Ende befindet ſich ein Auge; dieſe Enden werden an der Achterſeite des Schoot-

Digitized by Google

horns durchgesteckt, um dasselbe herumgenommen, und dann zusammengesorrt, wie in Fig. b zu sehen.

Darauf wird ein einscheibiger Block, Fig. 3 m, der Schootblock genannt, an das Schoothorn befestigt, indem man seinen Stropp über dasselbe legt. Der Block selbst kommt an der Hinterseite des Segels zu liegen, damit das Schoottau oder die eigentlichen Schooten p durchgeschooren werden können.

Endlich kommt noch der Hals an das Schoothorn. Besteht er aus einem einfachen Tau, wie Fig. 3 n, so ist dieses gewöhnlich so gemacht, daß es sich nach dem einen Ende hin verjüngt. An dem dicken Ende wird ein deutscher Wandknopf o angebracht, dessen Gestalt Tafel XXXII, A, Fig. 25 zu sehen ist. Das dünne oder verjüngte Ende wird durch das Schoothorn gesteckt, so daß es nach der Vorderseite des Segels fährt; der Knoten aber an der Hinterseite liegt, und den Hals vom Durchschlüpfen durch das Schoothorn abhält.

Wenn der Hals aus einem doppelten Tau besteht, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 5 i und Fig. 7 a, so kann der Halsblock einfach in das Schoothorn selbst eingesorrt werden, wie bei Fig. 7. Sehr häufig aber wird dieser Block wie bei Fig. 5 angebracht; die beiden Enden des Stropps werden durch das Schoothorn gesteckt, und dann zu einem Blinde-Schooten-Knopf vereinigt, dessen Gestalt Tafel XXXII, A, Fig. 33, genau zu sehen ist. Derselbe liegt an der Hinterseite des Schoothorns, damit der Halsblock an der Vorderseite des Segels fährt.

An dem Schoothorn eines unteren Raasegels vereinigen sich also drei Taue, die Geitaue, die Schoote und der Hals.

Die Geitaue dienen dazu, die Schoothörner eines Segels nach der Raa hinaufzuziehen, oder aufzugeien. Sie fahren, Tafel XXXIV, C, Fig. 7 d, von der Raa, wo das Ende festgestochen ist, nach dem Geitaublock am Schoothorn, von da nach dem an der Raa befestigten Blocke e, und von da herab auf das Deck. Auf großen Schiffen haben nicht nur die beiden untern Segel, das große und das Focksegel, sondern auch die Mars- und Bramsegel doppelte Geitaue; auf kleinern haben die oberen Segel nur einfache Geitaue, welche an das Schoothorn gestochen sind, und dann durch einen Block an der Raa fahren, wie an der rechten Seite des Bramsegels Tafel XXXIV, D, Fig. 27 d zu sehen ist.

Die Schooten sind Taue, welche dazu dienen, die Schoothörner eines Raasegels von vorne nach hinten herunterzuholen, und so die Segel zu spannen. Die Schooten des großen und des Focksegels sind doppelt, und laufen von der Gegend des Bords aus, in welcher die Schoothörner des Segels zu stehen kommen, wenn man bei dem Winde, d. h. mit sehr schräge gestellten Raaen bei ungünstigem Winde segelt; sie sind dort an einen Augbolzen gestochen, der an dieser Stelle in der Außenseite des Schiffs festsitzt; z. B. die Fockschoote, Tafel XXXIV, D, Fig. 30 g, ist in den Augbolzen u gestochen; von dort läuft sie nach dem Schootblock h, und durch denselben nach einem Scheibengatt, das in der Seite angebracht ist; binnen Bords wird sie um Pöller oder Kreuzklampen belegt. Die große Schoote fährt in ganz ähnlicher

Digitized by Google

Weiſe. Die Schooten der Mars- und der Bramſegel beſtehen aus einem einfachen Tau, und fahren von dem Schoothorn nach einem Block, der nahe an der Nock der untern Raa auf deren oberer Seite befeſtigt iſt; von dort längs der unteren Raa bis gegen deren Mitte, und durch einen an der unteren Seite derſelben befindlichen Block auf Deck herab; z. B. die Vormarsſchooten, Tafel XXXIV, D, Fig. 24 mm, fahren von dem Schoothorn längs der Fockraa nach dem Block n, und durch denſelben herab. Die Bramſchooten fahren eben ſo längs der Marsraa.

Das blinde Segel hat ebenfalls ſeine Schooten, Tafel XXXIV, D, Fig. 32, entweder doppelt, wie e, oder einfach wie f. Die einfachen Schooten werden entweder auf die Weiſe in den Schoothörnern befeſtigt, wie vorher (S. 2561) von den Halſen geſagt, mit einem Blinde-Schootknopf; oder ſie werden nur an die Schoothörner feſtgeſtochen. Wenn die Schooten des blinden Segels doppelt ſind, ſo iſt ihr ſtehender Part an einen Augbolzen feſtgeſtochen, der im Bug feſtſitzt, und der laufende Part fährt nach der Back, ähnlich wie vorher die Fockſchooten beſchrieben worden. Die Schooten des Schiebblindenſegels fahren längs der blinden Raa.

Die Halſen ſind Taue, mit denen die Schoothörner des großen und des Fockſegels an der Luvſeite nach vorne hin gezogen werden, damit der halbe oder ſchiefe Wind beſſer in das Segel fallen kann. Kommt z. B. der Wind von Süden, und das Schiff fährt dabei nach Weſt-Südweſt, ſo muß es die Segel ſo ſtellen, daß der Wind an Backbordsſeite (der linken) in dieſelben fällt; man ſagt alsdann, es ſegelt mit Backbordshalſen zu, nämlich zu- oder angeholt. Die Mars- und Bramſegel haben keine Halſen, weil ihre Schoothörner an den unteren Raaen feſt ſind, und zugleich mit deren Stellung in die gehörige Lage gebracht werden. Das Blinde- und das Schiebblindeſegel haben keine Halſen, weil man ſie höchſt ſelten bei ſchiefem Winde beiſetzt. Man giebt ihnen deshalb auch keine Bulienen; ſtatt der letztern hängt man zuweilen Kugeln oder Gewichte an ihre Luvſchooten.

Die großen Halſen fahren durch die Halsklampen oder Halsgatten ins Schiff; dies ſind zwei Scheibengatten an der Seite des Schiffs, in der Gegend, über welcher die Nock der großen Raa zu ſtehen kommt, wenn ſie möglichſt ſchräg gebraßt iſt, d. h. nahe am Hinterrande der Fockrüſte (vergl. S. 2397). Gewöhnlich ſind ſie zur Schonung des Tauwerks mit weichem Holze bekleidet, das mit Bildhauerarbeit verziert wird.

Die Fockhalſen fahren nach dem Butenluf, Tafel XXXIV, D, Fig. 30 mfo; der Butenluf iſt eine ſtarke Spiere, in der letztern Figur mit e bezeichnet, Tafel XXXVII, Fig. 3 BLF, welche in der Richtung aus dem Galjon hervorragt, die die ſcharf beigebraßte Fockraa hat (vergl. S. 2115). Der ſtehende Part der Halſen wird um den Butenluf geſtochen; der laufende Part fährt von dem Fockhalsblock durch einen am Butenluf feſtgeſtroppten Block nach der Back. Kleinere Schiffe, welche kein Butenluf führen, leiten den Fockhals nach dem Ende des Krahnbalkens.

Die Bauchgordingen auf Kriegsſchiffen und großen Kauffahrern werden

Digitized by Google

folgender Weiſe angebracht, Tafel XXXIV, C, Fig. 6; die beiden Gordingsſchenkel werden durch den Schuhblock p und zwar durch deſſen obere Scheibe geſchoren, während der Läufer w durch deſſen untere Scheibe fährt. Die genauere Anſicht eines ſolchen Blocks iſt Tafel XXXII, B, Fig. 8; die Ebenen der beiden Scheiben durchſchneiden einander ſenkrecht; er wird auch zuweilen Schenkel- und Läuferblock genannt; der dicht daneben abgebildete Block, Fig. 7, iſt ein gewöhnlicher Violinblock, deſſen beide Scheiben in derſelben Ebene über einander liegen; wegen der ähnlichen Figur nennen manche auch den Schuhblock ſo.

Unter dem Mars, nahe am Achterrande ſind auf jeder Seite zwei zweiſcheibige Blöcke, Tafel XXXIV, C, Fig. 6 qo, befeſtigt; ebenſo an jeder Seite zwei zweiſcheibige Blöcke p und r nahe am Vorderrande des Marſes; die Figur zeigt nur die Backbordshälfte des Marſes und der Raa; die Steuerbordshälfte iſt ganz auf dieſelbe Weiſe eingerichtet. Von den zweiſcheibigen Blöcken q und r werden nur die innern Scheiben zu den Bauchgordingen gebraucht. Der eine Schenkel ihres Mantels fährt aus dem Schuhblock P nach den inneren Scheibengatten der Blöcke q und r; dann nach dem äußeren Bauchgordingsblock s auf der Raa, und von da an der Vorderſeite des Segels herab zu dem äußeren Bauchgordingslägel. Der andere Schenkel fährt von dem Schuhblock P durch die beiden äußern Scheiben der Blöcke o und p nach dem innern Bauchgordingsblock v auf der Raa, und von da an der Vorderſeite des Segels herab zu dem innern Bauchgordingslägel. Der Läufer w, welcher über die untere Scheibe des Schuhblocks P fährt, wird mit dem ſtehenden Part an einen Augbolzen im Deck gehaakt oder geſtochen. Auf der Steuerbordsſeite fahren die Bauchgordingen in gleicher Weiſe; in Fig. 8 ſind die vier Bauchgordingen d d an der Vorderſeite des Segels zu ſehen.

Auf kleineren, namentlich Kauffahrteiſchiffen, hat man ſtatt der Schenkel und Läufer lieber zwei einfache Bauchgordingstaue, weil der Schuhblock es einerſeits ſchwierig macht, den Bauch des Segels völlig aufzuholen; und andrerſeits durch ſeine Schwere verhindert, daß die Bauchgordinge looſe genug an der Vorderſeite des Segels herabhängen.

Die tiefen Segel haben auch noch außer den Bauchgordingen andere Gordinge, nämlich die Rockgordinge, und das Kerkedoortjen.

Die Rockgordinge werden, Tafel XXXIV, C, Fig. 8 ee, an die obern Bulienlägel gg feſtgeſtochen, fahren an der Vorderſeite des Segels an den Rockgordingsblöcken ff auf der Raa, dann durch die äußern Scheiben der vorher bei Fig. 6 genannten Blöcke r und q unter dem Mars, und von da auf Deck herab; ſie dienen dazu, den oberen Theil des ſtehenden Leiks an die Raa heranzuholen.

Das Kerkedoortjen, Tafel XXXIV, C, Fig. 7 cb, auch Schlappleine genannt, beſteht zuerſt aus einem Schenkel oder Bruhk c, deſſen beide Enden an die innern Bauchgordingslägel feſtgeſtochen werden; er fährt darauf an der innern oder hintern Seite des Segels hinauf, wo ein einfaches Tau in ſeine Mitte eingeſpließt iſt, und durch den Block b an der Raa hinabfährt. Das Kerkedoort-

Digitized by Google

jen findet sich nur an dem großen und Focksegel, und dient dazu, die Mitte dieser Segel etwas aufzuholen, um dem am Steuer Stehenden freie Aussicht nach vorne zu verschaffen; daher heißt es auch zuweilen Durchgucktau.

Obgleich nur die von den Schoothörnern an der hinteren Segelseite nach der Raamitte hinaufführenden Taue, wie vorher (S. 2564) gesagt, Geitaue heißen: so nennt man doch nicht allein das mit ihnen vorgenommene Aufholen des Segels, sondern auch das mit den Gordingen und Kerkedoortjen ausgeführte Aufgeien.

In die Rockohren der Segel (S. 2560) werden Leinen oder dünne Taue eingespließt, um damit das Segel an die Nocken oder äußeren Enden der Raaen zu befestigen; sie heißen deshalb Rockbendsel, Tafel XXXIV, C, Fig. 11 nn. Zu ihrer Befestigung befinden sich an den Raaen Vorsprünge oder Erhebungen, die sogenannten Rockklampen; gegen diese wird das Rockbendsel, Fig. 12 a, mit zwei Schlägen durch das Rockohr c genommen, und dann bei b mit so vielen Schlägen, als die Länge des Rockbendsels zuläßt, um die Raa befestigt. Die beiden an der Außenseite der Klampen gegen dieselben liegenden Schläge sind hinreichend, weil sie nur dazu dienen, das Segel oben gespannt zu halten; dagegen die Schläge bei b um die Raa haben den ganzen Zug der Schooten, Bulienen, Geitaue und bei den untern Segeln auch der Halsen auszuhalten. Nachdem die Rockbendsel befestigt, wird das Raaleik des Segels auf die Raa gehoben, und mit den Raabanden (S. 2561) an die Raa geschlagen. Das lange Raaband, Fig. 9 k, welches vor dem Segel hängt, wird über und unter die Raa genommen, und mit dem hinter dem Segel hängenden und heraufgenommenen kurzen Raabande h durch einen Raabandsknoten verbunden. Ein solcher Knoten ist Tafel XXXII, A, Fig. 52 dargestellt. Hierauf bringt man die Beschlagseisings an. Diese sind plattgeflochtene Bänder, wie Tafel XXXII, A, Fig. 87 und 88, welche zum Festmachen oder Beschlagen der Segel dienen. Die an den Nocken befestigten heißen die Rockseisings; die in der Mitte befindlichen Bauchseisings. Sie werden sämmtlich so geflochten, daß sie sich nach den Enden zu verjüngen. Die Bauchseisings haben bei kleinern Raasegeln die Einrichtung, wie Tafel XXXIV, C, Fig. D; bei größeren aber solche wie Fig. 13; ein langes Ende hat eine Kausche d, durch welche die andern Theile b b geschooren und auf der Raa in Gestalt eines Spriets befestigt werden. Sind die Segel sehr groß, so befinden sich auf jeder Seite der Bauchseisings noch drei oder vier andere Seisings, von denen die äußersten die Rockseisings heißen; sind aber die Segel kleiner, so befindet sich auf jeder Seite nur eine Seising, die von der Rock bis zur Bauchseising reicht.

Ein völlig festgemachtes oder mit den Beschlagseisings beschlagenes Segel hat die Gestalt wie Tafel XXXVI, B 1, Fig. 25 und 26; nachdem das Segel völlig mit den Geitauen und Gordings aufgegeit worden, wovon der Anfang auf der letztgenannten Tafel Fig. 18 und 23 zu sehen ist, so ziehen die zum Festmachen an der Raa in den Pferden stehenden Leute das stehende Leik auf beiden Seiten längs der Raa hin, und das übrige Segel in beliebig vielen Falten auf die Raa hinauf, bis es etwa die Gestalt von Fig. 14 auf Ta-

Digitized by Google

fel XXXIV, C, hat. Von dem oberen Theile des Segels dicht unter der Raa, welcher in solchem Augenblick hinter dem übrigen hinaufgeholten Segel sich befindet, wird eine hinreichende Bugt a ohne Falten hängen gelassen; diese wird zuletzt von unten herauf über das übrige zusammengefaltete Segel herumgeschlagen, und bildet so die Bedeckung des ganzen Segels; nur die beiden Schootenhörner mit den daran befindlichen Blöcken und Tauen hängen gegen die Mitte der Raa aus der glatt gezogenen Bedeckungsbugt heraus, wie Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 25 n n. Zwischen den beiden Schoothörnern wird die Bauchseising von unten herauf und über die Raa herumgenommen, und das Ende durch die vorher angegebene Kausche, Tafel XXXIV, C, Fig. 13, d, gezogen und festgestochen. Die Rockseisings werden von den Nocken an immer von unten an der Vorderseite des Segels um dasselbe und um die Raa in gleich weit abstehenden Schlägen herumgeschlagen, bis sie entweder an die Bauchseising, oder an die nächste innere Seising festgestochen werden können. Bei dem Herumnehmen dieser Seisings muß man sich hüten, nicht die Schooten des darüber befindlichen Segels, welche längs der Raa laufen (S. 2565) mit einzubinden. Eben so muß man sie frei von den Raabanden lassen.

Von den bei den Segeln vorkommenden Tauen sind nun noch die Reeftaljen zu erklären, welche sich an den Marssegeln befinden. Die großen Schiffe haben, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 15, bis vier Reefdoppelungen, aa, mit den entsprechenden Reeflägels, bb (S. 2561). Zwischen dem untersten Reeflägel und dem obersten Bulienlägel c befindet sich ein eigener Lägel d für die Reeftalje. Weil das Segel eine große Tiefe hat, so befinden sich an jedem stehenden Leik drei Bulienlägel c c c. Wegen der großen Gewalt, welche das Marssegel beim Reefen und von den Bulienen auszuhalten hat, befinden sich neben dem Reeftaljenlägel und neben den Bulienlägeln auf den Seitendoppelungen noch besonders aufgesetzte Verstärkungsstücke von Segeltuch, gg, welche Bolten heißen. Die Marssegel erhalten auch noch zuweilen an der Innenseite in der Mitte des untern Theils eine Verdoppelung, welche die Topdoppelung genannt wird, Tafel XXXIV, D, Fig. 24, l, damit es nicht durch die Reibung gegen den Top des Masts und gegen das Eselshoofd zerrissen wird; diese Doppelung ist aber schädlich, weil sich leicht das Regenwasser zwischen der Doppelung festsetzt, und das Segeltuch zur Fäulniß bringt.

Weil das Segel drei Bulienlägels hat, so erhält auch das Bulienspriet drei Schenkel, Tafel XXXIV, C, Fig. 16, k, m, o; die beiden oberen k und m gehen durch die Kausche des unteren o l, welcher selbst wieder durch die Kausche n fährt. Weil beim Reefen die verschiedenen Stellen des stehenden Leiks in der Nähe der Raanocken festgebunden werden müssen, so befindet sich an jedem Reeflägel ein Rockbendsel, welches auch zur Unterscheidung Reefnockbendsel genannt wird; in der letztgenannten Figur 16 wird das erste Reefnockbendsel g in den obersten Reeflägel eingesplißt, und sein Ende an das Rockohr festgestochen, wo schon das eigentliche Rockbendsel eingesplißt ist; so werden auch die folgenden Reefnockbendsel mit ihrem unteren Ende in ihren Reeflägel eingesplißt, und ihr oberes Ende an die darüberliegenden Reeflägel fest-

Digitized by Google

geſtochen, um bei vorkommender Gelegenheit losgeſtochen, und um die Rockklampen befeſtigt werden zu können.

Die Reeftalje wird nun folgendermaaßen angebracht. In dem vorderſten Spann der Stengewanten, Tafel XXXIII, B, Fig. 45, iſt ein Violinblock eingeſorrt, ſo daß ſich an jeder Seite des Stengentops ein Paar Scheiben befinden. Durch die obere Scheibe wird der Schenkel der Reeftalje, Tafel XXXIII, C, Fig. 12, i, geſchooren; ſein unteres Ende fährt durch das an der Rock der Marsraa, außerhalb der Rockklampen befindliche Scheibengatt, und wird nachher, wenn das Segel angeſchlagen, an den Reeftaljelägel des ſtehenden Leiks angeſtochen; am andern Ende iſt ein zweiſcheibiger Block eingeſtroppt; dieſer ſteht durch einen Läufer n n mit einem einſcheibigen Block in Verbindung, welcher an der unteren oder Langſahling des Marſes feſtgeſtroppt oder geſorrt iſt. Der laufende Part geht durch einen Leitblock auf Deck herab.

Der durch das Scheibengatt der Marsraa geſchoorene Theil des Reeftaljenſchenkels wird entweder einfach an den Reeftaljenlägel geſtochen, wie Tafel XXXIV, D, Fig. 23, gg; oder er iſt doppelt, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 19 und 20.

In Fig. 19 iſt an den Lägel ein Block a geſtroppt; der Schenkel fährt aus dem Scheibengatt in der Marsraa durch dieſen Block a, und ſein Ende iſt um die Raa feſtgeſtochen. Auf Kauffahrteiſchiffen, wo die Bemannung ſchwach iſt, wird, wie in Fig. 20, ein Block b um die Raa geſtroppt; ein zweiter, c, an den Lägel; ein dritter, d, an den Mars. Der Schenkel der Reeftalje fährt von unten durch die drei Blöcke d, b und c, und iſt dann mit dem oberen Ende um die Raa geſtochen.

Soll nun das Marsſegel gereeft werden, ſo wird erſt die Bramraa geſtrichen, oder niedergelaſſen, und das Bramſegel aufgegeit; zuweilen muß auch erſt der Flieger niedergeholt werden. Darauf wird das Marsfall gefiert, und das Marsſegel mit den Geitauen aufgegeit; zugleich wird die Luvbraſſe der Marsraa (von der nachher das Genauere vorkommt) angeholt, damit das Segel nicht mehr vom Winde gefüllt wird, ſondern hin und her flattert, oder gekillt ſei. Darauf werden, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 17, die Reeftaljen a a an beiden Seiten des Segels angeholt, und die Mannſchaft ſteigt längs der Raa in die Pferde oder Paarden; wenn die Bauchgordinge b feſtgehalten werden, während man das Marsfall fiert, ſo helfen ſie das Segel killen. Das Reefnockbendſel c an der Luvſeite wird zuerſt von dem Manne d eingeholt, welcher auf der Raanock ſitzt; das Reefnockbendſel an der Leeſeite holt ſich nachher ſehr leicht ein, weil der Wind das Segel leewärts treibt. Alle Leute auf der Raa ergreifen einen Reefſeiſing, und ziehen das Segel luvwärts nach dem Manne d zu, bis dieſer (wie beim Anſchlagen mit dem Rockbendſel geſchieht, S. 2567) das Reefnockbendſel mit zwei Schlägen außerhalb der Rockklampen um die Raa ſchlagen kann, und den übrigen Theil desſelben innerhalb der Klampen umſchlägt. Darauf wird das Rockbendſel an der Leeſeite feſtgemacht, und zuletzt werden die Reefſeiſings in der Mitte mit einem Raabandknoten auf der Raa feſtgeknüpft. Zwei äußere Schläge der Reefnock-

Digitized by Google

bendſel reichen zur Spannung des Segels hin, während die innern in größerer Anzahl da ſein müſſen, weil ſie den ganzen Zug des ſtehenden Leiks beim Aufheißen der Marsraa nach dem Reefen und beim Anholen der Bulien auszuhalten haben. Damit beim jedesmaligen Reefen der Mann auf der Nock das Reefnockbendſel faſſen kann, iſt es vorher dazu (S. 2569) an den darüber befindlichen Lägel feſtgeſtochen; er braucht dann nur dieſen Stich loszumachen.

41 Die Reefe oder Reefdoppelungen an dem blinden Segel gehen, Tafel XXXIV, D, Fig. 32, kreuzweiſe über das Segel hin, und heißen deshalb Kreuzreefen. Wenn das Schiff bei dem Winde ſegelt, ſo wird die blinde Raa an der Leeſeite aufgetoppt; es ſei z. B. die Backbordsſeite in Lee, wie Fig. 33; damit alsdann die Luvſeite des Segels nicht im Waſſer ſchleppt, wird dieſelbe eingereeft; das gereefte Segel ſieht dann aus, wie Fig. 33, welche die Vorderſeite deſſelben zeigt.

42 Nachdem nun alles zu den Raaſegeln unmittelbar gehörige Tauwerk aufgezählt iſt, müſſen auch die Raaen ſelbſt, und die zu ihnen unmittelbar gehörigen Taue angegeben werden.

Unter Raaen im genaueren Sinne verſteht man nur die quer am Maſt zur Spannung der Segel hängenden Rundhölzer; welche S. 2557 und S. 2558 aufgezählt ſind. Sie werden in der Regel von Tannenholz, überhaupt von leichtem aber zähem Holz gemacht, wie die Maſten, um die Laſt oberhalb des Schiffsgebäudes ſo geringe als möglich zu haben. Auf ſehr großen Schiffen müſſen die Hauptraaen ebenſowohl wie die Maſten aus mehreren Stücken zuſammengeſetzt werden. Zwei Stücke machen alsdann mit ihrer Verſcherbung die ganze Länge aus, und die übrigen dienen dazu, die Dicke der Raa zu bilden; die Verſcherbungen der einzelnen Theile müſſen ebenſowohl um 4 bis 5 Fuß gegeneinander verſchießen, wie bei den Spanten und Planken (vergl. S. 2340 Nr. 17); die ganze Zuſammenſetzung wird nachher zuſammengebolzt und mit eiſernen Banden umgeben. Die Raaen kleinerer Schiffe, und auch die kleineren Raaen großer Schiffe beſtehen aus einem Stücke. Die Raaen werden von der Mitte nach den Nocken zu dünner. Tafel XXXIII, C, Fig. 6. Der mittelſte Theil g heißt der Racktheil oder die Raaſchlinge (the slings). Von der Schlinge nach jeder Seite hin um ein Achtel ihrer ganzen Länge iſt die Raa achteckig, ſo daß ein Viertel der ganzen Raa gleichmäßig dick iſt; gewöhnlich werden auf die einzelnen Seiten dieſes achteckigen Theils dünne Latten genagelt. Auf jeder Seite der Schlinge iſt eine Klampe i auf die Raa genagelt; dieſe beiden heißen Rack-Klampen. An den Spitzen oder Nocken ſind die Nockenklampen k aufgeſpickert, gegen welche das Nockbendſel und das übrige Tauwerk zu liegen kommt. Die Bügel für die Leeſegelsſpieren werden entweder ſo feſtgeſpickert und mit eiſernem Beſchlage befeſtigt, wie bei l zu ſehen; oder ſie werden ſo angebracht wie bei m, daß ſie auf die vierkantig behauene Nock leicht aufgetrieben und wieder abgenommen werden können. Auf großen Schiffen haben die Raaen auch noch einen innern Leeſegelsſpierenbügel n, welcher mit einem eiſernen Bande an der Raa

Digitized by Google

befeſtigt wird; auf kleinern Schiffen findet ſich nur ein hölzerner Sattel o, in welchem die Spiere ruht.

Auf Tafel XXXII, B, iſt Fig. 22 eine Rackklampe und Fig. 23 eine Rockklampe in deutlicher Zeichnung zu ſehen.

Zunächſt kommen die Pferde oder Paarden an die Raa, Tafel XXXIII, C, Fig. 5, cc. Dies ſind dünne Taue unter den Raaen, in denen die Leute mit den Füßen ſtehen können, um ſich mit der Bruſt gegen die Raa zu ſtützen. Sie haben an dem einen Ende ein Auge eingeſplißt, welches weit genug iſt, um über die Rock der Raa bis zur Rockklampe zu gehen. In gleichen Entfernungen ſind um die Raa kurze Taue befeſtigt, dd, welche Springſtroppen heißen, und ſämmtlich an ihrem unteren Ende ein Auge eingeſplißt haben. Durch dieſe Augen wird das Pferd c geſchooren; an ſeinem Ende hat es eine Kauſche eingeſplißt, mit der es um die Raa, an der Außenſeite der Rackklampe feſtgeſorrt wird, welche nach der entgegengeſetzten Rock zuliegt, als von welcher das Pferd durch die Springſtroppkauſchen herkommt. Zuweilen iſt das innere Ende entweder an den Stropp des Geitaublocks r, oder an den Stropp des Quarterblocks q geſtroppt; doch immer nach der entgegengeſetzten Rock zu. In der Nebenfigur C iſt ein Pferd im Großen zu ſehen; das untere Auge iſt das um die Rock liegende; die obere Kauſche mit ihrem Bendſel kommt an die Raa in der Nähe der Rackklampe. In der Nebenfigur D iſt ein Springſtropp im Großen zu ſehen; die Kauſche kommt nach unten; von ihr bis gegen die Mitte iſt es bekleidet; der obere unbekleidete Theil kommt um die Raa zu liegen, er wird aus den aufgedrehten Kabelgarnen des Springſtropptaus ſelbſt plattgeflochten, dann mit zwei bis drei Schlägen um die Raa genommen, und durch die Platting hindurch feſtgeſpickert. Dies muß natürlich vor dem Durchſcheeren der Pferde durch die Kauſchen geſchehen. Die Pferde ſelbſt ſollten übrigens auf allen, namentlich aber auf großen Schiffen in angemeſſenen Entfernungen mit Mäuſen verſehen werden, d. h. mit birnenförmigen Verdickungen des urſprünglichen Taus, wie Tafel XXXII, A, Fig. 83. Dieſe Mäuſe verhindern das Pferd durch die Kauſchen der Springſtroppen hin und herzugehen. Sind nämlich keine Mäuſe da, ſo ſinkt ein allein auf dem Pferde fortgehender Mann, und noch mehr ein Knabe, gegen das letzte Viertel der Raa ſo tief in das nachgebende Tau ein, daß er größtentheils in eine gefahrvolle, und jedenfalls in eine Stellung kommt, bei welcher er ſo gut wie Nichts auf der Raa arbeiten kann.

Weil ferner die Pferde an den Nocken einen zu kleinen Raum zwiſchen dem Fuße und der Raa laſſen, ſo fügt man noch eigene Rockpferde hinzu. Sie werden auf zweierlei Art gemacht; Tafel XXXIII, C, Fig. 12, entweder wie b; d. h. an dem einen Ende hat es ein Auge eingeſplißt, und wird mit dieſem um den Bügelbolzen an der Rock feſtgeſorrt; das andre Ende wird um die Raa befeſtigt, und zwar an der Innenſeite der Rockklampen; oder es wird wie bei d gebildet; d. h. das innere Ende wird um das Hauptpferd bei d eingeſplißt, und das äußere Ende um den Block d geſtroppt, welcher der Leeſegelsfallblock heißt.

Digitized by Google

43 Nach den Pferden kommen an der großen und an der Fockraa die Schenkel der Rocktaakel. Wie sich an den Masten die Seitentaakel (S. 2552), so befinden sich an den Nocken der beiden genannten Raaen, die Rocktaakel zum Aufheißen und Niederlassen schwerer Lasten, namentlich der Boote, wie Tafel XL, A, Fig. 1 zu sehen ist. Der Schenkel dieses Taakels, Tafel XXXIII, C, Fig. 5, e, hat an dem oberen Ende ein Auge eingespließt, welches über die Nock der Raa paßt; am unteren Ende hat er eine Kausche, in welche der zweischeibige Block des Taakels gehaakt wird, welcher häufig ein Violinblock ist. Wenn die Rocktaakel keine Schenkel haben, wie in der letztgenannten Figur bei g, so kommt ein kurzer Stropp über die Nock, mit einer Kausche g, in welche der obere Taakelblock eingehaakt wird. So lange die Rocktaakel nicht gebraucht werden, holt man sie mit dem sogenannten Aufholer an die Raa hinauf, damit sie nicht dem übrigen zur Raa gehörigen Tauwerk im Wege sind. Dieser Aufholer fährt durch einen Block h, der in einiger Entfernung von der Nockklampe an die Raa gestroppt ist; die Entfernung beträgt ungefähr die Länge des Schenkels des Rocktaakels. Wenn man ein Rocktaakel mit einem Schenkel hat, so giebt es noch außer dem eben genannten äußeren einen innern Aufholer; der letztere fährt durch einen Block, welcher an der Spriewurst unter den Marspüttingstauen befestigt ist; am Ende des Aufholers ist eine Kausche eingespließt, in welche der untere oder einscheibige Block des Rocktaakels eingehaakt wird. Hat das Rocktaakel keinen Schenkel, sondern nur einen Stropp, g, so findet sich auch nur ein Aufholer, der gewöhnlich durch eine eiserne Krampe unter der Raa, und durch einen keinen Block fährt, welcher an den Schenkel der Racktalje nahe an der Raa bei der Sorring gestroppt ist; der Ausholer wird unten am Mast auf einer Klampe belegt.

44 Nach den Rocktaakeln kommen die Schenkel der Brassen, Tafel XXXIII, C, Fig. 5, i, welche den Rocktaakelschenkeln ähnlich sind, mit dem Unterschiede, daß statt einer Kausche der Brassenblock in das Ende des Schenkels eingespließt wird. Statt eines Schenkels haben jetzt gewöhnlich die Brassen einen starken Stropp, in der größeren Nebenfigur mit K, an der Raa selbst mit k bezeichnet, welcher eine Kausche eingespließt hat, in die der Brassenblock eingestroppt wird.

Die Brassen gehören zu den wichtigsten laufenden Tauen, mit denen die Manöver des Schiffes ausgeführt werden. Sie fahren nämlich durch die eben bezeichneten Brassenblöcke, von denen einer an jeder Nock der Raa befestigt ist, und dienen dazu, die Raa in horizontaler Richtung zu bewegen; so daß sie bald einen rechten, bald einen mehr oder weniger schiefen Winkel mit dem Kiel oder der Längenaxe des Schiffs macht, um dem Winde je nach seiner Richtung die Segelfläche so vortheilhaft als möglich darzubieten. Segelt also das Schiff z. B. vor dem Winde, so sind beide, die Backbords- wie die Steuerbordsbrassen gleich stark angeholt, und die Raa bildet rechte Winkel mit dem Kiel; kommt aber dagegen der Wind schief gegen den Kurs, z. B. von der Steuerbordsseite, so werden im Fall die Brassen von der Raa nach hinten fahren, die Steuerbordsbrassen gefiert, und die Backbordsbrassen angeholt;

Digitized by Google

alsdann bietet sich die Segelfläche dem Winde möglichst vortheilhaft dar. Wenn also die Brassen von den Raaen nach hinten zu fahren, so werden im Allgemeinen bei schrägem Winde die Luvbrassen gefiert, und die Leebrassen eingeholt.

Die Brassen der Raaen am Fockmast und dessen Stengen und Bramstengen werden immer, und die Brassen der Raaen am großen Mast werden gewöhnlich nach hinten geleitet, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1 zu sehen ist. Nur bei zweimastigen Schiffen müssen die Brassen am großen Mast nach vorne gehen. Die Brassen der Raaen am Besahnmast und dessen Stengen und Bramstengen müssen größtentheils nach vorne geleitet werden. Die Brassen der Bagienraa müssen nach vorne geleitet werden, weil nach hinten zu kein Block für sie angebracht werden kann, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1, und Tafel XXXIII, C, Fig. 37, qps zu sehen ist. Die Brassen der Kreuzraa, der Kreuzbram- und der Kreuzoberbram-Raa hängen von der Einrichtung der Besahngaffel ab. Wenn diese auf- und niegeheißt wird, so müssen die genannten Brassen ebenfalls nach vorne fahren.

Wenn aber die Gaffel fest an ihrem Orte bleibt, so befinden sich an ihrer Spitze oder der Piek, Tafel XXXIII, C, Fig. 37, w, zu beiden Seiten zweischeibige Blöcke, durch deren eine Scheibe die Kreuzbram- und durch deren andere Scheibe die Kreuzbrassen fahren, wie x x und v v, also auch nach hinten gehen. Dies ist auch Tafel XXXIV, A, Fig. 1 zu sehen.

Fahren nun Brassen nach vorne, so versteht es sich von selbst, daß bei schrägem Winde die Luvbrassen angeholt, und die Leebrassen gefiert werden müssen, wenn sie nicht kreuzweise fahren.

Die Brassen der Blinden- und der Schiebblinden-Raa haben den eigenthümlichen Namen der Trissen. Bei der Blindenraa, Tafel XXXIII, C, Fig. 15, c c, fahren die Trissen entweder mit oder ohne Schenkel durch die eine Scheibe eines zweischeibigen Blockes m unter dem hinteren Theile des Fockmarses, ferner durch einen Block unter dem vorderen Theile desselben, durch den Trissenblock an der Nock, und werden zuletzt mit dem Ende des stehenden Parts o o an dem Auge des Fockstags festgestochen. Bei der blinden Raa, wie auch bei den Bram- und Oberbramraaen, wenn sie nicht groß sind, bestehen die Brassen nur aus einfachen Tauen, welche mit einem Auge um die Nock befestigt werden.

Wenn die Schiebblinderaa Trissen hat, so fahren sie, wie diejenigen der Blinden, nach dem Fockmars. Sehr häufig ist aber diese Raa, wie auch größtentheils die Oberbramraaen, eine fliegende, d. h. ohne Brassen und ohne sonstiges Tauwerk außer dem Fall, wie Tafel XXXIV, D, Fig. 31 bei dem Oberbramsegel, und Fig. 35 bei dem Schiebblindensegel. Alle mit den Brassen und Trissen gemachten Manöver nennt man das Brassen.

Zunächst an die Brassenblöcke kommen auf die Raaen die Schootenblöcke der darüber liegenden Segel. Z. B. auf die Fockraa werden die Vormars-Segels-Schooten-Blöcke gestroppt, Tafel XXXIII, C, Fig. 5, 1; zu- 45

Digitized by Google

weilen werden dieſe Schootenblöcke in die gleich zu erklärenden Toppenanten eingeſpliſst, wie in der Nebenfigur N zu ſehen; unter der Sorrung bleibt das Auge der Toppenant, womit ſie über die Raanock geſchoben wird. Wenn die Toppenanten doppelt gehen, alſo einen eigenen Block an der Raanock haben, ſo wird, in der Nebenfigur, der Schootenblock P zunächſt am Auge, und der Toppenantsblock O über dem Schootenblock in einen und denſelben Stropp geſtroppt; ſie kommen dann, wie in der Hauptfigur 5 p o zu ſehen iſt, über einander zu liegen. Hierbei läßt ſich auch leicht einſehen, warum der Schootenblock p oder P einen klampenartigen Vorſprung an der unteren Seite, oder eine ſogenannte Hacke oder Schulter hat. Dieſe kommt an der Innenſeite auf die Raa zu liegen, und verhütet, daß nicht die Schoote zuweilen zwiſchen den Block und die Raa eingeklemmt oder bekniffen wird; was geſchehen würde, wenn ſich der Block mit dem Scheibengatt auf die Raa legen könnte.

46 In der Mitte der Raa, dicht an der Innenſeite der Rackklampen werden die beiden Quarterblöcke, in der letztgenannten Figur q q, angeſtroppt. Unter Quarterblock (bei den Engländern auch thick-and thin-block genannt) verſteht man einen ſolchen zweiſcheibigen Block, deſſen eine Scheibe dicker als die andere iſt; über die dickere Scheibe fährt die bei weitem ſtärkere Marsſchoote; über die dünnere das Geitau des untern Segels auf Deck. Man trennt aber in neuerer Zeit die beiden Scheiben, und läßt den Quarterblock nur einſcheibig für die Marsſchoote, welche ſo hindurch fährt, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 18, x und Fig. 19, t zu ſehen iſt. Der Quarterblock hat Tafel XXXIII, C, Nebenfigur Q, einen Stropp mit einem langen und einem kurzen Schenkel; beide haben ein Auge, in deren eines ein Bendſel eingeſpliſst iſt, mit welchem der Block durch beide Augen vermittelſt einer Roſenkreuzung um die Raa befeſtigt wird. Eine ſolche iſt Tafel XXXII, A, Fig. 86 zu ſehen.

47 An der Außenſeite der Rack- oder der Hangerklampen werden die Geitaublöcke r r für das untere Segel auf dieſelbe Weiſe mit einer Roſenkreuzung angeſtroppt; ferner auf jeder Seite zwei Bauchgordingsblöcke s s, und ein Rockgordingsblock t, für das untere Segel; dieſe letzteren Blöcke kommen auf die Oberſeite der Raa; daher ihre Roſenkreuzung unter dieſelbe.

48 Die Toppenanten ſind Taue, welche von beiden Nocken einer Raa nach dem Top oder auch unter das Eſelshoofd des betreffenden Maſts oder der betreffenden Stenge gehen, und dort durch einen Block hinabfahren. Sie dienen dazu, entweder die Raa horizontal zu halten, wenn ſie auf beiden Seiten gleich angeholt ſind; oder die Raa zu toppen, d. h. ihr eine ſchräge Stellung zu geben, ſo daß eine Nock höher iſt als die andere; dies geſchieht, indem man die eine Toppenant anholt, die andere fiert, und iſt namentlich nöthig, wenn Schiffe in einem Hafen nahe aneinander liegen, und ſich mit horizontal liegenden Raaen leicht verwickeln würden.

Je nach der Größe der Schiffe und Raaen ſind die Toppenanten entweder einfach oder doppelt. Im erſten Falle fahren ſie durch Blöcke die an den vorderen Theil des Eſelshoofds in einen Augbolzen eingehaakt ſind, und gehen

Digitized by Google

für die unteren Raaen durch das Soldatengatt der Marse hinab. Am unteren Ende ist ein einscheibiger Block eingestroppt, welcher durch einen Läufer mit einem andern einscheibigen Block in Verbindung steht, der in einen Augbolzen in der Rüste festgehaakt ist, und zwar innerhalb der Jungfern für die Wanten; der Läufer selbst fährt auf das Deck, wo er eingeholt wird. Die Toppenantsblöcke sind auch zuweilen, statt der Einhaakung, mit einem Bruhk oder Schenkel um das Doodshoofd, und zwar um dessen Mitte befestigt.

Zuweilen hat man am Eselshoofd gar keine Blöcke, sondern läßt die Toppenant, wohl mit Leder bekleidet, über die Mitte des Eselshoofds durch das Soldatengatt hinabgehen; am unteren Ende ist ein zweischeibiger Block eingestroppt, der mit einem einscheibigen in der Rüste in Verbindung steht. Man hat in diesem Falle auch wohl einen Sattel auf dem Eselshoofd, worin die Toppenant ruht.

Doppelte Toppenanten fahren auf diese Art, Tafel XXXIII, C, Fig. 7; sie werden durch den Block v am Eselshoofd geschooren, dann durch den Toppenantsblock u, welcher über dem Schootenblock an der Nock festgestroppt ist; das eine Ende wird an dem Eselshoofd und zwar am Augbolzen festgestochen; das andere Ende geht hinab, und hat an seinem Ende einen Block, der durch einen Läufer mit einem zweiten Block in der Rüste in Verbindung steht.

Es kommen jetzt die Taue, mit denen die Raaen am Maste gehalten wer- 49
den. Wenn die Raaen nicht zu schwer sind, so wird um ihre Mitte ein Hangerstropp gelegt; dieser besteht aus einem großen Auge, an welches eine Kausche oder ein kleines Doodshoofd festgesorrt ist, und zwar so, daß die Splissung des Auges auf die Kausche zu liegen kommt; darauf legt man den Stropp genau unter die Mitte oder den Racktheil der Raa, zwischen den Hanger- oder Rackklampen, und zwar so, daß die Kausche oder das Doodshoofd vor die Raa zu liegen kommt; darauf nimmt man die große Bucht des Stropps von hinten auf die Raa, und die Kausche von vorne, steckt sie durch die Bucht und zieht den Stropp fest zusammen; alsdann hat der Hangerstropp die Gestalt wie Tafel XXXIV, C, Fig. 15, d. h. die Kausche steht nach oben hin, und die zugezogene Bucht vor derselben; das in dieser Figur zwischen den beiden Theilen des Stropps hinabgehende Tau ist ein Schenkel der Bauchseisings, welcher unterhalb des Stropps festgemacht ist.

An diese Kausche schließt sich dann der nachher beschriebene Hanger an, vermittelst dessen die Raa an dem Maste festhängt.

Das Kardeel zum Aufheißen der unteren Raaen ist auf Kriegsschiffen 50
und großen Kauffahrteischiffen folgendermaaßen gebildet. Eine große Klampe wird an jede Seite des viereckigen Mastentops genagelt; sie ist oben etwas breiter als unten. Darauf nimmt man zwei dreischeibige doppelgestroppte Blöcke, wie Tafel XXXII, B, Fig. 34, und splißt lange Bendsel an ihre Stroppen; das Bendsel des an Steuerbord hängenden Blocks nimmt man, Tafel XXXIII, C, Fig. 8, über die Klampe an der Backbordsseite des Mastentops herum; und das Bendsel des an Backbord hängenden Blocks über die Steuerbordsklampe um den Top herum, so daß jeder Block mit seinem doppelten

Digitized by Google

Stroppauge dicht unter die Klampe zu liegen kommt, wie die letztgenannte Fig. 8 zeigt; jedes Bendsel geht so viel Male um den Top und durch das Stroppauge, als seine Länge es zuläßt. Darauf werden zwei zweischeibige Blöcke auf der Raa festgesorrt, zu beiden Seiten des Hangerstropps. Sie sind beide ebenfalls doppelt gestroppt, und mit einer Rosenkreuzung (vergl. S. 2571 Nr. 46) befestigt, welche an der Unterseite der Raa liegt. Darauf kommt der Läufer in folgender Weise: sein Ende wird von hinten heraufgenommen, und durch das äußere Scheibengatt des oberen dreischeibigen Blocks geschooren, dann von vorne durch das äußere Scheibengatt des untern zweischeibigen Blocks a; so fort durch die übrigen Scheiben beider Blöcke bis das Ende an den Stropp des untern Blocks a festgestochen oder festgesplißt wird.

Auf kleinern Kriegsschiffen und Kauffahrern, namentlich Ostindienfahrern haben die Kardeele ein Drehreep, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 9; es werden zwei Stroppen, ähnlich dem vorhin beschriebenen Hangerstropp, über die Raa, und zwar innerhalb der Hangerklampen, dicht an jeder derselben einer gelegt, wie bei a. Darauf wird das Drehreep, ein ziemlich starkes Tau, durch den einscheibigen Block z geschooren, welcher ebenso an dem Masttop um die angespickerten Klampen gesorrt ist, wie vorher beim Kardeel beschrieben worden; das untere Ende des Drehreeps wird mit einem Schootenstich (wie Tafel XXXII, A, Fig. 61) an den Stropp gestochen, und dann mit einem Rundbindsel (wie Tafel XXXII, A, Fig. 73) an den stehenden Part b festgesorrt. In das andere, nach unten gehende Ende des Drehreeps, Tafel XXXIII, C, Fig. 9, welches hinab punktirt ist, wird ein drei- oder zweischeibiger Block c mit einem Hartbindsel (wie Tafel XXXII, A, Fig. 75) festgenäht; darauf wird in der genannten Figur 9 ein andrer vier- oder dreischeibiger Block d an einen Augbolzen im Deck festgestroppt. Beide Blöcke werden durch den Kardeelläufer wie vorher verbunden; nur daß in diesem Fall das Ende des Läufers an den Stropp des obern Blocks festgestochen wird.

Auf kleinern Schiffen geht das Drehreep auch wie in derselben Figur 9 bei f, d. h. es ist ohne Stropp um die Raa durch sein eigenes Auge gezogen.

Die Kardeele dienen dazu, die unteren Raaen aufzuheißen. Man läßt sie aber in neuerer Zeit häufig fort, und hängt dafür die Raaen blos in feste Hanger.

51 Die Hanger bestehen aus einem großen Stropp; das eine Ende desselben hat ein kleines Auge, durch welches das andere Ende, nachdem es um den Mastentop genommen, durchgestochen, und mit einem Hartbindsel an den eigenen Part festgesorrt wird, so daß der ganze Stropp ein großes Auge bildet. In das untere Ende desselben wird eine Kausche mit einem Rundbindsel eingebunden; man kann auch an dieser Stelle ein Hartbindsel machen. Darauf splißt man ein Taljereep in die Kausche ein, und dieses scheert man abwechselnd durch die Kausche des Hangers und durch die Kausche des Hangerstropps an der Raa (vergl. S. 2575 Nr. 50). Wenn genug Schläge durchgenommen worden, wird das Ende um die Mitte dieser Schläge fest herumgeschlagen und zuletzt gestoppt. Alsdann hängt die Raa an diesem Hanger. Durch denselben,

Digitized by Google

durch die Toppenanten und durch die Braſſen wird die Raa in horizontaler und ſenkrecht gegen den Kiel gerichteter Lage gehalten. Einfache Hanger finden ſich auch bei den Raaen, welche Kardeele haben.

Wenn große Schiffe keine Kardeele führen, ſo haben ſie häufig zwei Hanger, von denen der eine der Borghanger oder das Borg genannt wird. Tafel XXXIII, C, Fig. 10 iſt das innere der Haupthanger; der andere äußere der Borghanger. Der innere geht zwiſchen den Langſahlings hinauf um den Top und ruht auf der an der Achterſeite deſſelben angeſpickerten Klampe. Der äußere geht mit einem Schenkel außerhalb, mit dem andern innerhalb der Langſahlings. Beide werden oft, was die punktirte Linie a andeutet, an der Seite des Tops zuſammengeſorrt. Wenn Schiffe nur einen Hanger an den untern Raaen führen, ſo legen ſie einen Borghanger um die Raa, ſobald eine ſchwere Laſt vermittelſt der Nocktaakel aufgeheißt werden ſoll, damit nicht der eigentliche Hanger breche. Es befindet ſich dazu eine Kauſche an der Raa, durch welche der Borghanger geſchooren, und mit beiden Enden hinter dem Maſt feſtgeſtochen wird.

Auf Kriegsſchiffen werden vor dem Treffen eiſerne Ketten als Borghanger um die Raaen gelegt, damit ſie nicht ſo leicht herabgeſchoſſen werden können.

Auf einigen Schiffen wird auch der Hanger über das Eſelshoofd genommen, und ruht dann gegen die Stenge.

Zuweilen findet ſich kein eigener Hangerſtropp auf der Raa, ſondern der Hanger hat zwei lange Schenkel, jeden mit einem Auge; die mittlere Bugt des Hangers wird von vorne nach unten herum genommen, und die beiden Enden von vorne über der Raa durchgeſteckt, und dicht über derſelben mit einem Rundbindſel zuſammengeſorrt; ihr langes Ende wird von der Seite um den Top genommen, und an der Achterſeite deſſelben werden beide Enden durch ihre Augen zuſammengeſorrt.

Wenn Raaen ſtatt der Hanger Ketten haben, ſo wird ein Bolzen, gewöhnlich mit einem Haaken, zwiſchen die Backen des Maſts hineingetrieben; alsdann erſt das eine Endglied der Kette auf den Haaken gehaakt, das andere Ende durch den eiſernen Stropp an der Raa geſchooren, und mit dem letzten Gliede ebenfalls auf den Haaken gehaakt.

Durch die eben beſchriebenen Hanger wird die Mitte der Raa in einer ge- 52
wiſſen Höhe am Maſt gehalten; es ſind aber noch verſchiedene Einrichtungen nöthig, um ſie auch feſt an den Maſt anliegen zu machen, und hiezu dienen die verſchiedenen Arten von Racken.

An den untern Raaen werden gegenwärtig faſt allgemein Tauracken gebraucht, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 11, und zwar auf großen Schiffen mit eigenen Taljen, den Racktaljen, wie in der Figur. Sie werden folgendermaaßen gebildet. Jeder Schenkel einer Racktalje hat an dem einen Ende ein Auge mit einer Kauſche eingeſpließt; der an Steuerbord wird ſo um die Raa genommen, daß das Ende mit dem Auge oben zu liegen kommt; dieſes wird an den ſtehenden Part mit einem Hartbindſel feſtgeſorrt, und zwar ſo,

Digitized by Google

daß die Sorring hinter die Raa kommt; ebenſo bringt man den Schenkel an Backbord an, jedoch ſo, daß die Sorring zwar wieder nach hinten, aber die Kauſche etwas nach oben zu liegen kommt. Hierauf zieht man den ſtehenden Part des Steuerbordſchenkels durch die Kauſche des Backbordſchenkels; und den ſtehenden Part des Backbordſchenkels durch die Kauſche des Steuerbordſchenkels. In das Ende eines jeden Schenkels wird ein einſcheibiger Block i geſpließt, welcher durch einen Läufer mit einem an den Langſahlingen oder an der hinterſten Querſahling geſorrten Block k in Verbindung ſteht. Dieſes eben beſchriebene Tauraek dient auch zugleich als Vorghanger, im Fall der eigentliche Hanger brechen ſollte; weil es die Raa ſo lange in die Höhe hält, bis ſie durch einen neuen Hanger geſichert iſt. Das Ende des Läufers fährt auf Deck.

Statt des eben beſchriebenen Tauracks giebt es noch mancherlei anders eingerichtete. Das ähnlichſte iſt ein ſolches, bei dem die ſtehenden Parte der Schenkel mit dem einſcheibigen Block nach unten gehen, und den zweiſcheibigen Block der Racktalje an einen Augbolzen im Deck gehaakt haben.

Es giebt auch ein Taurack aus einem einzigen Schenkel beſtehend; an Steuerbord wird er wie vorher um die Raa gelegt, dann aber der ſtehende Part an Backbord von oben her um die Raa genommen, durch die Kauſche geſchooren, und nach unten geleitet.

Man legt auch zwei einfache Stroppen von der Innenſeite gegen die Racklampen um die Raa, und ſcheert einen Hanger, ſo daß er hinten um den Maſt liegt, durch die beiden Kauſchen der Stroppen und ſorrt in ſein unteres Ende einen zweiſcheibigen Block ein; der untere einſcheibige Block iſt in einen Augbolzen gehaakt, der an einem eiſernen Bande an der Vorderſeite des Maſts feſtſitzt.

Bei dieſer letzten Art kann man auch den Hanger nach oben leiten, ſo daß der einſcheibige Taljeblock an einen Augbolzen gehaakt wird, der unter dem Vorderrande des Eſelshoofds feſtſitzt. Dieſe letztere Art wird vorgezogen; weil man jetzt überhaupt die Racktaljen nach oben leitet, um die Hanger der Raaen zu verſtärken.

Um die Buchten der Tauracken vom Hinabgleiten am Maſt abzuhalten, wird oft eine Klampe an die hintere Seite des Maſts und zwar in perpendikulärer Richtung geſpickert, durch deren beide perpendikulär übereinander liegende Löcher die Schenkel geſteckt werden, ehe man ſie durch die Kauſchen ſteckt. Wenn keine Klampen da ſind, ſo wird zuweilen ein Leguan um den Maſt gelegt, wie Tafel XXXII, A, Fig. 81; der mittlere dickere Theil kommt an die Achterſeite des Maſts zu liegen; die beiden dünnern Enden werden mit ihren Augen an der Vorderſeite des Maſts zuſammengeſorrt.

53 Die bisher angegebene Zutaakelung der Raaen paßt für alle drei untern Raaen: nur hat die Vagienraa die Braſſenſchenkel an der vorderen Seite hängen, weil ihre Braſſen nach vorne gehen (vergleiche S. 2573); außerdem gehen die Braſſen über Kreuz, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 37; die Backbordsbraſſe q iſt mit dem ſtehenden Part p an das hinterſte Steuerbordswant-

Digitized by Google

tau des großen Masts gestochen; der laufende Part fährt durch den dicht darunter festgesorrten Block s. In gleicher Weise geht die Steuerbordsbrasse nach dem Backbordswanttau des großen Masts. Durch diese kreuzweise Leitung hat man den Vortheil, daß die Brassen aller drei untern Raaen an Steuerbord eingeholt werden, wenn die Steuerbordsnocken dieser Raaen mehr nach hinten kommen sollen.

Die Zutaakelung der Marsraaen unterscheidet sich von derjenigen der 54
untern Raaen hauptsächlich durch die drei Eigenthümlichkeiten: erstlich durch die Reeftaljen; zweitens durch das Drehreep und das Marsfall; drittens durch das Klotenrack; dagegen die Pferde, Toppenante und Brassen sind denen der unteren Raaen ganz ähnlich.

Die Reeftaljenschenkel, Tafel XXXIII, C, Fig. 12, i i, werden entweder wie in der Figur durch die Scheibengatte außerhalb der Nockklampen geschooren, dann durch die obere Scheibe des Violinblocks, welcher in das vorderste Spann der Stengenwanten eingesorrt ist, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 15 (vergl. S. 2569). Am untern Ende ist Tafel XXXIII, C, Fig. 12, n, die eigentliche Reeftalje angebracht, deren Läufer auf Deck geht.

Der Drehreepsblock, in der letzten Figur k, ist um die Mitte der Raa, wie die Kardeelblöcke (S. 2576) mit einer Rosenkreuzung, die an der untern Seite der Raa liegt, gesorrt. Am oberen Ende hat der Drehreepsblock entweder zwei kleine Blöcke, wie in der Figur, oder zwei Kauschen, für die Bauchgordinge eingestroppt.

Auf großen Schiffen ist das Drehreep doppelt, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 13; alsdann ist ein großer einscheibiger Block a an jeder Seite des Stengentopps festgestroppt, und zwar dicht unter dem Auge des Stengenstags; die Enden der Drehreepe werden durch dieselben nnd durch den zweischeibigen Block o auf der Raa geschooren, und zuletzt über dem übrigen Tauwerk um den Stengentopp festgestochen. In das Ende jedes Drehreeps b ist ein zweischeibiger Block, der Marsfallblock d, eingestroppt. Durch diese Blöcke werden die Marsfalle geschooren, und gehen nach einem einscheibigen Block in der Rüste, an dessen Stropp das eine Ende festgeknebelt ist. Die Kreuzraa hat dieselbe Einrichtung wie die beiden Marsraaen. Auf manchen Schiffen haben die Marsraaen nur einen einscheibigen Drehreepsblock auf der Raa. Das Drehreep fährt dann nur durch diesen Block und durch die Blöcke am Stengentop, ohne an diesem letztern festgestochen zu sein; an den beiden Enden finden sich dann wieder die Marsfallblöcke. Bleibt die Raa lange aufgeheißt, so kann sich das Drehreep leicht scheuern oder schamvielen; man muß deshalb die Bekleidung ziemlich stark machen, und zuweilen die eine Talje fieren und die andere einholen, um eine andere Stelle des Drehreeps in die Tragstelle zu bringen. Auf kleineren Schiffen haben die Stengen unter der Bramsahling ein Scheibengatt statt der beiden festgesorrten Blöcke. Das Drehreep ist dann mit einem Ende am Stengentop festgestochen, fährt mit dem andern durch den einscheibigen Drehreepsblock auf der Raa, und dann durch das Scheibengatt in der Stenge, und hat an seinem Ende nur ein Marsfall.

Digitized by Google

Zuweilen ist auch statt eines Drehreepblocks auf der Raa nur ein Hangerstropp um die letztere geschlagen, von welchem aus das Drehreep durch das Scheibengatt im Stengentop fährt, und am unteren Ende das Marsfall hat. Wantstroppe sind wegen ihrer Biegsamkeit hierzu am besten.

Bei der letzten Art kann man auch eine für wenig zahlreiche Mannschaften sehr vortheilhafte Aenderung anbringen. In das durch das Scheibengatt in der Stenge geschoorene Ende stroppt man einen großen einscheibigen Block, und scheert durch diesen einen starken Mantel, an dessen beiden Enden dann die Marsfallblöcke angebracht werden.

Wenn der untere Block des Marsfalls in der Rüste eingehaakt ist, so hat er den Haaken an dem Ende eines langen Stropps mit zwei Bindseln, um von dem Schandeckel frei zu bleiben. Der Augbolzen, in den der Haaken eingehaakt ist, hat einen Warrel (Wirbel), d. h. das Auge des Bolzens kann sich herum drehen, wie bei den Warrelblöcken die Haaken, z. B. Tafel XXXII, B, Fig. B und Fig. G. Der Haaken des Marsfallblock-Stropps wird mit einem Bindsel belegt. Nach der gegebenen Erklärung ist es leicht das Drehreep von dem eigentlichen Marsfall zu unterscheiden; obgleich Viele diese beiden mit einander verwechseln.

Das Klotenrack hält die Marsraaen so an der Stenge fest, wie das Taurack eine untere Raa am Mast. Ein solches Klotenrack besteht, Tafel XXXIII, C, Fig. 14 der Hauptsache nach aus hölzernen Kugeln oder länglichrunden Spindeln, welche auf ein, zwei oder drei Taue aufgezogen sind, und durch ihre Drehung um das Tau das Auf- und Niedergehen an der Stenge erleichtern. Diese kugelförmigen Hölzer heißen die Kloten oder Rackkloten, und ein mit ihnen gebildetes Rack heißt, zum Unterschiede des vorhin (S. 2578) beschriebenen, ein Klotenrack. Damit die neben einander befindlichen Kloten sich nicht reiben, und die übereinander liegenden perpendikulär übereinander bleiben, werden zwischen je zwei perpendikulären Paaren platte Hölzer, die sogenannten Rackschleten, welche zu dem Zwecke durchbohrt sind, auf die Racktaue gezogen. Die letzteren haben an dem einen Ende eine Kausche. Soll das Rack gebraucht werden, so legt man die Mitte des Racks an die Achterseite der Stenge und nimmt eine Kausche über, die andere unter die Raa; die beiden andern Enden nimmt man abwechselnd über und unter die Raa, und läßt sie dann um die nach Außen hinliegenden Einbugten der Schleten und durch die Kauschen so viele Male gehen, als ihre ganze Länge zuläßt; darauf werden die Enden zusammengemarlt. Das Rack darf nicht zu fest an der Raa anliegen, damit dieselbe erforderlichen Falls scharf angebraßt werden kann.

Auf kleinern, namentlich auf Kauffahrteischiffen, gebraucht man statt der Klotenracke nur die Tauracke ohne Kloten und Schleten, welche durch Bekleidung oder Lederüberzug zum leichtern Auf- und Abgleiten eingerichtet sind. Sie bestehen gewöhnlich aus einem hangerartigen Tau, welches an beiden Enden mit Kauschen versehen ist. Man legt es so zusammen, daß das eine Ende das andere um eine der Größe der Raa angemessene Länge überragt. Die bei der Zusammenlegung entstehende Hauptbugt wird um die Raa gelegt, und

Digitized by Google

oberhalb derſelben zuſammengeſorrt. Die beiden mit Kauſchen verſehenen Enden bilden die Bugt um den Maſt.

Die Blinde Raa erhält ihre Pferde, Braſſen und Topenanten ganz in 55
ähnlicher Weiſe. Das Taurack derſelben hat gewöhnlich die Einrichtung wie Tafel XXXIII, C, Fig. 15, und darunter in der Nebenfigur B. In das eine Ende des Racktaus iſt ein Auge mit einer Kauſche g eingeſpließt. Dies Ende wird unter der Raa herum wieder nach oben genommen, und beide Parten werden wie bei h mit einem Rundbindſel zuſammengeſorrt. Das andere Ende nimmt man über den Sattel auf dem Bugſpriet, unter der Raa auf der andern Seite wieder über den Sattel, durch die Kauſche g, und ſorrt es mit einem Hartbindſel an den eigenen ſtehenden Part. Bei k werden auch die beiden Parten über der Raa mit einem Rundbindſel zuſammengeſorrt. Dieſes Rack wird gewöhnlich mit Leder überzogen.

Zwiſchen den beiden Bugten dieſes Racks wird auch zuweilen ein Hangerſtropp m, in der Nebenfigur A, angebracht, mit einer an der Vorderſeite der Raa liegenden eingeſpließten Kauſche. In dieſe haakt man einen einſcheibigen Block n, welcher mit dem Violinblock o in Verbindung ſteht, der am untern Ende des Bugſprietesſelshoofds in einen Augbolzen eingehaakt iſt; das Ende des Läufers fährt auf die Back. Dieſe Talje heißt der Ausholer der Blinden, und dient derſelben wie ein Fall. Gegenwärtig läßt man dieſen Ausholer gewöhnlich fort, und hat nur eine einfache Länge oder einen Längenſtropp, welcher mit einer Kauſche in die Kauſche des Stropps auf der Raa eingeſpließt, und am oberen Ende mit einem Haaken in den am Bugſprieteſelshoofd ſitzenden Augbolzen eingehaakt iſt.

Bei der Schieblindenraa, Tafel XXXIII, C, Fig. 16, hat man den Ausholer beibehalten; der Läufer t wird durch den Block s am Top des Klüverbaums und durch den Block r am Stropp der Raa geſchooren. Das eine Ende des Läufers wird entweder am Stropp des Blocks s feſtgeknebelt, oder um den Klüverbaumtop feſtgeſtochen; das andere Ende fährt auf die Back, um dort eingeholt zu werden. Dieſer Ausholer iſt für die Schiebblinde ganz dasſelbe, was das Marsfall für die Marsraaen iſt.

Nach den jetzt der Hauptſache nach beſchriebenen Raaſegeln und ihren 56
Raaen verdient die nächſte Berückſichtigung das Beſahnſegel mit der Gaffel und dem Giekbaum.

Wenn die Beſahn oder das Beſahnſegel ein Gaffelſegel iſt (vergl. S. 2555 unten), ſo hängt die Zutaakelung vorzugsweiſe von der Gaffel ab. Die verſchiedenen Arten derſelben finden ſich Tafel XXXIII, C, Fig. 17 bis 20. Die Gaffel, Fig. 17, hat an ihrem inneren ſtärkeren Ende einen gabelförmigen Ausſchnitt m, welcher die Mick heißt, und je nach der größeren oder geringeren Erhebung, welche die Raa erhalten ſoll, inwendig geſchmiegt iſt; mit dieſer Mick dreht ſie ſich am Maſt, und hat zum Auf- und Niedergehen ein einfaches Klotenrack k daran gebunden. An der oberen Seite der Mick iſt ein Augbolzen n eingetrieben; ein kleinerer an der Unterſeite; bei Fig. 19 ſind ſie beide zu ſehen. An der Nock, die auch bei der Gaffel zuweilen

Digitized by Google

die Piek heißt, wird auch ein Augbolzen b mit einem eisernen Beschlage angebracht.

Die eine Art von Zutaakelung der Gaffel ist Fig. 18 zu sehen; an dem oberen Augbolzen der Mick sitzt eine Kausche, in welche die Bucht des Gaffelhangers p eingreift. Die beiden mit Augen versehenen Enden des Hangers werden zwischen den Sahlingen des Besahnmarses hinauf, hinter den Mast q genommen und dort zusammengesorrt, so daß sie oberhalb des übrigen Tauwerks zu liegen kommen. Zuweilen hat auch dieser Hanger einen langen und einen kurzen Schenkel; an dem letztern befindet sich ein Auge, durch welches der längere Schenkel geschooren, und dann am eigenen Part festgesorrt wird.

Darauf wird ein Bruhk r bekleidet und mit Leder überzogen, durch eine Kausche geschooren, die sich am Ende eines Hangers t befindet; dieser ist in einen an der Hinterseite des Besahneselshoofds festsitzenden Augbolzen eingehaakt. Die beiden Enden des Bruhks r haben Augen, mit denen sie um die Gaffel und gegen zwei Klampen s s anliegend festgesorrt sind. Jedes der beiden Enden ist in einer gewissen Entfernung von der Mitte der Gaffel befestigt. Ein andrer Hanger v, welcher das Piektau oder der Piekschenkel genannt wird, ist gegen die Nock- oder Piekklampe befestigt, und mit einer Kausche und einem Taljereep an die Kausche eines Stropps befestigt, welcher um den Top der Kreuzstenge über dem andern Tauwerk liegt. Diese eben beschriebene Zutaakelung der Gaffel giebt ihr natürlich in Hinsicht der Höhe eine unbewegliche Stelle am Besahnmast.

Soll sie sich aber auf- und niederbewegen, so ist ihre Zutaakelung folgende, Fig. 20: ein einscheibiger oder ein zweischeibiger Block, je nach der Größe der Gaffel, wird an den Augbolzen a der Mick gehaakt; ein zweiter zweischeibiger Block b mit doppeltem Stropp wird so festgemacht, daß die langen Schenkel der Stroppe vor dem Besahnmast über dem andern Tauwerk zusammengesorrt werden. Der Läufer c wird abwechselnd durch beide Blöcke geschooren, und heißt das Gaffelfall. Zuweilen ist der obere Block b desselben an einen eisernen Stropp gehaakt, der um den Besahntop geschlagen ist.

Der Dirk oder das Piekfall ist am vollständigsten auf diese Weise gebildet: an der Gaffel sind die beiden einscheibigen Blöcke d und e gegen die Piekklampen festgestroppt; unter dem Besahneselshoofd ist der zweischeibige Block f um den Besahntop festgestroppt. Das feste Ende oder der stehende Part des Läufers oder eigentlichen Dirks wird entweder, wie in der Figur, an einen Augbolzen g, der im Eselshoofd sitzt, oder um den Besahntop festgestochen; von da geht der Dirk durch den Block d, über die eine Scheibe des Blocks f, durch den Block e, über die zweite Scheibe von f, und durch das Soldatengatt auf Deck. Zuweilen ist der Dirk folgendermaaßen gebildet: das feste Ende desselben ist nicht am Eselshoofd, sondern an der Piek oder der Nock der Gaffel festgestochen; so daß der Augbolzen g und der Block d fehlen. Ein doppelter Block wie bei f ist dann gewöhnlich um die Mitte des Besahneselshoofds gestroppt, so daß er an dessen Achterrande zu liegen kommt; der Dirk geht

Digitized by Google

dann von der Nock über die eine Scheibe von f, durch den Block e, über die andere Scheibe von f und dann auf Deck.

Auf großen Schiffen hat die Gaffel, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 21, ein Drehreep und Fall für die Piek, und ein Drehreep und Fall für die Mick. Das letztere f ist um eine Kausche gespließt, die an der oberen Seite der Mick in dem Augbolzen festsitzt; von da fährt das Drehreep durch den einscheibigen Block g, der über den Besahnsahlings festgestroppt ist, und an der Achterseite des Besahntops herabhängt; am unteren Ende ist der zweischeibige Taakelblock e eingestroppt, für welchen der untere einscheibige Block c in einem Augbolzen im Deck festgehaakt, und durch den Läufer d mit ihm in Verbindung gesetzt ist; dieser Läufer ist dann das eigentliche Fall.

Das Drehreep h für die Piek ist bei b um eine Kausche gespließt, die an dem Bruhk auf- und niedergeht, welcher an den beiden Klampen der Piek befestigt ist; am untern Ende des Drehreeps ist der zweischeibige Block i eingestroppt, durch den der Läufer oder das eigentliche Fall geht.

Eine solche zum Auf- und Niederholen eingerichtete Gaffel hat dann weder Geerden noch Blöcke für die Kreuz- und Kreuzbrambrassen; sondern ein Block k wird an den Augbolzen an der Piekspitze gestroppt, und durch diesen fährt der Niederholer der Piek l.

Wenn die Gaffel nicht auf und nieder zu heißen ist, sondern in einem festen Hanger hängt, so erhält sie an der Piek, da wo sich das äußerste Tau des Dirks anschließt, also bei der Nockklampe, noch zwei starke Taue, welche gleichsam ihre Brassen vorstellen und Geerden oder Geeren heißen. Sie werden folgendermaaßen angebracht: ein ziemlich starkes und gehörig langes Tau wird in seiner Mitte um die Piek, gegen die Nockklampe gestochen, so daß es an Steuer- und an Backbord bis etwa zur Höhe des halben Besahnmasts herabhängt; jeder Theil bildet einen Geerenschenkel, in dessen unteres Ende ein zweischeibiger Block eingestroppt ist. Der einscheibige Block dazu ist in einen Augbolzen eingehaakt, der in einer Heckseiten- oder Windveeringsstütze (vergl. S. 2348) festsitzt. Der beide Blöcke verbindende Läufer heißt der Geerenläufer. Die Geerden dienen dazu, die Gaffel bei verschiedenen schrägen Richtungen des Windes festzustellen. Soll z. B. das Besahnsegel, also auch die Gaffel, nach der Backbordsseite gebracht werden, so fiert man die Steuerbordsgeerde, und holt die Backbordsgeerde ein. Man haakt auch zuweilen die unteren Blöcke des Geerdenläufers aus, und gebraucht dann die Geerden wie ein Nocktaakel, um Lasten in dieser Gegend des Schiffs am Bord zu heißen oder herabzulassen. Die Geerden sind, Tafel XXXIV, A, Fig. 1 zu erkennen, wie sie von der Nock der Gaffel an Backbord vor dem Brodwinner, an Steuerbord hinter demselben, herabgehen. Ebenso Tafel XL, A, Fig. 2. An dem Augbolzen in der Piekspitze wird ein einscheibiger Block für die Flaggleine oder das Fall der Flagge festgestroppt. Kriegsschiffe führen immer, Kauffahrteischiffe gewöhnlich im Hafen und bei besondern Gelegenheiten die Nationalflagge an der Gaffel. In früheren Zeiten hatten, namentlich die großen Kriegsschiffe, einen eigenen Flaggenstock, der

Digitized by Google

in einem Eselshoodfd in der Mitte des Heckbords ſtand, und zwar ſo ſchräge nach hinten geneigt, wie das Heck ſelbſt; er hatte auf Linienſchiffen zuweilen eine Länge von 40 Fuß, und eine Dicke von 9 Zoll, und trug oben einen runden Top oder Knopf mit einem Scheibengatt, durch welches das Flaggenfall fuhr. Eine an ſolchem Flaggenſtock aufgeheißte Flagge hieß dann Kampanjeflagge, wie Tafel XL, C, Fig. 15. In gegenwärtiger Zeit, wo auch die größten Kriegsſchiffe einen Giekbaum führen, welcher über den Heckbord hinausragt, und ſich über demſelben von Steuerbord nach Backbord hin- und herbewegt, hat der Flaggenſtock natürlich wegfallen müſſen; die Nationalflagge wird daher an dem Flaggenfall bis zur Gaffelpiek aufgeheißt, wie Tafel XL, A, Fig. 1 und Fig. 5.

57 Da wo ſtatt einer Gaffel eine Beſahnruthe gebraucht wird, wie Tafel XL, C, Fig. 15, hängt ſie ſchräge an Backbordsſeite des Maſts, und hat im Ganzen dieſelbe Zutaakelung wie die eben angegebene der Gaffel. An ihrem vorderen nach unten geneigten Ende hat ſie auch einen Augbolzen, an welchen zwei einſcheibige Blöcke geſtroppt werden. Durch dieſe beiden Blöcke fahren diejenigen Taue, welche Beſahnbulienen oder auch Pitspoten heißen, und als Braſſen der Beſahnruthe dienen; ſie ſind mit einem Ende an einer Seite des Schiffs an der Want oder an einem Deckbolzen feſtgeſtochen, und fahren mit dem laufenden Part durch den Pitspotblock nach derſelben Seite zurück, wie Tafel XL, C, Fig. 15 zu ſehen.

58 Iſt das Beſahnſegel ein Gaffelſegel, d. h. hat es zur Spannung ſeines Unterleiks keinen Baum, ſo erhält es die trapezoidiſche Geſtalt, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 51. Die vier Ecken haben eigene Namen: die untere am Maſt befindliche d heißt der Hals; die gegenüberſtehende untere die Schoote oder das Schoothorn; die obere Ecke c am Maſt oder an der Mick heißt das Nock oder Nockohr; und die obere Ecke b an der Piek heißt die Spitze oder das Piekohr.

Das Achterleik oder Maſtleik iſt mit einem ganzen Kleide verdoppelt; das Oberleik wird mit der nachher erklärten Liſſung an die Gaffel gebunden. Wenn die Gaffel in einem feſten Hanger hängt, ſo werden längs dem Achterleik Lägel angebracht (vergl. S. 2560); geht ſie aber am Maſt auf und nieder, ſo werden nur Bandgatten in das Segel hineingemacht (vrgl. S. 2561), wie Fig. 54.

Das Piekohr, Fig. 51, b, wird wie bei den Raaſegeln (vrgl. S. 2567) an der Nockklampe mit zwei äußern Schlägen, und ſo vielen innern feſtgemacht, als das Nockbindſel geben will; denn die beiden äußern dienen nur zur Spannung des Oberleiks; die innern widerſtehen aber dem ganzen Zuge des Achterleiks.

Das Nockohr, auch das Mickohr genannt, wird mit einem Bindſel abwechſelnd durch den Ohrlägel und durch den an der untern Seite der Gaffel ſitzenden Augbolzen (vergl. S. 2581) befeſtigt. Die Liſſung oder Litzung iſt ein langes Tau, womit das Oberleik, ſtatt der Raabanden an die Gaffel gebunden wird; die Liſſung wird in das Piekohr eingeſpließt, und durch die

Digitized by Google

Bandgatten im Segel und um die Gaffel genommen, wie bei c zu ſehen iſt, bis ſie das Rock erreicht.

Das Maſtleik wird auch mit einer Liſſung um den Maſt befeſtigt; ſie wird an das Rockohr e geſplißt, und dann abwechſelnd durch die Lägel und um den Maſt genommen, und zuletzt am Halsohr d feſtgeſtochen. Geht die Gaffel am Maſt auf und nieder, ſo werden die im Segel angebrachten Bandgatten an Säuger gebindſelt, d. h. an große Ringe, welche um den Maſt und an ihm auf- und niedergehen, wie Fig. 54.

Die Dempgordinge, Fig. 51, g, g, g, ſind Taue, welche zum Aufgeien der Beſahn dienen; ſie fahren durch Blöcke, welche in eben ſolchen Entfernungen von der Piek an der Gaffel befeſtigt ſind, wie die entſprechenden Gordingslägel am Achterleik, ſo daß z. B. der Block m eben ſo weit von der Piek b entfernt iſt, wie der Lägel n, der Block k eben ſo weit wie der Lägel l u. ſ. w.

Die Gording h heißt noch beſonders der Beſahnsbruhk; er iſt auf jeder Seite der Mick durch einen Block e geſchooren; ferner auf jeder Seite des Segels durch eine Kauſche o die an dem untern Ende eines Schenkels oder Bruhks eingeſplißt iſt, und zuletzt iſt der Bruhk an den Bruhk- oder Gordingslägel i im Achterleik feſtgeſtochen. Der Beſahnsbruhk heißt auch die Rock-Demp-Gording.

Die Mitteldempgording fährt durch den mittleren Dempgordingsblock k, durch die Kauſche o in dem obern Schenkel, und geht nach dem Lägel l im Achterleik.

Die Piekdempgording geht durch den obern Dempgordingsblock m nach dem Lägel n.

Wenn die Beſahn mit den Dempgordingen aufgegeit war, und ſie darauf beigeſetzt oder ausgeholt werden ſoll, ſo hat man zur Erleichterung ein eigenes Tau, den ſogenannten Aufholer der Dempgordings, oder auch den Aufholer des Beſahnbruhks, qq; er hat an dem einen Ende eine Kauſche p eingeſplißt, und fährt durch den Block r an der Piek; durch die Kauſche p iſt ein Schenkel geſchooren, an deſſen Enden die vorher genannten Kauſchen o geſplißt ſind, durch welche der Bruhk und die Mitteldempgording fährt.

Zuweilen beſteht der Aufholer aus einem kurzen und einem langen Schenkel, welche bei q zuſammengeſplißt ſind; alsdann iſt nur ein Fall nöthig, welches auf Deck geht. Der Hals der Beſahn, d, iſt an einen Augbolzen im Deck hinter dem Beſahnmaſt geſeiſt. Die Schoote fährt mit einer Kauſche an einem eiſernen Bügel, wie die Figur zeigt, von Bord zu Bord; dieſer heißt der Beſahnſchootenbügel.

Der Giekbaum, mit welchem gegenwärtig beinahe auf allen Schiffen 59
das Unterleik der Beſahn geſpannt, und zugleich der Brodwinner ausgeſetzt wird, hat mancherlei Arten von Zutaakelung. Die vollſtändigſte iſt die auf Tafel XXXIII, C, Fig. 22 dargeſtellte.

Gewöhnlich hat er an dem innern ſchwächern Ende einen Schwanenhalshaaken l, welcher mit einem Beſchlage eingetrieben iſt. Dieſer wird

in das Auge eines um den Besahnmast befestigten Ringes gehaakt. Auf einigen Schiffen hat der Giekbaum auch eine Mick und ein Klotenrack, wie die Gaffel (S. 2581), womit er sich um den Besahnmast dreht, an dem zur Haltung eine Schulterklampe festsitzt.

Das Baumreep des Giekbaums m, welches gleichsam seine Topenanten darstellt, wird in der Mitte um den Top des Kreuzmasts über dem andern Tauwerk geschlagen, und hinter demselben zusammengeseist und bis auf vier Fuß unterhalb der Kreuzbramsahling bekleidet. An das Ende eines jeden Schenkels wird ein einscheibiger Block n gesplißt; ein zweischeibiger Block o wird um den Giekbaum gegen die Rockklampe gestroppt. Das Ende des Läufers wird mit der Mittelbugt um den Baum außerhalb des Blocks o gestochen; die beiden Enden werden durch die einscheibigen Blöcke n geschooren, dann durch den zweischeibigen Block o, darauf durch eine Kausche p, die an jeder Seite des Baums an einer Krampe festsitzt, und zwar nahe am Binnenende der Pferde q; zuletzt werden die Enden an einer Klampe d, an jeder Seite des Baums belegt, und zwar schon binnen Bords.

Die Pferde oder Paarden (S. 2571) werden mit dem Außenende an den Augbolzen gesplißt, der an der Außenspitze des Baums eingetrieben ist. Sie heißen genauer die Rockpaarden des Giekbaums. Ihrer ganzen Länge nach sind sie entweder mit Schauermannsknoten (wie Tafel XXXII, A, Fig. 29 und 30), oder mit Bauerknoten (Tafel XXXII, A, Fig. 42) versehen, damit die auf den Pferden Stehenden einigen Gegenhalt für die Füße haben. Am innern Ende haben sie Augen eingesplißt, mit denen sie um den Giekbaum festgeseist sind, und zwar gerade über dem Heckbord, so daß man von diesem aus auf die Pferde steigen kann. Hat der Giekbaum keinen Augbolzen an der Nock, so werden die Pferde mit einem Doppelpart vor der Nockklampe um die Nock gestochen.

Der Schootenblock, Tafel XXXIII, C, Fig. 22, r, des Giekbaums ist doppelt gestroppt; die Bugt des Stropps geht über das innere Ende des Baums zwischen zwei Klampen. Zuweilen sind die Enden des Stropps zusammengesorrt, und zwar oberhalb des Baums, wie bei den Raablöcken. Gewöhnlich wird ein Rundbindsel unterhalb des Baums um die beiden Stroppenden gelegt. Das Ende der Schoote s ist an den Stropp des Blocks r geknebelt, und zwar mit einem Schootenstich (wie Tafel XXXII, A, Fig. 61); darauf wird sie in der genannten Fig. 22 wechselsweise durch den obern Block r und den untern i geschooren, und vorwärts auf Deck geführt. Der untere Block i läuft mit einer Kausche an einem eisernen Bügel h, welcher der Giekbaumbügel oder auch Pferdebügel heißt.

An den Baumreepschenkeln t t sind zwei türkische Knoten oder Türkenköpfe (wie Taf. XXXII, A, Fig. 95) eingearbeitet; auf jedem Baumreep ist zwischen den türkischen Knoten ein einscheibiger Block festgestroppt, durch den ein dünnes Tau u u geschooren wird, vermittelst dessen das Baumreep fest angesetzt werden kann; diese Taue heißen Krahnleinen. An das untere Ende jeder Krahnleine kommt ein deutscher Wantknopf (wie Tafel XXXII, A,

Digitized by Google

Fig. 24), welcher an einer Krampe befeſtigt wird, die auf der Schanz- oder Hüttenreiling ſitzt; das andre Ende der Krahnleine wird auf Deck belegt.

Auf kleineren Schiffen hat man ein einfacheres Baum-Reep. Seine Doppelbucht iſt um die Nock des Giekbaums geſtochen und geſeiſt. An jeder Seite des Beſahntopps iſt ein einſcheibiger Block feſtgeſorrt, durch welchen die Enden des Baumreeps fahren. An ihrem unteren Ende wird ein zweiſcheibiger Block eingeſplißt, welcher durch einen Läufer mit einem einſcheibigen in Verbindung ſteht, der in einem Augbolzen auf Deck eingehaakt iſt.

Eine andere Art des Baumreeps iſt, einen Hanger mit einem Haaken am obern Ende in einen Augbolzen einzuhaaken, der am Eſelshoofd des Beſahnmaſts, und zwar an deſſen Achterſeite ſitzt; am untern Ende iſt ein einſcheibiger Block eingeſplißt; durch dieſen fährt ein Läufer, der an dem einen Ende ein Auge hat, womit er gegen die Nockklampe des Giekbaums befeſtigt iſt; das andre Ende des Läufers fährt durch ein Scheibengatt, das dicht vor der Nockklampe in den Baum gemacht iſt. Unterhalb des Baums iſt in das aus dem Scheibengatt hervorkommende Ende des Läufers ein zweiſcheibiger Block eingeſplißt, der wieder mit einem einſcheibigen zuſammenhängt, der um die Mitte des Baums gegen eine Klampe feſtgeſtroppt iſt. Das Ende des Läufers wird um eine Klampe am innern Viertel des Baums belegt.

Noch eine andre Einrichtung des Baumreeps iſt dieſe: Das eine Ende wird mit ſeinem Auge um die Nock des Giekbaums gegen die Nockklampe feſtgeſtochen; das andre Ende fährt durch einen einſcheibigen Block am Beſahntop und hat einen einſcheibigen Block eingeſplißt. Ein zweiſcheibiger Block iſt an dem Giekbaum feſtgeſorrt und angeſtroppt, und ruht gegen eine Stoppklampe. Das eine Ende des Läufers dieſer beiden Blöcke iſt an dem einſcheibigen Block am Ende des Baumreeps feſtgeknebelt, und das andre Ende iſt wechſelsweiſe durch beide Blöcke geſchooren, und zuletzt am Baume ſelbſt belegt.

Zuweilen hat man das Ende dieſes Läufers durch einen beſondern einſcheibigen Block geſchooren, der am Beſahntop feſtſitzt; es fährt dann am Maſt herunter, und wird auf einer Klampe am untern Theile deſſelben belegt.

Die zuerſt beſchriebene Einrichtung mit doppeltem Baumreep iſt indeſſen die beſte, weil man alsdann nicht genöthigt iſt, die Piek bei jeder Wendung nieder zu laſſen.

Zuweilen nennt man das Baumreep auch die Piektaue; man muß ſie aber dann, um keine Verwechſelung mit den Piektauen der Gaffel zu veranlaſſen, durch den Zuſatz „des Giekbaums“ unterſcheiden. Man nennt es auch die Baumgiek, zuweilen ſogar die Krahnleine, welcher Name aber nur auf die Tafel XXXIII, C, Fig. 22, u u angeführten Taue paßt.

Die Taakelaſche eines Giekſegels oder der laufenden Beſahn, wie 60
man es bei ſolcher Einrichtung nennt, wenn es die Beſahn vorſtellt, iſt mit wenigen Zuſätzen dieſelbe, wie die Taakelaſche eines Gaffelſegels (S. 2584). Die beiden Haupteigenthümlichkeiten ſind: das Bullentau und die Baum-

Digitized by Google

ſchoote. Die letztere iſt ſchon bei Tafel XXXIII, C, Fig. 22, S. 2586, beſchrieben, wie ſie aus den beiden Blöcken r und i und dem Läufer s beſteht, und mit der Kauſche des untern Blocks i am Giekbaumbügel oder Pferdebügel h hin und her geht.

Das Bullentau, Tafel XXXIV, E, Fig. 54, f w, beſteht zuerſt aus dem Hanger f; dieſer iſt an einen um die Mitte des Baums liegenden Stropp gehaakt; in ſein unteres Ende iſt der zweiſcheibige Taakelblock w und der einſcheibige Block in einen Augbolzen am Achterrande der großen Rüſte eingehaakt.

Mit der Beſahn iſt in neuerer Zeit faſt immer der Brodwinner (vgl. S. 2560), und zwar nach Art einer großen Beſahn, verbunden, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 53; einen ſolchen nennen die Engländer Spanker, und den Giekbaum, der dazu eingerichtet iſt, Spanker-boom. Weil die Gaffel nicht lang genug iſt, um den obern Theil des Brodwinners zu ſpannen, ſo iſt der Achtertheil des Oberleiks an eine eigene kleine Raa a gebunden. Der Hals wird mit einer eigenen Talje angeſetzt; der zweiſcheibige Block m iſt in eine Kauſche am Halsohr, der einſcheibige in einen Augbolzen des Decks eingehaakt. Hat aber der Giekbaum eine Mick, wie die Gaffel, ſo wird der einſcheibige Block in einen auf dem Baum ſelbſt feſtſitzenden Augbolzen eingehaakt.

Der Brodwinner hat vier Falle: das äußere c fährt durch einen am Ende der Gaffel ſitzenden Block d, und iſt an dem innern Drittel der kleinen Raa a feſtgeſtochen; das mittlere Fall e führt durch den an der Mitte der Gaffel ſitzenden Block f, und iſt an einen Bügel im Oberleik geſtochen und zwar auf ein Drittel der Entfernung zwiſchen der Raa a und der Nock des Segels oder der Gaffelmick; das innere Fall g fährt durch den an der Gaffel ſitzenden Block h, nnd iſt an einen Lägel im Oberleik geſtochen, der auf der halben Entfernung zwiſchen dem mittleren und dem Nockfall ſitzt.

Das Nockfall wird gewöhnlich durch einen Block geſchooren, der an den Beſahnstop geſorrt iſt; auf großen Schiffen aber, oder wenn ſonſt der Brodwinner ſehr groß iſt, wird der untere Block des Falls l in eine Kauſche am Nockohr gehaakt, und der obere k an einen Stropp, der um den Beſahnstop liegt.

Das Schootentau des Segels n, welches von der Baumſchoote unterſchieden werden muß, fährt durch ein Scheibengatt im Giekbaum und iſt an einen eiſernen Wanderbügel oder Wanderring geſtochen, der auf dem Baum hin und her fährt. In das andre Ende unterhalb des Baums iſt eine Kauſche eingeſpließt, in welche der äußere Taljenblock o gehaakt wird; der innere Block p iſt in einen am Baum ſitzenden Augbolzen eingehaakt.

Auf manchen Kauffahrteiſchiffen hat man ſtatt der angegebenen kurzen eine ſo lange Brodwinnerraa, daß das ganze Oberleik von der Piek bis zur Nock geſpannt werden kann, wodurch man vermeidet, daß ſich das Segel oben zwiſchen den Falllägels ſackt.

Zuweilen wird das Maſt- und das Unterleik geradlinig geſchnitten; häufiger aber mit einer Gilling, wie in der angegebenen Figur 53. Wenn der

Digitized by Google

Brodwinner Litzunggatten hat, so findet sich gewöhnlich ein eigenes Leiterstag, wie Fig. 55, welches vom Top des Besahnmasts bis auf Deck gespannt ist, und auch Schnaustag genannt werden kann. An diesem Leiterstage fahren kleine Kauschen oder Säuger auf und nieder, welche an die Gatten des Brodwinners gebunden sind.

Nachdem die Zutaakelung der unteren Raaen, der Marsraaen, der Gaffel 61
und des Giekbaums gezeigt worden, müssen noch einige Besonderheiten der Bramraaen angegeben werden. Sie sind, Taf. XXXIII, C, Fig. 28, ihrer ganzen Länge nach, rund; Rackklampen, a, und Rockklampen werden wie auf den untern Raaen aufgespickert. Die Pferde b gehen in gleicher Weise über die Nocken, und die Geitaublöcke c sind ebenso an die Raa gestroppt. Um die Mitte der Bramraa wird gewöhnlich ein einfacher Stropp mit einer Kausche d gesplißt, um das Drehreep des Bramfalls daran zu stechen. Häufig ist aber das Drehreep oder das Fall nur mit einem Ankerstich oder Fischerstich (wie Tafel XXXII, A, Fig. 62) um die Raa gestochen.

Zwei Stroppen e e, einer lang, der andre kurz, beide mit Augen, werden um die Raa gesplißt oder gesorrt, um das Rack zu bilden. Häufig wird dieses wie bei den Marsraaen gemacht.

Die Brassen f f und die einfachen Toppenanten g g werden wie bei den andern Raaen angebracht; die Toppenanten werden durch eine Kausche geschooren, die zwischen den beiden vordersten Bramstengewanten dicht unter der Augensorring angebracht ist.

Das Drehreep des Bramfalls wird durch das Scheibengatt in der Bramstenge geschooren; am andern Ende ist ein zweischeibiger Block eingestroppt; der einscheibige für das Fall wird an die Marssahling angestroppt. Zuweilen wird es auch an einen Augbolzen im Deck hinter dem Mast angestroppt.

Häufig ist das Drehreep und das Fall ein und dasselbe Tau, es ist dann, Fig. 29, a, an den Stropp des obern einscheibigen Blocks geknebelt, und dann abwechselnd durch den untern Block b, der an der Marssahling festgehaakt ist, durch den obern a geschooren, so daß es mit diesem untern Theile zugleich das Fall bildet. Nimmt man alsdann den Knebel beim Block a heraus, und scheert das Tau aus beiden Blöcken, so kann es zugleich als Windreep dienen, um die Raa aufzubringen oder herunter zu nehmen.

Wenn aber Drehreep und Fall zwei verschiedene Taue, wie bei den größern Raaen sind, so bringt man die Bramraaen folgendermaßen auf.

Ein Fallblock oder Jackbl., Fig. 30, wird mit einem kurzen Schenkel c und einem langen d gestroppt; ein deutscher Wantknopf wird am Ende d angebracht, und ein Auge in das Ende des kürzern Schenkels c eingesplißt; der Knopf heißt im Englischen button, das Auge loop; der Stropp wird um die Bramstenge genommen, wie in Fig. 31, und zwar so, daß der lange Schenkel durch das Auge gesteckt und dann der Knopf von demselben zum Rückhalt aufgearbeitet wird.

Das Windreep oder Raawindreep c in Fig. 31 wird durch den

Block geschooren, und von dem Top auf Deck herabgelassen, so daß der laufende Part durch das Soldatengatt im Mars herabgeht. Das Drehreep f wird dann um den Stropp g gestochen; und indem die Leute auf Deck am Bramfall holen, heißen sie die Bramraa in die Höhe. Das Windreep wird um die Mitte der Raa mit einem Fischerstich festgestochen, und mit Schiemannsgarn in der Gegend des Viertels der Raa festgebunden; und zwar am Steuerbordsende, wenn die Raa an Backbord aufgebracht wird; umgekehrt wenn man sie an der andern Seite aufbringt.

Die Brassen der Bramraa fahren gewöhnlich, wie in Fig. 33; das eine Ende ist am hinteren Stengenstagauge e festgestochen, fährt durch den Brassenblock k, durch den Block i, der am selben Stengenstag festgestroppt ist, und endlich durch den Block h, der an dem eigenen Mast unter dem Eselshoofd festsitzt, auf Deck.

Ist die Brambrasse einfach, nur mit einem Auge um die Nocke der Bramraa festgestochen, wie Fig. 34, so fährt sie durch einen Block am Stengenstag, und durch einen zweiten, der am vordersten Stengewant festgestroppt ist.

62 Die Bramsegel, Tafel XXXIV, D, Fig. 25 und 27, haben eine ähnliche Gestalt und Zutaakelung wie die Marssegel. Das Unterleik ist größer als das Oberleik, damit es bis zu den Bramschootenblöcken g, Fig. 25, reicht, die auf der darunter befindlichen Raa festgestroppt sind; oder bis zu den Scheibengatten, die in den untern Raanocken dazu statt der Schootenblöcke gemacht sind. Das Unterleik der Bramsegel, wie das der Marssegel, ist auf den Kriegsschiffen geradlinig, auf Kauffahrteischiffen gewöhnlich mit einer Aufbugt ausgegillt, um das Reiben an den Marsen und Bramsahlingen leichter zu verhindern.

Zuweilen wird das Segel schon unten auf Deck an die Raa geschlagen, ehe dieselbe aufgebracht wird; wenn das nicht der Fall ist, so wird es zusammen gebunden, wie in Fig. 26, mit den Geitauen h h bis auf die Bramsahling geheißt, und dort zum Anschlagen ausgebreitet.

Das Bramsegel hat gewöhnlich, wie Fig. 25, an jedem stehenden Leik zwei Bulienlägels, von denen der obere in der Mitte des Leiks sitzt; an diese werden die Bulienspriete a a gestochen, und die Bulien b b selbst mit einem Knebel daran befestigt.

Die Bauchgording c ist durch einen Block d geschooren, der am Bramstengentop festsitzt, und dann durch eine Kausche, die am Stropp für das Bramfall-Drehreep festgesorrt ist. Ein andrer eingesplißter Schenkel bildet das Gordingsspriet e, das in die Gordingslägel f f am Fuße eingestochen ist.

Die Bramschooten sind mit einem deutschen Wantknopf an dem Schoothorn a, in Fig. 27, festgemacht, welcher sie von dem Zurückgehen abhält; statt dessen ist auch oft nur ein Schootenstich, der am stehenden Part festgesorrt ist.

Die Geitaue gehen entweder doppelt, wie Fig. 27, b, durch den Geitaublock b am Schoothorn, durch den Geitaublock c an der Raa, und dann

Digitized by Google

herab; der ſtehende Part iſt bei o um die Bramraa feſtgeſtochen. Ein einfaches Geitau wird, wie in derſelben Fig. 27, durch den Mars heraufgenommen, durch den Block d an der Raa geſchooren, und dann an das Schoothorn feſtgeſtochen. Von den Beſchlagſeiſings kommen zwei Rockſeiſings an die Rocken, und eine Bauchſeiſing in die Mitte (vergl. S. 2567).

Die Oberbram-Raaen haben entweder ganz ähnliche Einrichtung wie 63
die Bramraaen, oder ſie ſind fliegende Raaen. Das erſte iſt der Fall, wenn die Oberbramſtenge von der Bramſtenge abgeſondert iſt, mit einem eigenen Schloßholz auf der Oberbramſahling ruht und durch das Bram-Eſelshoofd hinaufgeht. Zuweilen ſtehen ſolche abgeſonderte Oberbramſtengen auch hinter der eigentlichen Bramſtenge, mit dem Fuß auf dem Stengeneſelshoofd, und überragen die Bramſtenge um ihre Hälfte. Am Top der Bramſtenge ſind ſie dann mit derſelben nicht durch ein Eſelshoofd, ſondern durch ein eiſernes Band verbunden. In ſolchem Falle bringt man aber auch eine Oberbramſahling an, und giebt der Oberbramraa die nämliche Zutaakelung wie der Bramraa.

Iſt aber die Oberbramſtenge, wie gewöhnlich bei den Linienſchiffen, nur eine Verlängerung der Bramſtenge, oder ein ſogenannter Pahl (Pfahl) oder Pol, ſo hat ſie gewöhnlich noch zwei Abtheilungen; die untere heißt dann der Oberbrampol oder Royalpol, und dient zum Aufheißen des Oberbram- oder Royalſegels; die obere Abtheilung heißt dann der Flaggenpol, weil er zum Aufheißen der Admiralsflaggen, der Kommodoreſtander und der gewöhnlichen Wimpel dient; oder man nennt ihn auch den Skeiſegelpol, weil manchmal, doch ſelten, noch ein Ober-Oberbramſegel oder Skeiſegel (sky-sail) daran aufgeheißt wird.

Wenn nun die Oberbramſtenge nur ein Pol, oder eine bloße Verlängerung der Bramſtenge iſt, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 23 und 24, und Tafel XXXIV, D, Fig. 31, ſo wird die Oberbramraa, wie in der letztgenannten Figur, nur fliegend angebracht, d. h. ohne Toppenanten und Braſſen; zuweilen giebt man ihr die letzteren, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1, d und l.

Das Segel ſelbſt wird, Tafel XXXIV, D, Fig. 31, mit Platting an die Raa geſchlagen. Das Oberbramfall wird durch das Scheibengatt im Top des Royalpols auf Deck hinabgelaſſen, und dort wird die Oberbramraa mit dem angeſchlagenen Segel wie die Bramraa, hinaufgeheißt. Die Schoothörner werden an die Rocken der Bramraa geſorrt. Soll das Oberbramſegel nicht gleich beigeſetzt werden, ſo macht man das Oberbramfall los, und ſticht es vorläufig an das Bramſtengeſtag, damit es die Bramraa, wenn ſie etwa herabgelaſſen werden ſoll, nicht aufhält. Das feſtgemachte Oberbramſegel ruht dann mit ſeiner Raa ſo lange auf der Bramraa, an der es mit Knebeln befeſtigt iſt.

Die Bramſtengeſtage haben eine zweifach verſchiedene Einrichtung: entweder ſind ſie feſt, wie die übrigen Stage; alsdann muß die Oberbramraa und natürlich auch eine Schoote über daſſelbe hinüber genommen werden, damit das Oberbramſegel geheißt werden kann; oder das Bramſtengeſtag iſt an einen Wanderring, wie in der letzgenannten Figur das Stag b an den Ring

c gesplißt; alsdann kann es bald festgesetzt, bald losgemacht werden. Soll nun das Oberbramsegel beigesetzt werden, so kann man bei dieser letztern Einrichtung das ganze Segel unterhalb des Stags lassen, wie in der Figur; man sticht das Oberbramfall durch den Ring an die Raa, macht das Stag los, und heißt die Oberbramraa; das Stag b geht dann mit dem Ringe c in die Höhe. Ist das Oberbramsegel völlig geheißt, so setzt man unten das Bramstengestag wieder fest.

64 Nachdem nun die Raasegel und die Besahn mit ihren Raaen, Gaffeln, Bäumen und ihrem laufenden Tauwerk erklärt worden, müssen die Stagsegel genauer betrachtet werden (vergl. S. 2558).

Dasjenige Leik eines dreieckigen Stagsegels, welches mit Säugern oder Lägeln am Stag auf und nieder geht, heißt das Vorleik; das perpendikulär herunterhängende das Achterleik, und das untere das Unterleik. Hat aber ein Stagsegel eine trapezoidische Gestalt, so heißt z. B. Tafel XXXIV, E, Fig. 48, das obere Leik kf, das Stagleik, oder Oberleik; das hintere km, das Achterleik; das untere ml das Unterleik; und das vordere fl, welches gewöhnlich kürzer als das Achterleik ist, der Sprung. Die vier Ecken haben ebenfalls eigene Namen. Die oberste Spitze k heißt die Rock, oder das Rockohr; die obere vordere Spitze f heißt der Oberhals, die untere vordere l der Unterhals, und die untere hintere m die Schoote. Bei einem dreieckigen Stagsegel fällt natürlich der Oberhals fort; die drei andern Spitzen behalten aber dieselben Namen, die Rock, der Hals und die Schoote.

65 Die Taakelasche der Stagsegel ist viel einfacher als diejenige der Raasegel; sie besteht zuerst aus einem Fall, um das Segel an dem Stag oder dem Leiter hinauf zu ziehen; zweitens einem Niederholer, welcher dem Fall entgegenwirkt und dazu dient, das Segel nieder zu holen; drittens die Schooten, welche die unteren Achterecke in die jedesmalige angemessene Stellung bringen. Nur der Klüver hat noch einen eigenen Aus- und einen eigenen Einholer.

66 Das Fockstagsegel, Tafel XXXIV, D, Fig. 36, ist dreieckig, und hat eine gehörige Anzahl von Gatten in der Doppelung des Vor- oder Stagleiks, und ist mit Säugern an dem losen Fockstag (vergl. S. 2547, Nr. 21) zum Auf- und Niedergehen eingerichtet. Die Säuger sind entweder von Eisen oder von Eschenholz, seltener von Tauwerk, oder bloße Lägel. Am Stagleik ist das Segel regelmäßig gegillt; das Achter- und das Unterleik haben keine Gillung, d. h. sie sind geradlinig. An das Rockohr ist ein Block b für das Fall gesorrt. An das Halsohr ist ein Taljereepbendsel gesplißt, welches abwechselnd durch das Doodshoofd c des losen Fockstagkragens und durch das Halsohr geschooren und dann festgemacht wird. Am Hals c, an der Schoote d und an der Rock b ist ein Bolzen von Segeltuch aufgesetzt.

Der Niederholer f f ist durch einen am Halsohr festgesorrten Block e geschooren, dann durch einige wenige Säuger in der Nähe des Halses, und

Digitized by Google

durch eben ſo viele in der Nähe der Nock, und zuletzt an dieſer letzteren feſtgeſtochen.

Das Fall g fährt durch den Block h, der am Top des Fockmaſts über dem andern Tauwerk, oder unter dem Auge des Stags feſtgeſtroppt iſt, dann durch den Block b an der Nock, und das ſtehende Ende iſt um den Top des Fockmaſts feſtgeſtochen. Ein einſcheibiger Block i iſt in das andre Ende eingeſtroppt; durch dieſen fährt ein Läufer k, mit dem ſtehenden Part an einen Augbolzen in der Seite feſtgeſtochen, und mit dem laufenden durch einen Fuß- oder Leitblock l. Unter Fuß- oder Leitblock verſteht man im Allgemeinen einen einſcheibigen Block, der irgendwo feſtgemacht iſt, und nur dazu dient, dem laufenden Part einer Talje oder Gien u. dergl. eine andere Richtung zu geben, um ihn beſſer anholen zu können. Das Fockſtagſegel wird gemeinhin nur auf Kriegs- und großen Kauffahrteiſchiffen gebraucht.

Die Schooten werden mit einem Schenkel gebildet, deſſen Mittelbucht durch das Schoothorn geht, und deſſen Enden durch die Bucht gezogen ſind, ſo daß die Befeſtigung wie ein Reefknoten ausſieht; die Enden werden dann mit einem Hartbindſel zuſammengeſorrt. Zuweilen gebraucht man einen Schootenſtich. Ein einſcheibiger Block m m iſt in jedes Ende des Schenkels eingeſpließt, und durch jeden das eigentliche Schootentau geſchooren; das eine Ende iſt an einen Augbolzen in der Seite feſtgeſtochen, das andre fährt durch einen Fußblock, bis es auf einer Klampe an der Seite belegt wird.

Das Vorſtengeſtagſegel, Fig. 37, geht mit Säugern an dem loſen 67
Vorſtengeſtag (vergl. S. 2547, Nr. 22) auf und nieder.

Das Fall q wird auf großen Schiffen durch einen Schildpattblock geſchooren, der an Backbordſeite am Top der Vorſtenge feſtgeſpickert iſt. Ein Schildpattblock iſt nämlich ein halber Block mit einer oder auch mit zwei Scheiben unter einander, ſo daß die Scheiben nur von einer Seite durch das halbe Gehäuſe bedeckt werden; mit der offenen Seite wird er dann an einen Maſt, oder ſonſt wohin gebracht und feſtgeſpickert; das andre Ende des Falls iſt entweder an die Nock des Segels geſtochen, oder fährt erſt durch einen dort angeſtroppten Block n, und iſt dann um den Top der Vorſtenge feſtgeſtochen. In das andre durch den Schildpattblock fahrende Ende wird ein einſcheibiger Block geſpließt, deſſen Läufer im Uebrigen demjenigen des Fockſtagſegelfalls gleich iſt.

Auf Kauffahrteiſchiffen hat man gewöhnlich keine Schildpattblöcke an den Stengen; alsdann wird das Fall durch ein Scheibengatt eines zweiſcheibigen Blocks geſchooren, der an jeder Seite des Stengentopps unter dem übrigen Tauwerk hängt, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 44, b, zu ſehen iſt, oder auch durch Blöcke, die ausſchließlich zu dieſem Zwecke unter dem Vorderrande der Vorbramſahling feſtgeſorrt ſind. Das Fall geht einfach, und fährt durch einen Fußblock in der Seite, wie vorher.

Die Schooten ſind mit Schenkeln, wie die Fockſtagſegelsſchooten gebildet, und gehen klar oder ohne alle Blöcke über das Fockſtag; nur auf kleinern Schiffen ſind ſie einfach und fahren durch einen Block auf der Back.

Digitized by Google

Der Niederholer fährt durch einen Block p, Taf. XXXIV, D, Fig. 37, der am Halsohr festgestroppt ist, und dann entweder durch einige Säuger, wie beim Fockstagsegel, oder durch eine Kausche o, welche an das Stagleik gestroppt ist.

68 Der Klüver, Tafel XXXIV, D, Fig. 38 bis 42, hat (vergl. S. 2551, Nr. 32) einen eigenen Leiter, das Klüverstag oder den Klüverleiter, dessen Beschaffenheit sich nach dem Wanderbügel oder Klüverbügel richtet.

Zuweilen ist dieser Wanderbügel oder Wanderring wie Fig. 38 gebildet, d. h. er hat einen Bujenbügel p, worin sich am obern Ende eine Rolle befindet; bei solchem Ringe wird das Klüverstag um den Top der Vorstenge gestochen, oder mit einem Auge über denselben gelegt; das andre Ende wird, wie in Fig. 39, durch den Bujenbügel auf dem Ringe, und zwar so geschooren, daß es an der untern Seite der Rolle fährt; darauf geht es durch das Scheibengatt o am Vorderende des Klüverbaums.

Ein zweischeibiger oder ein Violinblock q wird an das Ende des Klüverstags eingestroppt, und steht vermittelst eines Läufers r mit dem einscheibigen Blocke n in Verbindung, der in einem Augbolzen an der Vorderseite des Bugspriet-Eselshoofds eingehaakt ist; oder in einem am Bug sitzenden Augbolzen. Der Läufer geht auf die Back, wo er eingeholt werden kann. Bei dieser eben angegebenen Einrichtung ist also Klüverstag und Ausholer ein und dasselbe Tau.

Ist aber der Klüverbügel oder der Wanderring so gemacht, wie Fig. 40, so wird noch ein eigener Ausholer nöthig. An dem Ringe befindet sich zuerst ein Bujenbügel s ohne Rolle, welcher sich aber um den Ring herumdrehen kann; ferner innerhalb des Bujenbügels ein ebenfalls beweglicher Haaken t, und zwischen diesem und dem Bujenbügel eine Kausche u.

Das Klüverstag wird alsdann durch den oberen Schildpattblock geschooren, der an der Steuerbordsseite des Vorstengetopps sitzt; oder auf Kauffahrteischiffen durch den vorher erwähnten zweischeibigen Block, der an der Seite des Stengentopps unter dem übrigen Tauwerk hängt, oder an die Bramsahling gesorrt ist. Das untere Ende des Stags wird, wie in Fig. 41, an die Kausche u am Wanderringe gesorrt. In das andere, durch den Block am Vorstengentop geschoorene, Ende des Klüverstags wird ein ein- oder zweischeibiger Block gestroppt, der durch einen Läufer mit einem einscheibigen in Verbindung steht, der an die Vormarssahling festgestroppt ist; der Läufer geht durch den Mars auf Deck. Bei kleinen Schiffen ist nur ein einscheibiger Block in das Ende des Klüverstags eingestroppt; das eine Ende des Läufers sitzt an der Vormarssahling fest; das andre Ende geht durch den einscheibigen Block auf Deck.

Der eigentliche, vom Klüverstag verschiedene, Ausholer, Taf. XXXIV, D, Fig. 41, v, wird durch das Scheibengatt am Vorderrande des Klüverbaums geschooren, an den Bujenbügel s am Ringe, Fig. 40, gestochen, und am an-

Digitized by Google

dern Ende unterhalb des Klüverbaums mit einem Taakel festgesetzt, dessen Haakenblock am Eselshoofd des Bugspriets festgehaakt ist.

Der Klüver, oder das Klüversegel ist dreieckig und geht mit Säugern an dem Klüverstag auf und nieder. Auf Kriegsschiffen hat er nur eine Gilling am Stagleik, vom Hals bis zur Nock; auf Kauffahrteischiffen hat er gewöhnlich auch eine Niederbucht am Unterleik, die Fußgillung, wie Tafel XXXIV, D, Fig. 42, a. Wenn sich ein Haaken am Wanderbügel befindet, so ist eine Kausche an das Halshorn festgesorrt, um in denselben eingehaakt zu werden.

Der Niederholer wird durch einen kleinen, an den Wanderring gesorrten Block b geschooren, und entweder oben und unten durch einige Säuger genommen, oder, wie in der Fig. 42, durch einige am Stagleik befestigte Kauschen w w gezogen, und an der Nock festgestochen; das andre Ende fährt auf die Back.

Der Einholer c wird durch einen zweiten am Wanderringe festgesorrten Block d geschooren; das eine Ende wird an einen Augbolzen im Bugspriet-Eselshoofd festgestochen, und das andre fährt auf die Back. Kleine Schiffe haben keinen Einholer, indem der Niederholer zugleich dazu gebraucht wird.

Die Schooten haben einen Schenkel, wie das Fockstagsegel, einscheibige Blöcke, f f, sind in die Enden eingespließt, durch welche die Schootentaue g geschooren werden; das eine Ende ist an einen Augbolzen im Bug gestochen, das andre fährt durch einen Fußblock oder durch ein Scheibengatt in einem Pöller nach der Back. Die Schooten gehen klar über das Vorstengestag h.

Das Fall wird durch den untern Schildpattblock geschooren, der an der Steuerbordsseite des Vorstengetops festgespickert ist; oder auf Kauffahrteischiffen durch einen Block, der unter dem übrigen Tauwerk um den Vorstengetop gestroppt, oder an die Vorbramsahling gesorrt ist; ferner auf großen Schiffen durch einen Block i, der an das Nockhorn gestroppt ist; das eine Ende ist um den Vorstengetop gestochen, und das andre geht hinter dem Top hinab, und fährt durch einen Block, der an einen in der Seite sitzenden Augbolzen gestroppt ist.

Obgleich der Klüverbaum durch die Klüverbackstage (vgl. S. 2548), Tafel XXXIII, B, Fig. 69, c c, gesichert ist, welche durch die Kauschen auf der blinden Raa fahren, so werden doch noch zur größern Festigkeit die Stampfstage, Tafel XXXIV, D, Fig. 42, l und n angebracht (vergleiche S. 2549), namentlich wenn keine Blinderaa da ist. Einige Schiffe haben alsdann sogar einen doppelten Stampfstock, welcher folgendermaaßen angebracht wird (Tafel XXXV, D, Fig. 336). An dem Bugsprieteselshoofd, dicht unter dem Gatt für den Klüverbaum, wird eine Hänge oder Häspe o befestigt, und mit einem eisernen Bande oder Stropp p am untern Theile des Eselshoofds umgeben. Die Hänge läßt sich mit einer Pinne schließen und wieder öffnen, wenn z. B. der Stampfstock beim Liegen in der Dock oder in einem Haafen aufgeholt oder ganz ausgenommen werden soll.

Zwischen den beiden nach unten zu weiter auseinander gehenden, also

Digitized by Google

auch an den Seiten hervorragenden, Schenkeln des Stampfſtocks befindet ſich eine eiſerne Stange mit einer Rolle q und zwei eiſernen Streben oder Stützſtäben r. In jedem Schenkel ſind drei Scheibengatten 1, 2, 3, und unter ihnen ein kleines rundes Gatt s angebracht.

Das Stampfſtag t fährt von unterhalb durch die Rolle q, und durch eine Kauſche u, die an einem um das Bugſpriet liegenden Stropp feſtſitzt. Das andere Ende iſt an einen Pöller oder an einen Augbolzen im Bug feſtgeſtochen.

Hat das Schiff einen eignen Außenklüverbaum, wie owy, ſo ruht dieſer mit ſeinem Fuße gegen das Bugſprieteſelshoofd, und iſt in dieſer Gegend, ſo wie am Top des Klüverbaums durch eiſerne Banden oder Bügel an den eigentlichen Klüverbaum befeſtigt. Das Backſtag dieſes Außenklüverbaums oder das Butenklüverbackſtag hat an ſeinem ſtehenden Ende einen Deutſchen Wantknopf, der hinter dem runden Gatt s liegt; von da fährt es durch den am Top des Außenklüverbaums ſitzenden Block y, durch das Scheibengatt 3, durch die zweite Kauſche am Stropp u, und dann nach der Back. Ein gleiches Butenſtampfſtag fährt durch das runde und durch das unterſte Scheibengatt des andern Schenkels. Das Hervorragen der beiden Schenkel nach den Seiten hin erſetzt gleichſam die Seitenhaltung, welche eine Blinde-Raa geben kann.

Das Klüverbackſtag v kommt von einem Pöller oder einem Augbolzen im Bug, an dem es feſtgeſtochen iſt, durch eine Kauſche am Stropp u nach dem Scheibengatt 2, durch den Block w am Klüvertop, durch das Scheibengatt 1, durch eine über der vorigen liegenden Kauſche am Stropp u, und endlich nach der Back.

Das Achterbackſtag x geht mit einem laufenden Auge um das Ende z des Stampfſtocks, und durch eine Kauſche an einem weiter nach hinten um das Bugſpriet liegenden Stropp mit einer Talje nach der Back.

Man kann auch noch ein Butenſtampfſtag anbringen, indem man an die beiden unteren Enden des Stampfſtags einen Brohk legt, und einen Block a an deſſen Mitte ſtroppt; darauf leitet man das Butenſtampfſtag vom Ende y des Butenklüverbaums durch den Block a nach einem Block am Bugſpriet.

Manche Schiffe führen am Klüverbaum nur ein Stampfſtag, nämlich nur das äußere n, Tafel XXXIV, D, Fig. 42; aber das innere oder Binnenſtampfſtag l, welches am Wanderringe oder Wanderbügel feſt iſt, leiſtet weſentliche Dienſte zur Haltung, wenn der Klüver um ein Drittel oder um die Hälfte eingeholt worden, indem es alsdann unmittelbar unter dem Stage wirkt.

69 Das große Stagſegel, Tafel XXXIV, E, Fig. 43, fährt mit Säugern am loſen großen Stag (S. 2544), und iſt regelmäßig dreieckig. Es wird ſelten, gewöhnlich nur dann gebraucht, wenn man beiliegt, d. h. bei einem Sturme mit möglichſt wenigen Segeln nahe beim Winde ſegelt. Man giebt ihm auch zuweilen den Namen Deckſchwabber. Der Hals iſt am Stagkragen befeſtigt. Das Fall iſt doppelt und wird durch einen Block b geſchooren, der

um den Top des großen Masts gestroppt ist, oder am Vordertheile der Langsahling des großen Marses herabhängt; dann durch einen Block, oder eine Kausche c am Stage, durch den Block d am Rockohr; das Ende ist um den Top des Masts über dem Tauwerk gestochen. Die Schooten haben Schenkel e, welche auf dieselbe Weise wie bei den vorhergehenden Segeln an das Schoothorn gebunden werden; das eine Ende der Schooten f wird an einen Augbolzen oder einen Pöller in der Nähe der Fallreepstreppe festgestochen; das andere Ende fährt durch einen andern Block, der an das Ende des Schenkels e gestroppt ist, und durch einen zweiten, der ebenfalls in der Nähe der Fallreepstreppe angehaakt ist. Der Niederholer g wird durch einen Block geschooren, der am Stagkragen festgesorrt ist, und dann entweder durch einige Säuger oben und unten, oder durch einige Kauschen am Stagleik. Wenn ein Schiff, wie in der neuern Zeit häufig, ein Vorschunersegel als Gaffel- oder Giekſegel führt, so fällt das große Stagsegel entweder ganz fort, oder es wird viel kleiner gemacht, und sein Leiter fährt niedriger nach dem Fockmast herab.

Das große Stengestagsegel, Tafel XXXIV, E, Fig. 41, hat eine 70
trapezoidiſche Gestalt, also auch ein kürzeres Vorderleik, oder einen sogenannten Sprung, welcher mit einem ganzen Kleide verdoppelt ist. Auf Kauffahrteischiffen wird keine Doppelung, sondern statt derselben das vorderste Kleid von stärkerem Segeltuch genommen. Das Segel fährt am losen großen Stengestag h (S. 2545) mit Säugern auf und nieder. Das Fall wird auf Kriegsschiffen durch den Schildpattblock geschooren, der an der Steuerbordsseite des großen Stengentops sitzt; auf Kauffahrteischiffen durch einen Block, der mit einem Brohk um denselben Top früher als das andere Tauwerk umgelegt wird, dann durch den Block i, der an die Nock gesorrt ist; das Ende ist um den großen Stengetop gestochen. Der Läufer wird durch einen Fußblock geschooren, der an einen Augbolzen in der Seite gestroppt ist.

Das Segel hat auch ein eigenes Geitau m, das wie die Rockdempgording der Besahn (S. 2585) angebracht ist; es geht durch den zweischeibigen Block n, der an den Stagkragen des großen Stengestags, am Fockmast, festgestroppt ist; an beiden Seiten des Segels geht die Gording nach dem Gordingslägel o.

Der Niederholer geht vom Deck aufwärts durch einen Block p, der an den obern Hals des Segels gesorrt ist, dann durch einige Säuger oben und unten, oder durch eine Kausche am Oberleik; durch einen kleinen Block s am Rockohr, und durch eine Kausche t in der Mitte des Achterleiks; das Ende ist an das Schoothorn u festgestochen. Diese Einrichtung des Niederholers ist sehr zweckmäßig. Weil nämlich dieses Segel gegenwärtig so tief herabgehend gemacht wird, daß es schwer ist, die Schooten qq über das große Stag r hin und her zu bringen: so werden sie vermittelst des Niederholers so weit zusammt dem Schoothorn in die Höhe gehoben, daß sie dann leicht über das Stag von einer Seite zur andern gebracht werden können. Hiemit und vermittelst der vorher angegebenen Gording m wird das Segel, wenn es eingezogen werden

ſoll, ſo gut zuſammengefaltet, daß die Leute, die in den Schwigtings der Fockwant ſtehen (S. 2543 Nr. 16), es leicht feſtmachen oder wegſtauen können. Der obere Hals iſt an eine Kauſche befeſtigt, die in dem Stropp am Fockmaſt feſtſitzt. Das untere Halstau wird mit der Mittelbucht durch das Halsohr genommen; und an jeder Seite durch einen Block oder eine Kauſche v an der Fockwant geſchooren.

Die Schooten w haben Schenkel q; das eine Ende der Schoote wird an einen Pöller hinter der Fallreepstreppe feſtgeſtochen; das andere Ende geht durch einen Fußblock an der Fallreepstreppe, und durch den Block am Schenkel q; die Schooten ſelbſt gehen klar über das große Stag r.

71 Der große Marsflieger, Tafel XXXIV, E, Fig. 45, hat einen eigenen Leiter; dieſer fährt durch die obere Scheibe des Schildpattblocks an der Backbordsſeite des großen Stengentops; um die Vorſtenge iſt ein Kranz oder Taukragen s mit einem Auge und einer Kauſche gelegt; an dieſe letztere wird der Leiter, nachdem er durch die Säuger geſchooren, feſtgeſtochen. Ein Block t iſt an die Vorbramſahling geſorrt; durch dieſen wird ein Tau u geſchooren, welches der Aufholer heißt, und an den Kragen geſtochen wird.

Statt dieſes Aufholers wird auch der Leiter häufig mit einem Auge über den großen Stengetop gelegt, durch die Kauſche am Kranz s, und durch den Block t an der Bramſahling geſchooren, und fährt durchs Soldatengatt herab, ſo daß er ſich ſelbſt aufholt. Der Kranz an der Vorſtenge wird jetzt ſelten gebraucht; ſtatt deſſen wird ein Schnauſtag (Jack-stay), wie Tafel XXXIV, E, Fig. H, in folgender Weiſe angebracht: es hat eine Kauſche b an ſeinem untern Ende eingeſpließt, und iſt durch eine andere Kauſche geſchooren, die an einen Augbolzen am Achtertheile des Fockeſelshoofds feſtſitzt; dann durch die darüber befindliche Kauſche d, und iſt oben entweder um den Stengetop oder an die Vorbramſahling geſtochen. Die Kauſche b am untern Ende ſteht durch ein Talſereep mit einer Kauſche an der Marsſahling in Verbindung.

Der Leiter wird an ſeinem obern Ende wie vorher geſchooren, und dann an ſeinem untern Ende um die Kauſche d geſpließt; ein Block g iſt an der Vorbramſahling feſtgeſorrt, und ein Aufholer durch denſelben geſchooren deſſen eines Ende am Leiter, dicht über der Kauſche feſtgeſtochen iſt; mit dieſem Aufholer wird der Leiter zur angemeſſenen Höhe aufgeheißt.

Der Niederholer wird wie vorher durch eine Kauſche am Oberleik und durch einen Block am Oberhals geſchooren; das obere Ende an der Nock befeſtigt. Der Oberhals v, in Fig. 45, iſt an dem Taukranz, oder an dem Schnauſtag befeſtigt.

Der Unterhals iſt mit der Mittelbucht am Halsohr befeſtigt, und das eine Ende fährt durch eine Kauſche an dem Vorſtengewant auf der einen Seite, das andere Ende ebenſo auf der andern Seite. Die Schooten w gehen klar über dem großen Stengeſtag z, und fahren auf jeder Seite durch einen dazu in der Nähe der Fallreepstreppe feſtgeſtroppten Block. Das Segel iſt an dem Sprunge verdoppelt, oder hat ſtatt der Doppelung ein Kleid von ſtärkerem Segeltuch.

Digitized by Google

Zuweilen ist kein eigener Aufholer am Leiter, sondern ein Block oder eine Kausche h, Tafel XXXIV, E, Fig. K, ist an eine Kausche am Schnaustage gestroppt; der Leiter i wird dadurch geschooren, und rund um den Vorstengetop oder um die Vorbramsahling k gestochen. Der Unterhals m wird an die Vorstengewant auf der Luvseite genommen; man holt alsdann am Leiter selbst, der sich dann selbst so weit in die Höhe bringt, bis der Hals ihn aufhält.

Das große Bramstenge-Stagsegel, Tafel XXXIV, E, Fig. 46, 72
fährt gewöhnlich an einem Leiter, der in das große Bramstengestag ein wenig unterhalb des Auges eingesplißt ist; zuweilen liegt der Leiter mit einem eigenen Auge über dem Top der großen Bramstenge. Er fährt durch die Säuger, und durch einen Block oder eine Kausche a an der Vorbramsahling, und dann auf Deck, lang genug um im Top verfahren werden zu können.

Das Fall b fährt durch das Scheibengatt im Pol der großen Bramstenge, oberhalb der Flechting oder dem übrigen Tauwerk, und ist mit einem Schootenstich an das Nockohr b gestochen. (Ein Schootenstich ist Tafel XXXII, A, Fig. 62 im Großen zu sehen.)

Der untere Hals c, Tafel XXXIV, E, Fig. 46, wird mit der Mittelbucht an das Halsohr befestigt, dann mit einem Hartbindsel zusammengebunden, und an jeder Seite ein Ende an ein Vorstengewant befestigt. Der obere Hals wird an den Block a gestroppt, durch den der Leiter fährt, aber nur, wenn das Segel geheißt wird. Der Niederholer g wird durch eine Kausche oder kleinen Block am obern Hals, durch einige Säuger oben und unten, oder durch eine Kausche am Stagleik geschooren, und dann an das Nockohr b gestochen.

Die Schooten d werden mit der Mittelbucht an das Schootohr befestigt, fahren klar über den Leiter des großen Marsfliegers k, und werden an einem Karveelnagel der Schanzreiling belegt.

Wenn dieses Segel niedergeholt werden soll, wie Fig. 47, so läßt man zuerst das Fall gehn, fiert die Schooten, und holt am Niederholer, bis die Nock an den Block c kommt, durch welchen der Leiter geschooren ist. Alsdann macht man das Bindsel des obern Halses los, und fiert den Leiter f. Zuletzt holt man nochmals am Niederholer, und bringt das Segel und die Bucht des Leiters f in den Fockmars, wo es festgemacht oder aufgestaut wird.

Manche Schiffe führen keinen großen Marsflieger, haben aber dann das große Bramstengestagsegel desto größer, so daß es bis zur Flechting oder dem umgelegten Tauwerk des Fockmasts reicht; die große Bramstenge ist bei solcher Einrichtung stärker als gewöhnlich.

Das Besahnstagsegel, auch häufig der Aap (Affe) genannt, Tafel 73
XXXIV, E, Fig. 48, hat zuweilen einen eigenen Leiter, fährt aber auch oft mit Säugern am Besahnstag (S. 2545 Nr. 19). Am Sprunge oder Vorderleik hat es entweder ein stärkeres oder ein doppeltes Kleid. Zuweilen ist in der Mitte ein Bolzen b aufgesetzt, mit einem Gatt darin, durch welches ein kurzer Schenkelbruhk gezogen ist, von welchem an jeder Seite des Segels ein

Schenkel mit einer eingeſplißten Kauſche herabhängt; dieſe Einrichtung iſt aber jetzt ſeltener. Am Achterleik iſt ein Lägel i angebracht.

Das Fall wird durch einen am Beſahntop oder der Beſahnmarsſahling befindlichen Block geſchooren, dann durch den Block k am Nockohr, und das Ende iſt um den Top des Beſahnmaſts geſtochen, und zwar mit einem Stich, wie Tafel XXXIV, D, Fig. N.

Der obere Hals iſt an dem Kragen des Stags befeſtigt, der um den großen Maſt liegt, Tafel XXXIV, E, Fig. 48; der untere Hals iſt an den Augbolzen im Deck l hinter dem großen Maſt geſorrt.

Der Niederholer fährt durch den Block f, der am Stagkragen feſtgeſorrt iſt; zuweilen durch ein Scheibengatt im Doodshoofd (vergl. S. 2545 Nr. 19 und Tafel XXXIII, B, Fig. 66); dann durch einige Säuger oben und unten, oder durch eine Kauſche am Oberleik, und iſt zuletzt am Nockohr, Tafel XXXIV, E, Fig. 48, k, feſtgeſtochen.

Die Gording oder das Geitau n wird über die eine Scheibe eines zweiſcheibigen Blocks am Stagkragen am großen Maſt geſchooren; oder einfach an jeder Seite durch das Gatt des Bolzens h in der Mitte des Segels; mit dem Ende iſt ſie an den Gordingslägel i befeſtigt.

Die Schooten gehen mit einem kurzen und einem langen Schenkel, welche an das Schoothorn geſtochen ſind; der kurze Schenkel m hat an ſeinem Ende einen Block oder eine Kauſche eingeſplißt; das lange Ende iſt durch einen Block p geſchooren, der an einen Augbolzen an der Seite geſtroppt iſt; dann durch den Block m, und wird zuletzt auf einer an der Seite angebolzten Klampe belegt.

Wenn das Schiff ein großes Schunerſegel führt, ſo wird das Beſahnſtag tiefer am großen Maſt herabgeleitet, und das Beſahnſtagſegel erhält eine kleinere Ausdehnung, und eine dreieckige Geſtalt, und heißt dann beſonders der Aap.

74 Das Kreuzſtengeſtagſegel, Tafel XXXIV, E, Fig. 49, fährt mit Säugern am Kreuzſtengeſtag, und hat am Sprung ein ſtärkeres oder ein doppeltes Kleid. Das Fall geht einfach, fährt durch einen Block an der Kreuzbramſahling, und iſt an das Nockohr s geſtochen. Der Niederholer fährt durch eine Kauſche oder einen kleinen Block t am obern Hals, und iſt am Nockohr befeſtigt. Der obere Hals iſt an den Stagkragen q geſorrt, der um den großen Maſt liegt; der untere Hals u fährt durch eine Kauſche am großen Want herab. Die Schooten v werden mit der Mittelbucht an das Schoothorn geſtochen, und fahren klar über das Beſahnſtag an jeder Seite durch eine Kauſche oder einen Block an der vorderſten Beſahnwant.

75 Das Kreuzbramſtengeſtagſegel, Tafel XXXIV, E, Fig. 50, fährt mit Säugern am Kreuzbramſtengeſtag. Dieſes letztere fährt durch einen Block oder Kauſche am Top der großen Stenge, und wird in den großen Mars auf ähnliche Art niedergeholt, wie das große Bramſtengeſtagſegel in den Fockmars (vergl. Nr. 72). Zuweilen wird es an einem Schnauſtage, wie der große

Digitized by Google

Marsflieger, aufgeheißt. Die ganze Gestalt des Segels hängt von dieser verschiedenartigen Einrichtung ab.

Das Fall w wird durch das Scheibengatt im Pol der Kreuzbramstenge geschooren, unmittelbar über der Flechtung, d. h. allen den Schlägen der Bramwanten, Pardunen u. s. w.; oder durch einen dort angestroppten Block, und dann mit einem Schootenstich an das Rockohr gestochen. Der Niederholer fährt wie bei den vorigen Segeln; die Schooten, ähnlich angebracht wie vorher, fahren klar über das Kreuzstengestag, und werden an der vordersten Befahnwant, oder an der Schanzreiling, auf jeder Seite eine, belegt.

Man näht sehr häufig, namentlich bei den Kauffahrteischiffen, alle Stagsegel mit einer Zickzacknath, die auch wohl Papennath heißt, weil der Zug der Schooten größtentheils in einer Diagonalrichtung geht.

Das große und das Vor-Schunersegel sind, wie schon öfter be- 76
merkt, Gaffelsegel, welche an der Achterseite des Fockmasts angebracht sind. Die Einrichtung der Gaffel, und die ganze Zurichtung der Segel ist ganz ähnlich der Befahn (vergl. S. 2584). Eine Eigenthümlichkeit besteht darin, daß sie an eigenen hinter den eigentlichen Masten aufgestellten, den sogenannten Schnaumasten, fahren. Diese haben gewöhnlich nur ein Drittel vom Durchmesser des Befahnmasts, und sind ihrer ganzen Länge nach rund und von gleicher Dicke. Sie ruhen mit dem Fuße auf den Fischungen der eigentlichen Masten, und sind mit einer Klampe umgeben; zuweilen stehen sie auch in dem Auge eines um den Mast gelegten eisernen Bandes; am Top sind sie entweder mit einer Art von Eselshoofd von Ulmenholz befestigt, das zwischen den Langsahlingen des betreffenden Marses angebracht ist; oder auch durch ein Schlotholz oder einen Bolzen, der durch den Top des Schnaumasts geht, und auf den Langsahlingen ruht. Die Schunersegel haben ihren Namen von den zweimastigen Schunern, Tafel XXVIII, Fig. 12, deren Hauptsegel, solche Giek- und Gaffelsegel sind. Man hat die beiden Schunersegel jetzt bei vielen dreimastigen Schiffen, sowohl Kauffahrern als Kriegsschiffen, bei Korvetten, Fregatten und Linienschiffen, weil sie das Beiliegen so sehr erleichtern, d. h. mit wenigen Segeln beim Sturme so nahe beim Winde zu segeln als möglich, um nicht durch den schweren Wind vom richtigen Wege zu weit verschlagen, oder auf eine nahe Küste getrieben zu werden. Beiliegen heißt im Englischen to try; daher heißt ein Schunersegel try-sail, seine Gaffel try-sail-gaff, und ein Schnaumast try-sail-mast.

Die Gaffel der Schunersegel haben, wie schon bemerkt, dieselbe Einrichtung wie die Befahngaffel (vergl. S. 2582), eine Mick am innern Ende, mit der sie sich an ihren Schnaumast anschließt, und an der Piek einen Augbolzen an einem eisernen Rockbeschlage oder Rockbügel. In der Zutaakelung erhalten die Gaffeln oder Schunersegel auch Geerden oder Geeren (S. 2583); ebenfalls auch Piektaue oder einen Dirk, der aber gewöhnlich einfacher, als derjenige der Befahngaffel ist, und gewöhnlich Hanger genannt wird, d. h. großer Schunerhanger und Vorschunerhanger.

Bei eigentlichen Schunern sind gewöhnlich beide Segel Baum- 77

oder Giekſegel; ſie haben alsdann die Einrichtung wie Tafel XXXIV, E, Fig. 54. Der hintere Maſt, oder der eigentliche Beſahnmaſt, wird ſo hoch wie der große Maſt gemacht, und auch ſo genannt. Dieſer führt dann gemeinhin keine vollſtändige Stenge, ſondern nur einen Flaggenſtock m, um die Flagge zu heißen; der Stock wird oft ſtark genug gemacht, um ein kleines Topſegel anzubringen; mehrentheils hat dieſes eine Raa, welche an ihrem dritten Theile an den Stock gehängt iſt, ſo daß zwei Drittheile nach hinten ragen, wie Tafel XXVIII, Fig. 12 zu ſehen iſt; zuweilen iſt dieſe Raa eine kleine Gaffel; in beiden Fällen wird die Schoote nach der Piek der untern Gaffel herausgeholt. Schuner führen auch daher keine Bagienraa, und kein Kreuzſegel; dafür iſt aber das hintere Giek- oder Baumſegel, oder große Schunerſegel im Verhältniß zu den übrigen Segeln ſehr groß.

Das Stago des hintern Maſts wird nach dem Top des vorderen geleitet, und dort durch einen Block p geſchooren, der an einen Augbolzen unter dem Eſelshoofd feſtgeſtroppt iſt. Das Piektau q des vorderen Giekbaums, oder das vordere Baumreep fährt nicht nach dem vorderen, ſondern nach dem Top des hintern Maſtes. Ein zweiſcheibiger Block r iſt an einen Augbolzen an einem eiſernen Bande um den großen Maſt geſtroppt; der einſcheibige Block s iſt mit einem Haaken und einer Kauſche geſtroppt, und durch das Fall t des Baumreeps mit dem zweiſcheibigen verbunden. Der Hanger oder Schenkel q hat am obern Ende eine Kauſche, in welche der einſcheibige Block s eingehaakt wird. Das untere Ende iſt an eine Kauſche g geſplißt, die am Augbolzen in der Nock des vorderen Giekbaums feſtſitzt. Die Piektaue und das Gaffelfall fahren wie bei der Beſahngaffel, wenn ſie auf- und niedergeht; die Schoote des hintern Giekbaums fährt am Schootenbügel; die Schoote des vorderen Giekbaums iſt an einen Augbolzen in der Mitte des Decks gehaakt.

Der Schenkel f des Bullentaus iſt an einen um die Mitte des Baums liegenden Stropp gehaakt; der zweiſcheibige Block w der Bullentautalje iſt an den Schenkel, der einſcheibige an den Hinterrand der großen Rüſte gehaakt. Auf- und niedergehende Gaffeln haben einen Niederholer an der Mick; der untere Block v iſt an einen um den Maſt liegenden Stropp gehaakt; der obere an einen Augbolzen unter der Mick der Gaffel.

78 Die Leeſegel (vergl. S. 2558 bis 2560) haben, da ſie nur zuweilen, bei günſtigem und mäßigem Winde, beigeſetzt werden, eine viel einfachere Zurüſtung wie die Raaſegel.

Sollen die unteren, das große und das Fockleeſegel beigeſetzt werden, ſo wird zuerſt die Marsleeſegelsſpiere, Tafel XXXIV, B, Fig. 1 und 4, welche im Spierenbügel der untern Raa liegt, herausgeſchoben, und am innern oder Fußende durch eine Sorrung befeſtigt. Am äußern Ende dieſer Spiere befinden ſich zwei Blöcke, der obere iſt für den Hals oder die Außenſchoote des Marsleeſegels angebracht; durch den untern fährt das äußere Fall des untern Leeſegels. Neben dem obern Block iſt ein Schenkel an der Spiere angebracht, welcher einen Block, Fig. 1, an ſeinem untern Ende hat, durch den

Digitized by Google

eine Art Brasse fährt, um die Spiere bei frischem Winde besser zu sichern. Man bringt auch oberhalb einen andern Schenkel an, um eine Art von Toppenant zu bilden; es wird nämlich in das obere Ende des Schenkels eine Kausche eingesplißt, in welche man den untern Block der Stengenseitentalje einhaakt, wie Fig. 5 zu sehen ist, und so die Spiere, wie eine Raa mit der Toppenant, festsetzt. Die erwähnten Taue werden vor dem Ausschieben der Spiere befestigt.

Wenn die Marsleesegelsspiere, wie auf kleinern Schiffen, leicht ist, so wird sie mit der Hand ausgeschoben; auf großen Schiffen hat man dazu eine eigene Vorrichtung, die Spierschoote genannt. Es wird ein Tau an der Fußsorring der Spiere befestigt, fährt dann nach einem Block am Außenende der untern Raa, durch diesen durch einen andern Block, am Viertel derselben, und auf Deck, wo es eingeholt, und damit die Spiere herausgebracht wird.

Die Bramleesegelsspiere ruht, wie Fig. 5, v zu sehen ist, auf der 79
Marsraa, und wird beim Herausschieben mit einer Sorring um dieselbe befestigt. Sie hat keine weitere Zutaakelung wie die Marsleseglsspiere, sondern an ihrem Außenende nur eine Kausche, durch welche der Hals oder die Außenschoote des Bramleesegels fährt.

Die untern Leesegelsspieren werden durch besondere Namen von 80
einander unterschieden; diejenige des großen Leesegels nennt man Schwingbaum; diejenige des Fockleesegels Backspiere, weil sie an der Back ausgesetzt wird; man nennt aber auch wohl beide zusammen Schwingbäume (swinging booms). Sie haben an ihrem stärkeren innern Ende einen Schwanenhalshaaken, wie Fig. 4 u zu sehen, womit man sie in einen Augbolzen an der Seite des Schiffs einhaakt. Wenn sie nicht gebraucht werden, so hängen sie gewöhnlich an der Außenseite des Schiffs, in eiserne Bügel oder Krampen eingeschoben, die unter dem Schandeckel, oder an der Schanzkleidung über den Rüsten angebracht sind, wie Fig. 3 zu sehen. An dem Außenende ist, Fig. 2 g, ein Block angestroppt, durch den der Hals oder die Außenschoote des untern Leesegels fährt; das eine Ende desselben fährt nach der Außenseite des Schiffs; das andere nach dem hinten liegenden Theile des Decks. In der Mitte des Schwingbaums sind zwei Kauschen angestroppt, von denen eine an der obern, die andere an der untern Seite liegt.

Die Toppenant nn wird vor dem Aussetzen des Schwingbaums an die obere Kausche in der Mitte desselben festgehaakt, und durch einen Block geschooren, der an dem untern Ende eines langen Schenkels oder Hangers befestigt ist, welcher letztere um den Top des betreffenden Mastes gestroppt ist. Um den Schwingbaum vom Aufwärtsgehen abzuhalten, wird an seiner untern Seite eine Art von Stampfstag angebracht; es ist an die untere Kausche gestochen, und geht durch den Block s an der Schiffsseite nach dem nächsten Pöller am Bord. Große Schiffe, namentlich Kriegsschiffe, haben statt eines solchen einfachen Schwingbaumstampfstags eine Talje, mit welcher sie den Baum nach unten hin festsetzen. Um ferner denselben von dem Vor- und Rückwärtsgehen abzuhalten, werden die Kehrtaue angebracht; das vordere Kehr-

tau p ist an die obere Rausche in der Mitte des Baums gestochen, fährt durch einen Block o, der für den vorderen Schwingbaum oder die Backspiere an den äußeren Theil der blinden Raa festgestroppt ist, und geht zuletzt auf die Back, wo es eingeholt werden kann. Das Achterkehrtau q ist an der untern Rausche in der Mitte des Baums festgestochen, und fährt durch einen Block, der an einen Pöller in der Nähe der Fallreepstreppe angestroppt ist. Durch diese beiden Kehrtaue, durch das Stampfstag und durch die Toppenant wird also der Schwingebaum nach allen vier Hauptrichtungen hin festgesetzt. Der Hals oder die Außenschoote r wird durch den Block g geschooren.

Wenn die genannten Taue angebracht sind, so bringt man die Backspiere folgendermaaßen aus. Man heißt an der Toppenant n, Fig. 3, und zugleich holt man an dem vorderen Kehrtau p, und fiert dabei natürlich das Achterkehrtau, bis die Backspiere die Lage wie in Fig. 2 hat.

Soll das untere Leesegel beigesetzt werden, Fig. 4, so wird das äußere Fall r mit einem Fischerstich an die Raa gebunden; das innere Fall s an den innern Lägel am Top des Segels, mit einem Schootenstich; der Hals t an das Halshorn, und die Schoote oder Binnenschoote u an das Schoothorn. Hierauf holt man zuerst den Hals t aus; dann heißt man die Raa mit dem äußeren Fall r; wenn beide eben genannten Taue belegt sind, heißt man am innern Fall s, und spannt zuletzt das Segel mit der Schoote u.

Soll das untere Leesegel wieder eingenommen werden, so geschieht es folgendermaaßen; man zieht Tafel XXXVI, B, Fig. 16, zuerst die Schoote g nach hinten, nachdem man das äußere Fall h, und den Hals i gefiert hat; das Segel wird auf das Deck eingeholt, und dann auch das innere Fall gefiert. Der Schwingbaum wird dann nach hinten geschwungen, indem man das vordere Kehrtau fiert, und das Achterkehrtau einholt; der Baum wird dann in den Rüsten mit einer Sorring befestigt, oder in die Bügel eingeschoben, und das Tauwerk aufgeschossen und geborgen. Der Block an der blinden Raa wird ebenfalls abgenommen.

81 Die Marsleesegel werden folgendermaaßen beigesetzt. Das Marsleesegelfall wird durch einen Bruhkblock am Top der Stenge geschooren, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 5 zu sehen; dann durch den Leesegelsfallblock, welcher an der Nock der Marsraa festsitzt; der Hals geht durch den Block am Ende der Marleesegelsspiere.

Das äußere Fall des untern Leesegels wird durch den Block geschooren, der am Außenende der Marsleesegelsspiere festgestroppt ist. Auf ganz großen Schiffen hat man nicht blos die vorher (S. 2603 Nr. 78) erwähnte Spierschoote, um die Marsleesegelsspiere auszubringen, sondern sogar ein vollständiges Taakel.

Eine von den Seitentaljen der Stenge wird, Tafel XXXIV, B, Fig. 5, an einen Wantstropp an der Marsraa gehaakt, welcher nur ein Viertel von der Nocke entfernt umgelegt ist; den zweischeibigen Block haakt man an das Stengeneselshoofd; diese Talje dient dann zu einer Vorgtoppenant, welche die Marsraa hindert, von dem Gewicht des Marsleesegels herabgezogen zu werden.

Digitized by Google

Die andere Seitentalje der Stenge wird mit dem zweiſcheibigen Block an den eigenen Hanger gehaakt, und mit dem einſcheibigen Block an den Toppenantsſchenkel an der Marsleeſegelsſpiere; dieſe Talje hält die Spiere ab, von dem Gewicht des untern Leeſegels herabgezogen zu werden.

Das Fall wird um ein Drittel vom innern Ende der kleinen Raa mit einem Fiſcherſtich befeſtigt. Der Hals wird an das Halshorn gebunden, nachdem er vorher durch den Block an der Marsleeſegelsſpiere vor deren Herausſchieben geſchooren worden. Der Niederholer wird durch den an dem Halshorn befeſtigten Block und durch die in der Mitte des Außenleiks befindliche Kauſche geſchooren, und an der Außennock der Leeſegelsraa befeſtigt. Die Schoote wird mit einem kurzen und einem langen Schenkel an das Schoothorn gebunden; das kurze Ende hat eine Kauſche eingeſpließt. Nachdem dieſe Taue auf Deck an das Segel gebunden, wird das Segel zuſammengerollt, und um ſeine Raa mit Schiemannsgarn feſtgemacht. Darauf ſtroppt man ebenfalls das Fall an die äußere Nock der kleinen Raa, und heißt daran das zuſammengerollte Segel in die Höhe, während ein Mann auf der Nock der Marsraa ſitzt. Dieſer ſticht, ſobald das Segel in ſeiner Höhe iſt, das Ende der Spierenſchoote an die Kauſche des kurzen Schootenſchenkels, und ſchneidet dann die Bendſel von Schiemannsgarn los. Der Hals wird darauf zum Außenende der Spiere geholt, das Segel völlig aufgeheißt. Wenn das Leeſegel an der Luvſeite beigeſetzt wird, ſo kommt die Raa hinter das Leik des Marsſegels zu liegen, und der Mann auf der Nock der Marsraa muß ihr dieſe Richtung geben; wird aber das Leeſegel leewärts beigeſetzt, ſo kommt ſeine kleine Raa vor das Leik des Marsſegels zu liegen. An der Luvſeite drückt nämlich der Wind das Außenende der kleinen Leeſegelsraa ſtärker als das Binnende; läge nun die Raa vor dem Marsſegel, ſo würde die Binnennock derſelben theils den Druck des Windes hindern, theils das Marsſegel beſchädigen. Das Gegentheil findet Statt, wenn das Leeſegel an der Leeſeite beigeſetzt wird; ſoll es vor das Marsſegel gebracht werden, ſo fiert man die Spierſchoote, und holt die Schoote auf Deck, d. h. den langen Schenkel nach vorne.

Wenn das Segel auf iſt, ſo holt man die Spierſchoote aus; es hat alsdann die Geſtalt wie Fig. 5 w.

Der Hals des Marsleeſegels wird zuweilen ebenſo geleitet, wie die Marsſchooten, d. h., Tafel XXXIV, B, Fig. 1, nämlich durch einen Block i an der unteren Raa, und durch einen zweiten an ihr weiter nach innen zu, ſtatt auf die Laufplanke genommen zu werden. Wenn alsdann das Schiff mit raumem Winde, oder vor dem Winde ſegelt, und man das Marsleeſegel doch beigeſetzt behält, wenn auch der Wind ziemlich friſch weht, was bei weiten Reiſen in den großen Ozeanen geſchieht: ſo iſt es am ſicherſten, ſowohl eine ſtarke Braſſe für die Marsleeſegelsſpiere zu führen, wie in Fig. 1 zu ſehen (vergl. S. 2603), als auch die Schoote des Marsleeſegels längs der unteren Raa zu leiten.

Geht nämlich der Wind plötzlich weiter nach vorne, und müſſen die Luvbraſſen gefiert werden, ſo kann der Hals an der Luvſeite nicht immer im glei-

chen Verhältniſſe nachgelaſſen werden; hat dies in bedeutendem Grade ſtatt, ſo kann leicht die Spiere durch den Zug gebrochen werden.

82 Der eigentliche Schwingbaum oder die große Leeſegelsſpiere hat im Ganzen dieſelbe Einrichtung und Zurüſtung wie die Backſpiere oder die Fockleeſegelsſpiere (vergl. S. 2603). Er wird an einen Augbolzen gehaakt, welcher am Vorderrande der großen Rüſte an der Außenſeite des Schiffs feſtſitzt. Der Hals des großen Leeſegels wird durch einen Block geſchooren, der an einen Pöller dicht hinter dem Quarterdeck geſorrt iſt. Das Achterkehrtau fährt durch einen Block, der an einen Augbolzen in der Seitenheckſtütze geſtroppt iſt; das Vorkehrtau fährt durch einen Block an der Fockrüſte. Die großen Mars- und die großen Bramleeſegel unterſcheiden ſich in ſehr wenigen Theilen der Zutaakelung von den Vormars- und den Vorbramleeſegeln.

83 Die Marsleeſegel werden mit Knüttels und Rockbendſel an ihre Raaen gebunden. Knüttels ſind eine Art dünner Leinen, die mit den Händen aus zwei Kabelgarnen zuſammengedreht werden, und hier bei den Leeſegeln die Raabanden ausmachen. Häufig werden die Marsleeſegel mit einer Litzung (vergl. S. 2584), d. h. mit einem im Zickzack durch die Raabandgatten und um die Raa fortlaufenden Bande feſtgebunden. Am Außenleik iſt das Marsleeſegel gegillt, wie Tafel XXXIV, B, Fig. 5, w zu ſehen. Zuweilen hat es auch, namentlich auf großen Schiffen, welche viel im Paſſatwinde fahren, alſo die Leeſegel faſt beſtändig führen, ein Reefband. Das Unterleik des Segels iſt gewöhnlich parallel mit dem Oberleik. Weil auf Kauffahrteiſchiffen die Marsraaen im Verhältniß zu den untern Raaen kleiner als auf den Kriegsſchiffen ſind, ſo müſſen auch die Marsleeſegel bei den Kauffahrteiſchiffen mehr Gillung als auf den Kriegsſchiffen haben. In der Mitte des Außenleiks befindet ſich ein Lägel mit einer Kauſche, durch welche, wie ſchon vorher geſagt, der Niederholer geſchooren wird. Derſelbe fährt vom Außenende der Marsleeſegelsraa, wo er feſtgeſtochen iſt, durch die eben erwähnte Kauſche, und durch einen Block am Halsohr des Segels nach dem Deck. Das Fall der Marsleeſegel fährt von der Leeſegelsraa, wo es, wie erwähnt, um ein Drittel von dem innern Ende derſelben mit einem Fiſcherſtich feſtgeſtochen, durch einen Block an der Nock der Marsraa, und durch einen Block, der an einen Augbolzen am Eſelshoofd der Stenge feſtgehaakt iſt. Der Hals fährt durch einen Block, der am Außenende der Marsleeſegelsſpiere ſitzt, und von da nach einem Block an einem Pöller in der Gegend der Laufplanke. Die Schoote wird mit einem kurzen und einem langen Schenkel an das Schoothorn gebunden; der lange Schenkel fährt an der Vorderſeite des untern Segels herab; das kurze Ende wird, wie erwähnt, mit der Spierſchoote verbunden.

84 Zu den Leeſegeln gehört auch der Treiber oder Brodwinner, indem er bei günſtigem Winde zur Vergrößerung der Beſahn dient (vergl. S. 2560). Er hat entweder die größere Geſtalt, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 53; alsdann iſt ſeine Zutaakelung die (S. 2588) beſchriebene; oder er hat die kleinere Geſtalt, wie ein Marsleeſegel, Tafel XXXIV, E, Fig. 52; dies iſt namentlich der

Digitized by Google

Fall, wenn die Beſahn ein bloßes Gaffelſegel iſt. Er wird dann folgendermaaßen zugetaakelt. Zur Spannung ſeines Unterleiks dient eine eigene Spiere, die Brodwinnerſpiere r, welche über den Heckbord ausgeſetzt wird.

Das Fall wird durch einen Block an der Gaffelpiek geſchooren, und wird an dem innern Drittel der Brodwinnerraa c mit einem Fiſcherſtich feſtgeſtochen.

Der Hals p wird an der Schanzreiling auf der Luvſeite befeſtigt. Die Schoote q wird durch einen an der Spiere befindlichen Block geſchooren. Im Vorderleik ſind zwei Bulienlägels angebracht; das Bulienſpriet iſt durch eine Kauſche der eigentlichen Bulien t geſchooren.

Die Bramleeſegelsſpiere, Tafel XXXIV, B, Fig. 5, v, wird von 85
einem Manne auf der Marsraa mit der Hand ausgeſchoben. Der Hals w wird durch eine am Außenende der Spiere befindliche Kauſche geſchooren, und nach dem Mars eingeholt, und dort mit dem Fall feſtgemacht. Das Segel ſelbſt iſt, wie die Figur zeigt, am Außen- und Unterleik gegillt. Das Fall fährt durch einen Block an einem Bruhk, der um den Top der Bramſtenge über der Flechtung liegt; ferner durch den Bramleeſegelsblock an der Bramraa, und wird an dem innern Drittel der Bramleeſegelsraa feſtgeſtochen; das untere Ende wird im Mars belegt. Die Schoote iſt mit dem einen Ende nach dem Mars geleitet, mit dem andern an der Marsraa befeſtigt, wie an der Figur zu ſehen. Ein eigener Niederholer findet ſich ſelten; iſt einer da, ſo wird er ähnlich wie bei den Marsleeſegeln angebracht. Auf großen Schiffen wird das Bramleeſegel auch an der Raa mit Schiemannsgarn zuſammengebunden aufgeheißt, wie das Marsleeſegel (S. 2605); ein Mann auf der Marsraa ſchiebt es auch hinter das Bramſegel.

Sehr oft wird das Bramleeſegel fliegend beigeſetzt, d. h. ohne eigene Bramleeſegelsſpiere. In ſolchem Falle werden die beiden untern Hörner, das Hals- und das Schootenhorn, deſſelben an die Nocken der Marsleeſegelsraa geſtochen; der Niederholer des Marsleeſegels wird durch eine Kauſche geſchooren, die ſich an der äußern Nock der Marsleeſegelsraa befindet, und dann an der äußern Nock der Bramleeſegelsraa feſtgeſtochen. Die letztere wird vor dem Aufheißen an die Marsleeſegelsraa gebunden, und mit ihr zugleich aufgebracht.

Die bisher gegebene Beſchreibung und Erklärung der Zutaakelung iſt die- 86
jenige einer Fregatten-Taakelaſche, welche die vollſtändigſte, und zum Schnellſegeln vortheilhafteſte iſt. Fregatten heißen diejenigen dreimaſtigen Kriegsſchiffe, welche nur eine Reihe oder volle Lage Kanonen zwiſchen Deck, und mehr oder weniger leichtes Geſchütz auf dem freien Deck oder Verdeck führen, wie Tafel XL, Fig. 1 zu ſehen. Sie machen den leichten Theil einer Kriegsflotte aus, und ſind durch ihre Bauart und Zurüſtung die ſchnellſten Segler. Kauffahrer, welche zu weiten Reiſen in den großen Ozeanen beſtimmt, und deshalb ähnlich gebaut und zugetaakelt ſind, heißen Handels- oder Kauffahrteifregatten. Die Linienſchiffe, welche den Haupttheil einer Kriegsflotte, oder die eigentliche Stärke derſelben bilden, ſind ebenfalls fregattiſch gebaut und zugerüſtet, und unterſcheiden ſich nur dadurch von ihnen, daß ſie

Digitized by Google

entweder zwei volle Geschützlagen zwischen Deck führen, und dann Zweidecker heißen; oder sogar drei volle Kanonenlagen zwischen Deck haben, und dann Dreidecker genannt werden. Auf dem Verdeck führen sie ebenfalls noch leichte Kanonen.

Wenn die kleineren Kriegsschiffe und die Kauffahrer eine andere Bauart, und eine von der beschriebenen abweichende Zutaakelung haben, so erhalten sie auch andere Namen; z. B. ein zweimastiges Schiff, dessen Segel und Zutaakelung an den beiden Masten fregattisch ist, heißt eine Brigg; ein dreimastiges Schiff, welches am Fock- und großen Mast Fregatten-Taakelasche, aber am Besahnmast gar keine Raasegel, sondern nur Giek- und Gaffelsegel führt, heißt ein Barkschiff oder eine Bark; zweimastige Schiffe, die nur Gaffel- und Stagsegel, und gar keine oder nur kleine Raasegel führen, heißen Schuner oder Schooner u. s. w. Ueber die verschiedenen Zutaakelungen und Benennungen kommt tiefer unten noch etwas Genaueres vor. Ebenso haben die Boote und Schaluppen eines Schiffes verschiedenartige Segel und Zurüstung, wie sich tiefer unten zeigen wird.

87 Von den bisher aufgezählten Raa-, Gaffel-, Giek- und Stagsegeln unterscheiden sich zuerst die sogenannten Lateinischen Segel; es sind Ruthensegel, welche vorzugsweise auf den Fahrzeugen geführt werden, die den Küstenbewohnern des Mittelländischen Meeres gehören. Ihre Gestalt ist Tafel XXVIII, Fig. 5 zu sehen; ferner Tafel XL, B, Fig. 12, 13 und 14; Tafel XL, C, Fig. 15 und 16. Diese Segel sind vorzüglich vortheilhaft, um bei dem Winde zu segeln; auch ist die Taakelasche viel leichter und einfacher, als bei Raasegeln. Sie besteht zuerst aus einem Paar Geerden, welche durch einen Block fahren, der am unteren Ende eines einfachen Schenkels angestroppt ist, der an der Piek oder dem erhobenen Ende der lateinischen Raa befestigt ist. Diese Geerden sind besonders deutlich an Fig. 14 auf Tafel XL, B zu erkennen. Der zweite Bestandtheil der Taakelasche ist eine Art von Brassen, welche ganz wie die Geerden gebildet sind, deren Schenkel mit dem Block aber an der Mitte der Raa befestigt ist. An dem nach unten gerichteten Ende der Raa befinden sich zwei Pitspoten, wie bei der Besahnruthe (S. 2581); jeder hat einen Schenkel, durch dessen Block ein Läufer nach der einen Seite des Schiffes fährt. Am Schoothorn ist ein Schootblock mit einer Schoote angebracht; endlich geht noch vom Schoothorn nach der Mitte der Raa ein Geitau durch zwei einscheibige Blöcke, von denen einer am Schoothorn, der andere an der Mitte der Raa sitzt.

Die Raa selbst, oder die Ruthe, wird gewöhnlich so an den Mast gehängt, daß ihr Vordertheil nach unten geneigt ist, und etwa nur ein Drittel der ganzen Länge beträgt. Das Rack ist ein einfaches Klotenrack; an der Piek befindet sich eine Art von einfachem Piektau oder Dirk, wie Tafel XL, C, Fig. 15. Zuweilen geht auch noch ein Tau zur Haltung nach dem Vorderende, wie Tafel XL, B, Fig. 13. Bei dem Boote Tafel XXVIII, Fig. 5, ist nur das vorderste ein eigentliches lateinisches Segel; die beiden andern haben

Digitized by Google

vorne einen kleinen Sprung, und dadurch eine trapezoidiſche Geſtalt; die Engländer nennen ſolche settee-sails.

Die Aegyptiſchen Schiffe unter Ptolomäus Philadelphus, darauf die Karthaginenſiſchen, und die Griechiſchen in Sizilien, namentlich Syrakuſaniſchen führten zuerſt die eben beſchriebenen dreieckigen Ruthenſegel, als ihnen mehrere Maſten gegeben wurden. In den Puniſchen Kriegen nahmen die Römer dieſelbe Bemaſtung und Beſeglung ihrer Schiffe an; und weil nachher ihre Flotten die alleinherrſchenden auf der Mittelländiſchen See wurden, ſo erhielten dieſe Ruthenſegel den noch jetzt üblichen Namen der Lateiniſchen Segel.

Bei den dreimaſtigen Schiffen der genannten Völker zu jener Zeit hieß der große Maſt Akation; der hintere, welcher der Größe nach der zweite war, Epidron; und der vordere Dolon. Auf ſehr großen Schiffen ſetzten ſie noch ganz hinten einen vierten kleinern Maſt, den ſie Artimon hießen, welchen Namen noch gegenwärtig die Franzoſen dem Beſahnmaſt geben. Nur der große Maſt, oder Akation, hatte ein Raaſegel, welches aber nach unten zu ſpitzig, alſo ein Dreieck war, deſſen Baſis oben an der Raa, und deſſen Spitze unten auf dem Deck ſtand. Ueber dieſem Großſegel war ein Topſegel angebracht, welches ebenfalls dreieckig war, aber ſeine Baſis an derſelben großen Raa, und ſeine Spitze oben am Maſt hatte.

Die beiden, oder die drei, andern Maſten führten nur lateiniſche Segel. In ſpätern Zeiten erhielten ſämmtliche drei oder vier Maſten noch eine kleine Raa ganz oben, deren Segel ebenſo geſtaltet war, wie das Großſegel, d. h. dreieckig, mit der Baſis oben und der Spitze unten.

Es hängt natürlich von der Größe eines lateiniſchen Segels ab, wie die Ruthe oder Raa gemacht ſein ſoll, d. h. ob ſie aus einem Stücke beſtehen kann, oder aus zweien zuſammengeſetzt werden muß.

Bei den Engländern, Franzoſen und Spaniern wurde ſchon ſeit längerer 88
Zeit eine eigene Art von dreieckigen Segeln auf kleinen Fahrzeugen eingeführt, die man jetzt häufig auch bei andern Nationen zur Beſeglung der Boote und Schaluppen gebraucht, wie Tafel XXVIII, Fig. 4. Ein ſolches Segel heißt im Engliſchen Sliding-gunter-sail; im Franzöſiſchen Voile de houari; im Spaniſchen Vela escandalosa. Die Einrichtung iſt folgende, Tafel XXXV, b, Fig. 337. Eine Raa ll wird, wie eine Stenge mit dem Stengenwindreep, ſo vermittelſt eines Falls i längs dem Maſt und zwar an deſſen Achterſeite in die Höhe gezogen; um den letztern liegt kein Eſelshoofd, ſondern ſtatt deſſen befinden ſich an demſelben zwei doppelte eiſerne Bügel n n, welche die Geſtalt wie die Nebenfigur N haben, d. h. der eine Theil, welcher um den Maſt liegt, iſt ein vollſtändiger Ring, der andre, an der Achterſeite des Maſts liegende Theil iſt nach hinten zu offen, damit das an die Raa gebundene Segel ohne Hinderniß auf- und niedergehen kann. Die übrige Taakelaſche beſteht nur aus einem Hals h und einer Schoote k. Das Segel ſelbſt iſt mit der Spitze oder der Rock an der Raaſpitze feſtgebunden; das Raaleik fährt mit Säugern oder Lägeln oben an der Raa, unten am Maſt. Wenn das Segel gereeft werden ſoll, läßt man die Raa in den Bügeln etwas herabgleiten; ſoll es ganz feſt-

Digitized by Google

gemacht werden, so läßt man die Raa ganz herab, wie in der Nebenfigur P, und beſchlägt es gegen den Maſt ſelbſt. Die auf- und niedergleitende Raa iſt der eigentliche Sliding-gunter, und wird in der jedesmaligen Höhe durch das belegte Fall i feſtgehalten. Die genaueren Dimenſionen für ein dreimaſtiges Boot mit Sliding-gunter Taakelaſche, ſo wie diejenigen für ein ſolches mit lateiniſchen Segeln ſind Bd. III, S. 482, Tafel CXXXIII angegeben.

Auf kleineren Booten hat man noch einfachere Segel; ſie heißen im Engliſchen Shoulder- oder Mutton-sails Schaafſchenkel; das Segel fährt mit Säugern am Maſt ſelbſt, iſt dreieckig wie das Sliding-gunter-Segel, und hat nur einen Fall, eine Schoote, und einen Hals.

89 Ein Sprietſegel, Tafel XXVIII, Fig. 9, iſt ein ſolches, das ungefähr nach der Diagonale durch eine Spiere ausgeſpannt wird, welche das Spriet heißt, und mit dem Fußende in einem um den Maſt gelegten Stropp oder Kranz feſtſteht, ſich an der Achterſeite deſſelben nach oben hin erhebt, und die Piek oder obere Hinterecke des Segels vom Maſt wegſpannt. Wenn ein Sprietſegel bedeutend groß iſt, ſo hat es eine Taakelaſche wie ein Gaffelſegel, d. h. einen Dirk und Geeren, außerdem einen Hals, eine Schoote, eine Nock und eine Piek oder Spitze, und häufig auch ein Reefband. Sprietſegel mit ſehr hohem Spriet, und ſtarker Gillung des Oberleiks heißen Schaafſchenkel.

90 Luggerſegel, in einigen Deutſchen Häfen auch Ewerſegel genannt, Tafel XXVIII, Fig. 6 und 7, ſind Raaſegel für kleinere Fahrzeuge, deren Raaen am dritten Theil ihrer Länge am Maſt hängen. Die Segel ſind deshalb an der einen Seite länger als an der andern; die längere Seite kommt an die Leeſeite. Zuweilen haben die Luggerſegel auch an der Leeſeite eine Toppenant und eine Braſſe. Wie vortheilhaft ſolche Segel auch bei dem Winde ſind, ſo haben ſie doch darin manche Unbequemlichkeit, daß ſie beim Wenden geſtrichen und durchgekait werden müſſen, weil die an der Leeſeite befeſtigte Schoote nicht zugleich als Hals an der Luvſeite gebraucht werden kann; denn die größere Segelfläche am längeren Leik muß auf die Leeſeite kommen. Durchkaien heißt, die Raa erſt perpendikulär an den Maſt bringen, und dann auf ſeine andre Seite herumnehmen; dies kann natürlich nur durch Streichung oder Aufgeiung des Segels geſchehen. Eine Gaffel hat darin unverkennbaren Vortheil vor einer ſolchen an ihrem Drittel aufgehängten Raa. In frühern Zeiten, wo man eine ſogenannte ganze Beſahn an der Beſahnruthe führte, mußte dieſelbe auch bei jeder Wendung durchgekait werden; deshalb verkleinerte man das Segel bis auf die Hälfte, ſo daß es nur an dem hintern Theil der Ruthe und längs dem Beſahnmaſt fuhr, ſo daß die Ruthe nur an ihrem vordern Theile mit den Pitspoten (S. 2584) gedreht zu werden brauchte, und die ſogenannte halbe Beſahn ohne Durchkaiung ihre angemeſſene Stellung erhielt. Endlich verwandelte man ſie in ein Gaffel- oder Giekſegel, und erſparte ſo die beſchwerliche und ſo viel Raum einnehmende Handhabung der Beſahnruthe. Bei Booten und Schaluppen ſtellen die Lugger-Segel-Raaen auch eine Art von Beſahnruthen dar; weil indeſſen bei dieſer kleinen Dimen-

Digitized by Google

ſion die Durchkaiung keine große Mühe macht, ſo behält man ſie wegen ihrer ſonſtigen Vortheile bei.

Topſegel nennt man auf allen kleinern Fahrzeugen, welche keine eigent- 91
lichen Stengen, alſo auch keinen Mars führen, diejenigen Segel, welche bei einer Fregatten-Taakelaſche Marsſegel heißen, wie Tafel XXVIII, Fig. 12. Die über den großen Gaffel- oder Schunerſegeln angebrachten; ebenſo bei Fig. 13; Tafel XL, A, Fig. 5; Tafel XL, B, Fig. 7 und 9. Die genaueren Angaben über die verſchiedenartigen Zutaakelungen finden ſich im Wörterbuche.

Im Allgemeinen hat man jetzt bei den Kriegsflotten, ſoweit es die Segelſchiffe betrifft, alſo die Dampfſchiffe und Boote ausgenommen, fünf Arten von Taakelaſchen: 1) die Fregattentaakelaſche, die vorher beſchriebene dreimaſtige, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1 und 2; dieſe findet ſich bei den Linienſchiffen, eigentlichen Fregatten, und den Korvetten; letztere ſind dreimaſtige Schiffe, kleiner und leichter als die Fregatten, ohne Back und Schanze gebaut, und mit höchſtens 20 Kanonen von leichterem Kaliber beſetzt; ſie dienen hauptſächlich dazu, Befehle und Nachrichten von einem Orte zum andern zu bringen. 2) Die Briggtaakelaſche, wie Tafel XL, A, Fig. 1; die Briggen führen nur zwei Maſten, von denen der hintere der große, der vordere der Fockmaſt heißt. Die ganze Beſeglung iſt an dieſen beiden Maſten, und am Bugſpriet und Klüverbaum fregattiſch. Das hintere große Giekſegel wird aber Briggſegel genannt. Zuweilen iſt noch ein Gaffelſegel am Fockmaſt; das Briggſegel und dieſes Vorgaffelſegel haben dann auch oft eigene Schnaumaſten (vergl. S. 2601).

3) Die Schunertaakelaſche, Tafel XXVIII, Fig. 12; die Schuner führen auch nur zwei Maſten mit kurzen Stengen; die beiden Hauptſegel ſind die beiden Schunerſegel, von denen das hintere das große, das andere das Vorſchunerſegel heißt. Ueber beiden ſind Topſegel angebracht, welche unten von den Gaffeln der Schunerſegel geſpannt werden, oben aber, nach Art der Luggerſegel an einem kleineren Theile der Raa aufgehängt ſind. Am Fockmaſt befindet ſich ein Marsſegel, und zuweilen auch ein Bramſegel an gewöhnlichen Raaen. Klüver und vordere Stagſegel ſind fregattiſch.

4) Die Kuttertaakelaſche, Tafel XXVIII, Fig. 13; Kutter führen nur einen Maſt mit einer kleinen Stenge. Das Hauptſegel iſt ein Giekſegel; darüber befindet ſich ein Topſegel, wie bei den Schunern, an einem kurzen Theile der Raa aufgehängt; Stagſegel und Klüver ſind wie gewöhnlich.

5) Die Luggertaakelaſche bei den Kriegsluggern hat die größte Aehnlichkeit mit der Bootstaakelaſche auf Tafel XXVIII, Fig. 7, mit der Abänderung, daß das Segel am Beſahnmaſt keine Raa oben hat, ſondern gewöhnlich nur ein Schaafſchenkel (S. 2610) iſt, alſo dreieckig, mit der Spitze am Maſt.

Kriegsdampfboote oder Dampffregatten führen gewöhnlich drei Maſten, von denen aber nur der Fockmaſt eine vollſtändige fregattiſche Zutaakelung, mit Fock-, Mars- und Bramſegel hat, und außerdem ein Vorſchunerſegel führt. Der große Maſt hat nur ein Schunergaffelſegel, und an

Digitized by Google

der Polſtenge keine Raa. Der Beſahnmaſt führt nur eine Giekbeſahn, und an der Stenge ebenfalls keine Segel.

92 Unter den übrigen Gegenſtänden, welche außer dem Rundholz, dem Tau- und Takelwerk, und den Segeln (vergl. S. 2538) zur Zurüſtung gehören, ſind die Flaggen, Stander, Wimpel und Flügel von der Art, daß ſie hier füglich in die allgemeine Ueberſicht aufgenommen werden können.

93 Die Flaggen ſind gemeinhin viereckig, von leichtem wollenen Zeuge, dem ſogenannten Flaggentuche, gemacht, und haben denſelben Zweck für die Schiffe, wie die Fahnen bei dem Landheere. Sie dienen aber nicht allein durch ihre Farben die Nationalität des Schiffes anzuzeigen, ſondern auch zugleich zur Bezeichnung der Würde des kommandirenden Offiziers am Bord; ferner werden ſie auch zu Signalen gebraucht, d. h. zu einer Art telegraphiſcher Mittheilung von Befehlen und Nachrichten.

Eine eigentliche Flagge hat mehrentheils eine viereckige Geſtalt, und iſt um ein Drittel länger als tief, wie Bd. III, Tafel XLI bis XLVIII zu ſehen.

1. Die Nationalflagge, ſonſt auch Kampanjeflagge genannt, wird jetzt gewöhnlich an einem eigenen Fall an die Piek der Beſahngaffel aufgeheißt, wie Tafel XL, A, Fig. 1. Bei Nationen, welche eine Kriegsflotte haben, ſind zuweilen die Nationalflaggen der Kriegsſchiffe von denen der Kauffahrer durch irgend ein beſonderes Zeichen unterſchieden, wie auf mehreren der Tafeln XLI bis XLVIII zu ſehen iſt. In frühern Zeiten, wo die Schiffe eine Beſahnruthe, alſo keinen Giekbaum führten, wurde die Nationalflagge an einem eigenen Flaggenſtock, der am Heckbord ſtand, aufgeheißt, und deshalb Kampanjeflagge genannt.

2. Der Göſch iſt eine kleinere Nationalflagge, die zuweilen auch nur einen Theil von dem ganzen Farbenbilde der letztern enthält, wie z. B. Tafel XLII, Fig. 45, der Göſch der Briten, den ſie Union-Jack nennen, und welcher von den drei unmittelbar vorhergehenden Nationalflaggen nur das doppelte Kreuz enthält. Die Britiſche Flotte iſt nämlich in drei Diviſionen getheilt, von denen jede eine beſondere Nationalflagge führt. Die erſte Diviſion führt die ſogenannte rothe Flagge, Fig. 42, welche für die vornehmſte gilt; die zweite Diviſion führt die weiße Flagge, Fig. 43; und die dritte Diviſion führt die blaue Flagge, Fig. 44; alle drei haben das doppelte Kreuz ganz gleich, und nur der größere Theil der Flagge iſt von der Farbe des Namens. Der Göſch wird am Bugſpriet, entweder an einem eigenen Flaggenſtock, oder an einem Fall, das mit einem der vorderen Stage parallel geht, gewöhnlich aber nur im Hafen oder vor Anker aufgeheißt. Die Nationalflagge der Kauffahrteiſchiffe iſt häufig dieſelbe, wie der Göſch der Kriegsſchiffe.

3. Die Kommandoflagge iſt eine viereckige Flagge, die an einem der drei Maſtentoppe (vergl. S. 2542) aufgeheißt wird, und anzeigt, daß ein Admiral auf dem Schiffe befindlich ſei; ein voller oder eigentlicher Admiral führt ſeine Flagge am großen Top; ein Vizeadmiral die ſeinige am Vortop; ein Contreadmiral die ſeinige am Kreuztop; ein Offi-

Digitized by Google

zier ohne Admiralsrang darf keine viereckige Flagge am Top führen; dagegen kann ein Vizeadmiral oder ein Contreadmiral, wenn er ganz allein eine Flotte kommandirt, zuweilen seine Flagge an einem andern Top aufheißen.

4. Zu den Kommandoflaggen kann man auch die Stander rechnen; dies sind etwas kleinere dreieckige Flaggen, wie Tafel XLVIII, Fig. 213, 214 und 215; der Stander ist das Zeichen eines Kommandeurs, oder nach Englischer und Amerikanischer Benennungsweise eines Kommodors, d. h. eines Linienschiffs-Kapitains, welcher in dem Zeitpunkte eine ganze Flottenabtheilung, oder wenigstens mehrere Schiffe zugleich befehligt. Zuweilen hat der Stander die Gestalt wie Tafel XLIX, bei den Tagsignalen, die in beiden Abtheilungen zu oberst in der linken Ecke stehenden, roth im Haupttheile und weiß an den beiden Spitzen; solche Stander nennt man auch breite Wimpel. Sie sind, wie die beiden Figuren zeigen, an einer Art von kleiner Raa befestigt, welche das Standerholz heißt, und mit einem eigenen Fall an den Top geheißt wird. Das Standerholz ist gewöhnlich an einem Ende mit Blei ausgefüllt, damit es senkrecht oder parallel mit dem Top niederhängt. Der Stander wird am Top des großen Masts geheißt.

5. Wenn der Monarch eines Staates am Bord ist, so wird die Standarte am großen Top aufgeheißt; sie unterscheidet sich durch mancherlei Wappen und andere Zeichen von der Nationalflagge, wie Tafel XLII, Fig. 39 die Standarte von Großbritannien; Tafel XLIII, Fig. 66 die Französische Standarte. Bei einigen Nationen, welche noch über dem vollen Admiral stehende Seeoffizierstellen haben, wie Großadmiral u. dgl., haben auch diese das Recht eigene Flaggen am großen Top zu führen.

6. Ein Wimpel ist eine sehr lange und schmale Art von Flagge, wie Tafel XL, A, Fig. 1, Fig. 4 und Fig. 5 zu sehen, welche an einer kleinen Raa, dem sogenannten Wimpelholz, vom Top des großen Mastes weht. Er ist auf zwei Drittel seiner Länge von unten her gespalten, und endigt sich in zwei Spitzen. Er ist das Zeichen des Befehlshabers eines einzelnen Kriegsschiffes, und soll eigentlich von keinem Kauffahrer geführt werden. Indessen bei feierlichen Gelegenheiten und in Häfen, in denen sich keine Kriegsschiffe befinden, schmücken sich die Kauffahrer, wie mit andern Flaggen, so auch mit Wimpeln. Sie werden bei Sonnenaufgang geheißt, und bei Sonnenuntergang gestrichen.

7. Ein Flügel ist auf dem Top der Masten dasselbe, was der Wetterhahn auf einer Thurmspitze, wie Tafel XL, A, Fig. 1 über dem Wimpel, und Tafel XL, B, Fig. 8. Die Flügel sind entweder so gebildet, wie der breite Wimpel, der in Nr. 4 beschrieben, so daß das Flügelholz nur eine kleine Raa ist, die am Top hängt; oder ein Flügel steht aufrecht, wie Tafel XL, B, Fig. 8. In diesem letztern Falle wird das Stück Flaggentuch, aus welchem der Flügel besteht, am innern Ende an eine leichte Holzeinfassung genäht, welche die Flügelscheere heißt, und dazu dient, den Flügel möglich zu spannen. Die beiden Enden dieser Scheere sind durchbohrt, um die eiserne Stange durchzulassen um welche sich der Flügel dreht, und welche auf den Top der Masten gesteckt,

und das Flügelspill genannt wird. Die Flügel bleiben während der ganzen Reise oben auf dem Top der Masten, um die jedesmalige Richtung des Windes anzugeben, wonach die Stellung der Segel geschieht.

8. Außer den genannten Flaggen, Standern, Wimpeln und Flügeln giebt es eine große Anzahl besonderer Flaggen, namentlich auf den Kriegsschiffen, und unter diesen vorzugsweise auf den Admiralschiffen; indem die Befehle des Admirals für die ganze Flotte und die einzelnen Schiffe derselben vermittelst einer Menge von Flaggen gegeben werden, die man an den Masten des Admiralschiffs aufheißt, und denen entsprechende Flaggen die einzelnen Schiffe an ihren Masten, die sogenannten Kontrasignale, aufheißen, um entweder Anzeige zu machen, daß sie den Befehl vernommen, und denselben auszuführen im Stande seien; oder um die Antwort auf eine an sie gerichtete Frage zu geben. Weil das Admiralschiff selbst in der Schlachtlinie liegt, so sind seine Signale schon deshalb nicht für alle Schiffe derselben sichtbar; noch mehr verliert sich die Sichtbarkeit durch den Pulverdampf. Deshalb werden längs der Flotte in bestimmten Entfernungen an der nicht mit dem Feinde im Kampfe begriffenen Seite Fregatten gelegt, welche die Signale des Admiralschiffs genau beobachten, und sogleich an ihren Masten wiederholen, damit sie in der ganzen Linie gesehen werden können; solche heißen Repetitionsfregatten. Tiefer unten kommt noch etwas Genaueres über die Signale vor.

Unter den vielen Signalen ist das auch für die Kauffahrteischiffe wichtige Lootsensignal, wodurch ein Schiff, das sich einer Küste oder einem Hafen nähert, anzeigt, daß es einen Lootsen an Bord zu haben wünscht, um sicher auf den Ankerplatz oder in den Hafen geführt zu werden. Die mehrsten Nationen haben eine eigene Flagge zu diesem Signale, welche von allen ihren Schiffen dazu gebraucht wird; sie ist viereckig und kleiner als der Gösch, und enthält gewöhnlich einen Rand, dessen Farbe von der Farbe des Haupttheils unterschieden ist, wie Tafel XLI, Fig. 5; Tafel XLII, Fig. 33 und 48; Tafel XLIII, Fig. 63 und 68.

94 Die eigentlichen Flaggen haben nicht alle eine viereckige Gestalt, sondern werden zuweilen an der von dem Flaggenstocke abgekehrten Seite ausgeschnitten. Eine Spleet- oder Splittflagge heißt eine solche, an deren Vorderseite ein keilförmiges oder dreieckiges Stück ausgeschnitten ist, so daß sich die Flagge wie ein breiter Wimpel in zwei Spitzen endigt, wie Tafel XLI, Fig. 3, Tafel XLIII, Fig. 61 und 62. Eine Flagge mit einer Zunge ist eine solche, an deren Vorderrande zwei Dreiecke ausgeschnitten sind, so daß sie sich mit drei Spitzen endigt, deren mittlere die Zunge heißt, wie Tafel XLI, Fig. 20. Die Türkischen Flaggen, namentlich an der Afrikanischen Küste haben noch mancherlei andere Gestalten; z. B. eine Standerform mit einer oder mehreren Zungen, wie Tafel XLVII, Fig. 208 und 210.

95 Fast bei allen Nationen hat man eine weiße Flagge als Friedensflagge; ein Schiff zeigt durch ihre Aufheißung statt derjenigen der Nationalflagge an, daß es eine Unterhandlung zu führen habe, und für so lange alle

Digitized by Google

Feindſeligkeiten eingeſtellt wünſcht. In frühern Zeiten hatten die Flotten eine ganz rothe Flagge als Zeichen der Schlacht, und nannten ſie die Blutflagge.

Die Flagge ſtreichen heißt dieſelbe an ihrem Fall herunter holen. In 96
der Schlacht ſtreicht ein Schiff, das ſich dem Feinde ergiebt, die Flagge. Außerdem gilt das Streichen derſelben auf einige Minuten als Zeichen der Ehrerbietung und des Grußes. Wenn z. B. ein Kauffahrteiſchiff einem Kriegsſchiffe begegnet, ſo ſtreicht es die Flagge; oder wenn ein Kriegsſchiff von geringerer Bedeutung einem Admiralſchiffe begegnet, thut es daſſelbe. Schiffe, die gerade keine Flagge führen, ſtreichen alsdann die obern Segel für eine kurze Zeit. Wenn ein Admiral den Oberbefehl einer Flotte übernimmt, ſo läßt er ſeine Flagge am großen Maſt unter Kanonendonner und Muſik aufheißen. Alle im Hafen befindlichen Schiffe ſtreichen in dem Augenblicke ihre Flaggen, und die zu dem Geſchwader gehörigen haben noch beſondere Begrüßungsfeierlichkeiten. Dies bedeutet der Ausdruck: der Admiral ließ ſeine Flagge in dem und dem Hafen am Bord des und des Schiffes aufſtecken. Wenn in einer Schlacht das anfängliche Admiralſchiff zu ſehr beſchädigt iſt, ſo nimmt der Admiral ſeinen Aufenthalt auf einem andern Schiffe; dies heißt: er habe ſeine Flagge nach dem und dem Schiffe verlegt.

Außer den Nationalflaggen, Standern, Wimpeln, Flügeln und Signal- 97
flaggen führen die Kriegsſchiffe, und während der Kriegszeiten auch Kauffahrer, die Nationalflaggen faſt aller ſeefahrenden Nationen am Bord, um je nach den Umſtänden Gebrauch davon zu machen; namentlich werden bei großen Feierlichkeiten faſt alle am Bord befindlichen Flaggen an den Maſten, Stagen u. ſ. w. aufgeheißt; dies wird unter dem Ausdrucke: die Schiffe flaggen, verſtanden. Je freundſchaftlicher die Verhältniſſe mit einer andern Nation ſind, einen deſto höhern Platz giebt man ihrer Flagge; je feindſeliger ſie ſind, einen deſto tiefern; der verächtlichſte Platz iſt derjenige am Galjon, wegen der dort befindlichen Abtritte.

Während eines Seekrieges werden die Kauffahrteiſchiffe der kriegführenden 98
Nationen von einem oder mehreren ihrer Kriegsſchiffe zum Schutz gegen die feindlichen Schiffe, namentlich gegen die Kaper, begleitet. Solche bewaffnete Begleitung heißt eigentlich Konvoy. Man nennt aber auch die ganze Handelsflotte, die unter einem ſolchen Schutze zuſammenſegelt, eine Konvoy. Wenn Kriegsſchiffe zu einer ſolchen Begleitung beſtimmt worden, ſo wird der Ort und Tag der Abreiſe öffentlich bekannt gemacht, damit ſich die ſämmtlichen Kauffahrteiſchiffe, welche dieſen Schutz genießen wollen, an dem Sammelplatze einfinden. Der kommandirende Offizier der Kriegsſchiffe theilt dann jedem Schiffer oder Kauffahrtei-Kapitain die ſogenannten Sein-Briefe, die Angabe der Signale und ſonſtigen Verhaltungsbefehle mit. Nach den Signalen und Anordnungen hat ſich dann die ganze Konvoy zu richten.

Die Wimpel und Flaggen werden zum Behufe der Signale in untere 99
und obere eingetheilt; die oberen können dann Zehner und die untern Einer bedeuten; oder auch nöthigenfalls, wenn man Verrath befürchtet, um-

gekehrt; z. B. Tafel XLX, Tagſignale, erſte Abtheilung, bedeuten die zehn oberen Wimpel, aus grellen Farben auf verſchiedene Weiſe zuſammengeſetzt, lauter Zehner, von 10 bis 100; zur leichtern Unterſcheidung wechſeln ihre verſchiedenen Farben von dem Wimpelholz nach den Spitzen zu; die neun unteren Wimpel, deren Farben nach der Breite wechſeln, bedeuten lauter Einer, von der 1 bis zur 9. Wird einer dieſer 19 Wimpel allein aufgeheißt, ſo bedeutet er nur ſeine Zahl allein; werden aber zwei derſelben zuſammengeheißt, ſo erhält man eine zuſammengeſetzte Zahl; z. B. der neunte obere mit dem ſechsten unteren zuſammengeheißt giebt 96. Beide Reihen zuſammen geben alſo in allem 109 Nummern. Die in der zweiten Abtheilung derſelben Tafel enthaltenen Flaggen haben dieſelbe Einrichtung; nur giebt man den von ihnen gebildeten Zahlen andre Bedeutungen, als denen der Wimpel.

Man ſetzt für jede von den Flaggen gebildete Nummer einen kleinen Satz, als deren Bedeutung feſt; dieſe 109 Erklärungen oder Bedeutungen zuſammengetragen machen das erſte Signalbuch aus. Nimmt man nun für alle 109 Zahlen noch zweite Bedeutungen an, ſo machen dieſe das zweite Signalbuch aus. So kann man noch ein drittes oder irgend wievieltes Signalbuch zuſammenſetzen.

Zu den Flaggen kommen zunächſt die Stander hinzu, welche unmittelbar über den Signalflaggen aufgeheißt werden, und anzeigen, in welchem Buche die Bedeutung der einen oder der beiden aufgeheißten Flaggen zu ſuchen ſei. So ſoll z. B. auf Tafel XLIX der roth und weiße Stander oder breite Wimpel oben in der linken Ecke das erſte Signalbuch bezeichnen. Für jedes Buch muß alſo ein eigner Stander da ſein, der ſich deutlich von den übrigen unterſcheidet. Dieſe Stander heißen auch zuweilen die Schlüſſelflaggen, welches Wort aber auch eine nachher zu erklärende andere Bedeutung hat.

Die Wimpel bezeichnen größtentheils viererlei: erſtens, die einzelnen Schiffe der eben zuſammenſegelnden Flotte; jedes derſelben erhält eine beſtimmte Nummer gewöhnlich nach der Stelle, an der es unter den übrigen ſegeln, oder in der Schlacht fechten ſoll. Soll nun ein Befehl nur an ein Schiff allein gerichtet ſein: ſo wird unmittelbar über den Signalflaggen, welche dieſen Befehl ausdrücken, der Wimpel oder die Wimpelzuſammenſetzung aufgeheißt, durch welche das Schiff bezeichnet iſt.

Wenn ein Signal mehrere benannte Schiffe angeht, ſo werden zuerſt die Wimpel aufgeheißt, welche deren Nummern anzeigen, und zwar die zu einem Schiffe oder einer Nummer gehörigen dicht aneinander; die der verſchiedenen Schiffe aber in gehörigen Zwiſchenräumen, um keine Verwirrung zuzulaſſen. Auf die Wimpel folgt dann der Stander, welcher das Buch anzeigt, in welchem die Bedeutung des darunter wehenden Flaggenſignals gefunden werden kann. Zuweilen werden, um Zeit und Raum zu erſparen, mehrere Flaggenſignale zugleich unter einander aufgeheißt; dann müſſen aber natürlich die Signale durch Zwiſchenräume geſchieden werden. Wenn Raum und Zeit genug vorhanden iſt, wird es immer beſſer ſein, die einzelnen Flaggenſignale mit

Digitized by Google

ihren zugehörigen Standern und Wimpeln an verschiedenen Orten der Bemastung, oder nach einander aufzuheißen.

Die zweite Bedeutung der Wimpel ist diejenige eigentlicher Zahlen, z. B. für Mannschaften, feindliche Schiffe, Vorräthe u. dgl. In solchem Falle hat man eigene Signalflaggen, welche über den Wimpeln aufgezogen werden, um anzuzeigen, daß diese für jetzt nicht die Schiffe der Flotte, sondern Zahlen bedeuten sollen. Wenn man also z. B. aus Tafel XLIX, erste Abtheilung, den weiß und rothen Wimpel, der 20 anzeigt, zu oberst, und gleich darunter den weiß und blau gestreiften, welcher 5 anzeigt, und beide zuerst aufheißen wollte, so würde dieses anzeigen, daß das darunter folgende Signal nur das Schiff anginge, welches durch 25 bezeichnet ist. Wäre aber über diesen beiden Wimpeln die blaue Flagge Nr. 3 aufgeheißt, welche in dem ersten Signalbuch anzeigt, daß die folgenden Wimpel Zahlen ausdrücken sollen, so würden die beiden genannten Wimpel die Zahl 25 ausdrücken.

Die dritte Bedeutung der Wimpel ist diejenige der Buchstaben des Alphabets; in dem ersten Signalbuche ist dann eine bestimmte Flagge, z. B. auf Tafel XLIX Nr. 4, roth und weiß, angegeben, welche anzeigt, daß die folgenden Wimpel Buchstaben ausdrücken; wäre also diese über den beiden obigen Wimpeln aufgeheißt, so würde diese den Buchstaben Z bedeuten.

Die vierte Bedeutung ist endlich diejenige der Kompaßstriche, welches durch die Signalflagge blau und weiß, Nr. 5 ausgedrückt werden kann; wäre also diese über den beiden obigen Wimpeln aufgeheißt, so bedeuteten sie den Kompaßstrich West; indem Norden mit 1 bezeichnet, und durch Osten weiter herumgezählt wird.

Man hat in neueren Zeiten auch statt der Wimpel eine Art von telegraphischer Bezeichnung auf den Schiffen erfunden, wodurch Zahlen und Buchstaben leichter ausgedrückt werden können.

Wenn die Wimpel Zahlen ausdrücken sollen, welche größer als 109 sind, was noch unmittelbar angegeben werden kann: so müssen die größten Nummern dazu gebraucht, und so oft wiederholt werden, bis die verlangte Zahl da ist; z. B. 620 auszudrücken, müßten sechs Wimpel aufgezogen werden, von denen jeder 100 bedeutet, und darunter der, welcher 20 ausdrückt.

Wenn eine Flotte zahlreich, und in mehrere Divisionen abgetheilt ist, von denen zuweilen eine mit allen ihren Schiffen ein Manöver ausführen soll: so sind auch noch über den Wimpeln der einzelnen Schiffe Divisionsflaggen angebracht.

Werden aber Signale ohne die Wimpel und Divisionsflaggen aufgeheißt, so sind sie allgemeine Signale, welche die ganze Flotte betreffen.

Zuweilen sind aber die in den Signalbüchern angegebenen Signale von solcher Art, daß sie zugleich angeben, wen sie betreffen; z. B. die Flaggenoffiziere, d. h. die Vize- und Kontreadmiräle sollen sich zum Admiral begeben; oder die luvwärts segelnden Schiffe sollen sich in das Kielwasser des Admiralschiffs begeben, d. h. gerade hinter ihm segeln.

Zur Anordnung der Signale befindet sich ein Schiffslieutenant mit meh-

reren Flaggenleuten, deren Zahl auf einem Linienschiffe zehn und noch mehr beträgt, auf dem Halb- oder Quarterdeck, oder auf der Kampanje. Die Signalbücher liegen auf einem Tische, um jeden Augenblick darin nachschlagen zu können; die Signalleute, die unter dem Signalmeister stehen, halten die Flaggen stets zierlich aufgerollt und nach Nummern in Kisten gepackt, um die verlangten sogleich aufheißen zu können.

Soll ein Signal gegeben werden, so sucht man im Signalbuche seine Nummer auf; ist es an ein einzelnes Schiff gerichtet, so sucht man dessen Wimpelbezeichnung. Hierauf sticht man zuerst diese Wimpelbezeichnung, darauf den Stander für das Signalbuch, und zuletzt das Signal selbst an das Flaggenfall, und heißt es auf.

Wenn Windstille herrscht, so daß die Wimpel, Stander und Flaggen nicht *wehen* oder sich ausbreiten, so müssen die unteren Enden vermittelst angeknüpfter dünner Taue ausgespannt werden. Sobald die Flotte, oder eine Division, oder einzelne Schiffe das sie angehende Signal bemerkt haben, wozu eine unaufhörliche Beobachtung des Admiralschiffs durch Fernröhre unterhalten wird: so müssen sie sogleich ein *Kontrasignal* aufheißen, wodurch sie zu erkennen geben, daß sie das Signal gesehen haben, und zu dessen Befolgung bereit sind. Dies besteht in einer auf allen Schiffen gleichen und ausschließlich dazu bestimmten Flagge, die beständig an einem Fall, gewöhnlich am Top des großen Mastes, zum augenblicklichen Gebrauche bereit liegt. Kein Signal wird herabgelassen, ehe das Kontrasignal darauf erfolgt ist; und kein Kontrasignal niedergeholt, ehe man der Bedeutung des Signals gewiß ist.

Sollte der Feind durch Verrath, oder wie sonst, die Bedeutung der Signale entdeckt haben, so verändert man sie dadurch, daß man alle Bedeutungen um eine oder mehrere Nummern auf- oder abwärts rückt, so daß z. B. nach der neuen Ordnung dasjenige Signal, welches vorher bei Nr. 5 stand, jetzt bei Nr. 4, 3, 2, 1 oder bei Nr. 6, 7, 8 zu finden ist.

In älteren Zeiten hatte man sogenannte *örtliche* Signale, wo die Bedeutung einer und derselben Signalflagge sich nach der Stelle änderte, an der sie aufgeheißt war. Weil aber in der Schlacht sehr leicht die einzelnen Stengen, Raaen u. s. w. herabgeschossen wurden, so konnte ein Admiralschiff bald unfähig werden, die gehörigen Signale zu zeigen, und der Befehlshaber war genöthigt ein anderes Schiff zu besteigen, was Zeitverlust und mannigfaltige Nachtheile hatte. Daher hat man die Signale unabhängig von den bestimmten Stellen gemacht.

Jeder Offizier der Flotte hat die Signalbücher in eigenem Besitz; entweder so, daß für jedes Buch eine besondere Tafel auf einem großen Bogen Papier mit farbigen Flaggenzeichnungen und beigeschriebenen Signalen verfertigt ist; oder, weil diese einzelnen Bogen sehr schnell verderben und unleserlich werden, so sind die sämmtlichen Signalbücher in einem eigens dazu eingerichteten Buche zusammengebunden. Jedes Signalbuch füllt 12 Seiten; die erste enthält den Titel, d. h. Erstes Buch, Zweites Buch u. s. w. Die zweite Seite enthält die *untern* Wimpel oder Flaggen, am vorderen, d. h. linken

Digitized by Google

Rande des Blatts, welches links herausgelegt werden kann. Neben jeder Flagge ſteht die Nummer, und dabei die Bedeutung dieſer Flaggen, wenn ſie einzeln aufgeheißt werden. Auf jeder der zehn folgenden Seiten iſt oben in der linken Ecke eine der obern Flaggen farbig dargeſtellt, welche in der nämlichen Folge auf einander folgen, wie auf der Signaltafel Taf. XLIX in der horizontalen Reihe der zweiten Abtheilung. Neben jeder Flagge ſteht zuerſt ihre beſondere Bedeutung, wenn ſie allein aufgeheißt wird, und darunter ſtehen nach ihren Nummern die Bedeutungen, welche ſie in Verbindung mit den neun unteren hat. Auf ſolche Art enthält jede Seite zehn Signale, die jeder der unteren auf der zweiten Seite des Signalbuchs gemalten Flagge, zu der ſie gehören, gegenüber ſtehen.

Für jedes folgende Signalbuch ſind neue zwölf eben ſo eingerichtete Seiten vorhanden.

Um ſich einen deutlichen Begriff von den Signalen zu machen, mögen hier einige aus einem Signalbuche folgen.

1. Ja. 2. Nein. 3. Anzeige, daß die folgenden Wimpel Zahlen ausdrücken. 4. Anzeige, daß die darunter wehenden Signalwimpel Buchſtaben des Alphabets bezeichnen. 5. Anzeige, daß die unten wehenden Signalwimpel Kompaßſtriche bezeichnen. 10. Anzeige, daß die beigehende Zahl die der Verwundeten ausdrückt. 16. Anzeige, daß das nächſtvorhergegangene Signal ungültig iſt. 17. Befehl, die obern Signalflaggen um die beigeſetzte Zahl zu verändern. 18. Befehl, die untern Signalflaggen um die beigeſetzte Zahl zu verrücken. 20. Befehl, die Anker fallen zu laſſen. 29. Befehl, an Backbord zu braſſen. 48. Befehl, das Beſteck anzuzeigen. 64. Alle Schaluppen zu bewaffnen. 72. Das vorſegelnde Schiff ſoll den Lauf verſtärken. 82. Befehl, daß alle Schiffe zugleich vor dem Winde wenden. 90. Befehl, daß die Schiffe eine ganze Kabellänge Diſtanz zwiſchen einander nehmen ſollen.

Schon bei der Dämmerung und beim Nebel, vollends aber bei Nacht, werden die Flaggen unkenntlich. Man hat daher eigene Nachtſignale. Dieſe beſtehen der Hauptſache nach in Laternen, oder auch in Lampen mit farbigem Feuer. Dieſe werden, wie Tafel L in der oberſten Reihe zeigt, an die Ecken oder in die Mitte von Vier- oder Dreiecken gehängt, die früherhin von 5—6 Fuß langen, drei Zoll breiten und einen Zoll dicken Latten zuſammengefügt wurden. Weil dieſe aber ſehr zerbrechlich waren, und vom Winde zu ſehr geſchaukelt wurden, ſo daß die Laternen, welche an den daran befindlichen Haaken aufgehängt waren, zuweilen herunterfielen: ſo nimmt man lieber Vierecke von zolldickem Tauwerk, welche durch einen runden eiſernen Stab in der Diagonale ausgeſpannt werden; dieſe bieten wegen der Rundung der Taue und des Stabes dem Winde viel weniger Fläche dar, werden durch den Eiſenſtab in einer perpendikulären Lage gehalten, und ſind nicht zerbrechlich. Das ganze Tau zu einem ſolchen Viereck iſt 20 bis 24 Fuß lang, ſo daß jede Seite des Vierecks fünf oder ſechs Fuß lang iſt. An jeder Ecke befindet ſich ein Auge eingeſpließt, und der Eiſenſtab hat in der Mitte ein Loch

oder einen Einschnitt, so daß die Laternen angebunden werden können. Solch ein Viereck wird an demjenigen Mast, oder sonst an derjenigen Stelle an einem Fall aufgeheißt, wo das Signal dem Betreffenden am besten in die Augen fällt. Damit es sich nicht wendet, wird an der einen Seitenecke ein dünnes Tau befestigt und mit demselben das Viereck in solcher Lage gehalten, daß die Gestalt des Feuers sich deutlich und so darstellt, wie solche auf der Tafel der Nachtsignale zu sehen ist.

Zugleich mit dem Aufheißen der Laternen werden Kanonenschüsse abgefeuert, entweder einer oder mehrere, und diese mehreren in gleichen oder in verschiedenen Zwischenzeiten. Die Zahl der Schüsse und die Größe der Zeitintervalle darf natürlich nicht groß sein, um möglichst wenig Zeit zu verbrauchen. Auf Tafel L sind in der horizontalen Reihe die Tauvierecke mit den verschieden aufgehängten Laternen, und in der ersten Perpendikularreihe die Schüsse durch Kanonenkugeln angedeutet. Die höchste Zahl von Schüssen ist *vier*; der kleinste Zeitintervall ist *fünf* Sekunden, der größte *fünfundzwanzig* Sekunden.

Es werden immer einige Kanonen mehr geladen und in Bereitschaft gehalten, damit, wenn eine versagt, sogleich die nebenstehende abgefeuert werden kann; zum Abfeuern werden die geübtesten Leute angestellt, und ein Lieutenant steht dabei, um die Befehle zum Abfeuern zu geben. In älterer Zeit, wo man nur Lunten hatte, war die genaue Einhaltung der Zeitpunkte etwas schwierig; in neuerer Zeit hat man auch entweder Schlösser, die an die Kanonen geschraubt werden, mit Zündhütchen; oder eine Einrichtung, wodurch schnell eine Art Zündhölzchen über das Zündloch gezogen wird, und durch die Reibung sich selbst und das Pulver schnell entzündet.

Die *Laternen*, oder hierbei *Feuer* genannt, vertreten die Stelle der *obern* Flaggen bei den Tagsignalen; die *untern* werden durch die *Kanonenschüsse* ersetzt, wie Tafel L zu sehen ist; nur muß man bemerken, daß die Laternenfiguren *nicht Zehner*, und die Kanonenschüsse *nicht Einer* bezeichnen; denn Laternen ohne Schüsse, und Schüsse ohne Laternen haben keine Bedeutung; sondern nur in gegenseitiger Verbindung haben sie wirkliche Signalbedeutung. Um aber alle Nummern ausdrücken zu können, hat man *zehn* Feuer für die *obere* Reihe, und zehn durch Zahl und Zwischenräume verschiedene Kanonenschüsse. Durch die Kombination beider Reihen erhält man *hundert* verschiedene Nummern, deren Bedeutung im Nachtsignalbuch angegeben ist.

Zum Kontrasignal kann man *Blickfeuer* nehmen, d. h. Anzündungen von losem Pulver, oder irgend ein anderes Zeichen, um anzuzeigen, daß das Signal erkannt worden.

Die bei Nacht vorkommenden Erfordernisse sind der Zahl nach viel weniger, als bei Tage; indem Schlachten, welche die mehrsten Befehle erfordern, fast nie bei Nacht geliefert werden, oder höchstens das Ende einer Schlacht sich bis zur Dunkelheit fortzieht.

Die *Nebel-* oder *Mistsignale* sind noch schwieriger als die Nachtsig-

Digitized by Google

nale, weil man alsdann blos durch den Schall ſignaliſiren kann, und dazu für bedeutende Entfernungen faſt nur Kanonenſchüſſe hat. Gewöhnlich dauern aber die Nebel kürzere Zeit als die Nächte. Wenn Schiffe einer Flotte einander nahe ſind, ſo braucht man, um das Zuſammenſtoßen oder plötzliche Gefahren von Strand und Klippen zu verhüten, um zum Wenden aufzufordern, Trommeln, Trompeten, Glocken, Sprachröhre, und läßt das Zeichen von Schiff zu Schiff weiter gehen.

Einige Signale ſind bei allen Nationen ganz allgemein dieſelben, z. B. der Morgenſchuß, der Abendſchuß, der Preiſchuß, die Flagge im Schau.

Der Morgenſchuß wird bei einer Kriegsflotte jeden Morgen bei Tagesanbruch vom Admiralſchiff abgefeuert, und dient dazu, die Beſatzungen zur Arbeit zu wecken.

Der Abendſchuß, ebenfalls vom Admiralſchiff beim Eintritte der Nacht abgefeuert, iſt das Zeichen für alle Beſatzungen, zur Ruhe zu gehen.

Der Preiſchuß unter Aufheißung einer Flagge iſt ein Zeichen, daß ein Schiff mit dem andern ſprechen will; denn preien heißt in der Seemannsſprache, mit einem andern Schiffe durch ein Sprachrohr reden, um irgend eine Auskunft zu erhalten.

Die Flagge im Schau wehen laſſen, heißt, ſie ihrer Tiefe nach zuſammengelegt an der Gaffelpiek aufheißen. Es iſt dieß ein Zeichen, Jemand an Bord zu rufen. Auf einer Rhede weht die Flagge im Schau, wenn die am Ufer befindlichen Schaluppen an Bord kommen ſollen, um abzuſegeln. Auf See iſt es zuweilen ein Nothzeichen. Eine Flagge im Schau nur bis zur halben Höhe aufgeheißt, iſt ein Trauerzeichen.

Wenn mehrere zu einer Flotte zuſammengehörige Schiffe zuſammenſegeln und eines ſtößt auf den Grund, ſo feuert es ſchnell zwei Kanonenſchüſſe ab, um die übrigen zu warnen.

Beim Salutiren oder Begrüßen wird eine bald größere, bald kleinere Anzahl von Kanonen abgefeuert, wie beim Abſegeln und bei der Ankunft, beim Vorbeiſegeln an einer Feſtung oder einem Schiffe von höherem Range.

§. 369. Vom Tauwerk und ſeiner Zubereitung zur Taakelaſche.

Tafel XXXII, A.

Die einfachen Hanffäden, aus denen ein Tau gedreht wird, heißen Garne oder Kabelgarne. Die dünnſten Taue heißen Leinen, und beſtehen aus 6, 9, 12 oder 15 Garnen, welche in drei Theile vertheilt werden, die man Duchten nennt. In jeder Ducht liegen die Garne parallel, die Duchten aber werden zuſammengedreht. Dickere Taue von wenigſtens 18 Garnen heißen Troſſen; ſie beſtehen auch nur aus drei Duchten, ſind alſo auch nur einmal zuſammengedreht. Alles Tauwerk, welches nur aus Duchten beſteht, auch die Leinen, heißt troßweiſe geſchlagen, wie Fig. 1.

Stärkere Taue, wie die Anker- oder Kabeltaue; dieſe werden aus drei Troſſen geſchlagen, ſo daß ſie alſo zweimal zuſammengedreht ſind; eine ſolche zu einem ſtärkeren Tau zuſammengedrehte Troß heißt alsdann das Kardeel dieſes ſtärkeren Taus; und alles zweimal zuſammengedrehte, alſo aus Duchten und Kardeelen, folglich aus dreimal drei Duchten beſtehende Tauwerk heißt kabelweiſe geſchlagenes, oder dreiſchäftiges, wie Fig. 3.

Man hat auch vierſchäftiges, aus vier Kardeelen beſtehendes, wie die Wanttaue, deßhalb nennen die Engländer es shroudlaid. Weil die vier Kardeele ſich nicht ſo genau an einander ſchließen, wie drei, ſondern in der Mitte ein leerer Raum bleibt, ſo wird dieſer zuweilen durch ein ſogenanntes Herz ausgefüllt, d. h. durch eine als Axe zwiſchen den vier andern durchgehende Ducht. Dieſe aber bricht leicht, weil ſie nicht ſo ſtark wie die andere zuſammengedreht iſt, ſich alſo auch nicht ſo weit ausdehnen kann. Fig. 2 iſt ein vierſchäftiges Tau.

Tauwerk, welches ſo zuſammengedreht iſt, wie Fig. 1 und 2, heißt mit der Sonne geſchlagen; ſolches aber, wie Fig. 3, gegen die Sonne gelegt.

2 Schiemannsgarn wird an Bord der Schiffe ſelbſt und zwar auf folgende Weiſe verfertigt. Altes Tauwerk wird aufgedreht, und die einzelnen Garne werden herausgezogen, zuſammengeknüpft, und über die Hand zu Knäueln zuſammengerollt. Je nachdem man das Schiemannsgarn drei- oder vierſchäftig machen will, legt man drei oder vier ſolcher Knäuel neben einander auf Deck, nimmt das Ende von jedem und ſchießt alle vier zuſammen auf einem Röſterwerk, oder ſonſt wo, um das Deck von Theer frei zu halten, in Bugten auf; jede dritte oder vierte Bugt wird vermittelſt eines Theerquaſts getheert. Nachdem alles Garn aufgeſchoſſen und getheert worden, befeſtigt man die Enden zuſammen an eine ſogenannte Schiemanns-Garn-Woid oder Schiemanns-Garnmühle, wie Fig. 4, indem man einen Zimmerſtich oder halben Schlag um die eine Speiche E nimmt. Der Mann, welcher ſpinnt, geht in eine gehörige Entfernung, und indem er die Garne in der Hand hält, dreht er die Woid mit einer raſchen Bewegung gegen die Sonne, d. h. links herum. Wenn es genug geſponnen iſt, reibt er es rück- und vorwärts mit einem Stück alten Segeltuch, und haſpelt es auf die Woid. Hierauf nimmt er einen neuen Zimmerſtich um die Speiche E, und verfährt wie vorher. Wenn die Woid voll iſt, nimmt man das Schiemannsgarn ab, und wickelt es in einen Knäuel auf, oder nach der Seemannsſprache in einen Klohn oder Kloon.

Eine viel vortheilhaftere Woid iſt die in Fig. 5 abgebildete. Die Krücke 1 iſt in ein Gatt 2 des Bratſpills geſteckt, eine hölzerne Spindel 3 geht durch die beiden runden Gatten der Krückenarme. An dem einen Ende der Spindel iſt ein hölzernes Rad angebracht. Der zwiſchen den Krückenarmen befindliche Theil 3 der Spindel iſt viereckig, der in den Löchern und außerhalb befindliche rund, und hat an dem Ende einen Pflock 4 durchgeſtoßen. Eine dünne Leine 5, von der Dicke einer Webeleine, wird mit Kreide beſtrichen, und um den

Digitized by Google

viereckigen Spindeltheil 3 genommen. Der Zimmerſtich wird um den Pflock 4 genommen. Während ein Knabe mit dem Garn längs Deck geht, und es mit Segeltuch reibt, zieht ein andrer heftig an dem Theile a der Leine, während er in jeder Hand ein Ende hat; hierauf dreht ſich die Spindel mit dem Schwungrade. Alsdann läßt er den Part a los, und holt an dem andern, wodurch die Leine wieder die urſprüngliche Lage erhält. Dieſes Anziehen und Nachlaſſen wiederholt er ſo oft, daß die Spindel in ununterbrochener Drehung bleibt. Der Knabe mit dem Garn in der Hand kann längs dem ganzen Deck gehen, ehe er es auf den runden Theil der Spindel aufdreht. An der dem runden Spindeltheile gegenüber liegenden Fockwant kann ein Haaken mit einem Taljereep befeſtigt werden, auf den man die Buchten des Garns aufhängt. Das Schiemannsgarn wird zum Trenſen, Bekleiden, Sorren u. ſ. w. gebraucht.

Trenſen heißt den zwiſchen den Kardeelen und Duchten eines dicken 3
Taus an ſeiner Außenſeite befindlichen Zwiſchenraum mit einer dünneren Leine, die man herumſchlängelt, ausfüllen, wie Fig. 6. Man gebraucht hiezu beſonders ſtarkes Schiemannsgarn. Die Trenſing dient ſowohl zur Verſtärkung, als zur Ebenmachung des Taus.

Schmarting heißt altes Segeltuch, welches um ein Tau gewickelt und wohl getheert wird; das Tau wird dadurch zur Bekleidung vorbereitet und dagegen geſchützt, daß nicht Regenwaſſer zwiſchen die Duchten und Kardeele kommt, wenn die Bekleidung durchgerieben iſt.

Die Bekleidung oder Kleidung eines Taus wird mit einer hölzernen 4
ſogenannten Kleidkeule, Fig. 7, umgelegt. Dieſe iſt an der einen Seite ausgehöhlt, um feſt auf dem Tau anliegen zu können. Das zu bekleidende Tau wird zuerſt mit einer Talje ſtraff ausgeſpannt, und dann getrenſt. Darauf wird das Ende des Schiemannsgarns zur Bekleidung auf das Tau gelegt, und mit zwei oder drei Schlägen darüber und darunter feſt angeholt. Die Kleidkeule wird ſodann mit ihrer Höhlung auf das Tau gelegt, wie in Fig. 8. Ein Schlag vom Schiemannsgarn wird dicht neben den letzten, mit der Hand um das Tau gelegten, um das Tau und die Kleidkeule genommen; ein zweiter Schlag neben dieſem und ein dritter um den vordern Theil der Kleidkeule; von dem letztern leitet man das Garn um den Stiel oder die Handhabe i der Keule, welche der Bekleidende mit der Hand hält. Die Schläge des Schiemannsgarns oder die Kleidung wird immer in einer entgegengeſetzten Richtung genommen, als in welcher das Tau geſchlagen iſt, d. h. z. B. gegen die Sonne, wenn das Tau mit der Sonne geſchlagen iſt; auf dieſe Art bleibt die Spannung der Kleidung ziemlich unverringert, wenn auch das Tau ſich ausdehnt. Der Klohn oder der Knäuel Schiemannsgarn k wird von einem Knaben gehalten, und zwar in einiger Entfernung von dem Bekleidenden; er nimmt dieſes Knäuel eben ſo oft um das Tau, als der Andre die Kleidkeule herumnimmt. Das Ende wird durch die letzten drei oder vier Schläge der Kleidung geſteckt und feſt angezogen.

Spliſſen heißt die Enden zweier Taue mit einander vereinigen, indem 5

man die Kardeele und Duchten eines jeden bis auf eine hinlängliche Weite aufdreht, und solche wieder kreuzweise zwischen die nicht aufgedrehten Duchten und Kardeele sticht, so daß die beiden Enden nicht wieder von einander gehen können. Ist eine Splissung gut gemacht, so hält sie besser als das ursprüngliche Tau selbst. Es giebt verschiedene Arten von Splissungen, zu deren Bildung man sich des Spließhorns und der Marlpfrieme bedient.

Ein Spließhorn, Fig. 9, dient zur Splissung der schweren Taue, und ist deßhalb größer als ein Marlpfriem; es wird gewöhnlich von hartem Holz, wie Brasilien- oder Pockholz u. dergl. gemacht; zuweilen auch von Eisen; es nimmt von der Spitze an allmälig an Dicke zu, um die Kardeele und Duchten besser zum Durchstecken öffnen zu können. Wenn es von Eisen gemacht ist, so hat es gewöhnlich die Gestalt wie Fig. 10, d. h. am obern Ende ein Auge; in dieser Weise nennt man es auch gemeinhin Marlpfriem.

Der eigentliche Marlpfriem hat aber die Gestalt von Fig. 11; er ist von Eisen, an der Spitze sanft gebogen, und oben mit einem Knopf oder Kopf versehen.

6 Eine kurze Splissung dient dazu, die Enden zweier Taue, oder die beiden Enden eines Taues zu vereinigen. Sie wird folgendermaßen gemacht: Man nimmt, Fig. 12, die Duchten bis auf eine angemessene Länge auseinander, und schiebt sie in einander, so daß jede Ducht des einen Taues zwischen zwei Duchten des andern zuliegen kommt, und zieht sie etwas fest zusammen. Darauf hält man die Duchten a b c und das Ende des Taus d in der linken Hand fest; ist das Tau dazu zu groß, so stoppt oder bindet man sie mit einem Kabelgarn an das Tau d fest. Darauf nimmt man die mittelste Ducht 1, steckt sie über die Ducht a, und dann unter die Ducht c, wie in Fig. A, nachdem man die letztere mit dem Marlpfriem geöffnet hat, und zieht die Ducht 1 fest. In der gleichen Weise verfährt man mit den andern Duchten von 1, indem man eine jede über die erste und unter die zweite Ducht des andern Taus nimmt, und zwar auf beiden Seiten, oder an beiden Tauen; die Splissung erscheint dann, wie in Fig. 13. Um ihr aber mehr Festigkeit zu geben, so wiederholt man die Arbeit, indem man jedes Ende über die dritte und unter die vierte Ducht steckt. Man kann auch die Enden selbst aufdrehen, und mit einem Messer dünn schrapen, und dünner zulaufend auf das Tau festmarlen, und mit Schiemannsgarn bekleiden; so daß die Splissung in der Mitte am dicksten ist, und nach der Seite zu dünner wird.

7 Eine Augsplissung, Fig. 14, a, wird folgendermaaßen gemacht: man dreht ein Tau auf, und legt die Duchten e f g in einiger Entfernung, je nach der Größe des beabsichtigten Auges auf das Tau, oder den sogenannten stehenden Part a. Das Ende h, in der Figur B, steckt man durch die ihm nächste Ducht, nachdem man sie mit dem Marlpfriem geöffnet hat; das Ende i nimmt man über dieselbe Ducht, und steckt es durch die zweite; und das Ende k durch die dritte auf der andern Seite.

8 Eine Langsplissung, auch Spanische Splissung genannt, Fig. 15, kommt auf folgende Weise zu Stande: man legt die aufgedrehten Duchten der

Digitized by Google

beiden Taue zwiſchen einander, wie zur kurzen Spliſſung. Darauf nimmt man eine Ducht, z. B. 1 in Fig. C, hebt ſie bis auf eine beträchtliche Länge hin aus ihrem Tau heraus, und legt in den leer gewordenen Raum die Ducht 2 des andern Taus hinein; ſo kommt auf der linken Seite die Ducht 4 in den leeren Raum der Ducht 3 hinein. Die beiden mittleren Duchten 5 und 6 werden aufgedreht, und von jeder die aufgedrehte Hälfte mit der gegenüberliegenden Hälfte durch einen ſogenannten Sackſtich verknüpft; die Enden werden über die nächſte und unter die zweite Ducht, wie bei der kurzen Spliſſung geſteckt. Die beiden andern Hälften werden abgeſchnitten. Man macht auch zuweilen einen Sackſtich aus beiden ganzen Duchten, dreht ſie dann erſt auf, und ſteckt nur die Hälften über und unter die feſten Duchten. Aber dies giebt keine ſo gleichmäßige Spliſſung wie die vorher angegebene Verfahrungsweiſe.

Wenn die Ducht 2 in Fig. C auf die Ducht 1 gelegt worden, ſo werden ſie ebenfalls aufgedreht und mit ihren einen Hälften verknüpft, während die anderen weggeſchnitten werden. Daſſelbe geſchieht mit den Duchten 3 und 4. Dieſe Langſpliſſung dient dazu, ein ſolches Tau zu verlängern, welches durch einen Block oder ein Scheibengatt fährt, indem ſeine urſprüngliche Dicke ſehr wenig verändert wird.

Eine Flämiſche Augſpliſſung, Fig. 17, macht man auf folgende 9
Weiſe. Man nimmt eine Ducht 7 in Fig. 16 aus dem Tau bis auf eine gewiſſe Länge heraus, und bildet das Auge Fig. 17, indem man die beiden liegengebliebenen Duchten 8 an den ſtehenden Part legt, und die entſtandenen in der Figur durch die Schattirung angedeuteten Zwiſchenräume mit der Ducht 7 ausfüllt, bis ſie wieder unter das Auge zurückkehrt, und mit den beiden Duchten 8 zuſammentrifft. Die Enden werden geſchraapt, zugeſpitzt, gemarlt und zuletzt mit Schiemannsgarn bekleidet.

Ein Spindelauge, Fig. 18, wird gemacht, indem die einzelnen Kabel- 10
garne des ganzen Taus von einander gelegt werden; man nimmt darauf ein rundes Holz oder Tau von dem Umfange des beabſichtigten Auges, und ſticht um daſſelbe je zwei und zwei Garne zuſammen, wie es die Figur zeigt. Die Enden werden geſchraapt, geſpitzt, gemarlt und bekleidet; das Ganze bildet ein gutes Auge für das Ende eines Stags. Die einzelnen Garne ſind in der Figur der Deutlichkeit wegen ſtärker gezeichnet, als ſie im wirklichen Verhältniſſe zum Tau ſind.

Eine Bugtſpliſſung, Fig. 19, entſteht, wenn man ein Tau in zwei 11
Theile zerſchneidet, und je nach der Größe des beabſichtigten Auges jedes Ende an das andre Tau legt, und die aufgedrehten Duchten, wie bei der gewöhnlichen Augſpliſſung durch die feſten Duchten des andern Taus ſteckt. Hiedurch wird das Auge U in der Bugt des Taus gebildet; man gebraucht es zu Hangern, Klüverbaumbackſtagen u. dgl.

Um einen einfachen oder Engliſchen Wandknopf oder Wand- 12
knoten zu machen, dreht man Fig. 20 die Duchten eines Tauendes auf; mit der Ducht 1 bildet man eine Bugt und hält das Ende an der Seite des Taus 2 herab; das Ende der nächſten Ducht 3 nimmt man rund um die Ducht 1;

Digitized by Google

und das Ende der Ducht 4 rund um die Ducht 3, und durch die Bugt, welche zuerſt von der Ducht 1 gebildet war; darauf zieht man alle Enden feſt, und der Wandknopf wird wie in Fig. 21 ausſehen.

13 Der Schildknopf mit einem Schild- oder Kreuzknopf, iſt nur eine beſondre Art des Wandknopfs; man legt, Fig. 22, eines der Enden als das erſte a über den Knopf; darauf das zweite b über a und das dritte c über b, und zieht es durch die Bugt von a; holt man alle Enden feſt an, ſo erſcheint der Knopf wie Fig. 23, wo nur die Enden der Deutlichkeit wegen nicht ganz feſtgezogen ſind. Man nennt dieſen Knoten auch den einfachen Schildknopf.

14 Ein doppelter oder Deutſcher Wandknopf, wie Fig. 24, entſteht auf folgende Weiſe: man nimmt eines von den Enden des einfachen Schildknopfs 23, z. B. das Ende b, und bringt es unterhalb der ihm nächſtliegenden Bugt, und ſteckt es durch dieſelbe Bugt d; man thut das nämliche mit den andern Duchten, indem man ſie nach oben zu durch zwei Bugten ſteckt; alsdann hat der Knopf die Geſtalt wie Fig. 24, d. h. eine doppelte Wandung und einen einfachen Schildknopf oben auf.

15 Um einen Türkiſchen Knopf mit doppeltem Schilde, Fig. 25, zu machen, hat man die Enden des vorigen Knopfs neben den Duchten derſelben zu legen, und durch die doppelten Bugten der Wandung nach unten hin zu ſtecken, wie in der Fig. 25 zu ſehen. Man nennt dieſen Türkiſchen Knopf auch doppelten Schildknopf, und zuweilen auch Halsknopf, und gebraucht ihn auch zu den Marsſchooten.

Uebrigens muß die erſte Wandung oder erſte Bugt eines Wandknopfs in entgegengeſetzter Richtung gemacht werden, als das Tau geſchlagen iſt, d. h. gegen die Sonne, wenn es mit der Sonne geſchlagen worden; die einzelnen Duchten liegen alsdann ſchicklich für die zweite Schildknopfbildung. Die Enden werden geſchraapt, nach unten hin zugeſpitzt, gemarlt, und mit Schiemannsgarn bekleidet.

16 Ein Taljereepsknopf (Matthew-Walker's-knot), Fig. 27, entſteht auf folgende Weiſe. Man dreht die Duchten eines Taus, Fig. 26, auf, und nimmt die eine davon 1 um das Tau herum, und durch ihre eigene Bugt; das Ende 2 unterhalb durch die Bugt des erſten Endes, und durch ſeine eigene Bugt; das Ende 3 unterhalb durch die Bugten der Enden 1 und 2 und durch ſeine eigene Bugt. Holt man ſie feſt an, ſo bilden ſie den Knoten 27, und werden zuletzt abgeſchnitten. Dieſer Knoten dient beſonders das Ende eines Taljereeps zu ſichern.

Sämmtliche Knoten ſind in den Zeichnungen etwas loſer gelaſſen, als ſie in der Wirklichkeit ſein dürfen, um den Lauf der einzelnen Duchten deutlicher zu zeigen. Die Knoten dienen zum großen Theile dazu, ein Tau von dem völligen Durchgehen oder Durchſchlüpfen durch ein Gatt oder ein Ohr abzuhalten, ſo daß es nicht feſtgeſtochen zu werden braucht, ſondern ſeine Haltung durch den Knopf erhält.

17 Der einfache Schauermannsknopf, Fig. 29, wird auf folgende

Digitized by Google

Weiſe gemacht. Ein Tau wird, Fig. 28, bis auf eine bedeutende Länge aufgedreht; von den drei Duchten bildet man drei Bugten am Tau herab, und hält ſie feſt. Darauf ſteckt man das Ende der Ducht 1 über die Ducht 2 und durch die Bugt der Ducht 3, wie die Figur zeigt; darauf ſteckt man die Ducht 2 über die Ducht 3, und durch die Bugt der Ducht 1; endlich die Ducht 3 über die Ducht 1 und durch die Bugt der Ducht 2, und zieht alle Enden feſt an; nachdem ſo der Knopf gebildet, legt man die Enden wieder zuſammen, und dreht ſie zum urſprünglichen Tau zuſammen; alsdann zeigt ſich der Schauermannsknopf in der Mitte des Taus, wie in Fig. 29. Dieſer Knoten, den die Engländer single-diamond-knot nennen, wird beſonders an Klüverbaumbackſtagen, Glockentauen, Fallreepen und Scheertauen gebraucht, welche letztere durch die Finknetzſtützen geſchooren werden. Auch dienen ſie zu den Pferden an den Raaen, am Klüver- und am Giekbaum, damit dieſelben nicht zu weit durch die Kauſchen der Springſtroppen hindurch gehen, und das Stehen auf den Pferden unſicher machen.

Der doppelte Schauermannsknopf (double diamond-knot), Fig 30, 18
wird auf gleiche Weiſe wie der einfache, nur mit dem Unterſchiede gebildet, daß die Duchten durch zwei einfache Bugten gehen, daß die Enden an der oberen Seite des Knotens herauskommen, und die letzte Ducht durch zwei doppelte Bugten geht.

Bei beiden Arten von Schauermannsknöpfen werden die Enden nachher wieder bis dahin zuſammengedreht, wo der nächſte Knopf hinkommen ſoll.

Der Blinde-Schooten-knopf, Fig. 33, wird auf folgende Weiſe 19
gemacht. Man dreht die beiden Enden eines Taus, Fig. 31, auf, und macht mit der Ducht 1 eine Bugt. Darauf wandet man die ſechs Duchten gegen den Schlag des Taus zuſammen, alſo bei troßweiſe geſchlagenem von rechts nach links, gerade ſo wie bei dem einfachen Wandknopf (S. 2625 Nr. 12); d. h. man legt die zweite Ducht über die erſte, die dritte über die zweite u. ſ. f., die ſechste über die fünfte und durch die von der erſten gebildete Bugt, und zieht ſie etwas feſt; alsdann ſieht die einfache Wandung wie Fig. 32 aus. Man macht dann oben den Schildknopf, wie bei Fig. 33, indem man zwei Duchten, welche am paſſendſten dazu liegen, wie 5 und 2, kreuzweis über die Oberſeite der Wandung legt; darauf ſteckt man die andern Duchten 1, 3, 4, 6 abwechſelnd über und unter die zwei vorhergenannten, und zieht ſie feſt; alsdann erhält der Knopf genau die Geſtalt von Fig. 33. Man kann auch die Wandung verdoppeln, indem man die Duchten 2, 1, 6 u. ſ. w. unter die links von ihnen liegenden Wandungen, und durch dieſelben Bugten ſteckt, wenn die Enden für die zweite Schildung heraufkommen. Dies geſchieht, indem man den Wegen der einzelnen Schildung folgt, und die Enden durch die Wandung herabſteckt, wie vorher für drei Duchten gezeigt worden. Dieſer doppelt gewandete und geſchildete Knopf dient auf den Kauffahrteiſchiffen oft zum Stopperknopf.

Der Stopperknopf, Fig. 34, wird durch einfache und doppelte Wandung, 20
wie bei den eigentlichen Wandknöpfen (S. 2625 u. 2626) aber ohne Schildung

gemacht, und zwar gegen den Schlag des Taus, die Enden werden, wie in der Figur, mit einem Bindſel geſtoppt.

21 Der Wanttaufknoten, Fig. 35, dient dazu, ein durchſchoſſenes oder ſonſt gebrochenes Wanttau wieder zuſammenzuknüpfen. Man legt die aufgedrehten Duchten beider Enden ineinander, wie zu einer kurzen Spliſſung; alsdann macht man die einfache Wandung gegen den Schlag des Taus, alſo bei kabelweiſe geſchlagenem von der linken zur rechten Hand, wie in der Figur, um den ſtehenden Part des andern Taus. Die Enden werden geſchraapt, zugeſpitzt, gemarlt und mit Schiemannsgarn bekleidet.

22 Der Franzöſiſche Wanttauknoten, Fig. 37, ſieht zierlicher als der vorige aus, und iſt eben ſo haltbar. Man legt die Duchten der beiden Enden, Fig. 36, wie vorher zwiſchen einander. Man legt die Enden 1, 2, 3 zurück auf ihren eigenen Taupart b, und macht eine einfache Wandung mit den Enden 4, 5, 6 rund um die Bugten der drei andern Duchten, und den ſtehenden Part b; alsdann erhält man den Knoten wie Fig. 37. Die Enden werden geſchraapt u. ſ. w. wie vorher.

23 Ein Boyereepsknoten, Fig. 39, wird auf folgende Weiſe aus einem kabelweiſe geſchlagenen Taue gemacht. Man dreht die Kardeele auf, und nimmt aus jedem eine Ducht hervor. Die Kardeele dreht man wieder zuſammen, und läßt die Duchten draußen, wie Fig. 38. Darauf macht man mit dieſen letztern eine einfache und eine doppelte Wandung, wie bei dem Stopperknoten (Nr. 20), rund um das Tau, und legt die Enden wie eine Trenſing in die Zwiſchenräume, und ſtoppt ſie mit Schiemannsgarn, wie Fig. 39 d.

24 Ein Stich wird von einem Ende eines Taus um daſſelbe gemacht, und unterſcheidet ſich von einem Knoten darin, daß er nicht ſo feſt wie der letztere zuſammengezogen oder geſchliert wird, ſondern ſich wieder leicht öffnen läßt. Man nimmt, Fig. 40, das Ende b eines Taus um deſſen ſtehenden Part, bringt es durch deſſen Bugt herauf, und ſorrt oder bindſelt es an den ſtehenden Part d. Ein ſolcher einfacher heißt ein Halbſtich (Half-hitch). Wenn dagegen das Ende zweimal herumgenommen wird, wie Fig. 41, ſo heißt es ein Zimmer- oder Timmerſtich (Clove-hitch).

25 Bei einem Sackſtich (Over-hand-knot), Fig. 42, nimmt man das Ende b über den ſtehenden Part a und durch die obere Bugt c.

Eine beſondere Art von Sackſtich, den man der Geſtalt wegen einen Achtſtich (Figure-of-eight-hitch) nennt, iſt Fig. 43. Man nimmt das Ende a um den ſtehenden Part b, unter ſeinen eigenen Part d und durch die Bugt c.

26 Ein einfacher Bulienſtich, Fig. 46, wird gebildet, indem man Fig. 44 das Ende a in die rechte Hand, und den ſtehenden Part b in die linke Hand nimmt, das Ende über den ſtehenden Part legt, und mit der Linken eine Bugt des letztern dreht, wie Fig. 45; darauf führt man das Ende um den ſtehenden Part und wieder durch die Bugt; alsdann erſcheint es wie Fig. 46.

Ein Bulienſtich an einer Taubugt, Fig. 48, entſteht auf dieſe Art: man nimmt Fig. 47 die Bugt a in eine Hand, und die ſtehenden Parten b in die andere, und ſchlägt von den letztern eine Bugt oder eine Kink über die

Digitized by Google

Bugt a, wie für den einfachen Bulienſtich. Darauf nimmt man die Bugt a um die ſtehenden Parten b, und über die großen Bugten c c, und bringt ſie wieder herauf. Alsdann iſt der Stich fertig, wie in Fig. 48.

Um einen laufenden Bulienſtich zu machen, wie Fig. 50, nimmt man Fig. 49 das Ende rund um den ſtehenden Part b und durch die Bugt c, und macht den einfachen Bulienſtich auf den Part d; alsdann iſt der laufende Stich fertig.

Ein Reefknoten, Fig. 52, beginnt mit einem Sackſtich, Fig. 51, um 27
eine Raa oder Spiere; das nähere Ende a bringt man nach links, und das andere b nach rechts, nimmt a um b und zieht den Knoten feſt.

Ein Fiſcherſtich (Timber-hitch), Fig. 53, bildet ſich, indem man das 28
Ende eines Taus a um eine Spiere oder ein andres Holz, und unten über den ſtehenden Part b nimmt; darauf nimmt man einige Schläge um ſeinen eigenen Part c, und der Stich iſt fertig.

Ein Rollſtich (Rolling-hitch), Fig. 54, entſteht auf folgende Art: man 29
nimmt zwei runde Schläge mit dem Ende a um eine Spier oder dgl. bei c; darauf macht man zwei Halbſtiche um den ſtehenden Part b, und hat den Rollſtich fertig.

Ein Schottſtich (Magnus-hitch), Fig. 56, wird gemacht, indem man, 30
Fig. 55, mit dem Ende eines Taus zwei runde Schläge um eine Raa oder Spier macht, dann das Ende a vor den ſtehenden Part bringt, wieder unter die Spier und um ſie herum nimmt, und durch die eigene Bugt ſteckt; das Ende wird mit der Bugt zugeſchliert, wie Fig. 56 d.

Ein einfacher (enkelter) Holländer, Fig. 58, entſteht folgendermaa- 31
ßen. Man macht, Fig. 57, eine einfache Bugt c, indem man das Ende a unter den ſtehenden Part b nimmt; die Bugt legt man, Fig. 58, über den Haaken eines Takelblocks, indem man den Part d auf demſelben ruhen läßt; der Part a wird mit dem ſtehenden Part zugeſchliert; dieſer Holländer wird beim Anſetzen der Wanten in dem Talſereep gemacht.

Eine Katzenpfote (Cats-paw), Fig. 60, macht man folgendermaaßen: 32
man legt, Fig. 59, das Ende a über den ſtehenden Part b, und bildet die Bugt c; man nimmt die Seite c dieſer Bugt in die rechte, und die Seite d in die linke Hand, und dreht ſie dreimal von ſich ab; alsdann wird in jeder Hand eine Bugt ſein, c und d in Fig. 60; durch dieſe Bugten ſteckt man den Haaken eines Takelblocks.

Ein Schootenſtich (Sheet-bend), Fig. 61, entſteht, wenn man das 33
Ende a des einen Taus durch die Bugt b eines andern ſteckt, und um beide Parten c d deſſelben herum und durch die eigene Bugt nimmt.

Zu einem Leeſegelsfallſtich (Fisherman's-bend), Fig. 62, macht man 34
mit dem Ende c zwei Schläge um die Spier, einen Halbſtich um den ſtehenden Part b, und unter die Schläge bei c, und noch einen Halbſtich um den ſtehenden Part b.

Ein Plattſtich (Carrick-bend), Fig. 64, wird auf folgende Weiſe ge- 35
macht: man bildet, Fig. 63, eine Bugt c, indem man das Ende a über den

stehenden Part b legt. Man legt das Ende c eines andern Taus d unter a und b; dann folgt man dem Wege der punktirten Linie, über a, durch die Bugt, unter d, und wieder durch die Bugt hinauf, wie Fig. 64, wo c dasselbe Ende darstellt, welches in Fig. 63 mit c bezeichnet worden.

36 Trossen werden zuweilen so mit einander verbunden, wie Fig. 65; die eine Troß hat einen Halbstich, und das Ende ist an den stehenden Part bei b mit einem Hartbindsel und bei a mit einem Rundbindsel festgebindselt. Eine andre Troß wird durch die Bugt gezogen und auf dieselbe Weise mit dem Halbstiche und den Bindseln bei d und e versehen.

Zuweilen werden die Enden zweier Taue, Figur 66, a c, zusammengelegt, und ein Hartbindsel wird bei c angebracht; das Ende a wird auf den stehenden Part b, und der stehende Part d nach c zurückgebogen; ein neues Hartbindsel wird, wie bei f in Fig. 67, und am Ende ein Rundbindsel g angebracht; dasselbe geschieht auf der andern Seite.

37 Einen Midschipman'sstich, Fig. 69, macht man auf folgende Art: mit dem Ende a, Fig. 68, nimmt man einen Halbstich um den stehenden Part b, und einen andern Schlag durch dieselbe Bugt, und läßt es zwischen den Parten des Stichs festschlieren; wenn der Stich zusammengezogen ist, so sieht er wie Fig. 69 aus. Das Ende kann um den stehenden Part genommen, oder an denselben gestroppt werden. Mit solchem Midschipman'sstiche wird der Steertblock eines losen Taakels an ein Tau oder ein Fall gestochen, um die Zugkraft zu vermehren.

38 Bindseln heißt die beiden Parten eines Taues mit Schiemannsgarn, oder Hüsing, oder Marlien, oder irgend einer dünnen Leine zusammenbinden.

Ein Kreuzbindsel (Round seizing), Fig. 73, wird auf folgende Weise gemacht. Man splißt zuerst ein Auge in das Bindsel, wie in Fig. 70 zu sehen, nimmt das andere Ende um beide Parten des größeren Taues, und durch das Auge, schlägt noch zwei Schläge herum, und zieht sie mit der Hand fest. Darauf macht man eine Art Katzenpfote mit dem Bindsel, indem man einen Schlag mit einem Marlpfriem macht, den Endpart über den stehenden Part legt, den Marlpriem abwärts durch die Bugt, unter den stehenden Part, und wieder durch die Bugt hinauf nimmt. Diese beiden Schläge werden mit dem Marlpfriem so fest als möglich gedreht. Darauf nimmt man die übrigen Schläge des Bindsels um das Tau, und dreht sie auf gleiche Weise fest, und zwar je nach der Größe des Taus, sechs, acht oder zehn Schläge; das Ende wird durch den letzten Schlag gesteckt, wie in Fig. 72. Mit dem durchgesteckten Ende macht man ein zweite Lage von Schlägen über der ersten, und zwar immer einen weniger als unten, also fünf, sieben oder neun, welche die Reiter genannt werden; diese dreht man aber nicht fest, damit nicht die darunter liegenden von einander getrennt werden. Das Ende wird durch das Bindsel hinaufgenommen; hierauf macht man zwei perpendikuläre oder Kreuzschläge zwischen den beiden Parten des Taus und um die Bindselschläge, wie in Fig. 73, und steckt das Ende durch den letzten Schlag; diese Kreuzschläge werden wieder fest angedreht. Besteht das Bindsel aus dünnem Tauwerk, so macht man an

Digitized by Google

dem Ende einen Wandknopf; beſteht ſie aber aus Schiemannsgarn, ſo macht man nur einen Sackſtich.

Wird ein ſolches Bindſel an die beiden Enden eines Taus gelegt, ſo heißt es ein Endbindſel; bringt man es an der Bugt an, wie in der Figur, ſo nennt man es ein Augbindſel; liegt es zwiſchen beiden genannten, ſo heißt es ein Mittelbindſel.

Ein Herz- oder Hartbindſel, Fig. 75, wird auch mit reitenden 39
Schlägen aber ohne Kreuzung gemacht. Man bildet, Fig. 74, eine Bugt, indem man das Ende a über den ſtehenden Part b legt. Darauf legt man das Bindſel an; das Ende ſteckt man durch den letzten Schlag der Reiter, und macht einen Knoten daran. Den Endpart des Taus, Fig. 75, biegt man aufwärts, und befeſtigt ihn mit einem Kreuzbindſel an den ſtehenden Part, wie in der Figur. Solches Hartbindſel wird beſonders gebraucht, um Jungfern, Doodshoofden, Blöcke und Kauſchen an den Tauen zu befeſtigen.

Stoppen heißt die beiden Enden eines Taus mit einem Bindſel, aber 40
ohne Kreuzſchläge, zuſammenbinden.

Seiſen oder verſeiſen heißt vorzugsweiſe die beiden Theile eines Taljereeps oder eines Gienläufers an einander befeſtigen, während die Gien abgeſchaakt oder verfahren wird. Die Schläge der Seiſing werden, wie Fig. 76, kreuzweiſe zwiſchen und um die beiden Parten genommen, um ſie dann feſt zu ſchlieren. Häufig werden vor den Kreuzſchlägen noch runde Schläge genommen, die man Kneiffſchläge nennt. Ueber dieſelben hin werden auch Reiter geſchlagen, und die Enden mit einem Reefknoten (vergl. Nr. 27) befeſtigt, ſobald die Seiſing länger liegen bleiben ſoll.

Damit ſich die Enden eines Taus nicht aufdrehen und auseinander gehen, 41
werden ſie geſpitzt, wie Fig. 79 und Fig. C (links unten auf der Tafel XXXII, A). Dieſe Zuſpitzung wird folgendermaaßen gemacht. Man nimmt die Duchten wie zum Spliſſen auseinander, und ſtoppt dann das Tau, wo es nicht weiter aufgehen ſoll. Man nimmt darauf ſo viele Kabelgarne als nöthig ſind, heraus, und macht Knüttels davon (d. h. mit der Hand von Theilen der Kabelgarne zuſammengedrehte dünne Leinen), doch ſo daß ſie am Tau bei der Stoppung mit dem einen Ende feſtſitzen bleiben. Die übrigen Garne werden mit einem Meſſer herunter geſchraapt, wie Fig. 77. Aus jedem von den ſtehen gebliebenen Kabelgarnen macht man zwei Knüttels. Die eine Hälfte derſelben legt man abwärts auf den geſchraapten Theil des Taus; die andre Hälfte aufwärts auf das feſte Tau, wie in Fig. 78. Hierauf nimmt man eine Länge Nähgarn (weißes Garn, womit die Nathen der Segel genäht werden), und ſchlägt einige Schläge bei a rund um das Tau, und zwiſchen den nach oben und nach unten liegenden Knüttels, und zieht ſie recht feſt; dieſe Schläge zuſammen nennt man das Werp; zur Befeſtigung macht man einen Stich. Darauf legt man die unteren Knüttels nach oben und die obern nach unten, und macht ein neues Werp, ſo fährt man fort, und bildet auf dieſe Weiſe eine Art Flechtwerk. Die Enden können zuletzt betaakelt, d. h. zuſammengebunden, und mit Nähgarn geſchwigtet, d. h. im Zickzack zuſam-

Digitized by Google

mengezogen werden; oder es werden die Knüttels über dem Werp zuſammengeſtochen, und feſtgezogen. Das obere Bindſel, womit das Tau ſelbſt geſtoppt iſt, muß auch geſchwigtet werden, wie Fig. 79 zu ſehen iſt. Die fertige Spitzung ſieht aus, wie Fig. C. Wenn das Tau ſehr ſtark iſt, ſo befindet ſich am Ende ein kleiner Stropp g. Iſt der ſich zuſpitzende Theil zu ſchwach, um die Flechtung der Knüttels zuzulaſſen, ſo kann man ein keilförmiges Stück Holz hineinſtecken, und dann auf die angegebene Weiſe verfahren.

Da wo ein Bindſel um einen einzelnen Part eines Taus gelegt wird, kann es nicht durch Kreuzſchläge geſichert werden; deshalb wird es *geſchwigtet*. Eine ſolche Schwigtung wird, Fig. 80, auf die Art gemacht, daß man die Endparten im Zickzack unter und über den oberſten und den unterſten Schlag nimmt.

42 *Die Pfropfung* eines Taus (Grafting), Fig. 82, wird auf folgende Weiſe gemacht. Man legt die aufgedrehten Duchten zweier Enden eines Taus ſo zwiſchen einander, wie zu einer Spliſſung, Fig. D. Darauf werden die Garnen geöffnet, auseinander genommen, und Knüttels aus ihnen gemacht, wie vorher bei der Spitzung. Die Knüttels des untern Parts a, in Fig. 81, werden getheilt, und durch ein Werp geſchieden, und ſo das Tau erſt nach unten hin beflochten. Darauf macht man daſſelbe mit den Knüttels des oberen Parts, und bringt an beide Enden eine Schwigting an, wie Fig. 82 zu ſehen iſt. Es gilt hier die nämliche Bemerkung wie früher: die Kabelgarne ſind ſämmtlich in den Tafeln zu ſtark gezeichnet, um deutlich zu bleiben.

Oft werden die Stroppen der Blöcke, namentlich derer auf dem Quarterdeck der Zierlichkeit wegen ſtatt mit einer kurzen Spliſſung mit einer Pfropfung gebildet; dieſe kann aber dazu nie ſo ſicher ſein als die Spliſſung; denn ſobald die Flechtung durch Reibung oder Regen verdorben iſt, läßt die ganze Verbindung los. Sollen alſo die Blöcke mit einer Pfropfung geſtroppt werden, ſo iſt es am ſicherſten, dazu *Wantſtroppe* zu nehmen, bei denen, wie ſich ſogleich zeigen wird, alle Theile gleich ſtark tragen, und demnach der Stropp auch dann noch hält, wenn die Pfropfflechtung nachgiebt.

43 Eine *Stagmaus* oder *Maus*, Fig. 83, iſt eine ſpindelförmige Erhöhung am obern Ende eines Stags, welche vor dem Auge deſſelben zu liegen kommt, und das Zuſchlieren des obern Stagtheils verhindert, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 24 zu ſehen iſt. Man macht ſolche Mäuſe gewöhnlich von Schiemannsgarn, von dem man hinreichend viele Schläge um das Stagtau legt und feſtzieht, mit darüber und darunter gehendem Kabelgarn befeſtigt, dann eine Schmarting und zuletzt eine Pfropfflechtung darüber anbringt. Uebrigens genügt, wie es auch auf Kauffahrteiſchiffen gewöhnlich geſchieht, die Umlegung einer Schmarting, welche nach den beiden Enden der Maus verjüngt und gemarlt wird, ſo daß man kein Schiemannsgarn darunter zu legen braucht. Fig. 83 zeigt eine ſolche von Schmarting gebildete Maus. Die Knüttels werden von dreiſchäftiger Hüſing (welche die Engländer Hambro'-line nennen) genommen, mit ihrer Mitte gerade auf die dickſte oder mittelſte Stelle b der Erhöhung gelegt, mit dem Werp befeſtigt, und wie vorher auf und nie-

Digitized by Google

der gelegt. Je weiter man nach den dünnen Enden der Maus zukommt, verringert man die Zahl der Knüttels. Man ſetzt die Pfropfflechtung ein wenig über die Enden der Maus auf dem Stage ſelbſt fort, und legt die Bekleidung deſſelben über die Enden der Knüttel, um ſie damit ſtatt der Schwigtung zu befeſtigen. Das Werp iſt je nach der Dicke des Stags Marlien oder Hüſing.

Ein Leguan oder Mitis (Pudding), Fig. 84, wird wie ein Kranz um 44
Maſten und Raaen gelegt. Man nimmt dazu ein hinlänglich langes Stück Tau, was von der Dicke des Rundholzes abhängt, ſplißt an jedem Ende ein Auge ein, und bekleidet dann das Tau ſeiner ganzen Länge nach mit Schiemannsgarn, ſo daß man von den Enden nach der Mitte zu die über einander liegenden Schläge immer vermehrt, damit die letztere dicker wird, und dem Leguan ſeine Geſtalt giebt. Iſt er für einen Maſt beſtimmt, ſo giebt man ihm der Zierlichkeit wegen eine Pfropfflechtung. An eines der Augen wird eine Sorring oder ein Sorringsſteert eingeſplißt, um den Leguan vermittelſt des andern Auges an den Maſt zu ſorren. Sorren heißt irgend Etwas mit einem ſtärkeren Tau als einem bloßen Bindſel feſtbinden.

Eine Maſtwuhling (Dolphin), Fig. 85 und 86, wird ſo begonnen, 45
wie ein Leguan, indem man an jedes Ende des hinlänglich langen Taus ein Auge einſplißt, aber ohne die Kleidung nach der Mitte zu erhöhen; darüber wird eine Trenſing und eine Schmarting gelegt, und darauf, wie Fig. 85, eine Pfropfflechtung angebracht. An das eine Ende wird ein Sorringsbindſel angeſplißt. Bei der Sorrung um den Maſt ſteckt man das Bindſel abwechſelnd über und unter das eine und das andre Auge, und das Ende nimmt man in einer Kreisform um die Kreuzſorring, wie Fig. 86. Eine ſolche Sorring nennt man eine Roſenkreuzung (Rose-lashing).

Platting (Foxes) wird von Kabelgarnen geflochten. Man nimmt dazu 46
drei, fünf, ſieben, neun Enden u. ſ. w., je nach der beabſichtigten Stärke, dreht oder rollt ſie vorher zu je zwei auf dem Knie zuſammen, und reibt ſie ſtark hin- und rückwärts mit einem Stück Segeltuch. Solche zuſammengedrehte Garne heißen Fuchsjes. — Spaniſche Platting wird aus einzelnen, nicht zu je zwei zuſammengedrehten, Garnen geflochten. Die einzelnen Enden werden um die Hand aufgewickelt und zuſammengedreht, wie in Fig. 89 zu ſehen, damit ſie klar herunter hängen, und das Flechten nicht hindern.

Seiſings zum Beſchlagen und ſonſtigem Befeſtigen der Segel wer- 47
den je nach der Größe aus drei oder vier Fuchsjes gemacht, welche man mit ihrer Mittelbucht über einen Pumpenbolzen oder dergleichen aufhängt, und flicht die drei oder vier Parten nach der Länge des Auges zuſammen, wie Fig. 87. Die Flechtung ſelbſt geſchieht ganz einfach, indem man die äußeren Fuchsjes auf jeder Seite abwechſelnd über die inneren bringt. Ein äußeres Fuchsje wird mit der rechten Hand gelegt, und der Reſt ſo lange mit der linken gehalten. Wenn dies geſchehen iſt, ſchiebt man den zum Auge beſtimmten und jetzt ſchon geflochtenen Theil bis zu ſeiner Mitte auf den Bolzen, wie

Fig. 88, so daß jetzt alle noch ungeflochtenen Fuchsjes neben einander hängen und flicht jetzt diese in der vorigen Weise zusammen; alsdann ist zuerst das Auge fertig. Darauf fügt man noch ein Fuchsje bei a hinzu, und flicht es bis zu einer passenden Länge hinein. Je weiter man alsdann kommt, desto mehr Fuchsjes läßt man nach und nach fort, so daß sich der Seising gegen das Ende zu allmälig zuspitzt. Kommt man zur Spitze, so legt man ein Fuchsje aufwärts, flicht die andern noch etwas weiter zusammen, und holt das aufgelegte durch und zusammen.

48 Reefseisings werden ebenfalls von Fuchsjes geflochten. Sie bestehen zuweilen aus einem Stücke, oder sind einfach. Man fängt sie dann in der Mitte an, macht sie dort am breitesten, und läßt sie gegen die Enden zu schmäler werden. Wenn sie durch die Reefgatten des Segels gezogen sind, macht man auf jeder Seite des Gatts einen Sackstich, damit sie nicht hin und her gezogen werden können. Diese Stiche oder Knoten zieht man auf die Weise fest zusammen, daß man ein Ende durch ein Scheibengatt steckt, es anfaßt, und mit dem Fuße die Scheibe dreht. Man macht jetzt die Reefseisings gewöhnlich nach Art der Raabänder, d. h. aus zwei Theilen, von denen jeder ein Auge hat (vergl. S. 2561). Die Augen sind dann länger geflochten, um einen Schlag darin nehmen zu können, wie oben gezeigt worden. Ein Fuchsje wird wie vorher aufgelegt; weil aber die Reefseisings beinahe unaufhörlich gegen das Segel schlagen, und sich daher leicht öffnen können, so betaakelt man sie an den Spitzen mit Nähgarn, und steckt das Ende desselben mit einer Segelmachernadel durch das Ganze.

49 Kleid-Platting (Sennit) zur Bekleidung der Ankertaue wird von Kabelgarnen ganz in ähnlicher Weise, wie diejenige zu den Seisings, nur etwas stärker, geflochten.

50 Flechtmatten (Wrought-Mats) sind mattenartige Geflechte von Schiemannsgarn oder Kabelgarn, womit man Ankertaue, Wanten, Taljereepe, Masten und Raaen an solchen Stellen bekleidet, wo sie durch vorbeifahrendes Tauwerk schadhaft gerieben, oder schamvielt werden können.

Man spannt, Fig. 89, ein Ende dreischäftige Hüsing (Hambro'line) in einer horizontalen Richtung aus, und hängt eine der beabsichtigten Breite angemessene Zahl von Fuchsjes darüber. Das Fuchsje c zunächst der linken Hand hat einen Schlag in seine beiden Parten eingedreht. Darauf stellen sich zwei Mann einander gegenüber an beide Seiten der Hüsing; der eine bekommt den einen Part von c in die Hand. Das nächste Fuchsje hat auch einen Schlag in seinen beiden Parten, und der eine davon wird auf die andre Seite zurückgegeben; der übrig bleibende Part wird um denjenigen gedreht, welcher zuerst zurückgegeben war, wie in der Figur, und dieser wieder um den eigenen Part. In dieser Weise bildet sich allmälig die Matte, wie Fig. 89, bis alle Fuchsjes eingeflochten sind. Die zwei zur Linken b werden immer zusammengedreht, bis diejenigen zur Rechten zu ihnen hinkommen, um die Schläge immer einzuhalten. Am Ende wird ein andres Stück Hüsing hineingelegt, die Fuchsjes werden aufgedreht, ihre Enden um dieselbe gestochen, und dann mit einem

Digitized by Google

Marlpfriem in das Gewebe hineingebracht. Um die Oberfläche ſolcher Matten weicher zu machen, werden Duchten und Garne von altem Tauwerk in etwa drei Zoll lange Stücke zerſchnitten, und mit großen Nadeln oder Pfriemen durch die Abtheilungen des Gewebes gezogen, und dann aus einander gedreht; dieſe kurzen durchgezogenen und aufgedrehten Garne heißen Drömels oder Dreumels (Thrumbs); ſolche Matten, welche auf dieſe Art eine dem daran liegenden Tauwerke vortheilhaftere rauhe Seite haben, heißen geſpickte Matten.

Die Gattlägel oder Tauringe, mit denen die Gatten in den Segeln 51
eingefaßt werden, Fig. 91, macht man von einer allein genommenen Tauducht, Fig. 90, indem man nach der beabſichtigten Größe einen Part über den andern legt, und mit dem langen Ende f dem Schlage oder den Schlagbiegungen folgt, bis ſich der Ring, Fig. 91, geſchloſſen hat. Mit den beiden Enden macht man einen Sackſtich, dreht ſie auf und ſteckt ſie, wie bei der Langſpliſſung, zwiſchen die Parten.

Webmatten (Wove-mats), Fig. 92, werden folgendermaßen gebildet: 52
Man ſpannt zwei Stücke Hüſing in einer der Länge der Matte angemeſſenen Entfernung von einander aus, und darüber eine der Breite entſprechende Zahl von Parten des Schiemannsgarns oder der Platting, wie in der Figur. Zwiſchen dieſe Schläge, abwechſelnd darunter und darüber ſteckt man einen runden hölzernen, einem Spließhorn ähnlichen Stab d, welcher das Schwert (Sword) genannt wird. Die aufgeſpannten Parten bilden die bei den Webern ſogenannte Kette oder den Zettel. Zu dem kreuzenden Faden des Gewebes, den die Weber den Einſchlag nennen, oder nach dem Schiffsausdruck zum Werp, nimmt man Schiemannsgarn e, und bringt es durch die Parten, welche durch das Schwert geöffnet ſind. Mit dem letztern ſchiebt man es bis dicht an die Kreuzung der Parten. Darauf legt man ein Stück Schiemannsgarn i durch dieſelbe Oeffnung, ſticht es locker zuſammen und ſchiebt es bis an das entgegengeſetzte Ende, wo man es läßt. Man nimmt darauf das Schwert heraus und ſteckt es über und unter die andern Parten, ſo daß die vorher untern jetzt die obern ſind, zieht wieder den Werp durch, und ſchiebt ihn mit dem Schwert feſt. Darauf hebt man mit dem Schiemannsgarn i diejenigen Parten wieder in die Höhe, welche zuerſt oben waren, und ſetzt ſo das Durchziehen des Werps fort, bis das Gewebe fertig iſt.

Ein Türkenkopf, Fig. 95, wird von Logleine, oder Hüſing, oder an- 53
derer Leine zum Schmuck am Glockentau und an den Laufſtagen, die auf das Bugſpriet führen, angebracht. Man nimmt die Leine mit einem Timmerſtich, wie Fig. 93, um das Tau, bringt die Bugt d unter die Bugt g, und nimmt das Ende durch dieſelbe herauf; es ſieht dann aus wie Fig. 94; darauf macht man noch eine Kreuzung mit den Bugten, nimmt die Enden abwärts, und folgt der Leitung der ſchon vorhandenen Schläge; auf dieſe Weiſe bildet ſich eine Art von Türkiſchem Turban (Fig. 95), wovon der Name kommt.

Einen Wantſtropp, Fig. 96, bildet man, indem man Kabelgarne rund 54
um zwei Pöller, oder ſonſt wie in eine Bugt zuſammenlegt, und ſie mit

Schiemannsgarn zusammenmarlt. Große Wandstroppe werden von Schiemannsgarn gemacht, um sie beim Einsetzen der Masten um dieselben schlagen zu können. Blockstroppen werden auch auf diese Weise gemacht (vergl. S. 2632, Nr. 42), besonders für Fußblöcke an den Wanten, durch welche das laufende Tauwerk auf Deck herabkommt; diese werden auch von Spanischen Fuchsjes gemacht.

55 Ein Trompetenstich (Sheep-shank), Fig. 97, dient dazu, ein Tau, welches zu lang ist, zu verkürzen, wie eine Pardune, oder den Mantel eines Takels u. dergl. Man macht mit den stehenden Parten a a einen halben Stich um die Bugten b b; alsdann kommt der Stich, wie in Fig. 97, zu Stande.

56 Man kann auch ein Tau durch eine hinzugenommene Ducht verlängern; man durchschneidet, Fig. 100, eine Ducht, und nimmt sie, soweit wie bis b heraus; dort durchschneidet man die Ducht b. Diese beiden Duchten nimmt man, wie Fig. 99, in derselben Länge heraus, und durchschneidet die Ducht c bei d. Man zieht die beiden Stücke des Taus auf eine angemessene Länge aus einander, und legt den Endpart der längsten Ducht d an der einen Seite über die kürzeste an der andern c. Jetzt bringt man die neue Ducht e, Fig. 98, dazu, indem man sie bei d auf c legt, und dann dem Schlage oder der Schlagbiegung der beiden längsten Duchten bis a folgt. Die Enden werden mit Knoten versehen, und wie bei der Langsplissung unter die Parten gesteckt. Diese Verlängerungssplissung wird hauptsächlich angewandt, um das Ober- und Unterleik eines Segels zu verlängern, wenn man dem Segel ein neues Kleid hinzufügen will. Soll ein solches Leik um zwei Fuß verlängert werden, so müssen die Duchten auf drei Fuß auseinander geschnitten werden, und die hinzu genommene Ducht muß eine Länge von neun Fuß haben.

57 Ein Blockstropp, Taf. XXXII, B, Fig. 27, wird folgendermaßen gebildet: Ein gehörig langes Tau wird mit Schiemannsgarn bekleidet, und seine beiden Enden werden mit einer kurzen Splissung zusammengespließt; die Fugen werden gut getheert. Die Splissung wird, Fig. 28, über dasjenige Ende a des Blockes gelegt, welches demjenigen gegenübersteht, bei welchem das Tau über die Scheibe fährt, oder mit andern Worten, die Splissung kommt am Heerdende des Blocks zu liegen. Am andern, oder am Tauende wird ein Kreuzbindsel mit Reitern angebracht.

58 Eine eiserne Kausche mit einem Haaken, Fig. 29, wird häufig an einen Block gestroppt, wie Fig. 30. In solchem Falle wird der Stropp durch das Auge des Haakens geschooren, und über die Höhlung der Kausche d gelegt. Darauf wird die Splissung gemacht, und so wie vorher angegeben, ans Heerdende gelegt. Das Kauschbindsel wird zwischen dem Block und der Kausche angebracht, wie Fig. 30.

59 Ein Steertblock, Fig. 31, wird mit einer Augsplissung gestroppt. Die Splissung liegt unter dem Block, und die Enden werden geschraapt, gemarlt und mit Schiemannsgarn bekleidet; das Ende des Taus wird betaakelt. Noch

Digitized by Google

häufiger wird es aber in einiger Entfernung von der Spliſſung geſtroppt, wie bei a. Alsdann wird der eigentliche Steert (Schwanz) auseinander gedreht, und die Duchten und Garnen werden, wie bei der Platting, zuſammengeflochten. Zuweilen werden die aufgedrehten Garnen wie zu einem Wandſtropp, blos zuſammengemarlt.

Mit einem langen und einem kurzen Schenkel wird ein Block auf 60
folgende Weiſe geſtroppt; er wird, Fig. 32, mit einem Kreuzbindſel an die Bugt oder das Auge eingebindſelt; der kurze Schenkel hat an ſeinem Ende ein Auge eingeſpliſſt; der andre Schenkel bleibt lang, damit er um eine Raa u. ſ. w., durch das Auge b genommen, und an ſeinem eigenen Part feſtgeſtochen werden kann. Manchmal ſind beide Schenkel kurz, und haben beide ein Auge, durch welche ſie zuſammengebindſelt werden.

Ein Geitaublock, Fig. 33, wird in der letzterwähnten Weiſe geſtroppt, 61
d. h. beide kurzen Schenkel haben ein Auge; die Mittelbugt des Stropps liegt über dem Obertheile des Blocks; die Schenkel werden durch die Löcher der vorſtehenden Schultern oder Haaken geſchooren, und das Bindſel wird auf die vorherige Weiſe angebracht.

Drei- und vierſcheibige Blöcke werden, Fig. 34, doppelt ge- 62
ſtroppt. Das Gehäuſe hat dazu auch zwei Keepen. Der Stropp ſelbſt wird getrenſt, mit Schmarting belegt, bekleidet, und dann zuſammengeſpliſſt. Die Schmarting wird zuweilen fortgelaſſen. Darauf legt man den ganzen langen Stropp zuſammen, ſo daß in der Mitte die Spliſſung neben dem ungeſpliſſten Part zuſammen über dem Heerdende des Blocks liegt, wie Fig. 34. Das Bindſel wird kreuzweiſe um und durch die doppelten Parten des Stropps genommen.

Wenn dergleichen ſchwer zu handhabende Blöcke am Bord eines Kauffahrteiſchiffs geſtroppt werden, ſo ſcheert man, wie Fig. 35, ein Tau durch eines der Scheibengatte, und befeſtigt den Block vertikal an einem Ringbolzen, und haakt den Haakenblock eines Stagtaakels an die beiden Bugten des Stropps, und holt ihn auf dieſe Art feſt. Darauf bringt man ein Kneifbindſel, d. h. ein vorläufiges ſtarkes Bindſel an, und dreht dieſes mit einer Spaake feſt. Darauf treibt man einen ſtarken Keil c zwiſchen den Block und das Kneifbindſel. Alsdann macht man von Schiemannsgarn an jeder Seite des Blocks anfänglich durch die Mitte der äußerſten Scheibengatten, einen Stopper um den Block und den Stropp, ſchiebt ihn dann bis zum Oberrande des Scheibengatts, ſeiſt ihn feſt, und dreht ihn mit einer Spaake feſt, wodurch der Stropp feſt an ſeinem Platze bleibt. Hierauf ſchlägt man den Keil c heraus, nimmt das Kneifbindſel ab, und legt das eigentliche Bindſel um.

Wantklampen, Taf. XXXII, B, Fig. F, haben drei Keepen für die 63
Bindſel i i i, welche mit Schwigtings um die Klampe und die Want gelegt werden; an der Rückſ. haben ſie eine Höhlung, in welche das Wanttau hineinpaßt.

Die einfachſte Einrichtung zum Winden mit Blöcken iſt Scheibe u. Tau, 64
Fig. 38, ein Tau geht durch einen einſcheibigen Steertblock; die Engl. nennen eine ſolche einfache Einrichtung Whip. Die übrigen Arten der Taljen und Taakel ſind,

S. 1972—1973, und im Wörterbuche unter den Artikeln Block und Taakel ausführlich beschrieben. Wichtig sind auch die Berechnungen der von den Taakeln hervorgebrachten Kraftvermehrungen auf S. 2529 bis 2533.

65 Leinen unterscheiden sich von eigentlichen Tauen darin, daß sie von weit feineren Garnen geschlagen sind. Marlien heißt eine dünne, aus zwei Garnen gemachte und getheerte Leine, welche vorzugsweise zum Bindseln und Marlen gebraucht wird. Marlen heißt eine Leine so um ein Tau oder ein Holz schlagen, daß der Schlag selbst das lose Ende hält, wie Taf. XXXV, D, Fig. 338. Man marlt auf solche Weise das Segel an das untere Leik, weil es dort mehr zu halten hat. Das Marlen ist deshalb weit vorzüglicher als das schneckenlinienartige Annähen; wenn bei dem letzteren ein Schlag reißt, so lassen auch die übrigen nach; beim Marlen hält aber jeder Schlag noch das lose Ende.

Hüsing ist eine dünne, aus drei Garnen bestehende Leine, also etwas dicker als Marlien; beide werden aber troßweise geschlagen. Stärkere Hüsing wird Hamburger Leine, Hambro'-line, genannt.

Die Logleinen, Lothleinen u. s. w. sind im Wörterbuche genauer angegeben.

66 Nähgarn, zum Nähen der Segelnathen, ist zweidrähtig und wird nicht getheert. Taakelgarn ist dreidrähtig und getheert, und dient hauptsächlich zum Betaakeln der Taue, d. h. zum Festbinden um ihre Enden, damit ihre Duchten nicht auseinander gehen.

§. 370. Vom Laufe der Brassen und Bulienen.

1 Nachdem in den beiden vorhergehenden Paragraphen die einzelnen Bestandtheile der Zutaakelung ausführlich beschrieben worden, bleiben noch zwei Hauptpunkte derselben übrig: erstens die stufenweise Fortschreitung der Zutaakelung zu zeigen; zweitens den Lauf oder die Leitung des laufenden Tauwerks zur Uebersicht zusammenzustellen. Der erste Punkt ist in dem Wörterbuche unter dem Artikel Zutaakelung genau dargestellt und mit steter Rückweisung auf die einzelnen Figuren der verschiedenen Tafeln versehen. Dagegen bedarf der zweite Punkt hier einige Berücksichtigung, weil namentlich die Handhabung der Brassen und Bulienen bei der sogleich folgenden Manövrirkunde erforderlich ist.

2 Die Fockbrassen, Tafel XXXIII, C, Fig. 32, sind mit dem Ende des stehenden Parts an das große Stag gestochen; dann fahren sie nach dem Block b an der Fockraa, und endlich durch den Block a am Auge des großen Stags. Der laufende Part fährt längs dem großen Mast durch einen Fußblock z an einem Augbolzen im Deck.

Auf Kauffahrteischiffen ist der Block a zweischeibig; über die zweite Scheibe fahren die Vormarsbrassen; der Block selbst ist an einem Beschlage fest am großen Mast, zwei oder drei Fuß unter der Langsahling des großen Marses. stehende Part ist unmittelbar unter der Maus des Stags festgestochen.

Digitized by Google

Die Vormarsbrassen, Tafel XXXIII, C, Fig. 32, sind mit dem ste- 3
henden Part oberhalb ihres Blocks an das große Stag festgestochen, fahren durch den Brassenblock d an der Marsraa, durch den Block c am großen Stag, und durch den Block n an demselben, welcher gerade über der Vorluke hängt.

Eine bessere Leitung der Vormarsbrassen ist aber die in Fig. 33; der stehende Part ist am großen Stengestag bei e festgestochen, und fährt durch die Blöcke d f und g. Wenn jetzt die Marsraa aufgeheißt ist, so giebt die hohe Lage des stehenden Parts den Vortheil, daß die Raa beim Brassen nicht so stark herabgezogen wird.

Die Vorbrambrassen sind auf großen Schiffen doppelt, wie Tafel 4
XXXIII, C, Fig. 33, und haben den festen Part am großen Stengenstagauge festgestochen, gehen durch den Block k an der Bramraa, durch den Block i am großen Stengenstag, und durch den Block h, an der Achterseite des Fockmasttops.

Sind die Brassen einfach, so fahren sie, wie in Fig. 34, von der Nock der Bramraa, über der sie mit einem Auge liegen, nach einem Block, der dicht unter der Splissung am großen Stengestag festsitzt, und dann durch einen Block an der vordersten Stengenwant dicht unter der Flechtung.

Die drei genannten Fock-Vormars- und Vorbrambrassen fahren in größern Kauffahrteischiffen gewöhnlich am großen Mast herunter, und werden dort neben einander belegt; auf kleineren fahren sie durch einen dreischeibigen Block an der vordersten großen Want, und werden dicht an einander belegt, so daß sie zugleich gefiert werden können.

Die großen Brassen, Tafel XXXIII, C, Fig. 35, sind mit dem Ende 5
des stehenden Parts an einen Augbolzen festgestochen, der an den Seitenheckstützen festsitzt, gehen dann durch den Brassenblock i an der großen Raa, und zuletzt durch das Scheibengatt h an der Seite des Quarterdecks.

Die großen Marsbrassen sind mit dem Ende des stehenden Parts 6
an das Besahnstag festgestochen, und fahren dann durch den Brassenblock l an der Marsraa, und durch den Block k am Auge des Besahnstags. Dieser letzte Block ist auch zuweilen an einen Bolzen gestroppt, der an dem Besahntop mit einem eisernen Bande festsitzt. Jetzt hat man auch, wie in Fig. 36, diesen Brassenblock m auf folgende Art. Um den Besahntop liegt ein Hanger mit zwei Schenkeln an das Auge des Besahnstags gebindselt, und hat in dem Ende jedes Schenkels einen Brassenblock m eingesplißt.

Wenn aber die große Marsraa aufgeheißt und dabei die großen Halsen nicht dicht an Bord sind, so zieht die so geleitete Brasse die Raa niederwärts und läßt das Segel nicht gut stehen.

Deshalb hat man auf den Kauffahrteischiffen die Kreuzstenge stärker, und leitet die großen Marsbrassen nach dem Kreuzstengentop, wodurch sie horizontaler zum Zuge kommt; man hat dann auch noch eine Stengepardun mehr. Man kann aber auch die große Marsbrassen so leiten, wie vorher (Nr. 3) die zweite Art der Vormarsbrassenleitung angegeben worden.

7 Die großen Brambraſſen, Tafel XXXIII, C, Fig. 35, ſind mit dem ſtehenden Part an das Kreuzſtengeſtagauge geſtochen, fahren durch den Braſſenblock an der Bramraa, durch einen Block p am Kreuzſtengenſtagauge, und durch einen Block o am vorderſten Kreuzſtengewant.

Bei Küſtenfahrern, welche wenig Mannſchaft haben, fahren die großen Mars- und großen Brambraſſen ſämmtlich nach vorne, um leichter angeholt werden zu können.

8 Die Braſſen der Bagienraa, Tafel XXXIII, C, Fig. 37, haben entweder Schenkel, und dann ſind dieſe am äußern Viertel der Raa feſtgeſtochen; oder ſie haben keine, und dann iſt der Braſſenblock q an eine Kauſche geſtroppt, die ſich an einem Auge befindet, welches mit einem eiſernen Bande oder Stropp an die Raa befeſtigt iſt.

Die Braſſen ſelbſt fahren kreuzweis nach vorne: der ſtehende Part der Backbordsbraſſe p iſt an die hinterſte große Want an Steuerbord geſtochen, und zwar auf der Bekleidung; der laufende Part fährt durch den Braſſenblock an der Bagienraa, und durch einen zweiten Block s an derſelben großen Want, welche unterhalb dem ſtehenden Part angebindſelt iſt; darauf geht er durch einen zwei- oder dreiſcheibigen Block am untern Theile der Want hinab, und wird auf einer Wantklampe, oder auf einem Karveelnagel in der Schanzreiling belegt.

9 Wenn die Beſahngaffel auf- und niedergeht, ſo fahren die Kreuz- und die Kreuzbrambraſſen ebenfalls nach vorne, und ſind gewöhnlich nur einfach.

Die Kreuzbraſſen fahren dann durch einen zweiſcheibigen Block u, Fig. 37, der an einen Augbolzen am Achtertheile des großen Eiſenhoofds feſtgeſtroppt iſt. Die Kreuzbrambraſſen fahren durch einen Block, der an die hinterſte große Stengewant feſtgeſorrt iſt.

Wenn aber die Beſahngaffel feſt aufgehangen iſt, ſo fahren die Kreuzbraſſen durch das eine Scheibengatt eines zweiſcheibigen (oder eines einſcheibigen) Blocks w an der Gaffelpiek, und dann durch den Braſſenblock v an der Kreuzraa; das Ende des ſtehenden Parts iſt um die Piek geſtochen. Die Kreuzbrambraſſen x x gehen durch das zweite Scheibengatt oder durch den einſcheibigen Block w an der Piek.

10 Auf manchen, namentlich franzöſiſchen Kriegsſchiffen, hat man zuweilen zwei Paare Marsbraſſen, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 38, wodurch die Raa eine große Unterſtützung erhält. Die oberen Braſſen a wirken mehr in einer horizontalen Richtung, wenn die Raa geheißt iſt; und wenn das Marsſegel gereeſt iſt, und eine friſche Kühlte weht, ſo hat die Raa einen gleichmäßigen Halt von oben und unten. Auf Kauffahrteiſchiffen mit weniger Mannſchaft ſind freilich doppelte Braſſen nicht zu gebrauchen, und die bei Nr. 3 und Fig. 33 angeführte Verbeſſerung wird viel vortheilhafter ſein.

11 Die Leitung ſämmtlicher Bulienen iſt Taf. XXXIV, D, Fig. 30 dargeſtellt. Die Fockbulien fährt durch einen Block o, welcher am Fockſtagkragen ſitzt,

Digitized by Google

oder zuweilen an einem Augbolzen in dem Bugſpriet nahe beim Stagkragen, und geht dann nach der Back.

Die Vormarsbulien b fährt durch einen Block c, der an einen Augbolzen im Bugſprieteſelshoofd feſtgeſtroppt iſt, und geht dann auf die Back.

Die Vorbrambulien d geht durch eine Kauſche am Ende des Klüverbaums.

Die große Bulien i fährt durch einen zweiſcheibigen Block k, der am Fockmaſt ſitzt. Die Steuerbordbulien wird an Backbord belegt, und die Backbordbulien an Steuerbord. Auf kleinen Kauffahrteiſchiffen hat man für das Großſegel nur eine Bulien; dieſe iſt mit einem Ende auf der Nagelbank oder dem Glockengalgen feſtgemacht; das andre Ende geht durch eine Kauſche am Bulienſpriet; bei jeder Wendung wird der laufende Part auf der einen Seite aus- und auf der andern eingeſchooren.

Die große Marsbulien l geht durch einen Block m an einem Augbolzen am Fockeſelshoofd, oder rund um den Top des Fockmaſts über der Flechtung; und fährt durch den Mars herab.

Die große Brambulien o, geht durch einen Block p, der an der Querbramſahling der Vorſtenge ſitzt. Zuweilen iſt der Raum zwiſchen den Langbramſahlingen hinten mit einem Füllungsklotze ausgefüllt, welcher vier Scheibengatten hat; zwei für die großen Brambulienen, und zwei für die großen Brambraſſen, wenn ſie nach vorn gehen.

Die Kreuzbulien q fährt durch einen Block r an der hinterſten großen Want unter der Spierwurſt (vergl. S. 2543), und durch einen zweiten Block s, der an demſelben Wanttau etwa ſechs Fuß über dem Deck angeſorrt iſt. Zuweilen fährt ſie auch durch einen Block an der Langſahling des großen Marſes, oder am Achtertheile des großen Tops.

Die Kreuzbrambulien t fährt durch einen Block oder eine Kauſche an der großen Querbramſahling, oder durch ein dort befindliches Scheibengatt. Uebrigens wird dieſe Bulien auf den Kauffahrteiſchiffen ſelten gebraucht.

Wenn ein Schiff eine Beſahnruthe führt, ſo hat die Beſahn auch eine Bulien; dieſe wird dann, wie in der genannten Figur zu ſehen iſt, durch einen Block p geſchooren, der an einen Augbolzen geſtroppt iſt, der an der untern Ruthennock feſtſitzt. Der ſtehende Part iſt an einen Augbolzen an der Seite feſtgeſtochen, und der laufende Part wird dort um eine Klampe belegt.

Zweites Kapitel.

Von den Booten und Schaluppen.

§. 371. Allgemeine Ueberſicht.

1 Von den (S. 2537) aufgezählten Beſtandtheilen der Zurüſtung ſind Rundholz, Taakelwerk und Segel theils ſchon hinreichend erklärt, theils enthält das nautiſche Wörterbuch die erforderliche Vervollſtändigung. Auch die übrigen dorthin gehörigen Gegenſtände, ſo wie diejenigen, welche zur Ausrüſtung gehören, ſind unter den betreffenden Artikeln des Wörterbuchs ausführlich behandelt. Einige überſichtliche Beſprechung verdienen indeſſen hier noch die Boote und Schaluppen, als ein weſentlicher Theil der ganzen Zurüſtung. Mit ihnen wird Alles verrichtet, was mit dem Schiffe ſelbſt wegen ſeiner Größe und Schwere nicht gethan werden kann. Gewöhnlich ſind die Ankerplätze von der Art, daß das Schiff in bedeutender Entfernung von dem Lande bleiben muß; alsdann kann man Perſonen, Güter, Waſſer und andre Lebensmittel und Bedürfniſſe nur vermittelſt der Boote ans Land und an Bord bringen. Oft ſind diejenigen Stellen, an denen der Anker liegen muß, für das Schiff ſelbſt zu ſeicht; er muß alsdann mit dem Boote ausgebracht und wieder gelichtet werden. Das Sondiren unbekannter Fahrwaſſer und Küſten kann ebenfalls nur mit den Booten geſchehen. Bei völliger Windſtille an gefährlichen Stellen müſſen die Boote das Schiff bugſiren. Geht endlich das Schiff im Sturme auf offener See zu Grunde, oder ſtrandet es, oder geräth es in Brand, ſo ſind die Boote das einzige Rettungsmittel.

2 Wie verſchieden unter einander auch die nachher genannten Arten der Schiffsboote ſind: ſo unterſcheiden ſie ſich gemeinſchaftlich von den auf Flüſſen gebräuchlichen Kähnen dadurch, daß ſie keinen flachen Boden und eckigen Bau haben, ſondern ſämmtlich einen Kiel, und einen den Seeſchiffen ähnlichen Bau mit mehr oder weniger gekrümmten Spanten. An der innern Seite des Vor- und Achterſtevens befindet ſich ein eiſerner Ring, in welchen die Haakenblöcke der Taakel eingehaakt werden, damit die Boote an der Seite des Schiffs aufgeholt und nieder gelaſſen werden können. Sie ſind vorzugsweiſe zum Rudern eingerichtet, werden aber auch mit Maſten und Segeln verſehen, die ſich leicht einſetzen und wieder abnehmen laſſen.

Die quer durch's Boot laufenden Ruderbänke, deren die kleineren Boote vier, die größeren bis zu ſechszehn haben, heißen Duchten oder Duften. Diejenigen Duften, welche zugleich den Maſten zur Haltung und Stütze dienen, ſind mit eiſernen Banden an die Spanten befeſtigt; die übrigen liegen auf den Leiſten längs den Spanten los, damit man ſie wegnehmen kann, um für die einzuladenden Waaren, Waſſerfäſſer, Lebensmittel u. ſ. w. Raum zu bekommen, oder das Boot reinigen oder ausſchöpfen zu können.

Digitized by Google

Außer den Duften haben die mehrſten Boote, namentlich die zum Gebrauche der Reiſenden und Offiziere beſtimmten, eigene Sitzbänke; eine läuft quer durch das Hintertheil, und die beiden andern von dieſer zu beiden Seiten bis zur hinterſten Duft. Hinter der achterſten Sitzbank iſt auf den Booten großer, namentlich Kriegsſchiffe, eine beſondere Abtheilung mit einer kleinen Bank für den Steuernden; hier wird auch gewöhnlich ein Flaggenſtock mit einer Flagge aufgeſteckt. Im Hintertheile unter den Sitzbänken ſind alle Boote mit einem beweglichen Fußboden von dünnen Planken oder Dielen verſehen; vorne bleiben die Spanten gewöhnlich unbedeckt; doch haben viele ihrer ganzen Länge nach einen ſolchen Fußboden.

Die Ruder werden in der Seemannsſprache immer Riemen genannt, 3
denn Ruder bedeutet nur das Steuerruder. Die Riemen beſtehen aus Buchen- oder Eſchenholz, und ſind nach Verhältniß des Boots mehr oder weniger lang und ſtark.

Der in das Waſſer einzutauchende Theil heißt das Blatt, und iſt flach und am äußerſten Ende am breiteſten. Das oberſte Ende dient zum Handgriff, und iſt deshalb dünner und rund. Der mittlere Theil iſt viereckig, um durch ſeine Stärke dem übrigen Theile das Gleichgewicht zu halten; gegen das Blatt zu iſt er wieder rund. Am obern Rande des Bords ſind bei jeder Duft zwei hölzerne Pflöcke oder eiſerne Bolzen, Dullen genannt, oder auch Rojeklampen eingeſchlagen, zwiſchen denen der Riemen beim Rojen (Rudern) zur Haltung zu liegen kommt. Zuweilen hat der Bord an den Duchten Einſchnitte mit beweglichen Schiebern; ſoll ein Riemen gebraucht werden, ſo wird der Schieber herausgezogen, und bleibt an einem Bindſel zur Seite hängen, und der Riemen wird, ſtatt zwiſchen Dullen in den Einſchnitt gelegt; wenn der Riemen wieder herausgenommen worden, kommt der Schieber wieder an ſeine Stelle. Dieſe Einſchnitte heißen Rojegatten, oder auch, was aber eigentlich nur für große Ruderſchiffe paßt, Rojepforten.

Wo ein Hafen ganz voller Schiffe liegt, und das Fahrwaſſer für die Boote zu beſchränkt iſt, um die gewöhnlichen Riemen gebrauchen zu können, da haben die kleinen Boote zuweilen eigene kurze ſchaufelartige Ruder, Pagaien genannt, welche nicht auf den Bord gelegt, ſondern frei mit der Hand und ſenkrecht im Waſſer bewegt werden.

Zum Feſthalten und Abſtoßen befindet ſich in jedem Boote noch ein Bootshaaken; dieß iſt eine verhältnißmäßig längere oder kürzere Stange, an dem einen Ende mit einem Eiſen beſchlagen, welches einen geraden und einen krummen Arm hat; mit dem geraden und ziemlich ſpitzen wird das Boot vom Ufer oder Schiffe abgeſtoßen oder abgehalten; mit dem krummen Arme, oder dem eigentlichen Haaken wird das Boot am Ufer oder Schiffe feſtgehalten, oder auch längs demſelben fortgezogen.

Damit das Boot nicht vom Wellenſchlage gegen das Ufer oder Schiff gerieben oder geſtoßen wird, hängt man von Tauwerk geflochtene Kränze, oder mit Werg geſtopfte kleine Polſter an kleinen Leinen an der Außenſeite des

Dullbords oder Dollbords hinaus. Auch den Vordersteven umgiebt man zuweilen mit einem solchen Taukranze.

Zum Einschöpfen des in das Boot eingedrungenen Wassers hat man eine kleine hölzerne Schaufel mit kurzem Stiele, welche das Oehsfaß genannt wird; in dem Fußboden befindet sich dazu eine bewegliche Lucke, welche das Oehsgatt heißt.

4 Die verschiedenen Arten der Boote kann man in zwei Hauptklassen theilen: erstens solche, die zu schweren Arbeiten, wie Ankerausbringen und Ankerlichten, und zum Fortbringen schwerer Lasten, wie Wasserfässer, Kanonen u. dgl. gebraucht werden, und diese heißen eigentlich Boote; zweitens solche, die hauptsächlich zum Fortbringen von Personen, namentlich der Offiziere, Gäste, Reisenden, und zu ganz leichten Arbeiten und zum Fortbringen von Kleinigkeiten gebraucht werden, und diese heißen eigentlich Schaluppen. Beide Hauptklassen werden aber noch in mehrere Arten geschieden, die eigene Namen führen.

Die sieben Arten, welche jetzt am häufigsten gebraucht werden, sind die Bd. III, S. 461 bis 466 mit ihren Bestecken in Tafel CVI bis CVIII angegebenen, nämlich: große Boote, Barkassen, Pinassen, Kutter, Labberlote, Schaluppen und Jollen.

5 Das große Boot (Long-boat) ist das größte, welches ein Schiff mitnimmt; es ist mit Masten und Segeln versehen, und sehr stark gebaut, und dient hauptsächlich zum Ausbringen und Lichten der Anker, und hat dazu gewöhnlich im Vordertheil ein kleines Bratspill, und am Achtertheil einen schräge liegenden etwas gekrümmten Balken mit einer Scheibe, die sogenannte taube Jütte. Außerdem dient das große Boot zum Führen schwerer Lasten, und ist beim Schiffbruch die sicherste Zuflucht.

6 Die Barkasse (Launch) wird von vielen Schiffen fast aller Nationen statt des großen Boots gebraucht; sie ist mehr zum Rudern als zum Segeln eingerichtet, und flacher und breiter gebaut, um die Anker besser lichten zu können. Man giebt ihr indessen auch Masten und Segel.

7 Die Labberlot (Barge) folgt der Größe nach auf die Barkasse, unterscheidet sich aber von ihr durch die Bauart; denn sie ist viel leichter und schärfer gebaut, mit mancherlei Zierrathen, und eben so sehr zum Segeln als zum Rudern eingerichtet; sie führt drei Masten, und zwölf oder noch mehr Ruder, und dient zur Führung der Admiräle und der Offiziere und Personen von höherem Range; sie ist also das vornehmste Boot.

8 Die Pinasse (Pinnace) hat dieselbe Gestalt und Einrichtung, wie die Labberlot, ist aber kleiner, und führt selten über acht Ruder; sie dient zur Führung von Offizieren, welche keinen Admiralsrang haben, und wird deshalb auch von kleineren Schiffen statt der Labberlot geführt.

9 Die eigentliche Schaluppe (Yawl) ist noch etwas kleiner als die Pinasse und führt selten mehr als sechs Ruder; im Uebrigen hat sie dieselbe Bauart und Einrichtung, und so ziemlich denselben Gebrauch. Bei den Kauffahrteischiffen ist sie die gewöhnlich sogenannte Schaluppe.

Digitized by Google

Die bisher genannten Fahrzeuge ſind ſämmtlich karvielweiſe (carvel- 10
built) gebaut, d. h. ihre Außenplanken ſind mit den Kanten aneinander geſetzt, und die Nathen wie bei den Schiffen kalfatert. Dagegen die noch folgenden Fahrzeuge ſind klinkerweiſe (clincher-built) gebaut, d. h. die Außenplanken ſind der Breite nach etwas mit den Kanten über einander gelegt. Jede obere Planke liegt etliche Zoll über der untern; beide Kanten werden mit einer kleinen Schraube befeſtigt, auf welche an der Innenſeite eine Mutter geſetzt wird, um ſie feſter anzuholen. Weil auf ſolche Art die Planken feſt ſind, ohne auf die Spanten genagelt werden zu müſſen, ſo kann man die Zahl der letztern vermindern; dadurch werden dieſe Fahrzeuge ſehr leicht und zum Segeln geſchickt. Das Kalfatern, welches von unten herauf geſchehn muß, und die Ausbeſſerung ſind dafür nicht ſo bequem, wie bei den karvielweiſe gebauten Fahrzeugen.

Der Kutter (Cutter) dient zum Hin- und Herfahren der Mannſchaft, 11
und iſt außer dem Klinkerwerk, oder der eben beſchriebenen Beplankung noch dadurch von dem großen Boot unterſchieden, daß er kürzer und breiter iſt; übrigens führt er auch Maſten und Segel.

Die Jolle (Wherry) iſt ein kleines offenes Boot, welches nur zum Ueber- 12
fahren auf Kanälen dient, und gewöhnlich nur zwei, höchſtens vier Ruder führt; Segel hat es ſelten.

Kauffahrteiſchiffe führen, mit Ausnahme der Wallfiſchfänger, welche meh- 13
rere haben müſſen, drei kleinere Fahrzeuge mit ſich: das große Boot, die Schaluppe oder Travaljeſchaluppe, und die Heckjolle oder Kapitainsſchaluppe, welche kleiner und ſchwächer, aber auch zierlicher gebaut iſt, und dazu dient, den Kapitain an Land oder nach andern Schiffen zu bringen; während ſie nicht gebraucht wird, hängt ſie hinten am Heck an den Bootsdavids, wovon ſie den Namen führt.

Das große Boot ſteht während der Reiſe auf dem Verdeck über der großen Lucke, wohin es mit den Rocktaakeln und den Seitentaakeln aufgeheißt, und beim Ausſetzen von da wieder hinabgelaſſen wird, wie Tafel XL, A, Fig. 1. Es ruht vorne und hinten auf Klötzen, den ſogenannten Bootsklampen, die in der Mitte einen Ausſchnitt haben, ſo daß der Untertheil des Boots hineinpaßt, Tafel XXXVI, C, Fig. 10, b. Damit es beim Schlingern des Schiffs nicht hin- und hergeworfen, und von den überſtürzenden Wellen über Bord geſchleudert werde, iſt es mit den ſogenannten Bootskrabbern, a a, befeſtigt. Dies ſind eigens eingerichtete Taue mit Jungfern und Talje-reeps, deren untere Haakenblöcke im Augbolzen auf dem Deck eingehaakt werden.

Die Schaluppe ſteht während der Reiſe in dem Boote, wo ſie auf angemeſſene Weiſe befeſtigt wird.

In dem Hafen oder auch auf dem Ankerplatze bleiben Boot und Schaluppe gewöhnlich ausgeſetzt, und liegen hinter dem Schiffe oder werden an einer Backſpiere (vergl. dieſen Artikel im Wörterbuche) an der Seite des Schiffs in einiger Entfernung gehalten.

Digitized by Google

Die Kapitainsschaluppe oder die Heckjolle wird auch im Hafen, sobald sie gebraucht worden, wieder an dem David hinaufgezogen, und bleibt dort bis zur nächsten Fahrt hängen.

Die größeren Boote eines Kriegsschiffs befinden sich auf See im Kuhl des Schiffs; am Lande werden sie auch sämmtlich ausgesetzt; die kleineren hängen an der Seite an Davids, die an der großen Rüste, der Besahnrüste und dem Heck angebracht sind.

14 Die Boote können die verschiedenartigsten Bemastungen und Beseglungen erhalten; die vorzüglichsten sind die auf Tafel XXVIII, Fig. 4 bis Fig. 11 dargestellten (vergl. S. 2608—2611).

§. 372. Vom Rojen oder Rudern.

1 Es sei die Kraft, die ein Ruderer oder Rojer, wenn er in Ruhe ist, ausüben kann = F, und c sei die größte Geschwindigkeit, mit welcher er seine Glieder bewegen kann, so daß er alsdann auch nicht das geringste Hinderniß mehr überwinden würde. Zwischen der vollkommenen Ruhe und dieser möglich größten Geschwindigkeit liegen alle zulässigen Grade der letztern.

Es sei eine gegebene Geschwindigkeit = u; ist u = o, so wird alsdann die Kraft, mit welcher der Rojer wirken kann, = F, d. h. gleich seiner ganzen Kraft; dagegen wenn u = c, so wird seine vorhandene Kraft = o.

Die Verringerung der Kraft kommt nämlich davon her, daß der Ruderer während der Bewegung einen Theil seiner Stärke auf die Bewegung seines eigenen Körpers wenden muß, also um so viel weniger Kraft auf das Ruder oder den Riemen zu verwenden hat. Um irgend eine Berechnungsweise hiefür anwendbar zu machen, muß man den Fall setzen, daß irgend ein Wasserstrom mit der Geschwindigkeit = c einen in Ruhe befindlichen Körper stößt, und auf ihn alsdann eine Kraft = F ausübt. Es erhalte dann der Körper selbst in der nämlichen Richtung eine Geschwindigkeit = u, die aber geringer ist als c. Verfolgt man diese Rechnung (vergl. Wörterbuch, Artikel Rojen); setzt man der Erfahrung gemäß im Durchschnitt die Kraft eines ruhenden Mannes = 54 Pfund; nimmt man ferner die größte Geschwindigkeit mit welcher ein Mensch seine Glieder bewegen kann, zu 7½ Fuß in der Sekunde, so ergiebt sich die vortheilhafteste Geschwindigkeit oder u = 2½ Fuß in der Sekunde.

Bewegen also die Rojer in irgend einem Ruderfahrzeuge ihre Arme mit einer größeren oder kleineren Geschwindigkeit als 2½ Fuß in der Sekunde, so ist die Arbeit nicht gut angeordnet.

2 Die Erfahrung hat gezeigt, daß die Größe eines Ruderblattes für einen Menschen nicht viel über einen halben Quadratfuß betragen darf, wenn er es mit Leichtigkeit führen soll. Hieraus läßt sich wieder, wie im Wörterbuche unter dem angeführten Artikel zu sehen ist, eine Tafel berechnen, welche sowohl für jede Zahl von Ruderern die Geschwindigkeit des Boots, als auch das Verhältniß zwischen den beiden Theilen des Ruders angiebt. Es sei POQ die ganze Länge desselben, und O der Punkt des Dollbords, auf welchem das Ruder auf-

Digitized by Google

liegt, oder der Stützpunkt; PO = p ſei der innerhalb des Boots befindliche Theil; und OQ = q der außerhalb deſſelben befindliche Theil. Die letzte Kolumne der Tafel enthält demnach den Werth des Quotienten q/p. Dieſe Rechnungen haben beſonders bei größern Ruderfahrzeugen einen entſchiedenen Werth.

§. 373. Von den übrigen Beſtandtheilen der Zu- und Ausrüſtung.

Die außer dem Rundholz, dem Tau- und Taakelwerk, den Segeln und 1
Flaggen, und den Booten und Schaluppen auf S. 2537 und 2538 aufgezählten Beſtandtheile der Zurüſtung ſind theils in dem Wörterbuche unter den betreffenden Artikeln, theils, wie z. B. die Spille und Pumpen an den betreffenden Stellen des Werks behandelt. Dieſe Stellen ſind bei den jedesmaligen Artikeln des Wörterbuches angegeben.

Die Beſtandtheile der Ausrüſtung ſind ebenfalls im Wörterbuche ausführ- 2
lich beſchrieben, und von mannigfachen theoretiſchen Angaben begleitet. Die Steuermannsinſtrumente ſind außerdem in dem Werke ſelbſt, ſowohl im erſten als im zweiten Bande vollſtändig beſchrieben; die betreffenden Stellen finden ſich gleichfalls im Wörterbuche bei den einzelnen Artikeln angegeben.

Viertes Buch.

Manövrirkunde.

Erſtes Kapitel.

Von der Drehung des Schiffs um ſeine perpendikuläre Axe vermöge des Ruders und der Segel.

§. 374. Von der Wirkung des Steuerruders.

1 Die Manövrirkunde lehrt im Allgemeinen, wie in jedem gegebenen Augenblicke Segel und Ruder zu gebrauchen ſind, um die zweckmäßige Bewegung, Schnelligkeit, und namentlich richtige Wendung des Schiffs zu erlangen. Die ausführlichen Lehren von der Wirkung des Ruders ſind bereits oben, S. 2242 bis 2260 gegeben worden. Hier ſind alſo nur einige Hauptſätze zur Erinnerung zu bringen, wie ſie zum Nächſtfolgenden erforderlich werden.

2 Wenn ſich die Ruderpinne oder der Ruderhelm, und damit auch das Ruder ſelbſt in der Richtung des Kiels, alſo ohne alle Drehung befindet: ſo hat es natürlich keinen Einfluß auf das Schiff, indem es alsdann nur als Fortſetzung des Kiels und Achterſtevens erſcheint.

3 Geht das Schiff vorwärts, und wird der Helm an Steuerbord gebracht, ſo dreht ſich die Ruderfläche nach Backbord, ragt alſo an dieſer Seite über den Kiel hervor; das längs dem Schiff von vornher dagegen ſtoßende Waſſer wirkt alſo auf das Ruder wie auf einen Hebelarm, treibt denſelben vor ſich her, und ſtößt damit das Achterſchiff nach der Steuerbordsſeite; dadurch wendet ſich das Vorſchiff nach Backbord.

4 Wird der Helm des vorwärts gehenden Schiffes nach Backbord gebracht, ſo ragt die Ruderfläche an Steuerbord über den Kiel hervor, das von vorne kommende Waſſer treibt es vor ſich her, ſtößt damit das Achterſchiff nach Backbord, und das Vorſchiff dreht ſich nach Steuerbord.

Digitized by Google

Geht das Schiff rückwärts, und der Helm nach Steuerbord, so 5
kommt der Waſſerſtoß von hinten, treibt das an der Backbordsſeite vor dem Kiel hervorragende Ruder vor ſich her, ſtößt damit das Achterſchiff nach Backbord, und das Vorſchiff dreht ſich nach Steuerbord.

Wird der Helm des rückwärts gehenden Schiffes an Backbord ge- 6
bracht, ſo ragt das Ruder an der Steuerbordsſeite vor dem Kiel hervor; der von hinten kommende Waſſerſtoß treibt es vor ſich her, ſtößt das Achterſchiff nach Steuerbord, und damit dreht ſich das Vorſchiff nach Backbord.

Faßt man alſo die Wirkungen zu einer Ueberſicht zuſammen, ſo ergeben 7
ſich folgende Regeln.

1. Beim vorwärtsgehenden Schiffe haben Helm und Vorſchiff ungleichnamige, Helm und Achterſchiff gleichnamige Borde; oder:

Helm an Steuerbord bringt das Vorſchiff nach Backbord;
das Achterſchiff nach Steuerbord;
Helm an Backbord bringt das Vorſchiff nach Steuerbord;
das Achterſchiff nach Backbord.

2. Beim rückwärts gehenden Schiffe haben Helm und Vorſchiff gleichnamige, Helm und Achterſchiff ungleichnamige Borde; oder:

Helm an Steuerbord bringt das Vorſchiff nach Steuerbord;
das Achterſchiff nach Backbord;
Helm an Backbord bringt das Vorſchiff nach Backbord;
das Achterſchiff nach Steuerbord.

Es iſt ſchon oben gezeigt worden, daß der Winkel, den das Steuerruder 8
mit dem Kiele macht, nie ein rechter werden darf, weil dieſes den Lauf des Schiffes zu ſehr hemmen, und weil außerdem die Drehungskraft des Waſſers völlig verſchwinden würde (vergl. S. 2249 Nr. 10 und S. 2253). Je weniger alſo der Helm nach dem einen oder dem andern Borde hinübergebracht wird, deſto vortheilhafter iſt es für die Geſchwindigkeit des Schiffes.

Wenn das Schiff, z. B. vor Anker, ruhig liegt, aber ein Strom dagegen 9
ſtrömt: ſo übt dieſer ebenfalls einen drehenden Stoß auf das Ruder aus. Kommt der Strom von vorne, ſo iſt ſeine Wirkung die nämliche, als wenn das Schiff in ruhigem Waſſer nach vorne ginge. Kommt der Strom von hinten, ſo iſt ſeine Wirkung dieſelbe, als wenn das Schiff in ruhigem Waſſer nach hinten ginge.

§. 375. Von der drehenden Wirkung der Segel.

Man denke ſich eine Wetterfahne an ihrer Stange bei völliger Windſtille 1
in irgend einer beliebigen Richtung, z. B. mit dem breiten Theile nach Weſten, mit ihrer Spitze nach Oſten gekehrt. Erhebt ſich nun ein Südwind, ſo findet er an dem breiten Theile eine viel größere Fläche, auf die er wirken kann, als an der Spitze; er treibt alſo den breiten Theil ſo lange vor ſich her, bis er

parallel mit ihm ist, und dann keine Wirkung mehr auf ihn ausüben kann; alsdann steht die Spitze nach Süden, und der breite Theil nach Norden. Hätte aber die Fahne beide Theile gleich breit gehabt, so würde sich der Stoß des Windes auf beiden Seiten das Gleichgewicht gehalten haben, und die Fahne hätte sich gar nicht um ihre Axe drehen können.

Man kann sich nun jedes Schiff wie eine solche Windfahne denken, deren Stange die durch den Schwerpunkt des Schiffes gehende (freilich nur gedachte) Axe, und deren breite Seite die mit Segeln besetzte Hälfte ist. Sind beide Hälften zu beiden Seiten der Axe mit gleich viel Segelfläche besetzt, so kann natürlich keine Drehung erfolgen.

2 Es sei Tafel XXXV, A, Fig. 1, ein dreimastiges Schiff, dessen durch den Schwerpunkt gehende Axe m ist. Das Vorschiff sei nach Westen gerichtet, und der Wind wehe gerade aus Süden, oder von Backbord; alsdann ist Backbord die Luvseite, und Steuerbord die Leeseite. Es werde nun ein viereckiges Segel a am Fockmast mit dem Fall b geheißt; die untere Luvecke wird mit dem Hals d, und die untere Leeecke mit der Schoote e festgespannt; die Lee- oder diesmal Steuerbordsbrasse f richtet die Raa der Schoote gemäß; das Schiff liegt jetzt mit Backbordshalsen zu.

Das Segel a hat alsdann die doppelte Wirkung: es dreht das Vorschiff um die eingebildete Axe m nach Steuerbord oder leewärts hin; und zugleich treibt es das Schiff in der Richtung seines Kiels vorwärts.

3 Giebt man dem Schiffe noch einen Klüverbaum, wie Fig. 2, setzt einen Klüver c bei, dessen Hals am Ende des Baums fest ist, und holt die Schoote d nach hinten: so ist eine große Kraft entstanden, das Vorschiff nach Steuerbord oder leewärts zu drehen; weil nämlich der Klüver so weit von der Drehungsaxe m und damit vom Schwerpunkte entfernt, also der Hebelarm so lang ist.

4 Denkt man sich nun die Axe m, wie in Fig. 3, gerade durch den großen Mast gehend, so sieht man, daß alle aufgeheißten Segel dieselbe Wirkung ausüben, wie vorher bei Fig. 1 das Segel a allein, d. h. sie drehen das Vorschiff leewärts, und zugleich treiben sie das ganze Schiff vorwärts. Diese Segel heißen deshalb, weil sie sich vor dem Schwerpunkt befinden, die Vorsegel; sie sind: a die Blinde; d die Butenblinde; c der Klüver; b das Vorstengestagsegel; e das Focksegel; f das Vormarssegel; g das Vorbramsegel; h das Obervorbramsegel; i das große Stagsegel; k das große Stengestagsegel; l der große Marsflieger; n das große Bramstengestagsegel.

Sämmtliche Vorsegel haben also das Streben, das Schiff abfallen, d. h. sich vor dem Winde mit dem Vorschiff leewärts drehen zu machen.

5 Es sei, Fig. 4, c eine viereckige Besahn, mit Backbordshalsen zu, und der Steuerbordsschoote nach hinten geholt; alsdann dreht dieses Segel das Achterschiff nach Steuerbord oder leewärts, und zugleich treibt es das Schiff vorwärts; die Drehung des Achterschiffs nach leewärts bringt aber das Vorschiff luvwärts, oder macht es anluven.

6 Werden beide Segel, wie Fig. 5, die Fock a und die Besahn c beigesetzt,

Digitized by Google

und ſind ſie von gleicher Größe: ſo treiben ſie das Schiff mit vereinigter Kraft vorwärts, und zugleich halten ſie es durch ihre beiderſeitige Gegenwirkung zu beiden Seiten der Drehungsaxe in der richtigen Stellung, wie vorher die beiden gleichbreiten Theile einer Windfahne.

Wird, Fig. 6, das Großſegel e allein beigeſetzt, ſo daß der Hals vor der 7
Drehungsaxe m, die Schoote hinter derſelben zu liegen kommt, ſo wird das Schiff vorwärts getrieben, und doch in derſelben Lage erhalten.

Denkt man ſich nun die Beſahn und das Großſegel in die auf wirklichen 8
Schiffen vorkommenden Segel, wie Fig. 7, zerlegt: ſo ſieht man, daß alle hinter der Rotationsaxe m, die hier immer noch durch den großen Maſt gehend gedacht wird, liegenden Segelflächen das Achterſchiff leewärts treiben, und damit das Vorſchiff anluven machen, während ſie zugleich das Schiff vorwärts treiben. Sie ſind die Leehälften des Großſegels o, des großen Marsſegels p und des großen Bramſegels q; ferner das ganze Beſahnſtagſegel s, das Kreuzſtengeſtagſegel t, das Kreuzſegel v, das Kreuzbramſegel u und die Beſahn x.

Wird, Fig. 8, das Fockſegel a backgebraßt mit der Backbords- oder Luv- 9
braſſe d, indem der Leehals e nach vorne, die Luvſchoote nach hinten geholt wird: ſo iſt die Wirkung des Segels ſo, daß es das Vorſchiff reißend ſchnell leewärts oder nach Backbord abfallen macht, während es zugleich das Schiff in der Richtung des Kiels rückwärts treibt. Weil nämlich das Segel gegen den Maſt anliegt, und ſeine Vorderfläche dem Winde ausgeſetzt iſt, ſo muß es eine entgegengeſetzte Wirkung von derjenigen haben, wenn es voll iſt; weil ferner jetzt der Wind von vorne kommt, nach dem es backgebraßt iſt, ſo hat das Segel eine größere Gewalt das Vorſchiff leewärts zu treiben, als da der Wind gegen die Segelfläche allein von der Seite wirkte.

Wird, Fig. 9, die Beſahn c backgebraßt, ſo treibt ſie das Schiff rück- 10
wärts, und das Achterſchiff zugleich leewärts, ſo daß das Vorſchiff anluvt.

Soll nun das Schiff, Tafel XXXV, B, Fig. 10, mit den drei viereckigen 11
Segeln und dem Klüver vor dem Winde wenden, oder nach der gewöhnlichen Benennung halſen, ſo muß natürlich die Gewalt der hinter der Rotationsaxe befindlichen Segel ſehr vermindert, oder gänzlich fortgebracht werden, weil ſie nach dem Vorigen das Achterſchiff leewärts treiben, alſo das Vorſchiff anluven machen. Läßt man nun die Schoote des Segels c in Fig. 10 los, ſo fängt das Segel an zu flattern, und verliert ſeine Kraft hinter der Rotationsaxe m; dadurch erhalten ſogleich die Segel a und d vor der Axe m mehr Gewalt, und ebenſo auch die Luvhälfte des Segels b, um das Vorſchiff vom Winde abfallen zu machen.

Läßt man, Fig. 11, die Schoote des Segels b auch noch gehen, und braßt 12
die Raaen von b und c ſo, daß ſie mit den Luvnocken gerade gegen den Wind gerichtet ſind, indem man die Leebraſſen fiert, nnd die Luvbraſſen g anholt; alsdann trifft der Wind nur ihre Luvleike, und ſtreicht parallel oder wirkungslos an ihrer Außenfläche hin. Auf ſolche Art iſt ihr Einfluß hinter der Drehungsaxe völlig aufgehoben. Hiedurch erhalten das Fockſegel a und der Klü-

ver d den größten Einfluß, den ſie haben können, ohne daß die Achterraaen herabgelaſſen oder geſtrichen werden. Das Schiff fällt alſo ſchnell ab.

13 Soll nun im Gegentheil das Schiff anluven, ſo läßt man Fig. 12 die Schooten der Segel a und d gehen; es erhalten die Segel b und c die alleinige Wirkſamkeit hinter der Drehungsaxe m, und das Achterſchiff geht leewärts, folglich das Vorſchiff luvwärts.

14 Läßt man, Fig. 13, die Wirkſamkeit der Segel b und c fortdauern, um das Schiff anluven zu machen, bis das Segel a back liegt, ſo wird deſſen Einfluß das Schiff noch kraftvoller luvwärts bringen. Beharrt das Schiff in dieſer Drehung, bis ſeine Spitze die Richtungslinie des Windes überſchritten, oder durch den Wind gedreht hat: ſo wird alsdann der Wind von Steuerbordsſeite kommen, und das Schiff wird nun die Backbordsſeite zur Leeſeite haben, und nach Backbord abfallen.

15 Geſetzt das Schiff behält ſeine Geſchwindigkeit oder Fahrt durchs Waſſer, und die Wirkung der Segel b und c bei Fig. 12, und das Segel a, wenn es back liegt, bringt den Wind auf den Bug, oder gerade von vorne, wie Fig. 14, ſo werden die Segel b und c durch das Segel a bekalmt, d. h. ihnen wird der Wind von demſelben abgefangen, weil das letztere den Wind ganz von ſeiner Vorderſeite erhält. Braßt man in dieſem Augenblicke die beiden Segel b und c herum, wie in Fig. 14, ſo werden ſie auf ſolche Art bereit gemacht, den Wind wieder zu empfangen, wenn das Schiff um vier Striche weiter abgefallen, d. h. mit dem Vordertheile leewärts gekommen iſt. Sobald die beiden Achterſegel den Wind wieder bekommen haben, geben ſie dem Schiffe auch wieder einen Gang nach vorne, welcher beinahe ganz durch das rückwärts wirkende Segel a aufgehoben war. Das Schiff behält unterdeſſen die drehende Bewegung, ohne daß die Hülfe des Vorſegels weiter nöthig iſt.

16 Sobald nun der Wind auf die Steuerbordsſeite gebracht iſt, braßt man das Segel a in Fig. 15 ebenfalls herum, indem man die Backbordsbraſſen anholt, den Steuerbordshals an Bord bringt, und die Backbordsſchooten nach hinten holt. Das Schiff liegt nun mit Steuerbordshalſen zu, oder bekommt den Wind von Steuerbord in die Segel. Die eben beſchriebene Wendung heißt durch den Wind drehen oder über Stag wenden (Tacking), und hat manche Vortheile vor der andern Wendung, welche Halſen oder vor dem Winde drehen genannt wird, wovon tiefer unten das Genauere vorkommt.

17 Die Wirkung der Segel kann ſehr durch das Ruder unterſtützt werden. Wenn aber das Schiff in einem geraden Kurſe vorwärts geht, ſo kann man es durch die Gegeneinanderwirkung der Vor- und Achterſegel im gehörigen Gleichgewicht erhalten, und dies iſt hinſichtlich ſeiner Geſchwindigkeit viel vortheilhafter, weil jede Drehung des Ruders ſeinen Lauf hemmt. Man muß daher ſo viel als möglich die Hülfe des Ruders zu entbehren ſuchen.

18 Bei der bisherigen Erklärung der Wirkung der Segel iſt die Vorausſetzung gemacht, daß ſich der Schwerpunkt des Schiffs auch im Mittelpunkte deſſelben befinde; aber der Mittelpunkt der Drehung wird bei den mehrſten

Schiffen heutiger Bauart nicht weit hinter der Halsklampe liegen (vergl. S. 2397 Nr. 18), welche nahe am Hinterrande der Fockrüſte liegt, und bis zu welcher der große Hals geholt wird. An dieſer Stelle liegt nämlich die größte Breite, oder das Hauptſpant. Weil ſich nun dort der größte Raum befindet, ſo ſollte dort auch der Schwerpunkt der Ladung im Raume ſein, da dieſer Theil des Gebäudes der ſtärkſte iſt. Der Mittelpunkt der Drehung wird alſo hauptſächlich von einer richtigen Stauung abhängen.

Iſt das Schiff ſehr vorlaſtig, ſo wird auch jener Mittelpunkt weit nach vorne gerückt; iſt es ſehr achterlaſtig, ſo rückt derſelbe weit nach hinten.

Wenn das Schiff, Fig. 16, mit dem Achtertheile auf Grund kommt, und 19
zwar mit den Segeln abcd, wie vorher beigeſetzt: ſo wird ſein Achtertheil jetzt bei dem Stützpunkte auch die Rotationsaxe enthalten; weil aber dann das Vorſchiff keinen andern Seitenwiderſtand hat, als das Waſſer, ſo wird es raſch vor dem Winde abfallen, weil die Achterſegel ihre Kraft verloren haben.

Wenn dagegen das Schiff, Fig. 17, mit dem Vordertheile auf Grund geräth, ſo wird die Drehungsaxe jetzt durch das Vordertheil gehen, und das Achtertheil wird vor dem Winde abfallen, weil es nur das Waſſer zum Widerſtande findet, und die Vorderſegel alle Kraft verloren haben. So iſt es mit einem ſchlechtgeſtauten Schiffe; iſt es zu achterlaſtig, ſo fällt es ſehr leicht ab, oder iſt lafwindig, weil die Achterſegel ohne Hülfe des Ruders keine genügende Kraft gegen das ſchwerere Achterſchiff ausüben können. Iſt das Schiff zu vorlaſtig, ſo luvt es ſehr leicht an, oder iſt luvgierig, weil die Vorſegel ohne Hülfe des Ruders keine hinreichende Kraft gegen das ſchwerere Vorſchiff ausüben können. Der Unterſchied in der Lage des Schwerpunkts bringt alſo auf ſolche Weiſe einen Unterſchied in der Wirkung der Segel hervor. Ferner weichen die Schiffe in Bauart und Beſeglung von einander ab; dieſe müſſen alſo auch erſt bekannt ſein, ehe man die angemeſſene Wirkung beſtimmen kann (vergl. S. 2292 bis 2311).

Das Schiff, Fig. 18, ſegelt mit Steuerbordshalſen zu; die Raaen 20
ſind mit den Backbordsbraſſen ſcharf aufgebraßt, und die Luvleike der Raaſegel mit den Luvbulienen nach vorne gezogen. Man kann nun leicht finden, ob die vor und hinter dem Schwerpunkt befindlichen Segel ſich das Gleichgewicht halten; iſt es der Fall, ſo kann bei ruhiger See der Helm beinahe in der Mitte, d. h. ohne alle Drehung gehalten werden; wenn aber das Schiff zu luvgierig iſt, oder mit dem Vordertheil jetzt immer nach Steuerbord fliegt, ſo iſt es ein Zeichen, daß hinter dem Schwerpunkt zu viele Segel beigeſetzt ſind. Man zieht alsdann das Kreuzbramſegel, das Kreuzbramſtag- und Kreuzſtagſegel ein, und wenn das noch nicht genug iſt, auch noch die Beſahn; denn dieſe Segel fördern in ſolchem Falle nicht den Fortgang, ſondern halten ihn auf, indem ſie das Schiff zwingen, die Fläche des Ruders nach ſich zu ziehen, weil es ſtets den Helm an Steuerbord oder in Luv haben muß, um abzufallen.

Es kann aber auch zuweilen die Luvgierigkeit davon herrühren, daß das Schiff vorne zu viel Segel führt. Denn die vordern Raaſegel haben das

Streben, das Vorſchiff niederzudrücken, und das Achterſchiff im ſelben Verhältniſſe zu heben; dadurch erhält es am Bug einen gleichen Seitenwiderſtand, als wenn es zu vorlaſtig wäre; dies vermindert den Fortgang, denn das Achterſchiff fliegt jetzt, wegen des geringeren Widerſtandes nach Lee, und zwingt den Helm an Steuerbord oder luvwärts zu halten, um das Achterſchiff beim Winde zu halten, wodurch die Ruderfläche nachſchleppt und den Fortgang vermindert. Kommt alſo die Luvgierigkeit von dieſer Urſache her, ſo werden das Obervorbram- und das Vorbramſegel eingezogen, wodurch das Schiff ſeine Steuerfolgſamkeit erhalten, oder wieder gut aufs Ruder lüſtern wird.

21 Wenn die Hauptſegel eines Schiffes Raaſegel ſind, wie bei der fregattiſchen Zutaakelung, ſo nimmt man allgemein an, daß es nicht näher als bis auf ſechs Striche an dem Winde liegen kann, d. h. daß ſein Kiel keinen kleinern Winkel mit dem Winde als einen von ſechs Strichen oder 67° 30′ machen kann (vergl. S. 2309 Nr. 17). Die Raaen ſelbſt werden noch ſchärfer aufgebraßt, d. h. ſie müſſen einen noch kleinern Winkel mit dem Kiele machen, damit der Wind nicht das Leik der Segel trifft, ſondern noch in das Segel ſelbſt hineinfällt (vergl. S. 2305 Nr. 9). Bei Oſt-Nordoſt kann alſo das Schiff Norden anliegen; ſoll es dieſen Kurs behalten, und wird der Wind Oſt zum Nord, ſo hat das Schiff ſchon einen Strich frei. Wird er Oſt, alſo acht Striche von Norden, ſo nennt man den Wind recht von der Seite oder eigentlichen Seitenwind (on the beam); er trifft dann die Köpfe aller Deckbalken, namentlich den Kopf des Deckbalkens im Hauptſpant oder des Segelbalkens; daher kann man ſolchen Wind auch auf den Segelbalken nennen. Bleibt der Kurs des Schiffes immer Nord, und weht der Wind nach Oſt-zum-Süd, ſo wird er einen Strich hinter dem Segelbalken; bei Oſt-Süd-Oſt zwei, bei Süd-Oſt-zum-Süd drei Strich hinter dem Segelbalken.

Wird er Süd-Oſt, alſo zwölf Striche vom Kurſe, oder vier Striche hinter dem Segelbalken, ſo heißt er Backſtagswind (on the quarter); von da an weiter nach Süden gehend wird er ein, zwei, drei Striche hinter dem Backſtag; iſt er endlich Süd geworden, ſo heißt es, das Schiff ſegelt gerade vor dem Winde. Alle Windrichtungen zwiſchen dem Backſtag und dem Winde gerade von hinten heißen raumer Wind. Backſtagswind iſt der vortheilhafteſte, weil er alle Segel füllen kann, ohne daß die hintern Segel die vordern bekalmen, oder ihnen den Wind abfangen.

Wenn der Wind vom Segelbalken, oder von der perpendikulären Seitenrichtung weiter nach vorne geht, oder ſchraalt, d. h. ungünſtig wird, und bis ſechs Striche vom Kurſe kommt, ſo nennt man ihn zuweilen Krahnbalkswind, und das Schiff ſegelt dann dicht oder ſcharf bei dem Winde. Alle Windrichtungen, die dann noch weiter nach vorne liegen, bilden konträren oder Gegenwind.

22 Wenn das Schiff mit Backbordshalſen zu gerade nach Norden anliegt, ſo werden die Kompaßſtriche von der Kielrichtung des Vorſchiffs bis zur Windrichtung nach Weſten gezählt; z. B. ſegelt das Schiff mit dieſen Halſen dicht bei dem Winde, ſo iſt er Weſt-Nordweſt. Liegt aber das Schiff mit

Digitized by Google

Steuerbordshalsen zu gerade Norden an, und zwar dicht bei dem Winde, so werden die Kompaßstriche nach Osten gezählt, und der Wind ist Ost-Nordost. Es ist eine gute Uebung sich für jeden Kompaßstrich als Kurs gedacht, sowohl für Steuerbords- als für Backbordshalsen, die Windrichtungen zu bestimmen.

Zweites Kapitel.

Die Wendung über Stag durch den Wind.

Tafel XXXV, C.

§. 376. Die ehemals gebräuchliche Weise über Stag zu wenden.

Die ehemals gebräuchliche Weise über Stag oder durch den Wind zu wenden hat mancherlei Fehler; sie dient aber zum leichteren Verständniß der bessern in jetziger Zeit üblichen. 1

Es liege das Schiff, Fig. 1, mit Steuerbordshalsen zu Nord an, also der Wind sei Ost-Nordost, und es werde nöthig befunden zu wenden, und mit Backbordshalsen anzuliegen. Wenn bei dieser Wendung das Schiff gerade in den Wind kommt, so liegt es natürlich Ost-Nordost an; und wenn es nach der Wendung dicht am Winde segelt, so wird es Südost anliegen.

Zur Vorbereitung des Wendens muß man volle Segel halten, damit das Schiff den möglichst schnellen Lauf annimmt, weil das Ruder dadurch seine Kraft erhält; darauf werden die Luvbrassen so fest angeholt, als sie es bei den noch festen Leebrassen können; die Leehalsen und die Luvschooten, so wie die Leebuliens, welche bis dahin lose hingen, werden so weit angeholt, als es angeht. War Alles bereit, so kam das Kommando, und zwar zuerst: „Helm in Lee!", dann sogleich: „Laß gehn Fockschoot, Vormarsbulien, Klüver- und Stagsegelschooten!" 2

Der Helm wurde nach Lee gebracht, um das Vorschiff gegen den Wind zu drehen; die Fock-, Klüver- und Vorstengestagsegelsschooten wurden gehen gelassen, um diese Vorsegel unwirksam, und die Achtersegel dagegen wirksamer zu machen; die Vormarsbulien wurde losgelassen, damit das Vormarssegel desto eher back zu liegen kam, oder den Wind von vorne fing; sobald es zu flattern oder zu killen begann, wurde die Vormarsbrasse an der Luvseite angeholt, und so wie das Schiff anluvte, wurde die Marsraa wieder aufgebraßt; mit dieser Unterstützung kam das Marssegel schneller und wirksamer back zu liegen.

Mit diesem Theil der Wendung kam das Schiff in die Lage von Fig. 2, 3 und lag jetzt etwa Nordost-zum-Nord an, d. h. also bis drei Striche an dem

Wind. Dieſer traf die Luvleike der Achterſegel und machte ſie flattern oder killen.

In dieſem Augenblicke kam das zweite Kommando: „Los Halſen und Schooten!“

Hierauf ließ man die großen Halſen und Schooten und alle Stagſegelshalſen und Schooten gehen, weil ſie ferner ohne Nutzen waren, das Schiff in den Wind zu bringen, welcher keine weitere Gewalt auf ſie ausübte, als ſie killen zu machen. In dieſem Augenblick wurden auch die Halſen und Schooten der Stagſegel über die Stage geholt, um für die Feſtſetzung nach der Wendung bereit zu ſein. Die Geitaue des Großſegels wurden ein wenig aufgeholt, damit die große Raa deſto leichter umgebraßt werden konnte.

4 Unterdeſſen kam das Schiff reißend ſchnell an den Wind, und wenn es die Lage von Fig. 3 hatte, ſo daß es gerade in den Wind, oder Oſt-Nordoſt anlag, ſo kam das dritte Kommando: „Hol das Großſegel!“

Das Groß-, Großmars-, Großbram-, Kreuz- und Kreuzbramſegel, deren Bulienen und Braſſen losgelaſſen, und welche von den Vorſegeln ganz bekalmt waren, wurden, wie in Fig. 3, umgebraßt; die Backbordsgroßhalſe wurde an die Halsklampe gebracht, und die große Schoote hinten eingeholt. In dieſem Augenblicke bekam das Schiff ein wenig Rückgang oder Deiſing; deshalb wurde der Helm nach Steuerbord übergebracht, wodurch die Steuerbordsfläche des Ruders gegen das von hinten kommende Waſſer ſtieß, wodurch das Achterſchiff nach Backbord, und folglich das Vorſchiff nach Steuerbord gebracht wurde; die blinde Raa wurde in entgegengeſetzter Richtung mit der Steuerbordstriſſe (vergl. S. 2573), und das Klüverbackſtag (S. 2549) an Backbord feſtgeſetzt.

5 In dieſem Augenblicke fiel das Schiff heftig ab, und wenn es ſo weit gekommen, daß die Achterſegel voll ſtanden, ſo wurde das vierte Kommando gegeben: „Laß gehn und hol an!“

Hierauf wurden die Fockhalſen und die Fockbulienen losgelaſſen, die Vorderraaen umgebraßt; die Fockhalſe an Bord gebracht, und die Schooten hinten eingeholt, die Vorderraaen wurden aber nicht ſcharf aufgebraßt, damit das Schiff erſt anluven konnte. Denn beim ſcharfen Aufbraſſen der Vorderraaen wäre das Abfallen zu heftig. Weil aber mit der Füllung der Segel das Schiff wieder Fortgang erhielt, ſo half der an Steuerbord gebrachte Helm, es wieder anluven zu machen; ſobald es an den Wind gekommen, wurde der Helm wieder von Steuerbord zurückgebracht.

Alsdann wurden die Raaen ſcharf aufgebraßt, und die Bulienen angeholt; das Schiff lag alsdann, wie Fig. 4, mit Backbordshalſen zu, und dicht bei dem Winde, d. h. Südoſt, an. Die vier Lagen des Schiffs ſind alſo, Fig. 1 Nord, Fig. 2 Nordoſt-zum-Nord, Fig. 3 Oſt-Nordoſt, Fig. 4 Südoſt.

Die hauptſächlichſten Fehler bei dieſer Wendungsweiſe ſind folgende:

1) Das plötzliche Ueberbringen des Helms nach Lee dreht zwar anfänglich das Schiff ſchnell gegen den Wind; weil es aber dann die Steuerbordsſeite

Digitized by Google

des Ruders hinter sich herzuschleppen hatte, so wurde sein Lauf dadurch so sehr gehemmt, daß es keinen hinreichenden Schwung behielt, um den Punkt zu überschreiten, wo es gerade in den Wind liegt; in diesem Falle mußte es die Wendung versagen, oder verkehrt fallen, d. h. wieder vom Winde abfallen.

2) Das Aufbrassen des Vormarssegels vermindert noch mehr den Fortgang des Schiffs; denn es ist ein gewöhnliches Mittel, den zu schnellen Lauf eines Schiffs zu hemmen, wenn es einen engen Kanal oder ein enges Revier hinauflaviert, und eben in den Wind gedreht hat, oder in den Wind liegt.

3) Weil das Großsegel nicht eher umgeholt wurde, als bis der Wind gerade von vorne kam, so wurden die Achtersegel von den Vordersegeln bekalmt, lagen todt gegen den Mast, und konnten schwer herumgebracht werden. Fiel dann das Schiff ab, so standen sie plötzlich voll, ehe die große Halse an Bord gebracht werden konnte. Wehte in solchem Falle der Wind heftig, so konnte bei schwacher Bemannung die Halse nicht anders als mit Hülfe einer Talje festgesetzt werden.

4) Weil die Klüver- und Vorstengestagsegels-Schooten zugleich mit den andern über die Stage geholt wurden, so kamen sie oft in falscher Richtung back zu liegen, und hinderten das Schiff anzuluven.

5) Dadurch, daß das Schiff schon wieder auf der andern Seite abfiel, ehe die Segel gehörig bei dem Winde festgestellt worden waren, verlor das Schiff zu viel Raum nach Lee hin, was ebenfalls gegen die schnelle Wendung geht.

§. 377. Die jetzt gebräuchliche schnellere Weise, über Stag zu wenden.

Es liegt das Schiff, Fig. 5, mit Steuerbordshalsen, dicht bei dem Winde, 1
und zwar Nord an; der Wind ist also wieder Ost-Nordost; die See ist ziemlich ruhig, und man findet es nöthig zu wenden, so daß das Schiff nachher mit Backbordshalsen zu, oder Südost anliegt. Es sei Alles so vorbereitet, wie im vorigen Paragraphen Fig. 2 angegeben. Ein Haupterforderniß hierbei, wie überhaupt wenn man bei dem Winde segelt, ist: daß so viele und solche Segel beigesetzt seien, daß das Schiff sich mit der möglich kleinsten Hülfe des Ruders, oder so zu sagen, von selbst steuert, damit es den schnellsten Lauf durchs Wasser habe; man bringt es dann mit einer geringen Helmbewegung an den Wind, und wegen des geringen Widerstandes gegen die Ruderfläche dahin, daß es während der ganzen Wendung keinen Rücklauf, oder keine Deising erleidet.

Wenn Alles fertig zum Wenden ist, bringt man das Schiff allmälig 2
an den Wind, und zwar mit so geringer Helmbewegung, als wegen der beigesetzten Segel nöthig ist. Es kommt dann das erste Kommando: „Helm in Lee!“ wobei zugleich (wie im vorigen Paragraphen bei Nr. 2) verstanden

wird, daß die Fockschoote, die Vormarsbulien, die Klüver- und die Vorstengestagsegelsschoote losgelassen werden. Dieß giebt der Besahn und den andern Stagsegeln die Kraft, das Schiff gegen den Wind aufzubringen.

3 Hat nun das Schiff die Lage von Fig. 6, so daß es beinahe Nordost-zum-Nord anliegt, so weht der Wind gerade auf das Leik der Raasegel; alsdann kommt das zweite Kommando: „Los Halsen und Schooten!"

Die große Halse und Schoote, und alle Halsen und Schooten der Stagsegel hinter dem Fockmast werden losgelassen und die letztern über die Stage geholt.

4 Sobald das Schiff den Wind ungefähr bis anderthalb Striche auf den Luvbug gebracht, oder sich ihm bis anderthalb Striche genähert hat, so daß es Nordost-halb Ost anliegt, wie Fig. 7, so wird das dritte Kommando gegeben: „Hol das Großsegel!"

Alsdann wird das Großsegel angeholt, und die Figur zeigt sogleich, daß die Achterraaen beinahe von selbst herumfliegen, indem die Luvleike dieser Segel schnell den Wind zum Backliegen fangen, wenn die Bulienen und Leebrassen losgelassen sind, und der Wind mehr Gewalt auf die Luvseite der Segel ausübt, um die Raaen herumzuwerfen. Nachdem das Großsegel herumgeholt ist, liegt das Schiff beinahe in den Wind; die Achtersegel werden von den Vorsegeln bekalmt; die große Halse kann ohne Mühe herab, und die große Schoote nach hinten gebracht werden, indem man nur die loose hängenden Taue einzuholen hat; der Helm wird gerade oder Mittschiffs gestellt, und nachher so gebraucht, wie es das Anluven oder Abfallen nöthig macht. Nachdem das Vorschiff die Richtungslinie des Windes überschritten hat, werden die Schooten des Klüvers und Vorstengestagsegels über die Stage geholt. Die Pardunen werden nun aufgesetzt. Die blinde Raa wird mit der Steuerbordstrisse getoppt, und das Klüverbackstag an Backbord festgesetzt.

5 Wenn das Schiff den Wind ohngefähr vier Striche vor dem Backbordssegelbalken hat (oder wenn es schnell abfällt, noch früher), so wird das vierte Kommando gegeben: „Laß gehn und hol an!"

Die Fockhalse und die vorderen Bulienen werden losgelassen, die Raaen schnell mit den Steuerbordsbrassen umgebraßt; die Luvbrassen werden aber nur abgeschrickt, d. h. stoßweise losgelassen, damit das Schiff mehr anluvt. Darauf werden die Raaen scharf angebraßt, die Bulienen angeholt, die Luvbrassen festgesetzt, und das laufende Tauwerk wird aufgeschossen. Das Schiff hat alsdann die Lage wie Fig. 8, d. h. dicht bei dem Winde mit Backbordshalsen zu, mit der Spitze nach Südost.

Drittes Kapitel.

Vom Einbrechen der Segel und Wegbringen einer Eule.

§. 378. Vom Einbrechen der Segel.

Es liege ein Schiff, Taf. XXXVI, B, 1, Fig. 2, mit Backbordshalsen Südoſt 1
an, und zwar dicht bei dem Winde, ſo daß alſo der letztere Oſt-Nordoſt iſt. Es kann nun durch Unvorſichtigkeit des Steuernden (zuweilen auch durch plötzliche Aenderung des Windes) geſchehen, daß ſich das Schiff gerade in den Wind dreht. Wenn es dicht bei dem Winde ſegelt, ſo machen die Raaen mit dem Winde einen Winkel von wenig mehr als drei Strichen, oder 33° 45′. Wenn alſo durch Unvorſichtigkeit das Schiff zu viel oſtwärts anluvt, ſo kommen die Raaen bald ſo zu liegen, daß der Wind auf das Luvleik der Segel fällt, alſo die vorderen Raaſegel keine Gewalt mehr haben, das Vorſchiff leewärts zu treiben. Alsdann bringt man den Helm an die Luvſeite, hier an Backbord, holt oder geit die Beſahn auf, holt das Beſahnſtagſegel nieder, und einige Leute auf der Back brechen den Klüver und das Vorſtengeſtagſegel ein, wie Fig. 3. Das Einbrechen der Segel geſchieht, Tafel XXXVI, B, Fig. 4, indem man die Leeſchooten eines Segels entweder ganz an die Längenaxe des Schiffs, oder ſogar noch über dieſelbe hinaus nach Luv bringt, um den Wind möglichſt voll ins Segel zu bringen. Nachdem nun die Achterſegel eingezogen und die Kraft der Vorſegel verſtärkt worden, können dieſe zuſammen mit dem Ruder das Schiff wieder abfallen machen.

Iſt das Schiff aber ſchon weiter nach Oſten gegangen, ſo daß es eine 2
Eule fängt, ſo müſſen andre Hülfsmittel angewandt werden. Eine Eule fangen ſagt man von einem Schiffe, wenn es durch Unvorſichtigkeit des Steuernden, oder auch durch plötzliche Aenderung des Windes, denſelben gerade von vorn in die Segel bekommt, alſo nicht allein durch den Wind gedreht hat, ſondern nun ſogar mit backliegenden Segeln beim Winde liegt. In ſolchem Falle läßt man die Fockſchoote und Fockhalſe, Vorbulienen und Leebraſſen gehen, und die Vorbraſſen werden raſch mit den Backbordsbraſſen umgebraßt; die Backbords- oder Luvſchooten des Klüvers und Vorſtengeſtagſegels werden nach hinten geholt, und die Steuerbords- oder Leebulienen nach vorne, wie Fig. 5. Auf ſolche Art wird das Schiff ſicher wieder abfallen; denn da Klüver und Vorſtengeſtagſegel und alle Vorſegel back liegen, ſo drehen ſie das Vorſchiff wieder zurück. Zugleich killen die Achterſegel und haben keine Wirkung, um hinter der Drehungsaxe ein Abfallen des Achterſchiffs hervorzubringen. Hat das Schiff dabei Rückgang oder Deiſing, und man will ihm mit dem Ruder helfen, ſo muß der Helm nach Lee oder Steuerbord gebracht werden, weil das von hinten ſtoßende Waſſer alsdann das Achterſchiff nach Backbord oder luvwärts treibt, und den Vorſegeln hilft, das Vorſchiff lee-

wärts oder zum Abfallen zu bringen. Soll das Ruder nicht mithelfen, so stellt man es mittschiffs, und gebraucht es je nach dem Abfallen und Anluven. Im Engliſchen heißt dieſes Wegbringen einer Eule Boxing off.

3 Wenn ſich auf der Luvſeite eine Gefahr zeigt, ſo vermeidet man ſie natürlich dadurch, daß man das Vorſchiff abfallen läßt. Iſt es aber zugleich nöthig, daß das Schiff wendet, ſo muß es vor dem Winde herum geſchehen. Man nennt dieſe Art zu wenden Halſen. Man läßt dabei das Schiff erſt ſoweit abfallen, bis es den Wind gerade von hinten erhält, und alsdann auf der andern Seite wieder anluven, ſo daß es nun auf dieſer bei dem Winde liegt. Man thut es aber nur bei zwei Gelegenheiten: entweder bei Sturm und ſchwerer See; oder wenn, wie eben angenommen, ſich luvwärts eine Klippe oder ſonſt ein gefährliches Hinderniß entgegenſtellt. Man verliert nämlich bei dem Halſen eine bedeutende Strecke leewärts, und auch Zeit.

Viertes Kapitel.

Von der Wendung vor dem Winde, oder vom Halſen.

§. 379. Von den Nachtheilen des Halſens.

1 Der Hauptnachtheil dieſer Wendung iſt der Rücklauf nach Lee. Wenn nämlich ein Schiff bei dem Winde ſegelt, ſo will es eben in einer dem Winde mehr oder weniger entgegengeſetzten Richtung weiter kommen. Wenn es nun wendet, und während der Wendung immer mehr und mehr vor den Wind kommt: ſo wird es unvermeidlich eine ganze Strecke leewärts getrieben, alſo in der entgegengeſetzten Richtung ſeines beabſichtigten Weges.

2 Es liege ferner ein Schiff dicht bei dem Winde Südoſt an, und zwar mit Backbordshalſen zu; alsdann iſt der Wind Oſt-Nordoſt. Soll es darauf wenden, ſo muß es bis Nord herumkommen; dies ſind im Ganzen zwölf Striche Unterſchied; macht es daher die Wendung über Stag, oder durch den Wind, ſo beſchreibt es keinen größeren Bogen, als eben dieſe zwölf Striche; dabei kommt das Schiff, ehe es gerade in den Wind liegt, ein ganzes Stück luvwärts. Sollte es auch, nachdem die Linie der Windrichtung überſchritten iſt, etwas abfallen, was aber bei ſorgfältiger Behandlung nicht geſchieht: ſo wird der augenblickliche Verluſt bis zum Wiederanluven höchſtens ſo groß ſein, als der Gewinn, ehe es in den Wind kam; nach dieſem Verluſte iſt es alſo an der nämlichen Stelle, und hat doch ſchon die Wendung vollendet.

3 Es liege nun aber ein Schiff ebenfalls Südoſt an, und zwar mit Backbordshalſen zu, ſo muß es beim Halſen durch Süden herum bis Norden

Digitized by Google

zwanzig Striche machen, alſo acht mehr als beim Wenden über Stag, was einen bedeutenden Zeitverluſt neben dem ſchon erwähnten Leewärtstreiben ausmacht. Man ſieht alſo leicht ein, daß dieſes Halſen nur im Nothfall des Sturms oder einer Gefahr an der Luvſeite angewendet werden darf.

§. 380. Das Halſen.

Es bemerke das Schiff, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 6, eine Gefahr an der 1
Luvſeite, d. h. hier an Backbord. Sogleich bringt es den Helm an Backbord, geit die Beſahn auf, holt das Beſahnſtagſegel nieder, und läßt das Kreuzſegel killen. Dies letztere geſchieht, indem man die Bulien und die Leebraſſe gehen läßt, und die Luvbraſſe anholt. Zuweilen geit man auch das Großſegel auf; wenn dieſes nicht geſchieht, fiert man wenigſtens langſam die große Schoote. Hierdurch erhalten die Vorſegel Gewalt, das Vorſchiff abfallen zu machen. Hierauf läßt man die großen, Großmars-, und großen Brambulienen gehen; und wenn das Schiff Süden anliegt, alſo der Wind ſchon zwei Striche hinter dem Seitenwinde, oder hinter den Segelbalken wirkt, wie bei Fig. 7, ſo wird die große Halſe gefiert, und die Luvbraſſen werden eingeholt. Iſt das Schiff nun abgefallen, ſo daß das Schiff Weſt-Südweſt anliegt, ſo iſt es gerade vor dem Winde, und hat die Lage wie Fig. 8. Alsdann werden die Raaen ins Kreuz gebraßt, und die Steuerbords-, großen und Fockhalſen an Bord geholt. Die Vorſegel ſind in dieſem Zeitpunkte, wie es die Figur zeigt, durch die Hinterſegel bekalmt. Die Klüver- und Vorſtengeſtagſegelsſchooten werden über die Stage geholt, die blinde Raa wird mit den Backbordsbraſſen aufgetoppt, und die Klüverbackſtage an Steuerbord aufgeſetzt. Iſt alsdann das Schiff mit dem Vordertheile bis Weſt-Nordweſt gekommen, ſo hat es den Wind auf der Steuerbordsſeite als Backſtagswind. In dieſem Augenblicke wird die Beſahn wieder ausgeholt, das Beſahnſtagſegel geheißt, und die Schoote deſſelben nach hinten geholt, wie Fig. 9, wodurch das Schiff ſchnell anluvt. Iſt das Schiff ganz herum gekommen, ſo daß der Wind gerade auf den Segelbalken trifft, oder Seitenwind iſt, was geſchieht, wenn das Schiff Nord-Nordweſt anliegt, oder wenn nöthig, auch ſchon etwas eher, wird der Helm mittſchiffs geſetzt, um das Anluven zu mäßigen. Darauf werden die Raaen ſcharf angebraßt, die Schooten nach hinten geholt, und das laufende Tauwerk aufgeſchoſſen. Das Schiff ſegelt dann wieder ſcharf bei dem Winde mit Steuerbordshalſen zu, und liegt Norden an, während der Wind Oſt-Nordoſt iſt.

Es ſegle das Schiff, Fig. 10, mit Steuerbordshalſen zu, und plötzlich 2
ſchraale der Wind, oder ſpringe ſo um, daß er gerade von vorne kommt; alsdann liegen die Vorſegel back, und die Achterſegel ſind bekalmt. In ſolchem Falle wird die große Halſe gefiert, die große Schoote, die Achterbulienen und die Leebraſſen läßt man gehen; die Achterraaen werden umgebraßt, wie Fig. 11; die Backbordsgroßhalſe wird an Bord geholt, und die Steuerbordsſchoote nach hinten; die Klüver- und Vorſtengeſtagſegelsſchooten werden

Digitized by Google

über die Stage geholt; wenn das Abfallen ſehr heftig iſt, ſo werden die Klüver- und Vorſtengeſtagſegelsſchooten nicht nach hinten geholt; die blinde Raa wird getoppt, und der Helm mittſchiffs geſetzt. Hat das Schiff den Wind vier Striche vor dem Segelbalken, oder bei ſchnellem Abfallen noch eher, ſo läßt man die Fockhalſe, Schoote, Vorbulienen, und Leebraſſen gehen; die Vorderraaen werden umgebraßt, die Backbordsfockhalſe an Bord gebracht, die Schoote nach hinten, und alle Raaen ſcharf bei dem Winde feſtgeſetzt, wie bei dem „Laß gehn und hol an!“ beim Wenden über Stag (S. 2658).

Die mehrſten Schiffe werden ſchnell genug abfallen, indem ſie deiſen (rückwärts gehen), die Segel back liegen, und den Helm mittſchiffs haben. Einige aber thun es nicht, und man hilft ihnen dann mit dem Ruder, und zwar in dem vorliegenden Beiſpiele bringt man den Helm an Steuerbord, wenn das Schiff Deiſing hat, damit die Steuerbordsſeite des Ruders gegen das von hinten kommende Waſſer geſtoßen und ſo das Achterſchiff nach Backbord getrieben, und das Vorſchiff zum Abfallen gezwungen werde. Viele Seeleute behaupten, dies ſei eine gefährliche Stellung für das Ruder; dies iſt jedoch nur bei heftigem Sturme und ſchwerer See der Fall. In manchen Fällen, namentlich bei Legervall, läßt ſich dieſes Mittel gar nicht entbehren.

Fünftes Kapitel.

Das Segeln mit günſtigem Winde, und Beiſetzung der Leeſegel.

§. 381. Mit einem Winde zwiſchen Seiten- und Backſtags-Wind.

1 Es liegt ein Schiff mit Backbordshalſen zu, Norden an; der Wind iſt alſo Weſt-Nordweſt; darauf raumt der Wind bis auf einen Strich hinter den Segelbalken, d. h. bis Weſt-zum-Süd; der Winkel zwiſchen Kurs und Wind beträgt dann neun Striche; das Schiff hat alſo, ſtatt ſcharf beim Winde ſegeln zu müſſen, drei Striche frei. In dieſem Augenblicke werden die Schooten gefiert, und die Bulienen losgelaſſen; die Leebraſſen etwas gefiert, und die Luvbraſſen etwas eingeholt; die Fockhalſe wird langſam gefiert, die Schoote ein wenig nach hinten geholt, die Luvhalſe an den Krahnbalken gebracht, und zwar mit einem eigenen Tau, dem ſogenannten Halsbullentau (Passaroe); und die Racktaljen werden feſtgeſetzt (S. 2577).

2 Iſt das Wetter ſchön, und findet man es nöthig, möglichſt viele Segel beizuſetzen: ſo ſchickt man einige Leute nach oben, um die Oberbramſegelsfallen an die Oberbramraaen zu ſtechen, ihre Segel ſelbſt loszumachen und ihre Schooten über die Bramſtengenſtage zu bringen (S. 2591). Die Oberbramſegel werden dann geheißt, und Blinde und Außenblinde beigeſetzt.

Digitized by Google

Hierauf werden die Leesegelsspieren ausgeschoben, und die Schwing- 3
bäume ausgebracht (vergl. S. 2558 bis 2560; 2602 bis 2607; und die betreffenden Artikel im nautischen Wörterbuche) und die Leesegel beigesetzt.

Auf Tafel XXXIV, B, finden sich die sämmtlichen Leesegel beisammen. Das Ausbringen der obern Spieren und der Schwingbäume ist S. 2603 ausführlich beschrieben; das Zutaakeln und Aufheißen der Leesegel auf S. 2604 bis 2607; das Beisetzen des Brodwinners oder Treibers auf S. 2606, Nr. 84.

Wenn der Wind bis auf zwei Striche hinter das Backstag kommt, wie 4
Tafel XXXIV, B, Fig. 6, so wird die Luvseite des großen Segels aufgegeit, damit es nicht die Vorsegel bekalmt. Darauf werden auch in Lee das große Mars- und große Bramleesegel beigesetzt, und zwar vor ihren Raasegeln (vergl. S. 2605). Weil bei dieser Beseglung der Zug an den Masten von hinten kommt, so müssen Borgpardunen beigesetzt werden. Die Seitentaakel, welche um den Top der Masten liegen, können diesem Zwecke entsprechen.

§. 382. Vor dem Winde.

Kommt der Wind von Süden, so segelt das Nord anliegende Schiff ge- 1
rade vor dem Winde, wie Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 12. Alsdann werden der Treiber, der Klüver und die Stagsegel niedergeholt, das Kreuzsegel wird entweder bis auf das Besahneselshoofd niedergelassen, oder, wie in der Figur, ganz festgemacht; das Großsegel wird mit den Geitauen und den Gordings aufgegeit; die Vormars- und Vorbramleesegel werden niedergeholt; und das Vormars- und Vorbramsegel werden gestrichen, aufgegeit und festgemacht, wie Fig. 12 zeigt.

Bliebe der Treiber beigesetzt, so würde er wegen seines großen Achtermoments das Schiff unruhig im Steuern machen, und die unaufhörlich dem Wasser entgegengesetzte Ruderfläche würde den Lauf des Schiffes sehr hemmen. Das Kreuzsegel wird eingezogen, weil es sowohl dem großen Marssegel den Wind nehmen, als auch das Steuern schwierig machen würde. Die übrigen Segel, namentlich die Stagsegel, werden eingezogen, weil sie bei dieser Richtung von keinem Nutzen sind; und Vormars- und Vorbramsegel werden noch besonders deshalb eingezogen, weil sie bei ihrer Bekalmung unaufhörlich gegen den Mars und die Bramsahling killen und sich beschädigen würden. Das Großsegel wird eingezogen, damit es nicht dem Focksegel den Wind wegfängt; das Blindesegel läßt man beigesetzt, weil es den Wind unter der Fock durch empfängt.

Die Leesegel werden bisweilen, so wie in der Fig. 12, beigesetzt: zwei 2
große Mars- und zwei große Bramleesegel und zwei Fockleesegel; die Segelkraft ist dann ziemlich gut zu beiden Seiten der Drehungsaxe vertheilt. Doch hängt Vieles von der Eigenthümlichkeit des Gebäudes und der Stauung ab, ob ein Schiff zum guten Segeln mehr Vor- oder mehr Achtersegel braucht.

3 Zuweilen theilt man die Segelfläche ſo wie in Fig. 13, daß man die Marsleeſegel nach vorne nimmt. Das Vormarsſegel wird nämlich feſtgemacht, und dann die Vormarsraa wieder geheißt, um an ihren Nocken die Falle der Leeſegel zu tragen. Die engliſchen Seeleute nennen das: scandalizing the foretopsail-yard (die Vormarsraa beſchimpfen).

Manche Schiffe ſegeln übrigens beſſer, wenn die Fock aufgegeit und das Großſegel beigeſetzt iſt.

4 Geht der Wind wieder zurück nach Weſten-zum-Süd, ſo iſt er nur einen Strich hinter dem Seitenwinde, wenn das Schiff Norden anliegt; alsdann werden die Lee- und Stagſegel wie in Fig. 14, beigeſetzt. Fängt es an, etwas friſch zu wehen, ſo nimmt man die Oberbram- und Bramleeſegel fort; eben ſo die Außenblinde und den Treiber, weil der letztere das Schiff ſo luvgierig macht, und zwingt, den Helm in Luv zu haben.

Das Einnehmen dieſer Segel iſt theils von S. 2603 bis 2607, theils unter den betreffenden Artikeln im Wörterbuche gezeigt, und in Fig. 15 und 16 dargeſtellt.

5 Kommt der Wind noch weiter zurück nach vorne, und wird er dabei heftiger, ſo wird das untere Leeſegel eingenommen, und der Schwingbaum in die Rüſte gebracht (S. 2604). Darauf werden die Raaen aufgebraßt, und das Marsleeſegel niedergeholt. Schraalt der Wind noch weiter, ſo wird die Fockhalſe an Bord gebracht, die Schoote nach hinten und die Bulien angeholt. Darauf wird die Blinde gereeft, und die Raa mit den Leebraſſen aufgetoppt (vergl. S. 2570); die Klüverbackſtage werden aufgeſetzt, und das Schiff ſegelt wieder ſcharf bei dem Winde mit Backbordshalſen zu; es liegt Nord an, und der Wind iſt wieder Weſt-Nordweſt.

Sechstes Kapitel.

Vom Reefen und allmäligen Einziehen der Segel bei ſtärker werdendem Winde.

§. 383. Vor, bei und nach dem Reefen.

1 Wenn der Wind immer mehr zunimmt, ſo wird das große Bramſtagſegel in den Vormars niedergeholt, und das Kreuzſtengeſtagſegel in die Schwigtings des großen Maſts (vergl. S. 2599 und 2600). Der Klüver wird um ein Drittel eingeholt (vergl. S. 2594 und 2595).

2 Das Reefen der Marsſegel iſt S. 2569 ausführlich beſchrieben. Es muß beſondere Sorgfalt angewandt werden, daß die Segel gehörig auf die Raa geholt werden, und daß die Reeffeiſings frei von den Bramſchooten bleiben.

Digitized by Google

Sobald die Leute, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 17, von der Raa ſind, werden die Falle ſteif geholt, die Reeftaljen losgelaſſen, und die Marsſegel aufgeheißt, indem man ſie mit den Luvbraſſen killend hält. Die Leute im Mars verfahren die Geitaue, die Gordinge und die Reeftaljen. Wenn die Marsſegel mit einem ſteifen Leik aufgeheißt ſind, werden die Raaen aufgebraßt, die Bulienen angeholt, und das laufende Tauwerk wird aufgeſchoſſen.

Die Bramſegelſchooten werden dann wieder ausgeholt, und die Segel ge- 3
heißt. Von jedem Mars- und Bramſegel werden die Leeſchooten immer zuerſt ausgeholt (ausgenommen wenn der Wind ſehr raum iſt); weil der Wind, wie Fig. 18 zu ſehen iſt, das Segel immer nach Lee hinüberwirft, ſo kommt die Leeſchoote i beinahe von ſelbſt an die Nock; alsdann hält man das Segel mit der Luvbraſſe killend, und holt die Luvſchoote ohne Schwierigkeit aus.

§. 384. Einziehen der Bramſegel.

Zuweilen werden Schiffe dadurch luvgierig, daß ſie zu viele Vorſegel füh- 1
ren; dieſe drücken das Vorſchiff tiefer ein, und nehmen dem Ruder durch die Erhebung des Achterſchiffs einen Theil ſeiner Wirkſamkeit. Man nimmt in ſolchem Falle das Vorbramſegel ein.

Beim Einnehmen eines Bramſegels fiert man zuerſt das Fall; darauf holt 2
man die Luvbraſſe ein, und geit zuerſt das Luvſchoothorn auf, dann das Leeſchoothorn, und zuletzt holt man die Gording auf. Viele Kauffahrteiſchiffe haben keine Gordings an den Bramſegeln; dieſe ſollten aber nie fehlen, weil ſonſt das Segel bei heftigem Winde den Feſtmachenden, welches gewöhnlich kleinere Knaben ſind, zu gefährlich werden kann.

§. 385. Einziehen des Klüvers und des großen Stengeſtagſegels; und Vorgpardunen der Stengen.

Muß der Klüver eingeholt werden, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 19, ſo läßt man 1
das Fall gehn, holt am Niederholer m, fiert die Schoote n langſam, und holt das Segel dicht an den Baum. Iſt es wahrſcheinlich, daß der Wind zunehmen wird, ſo läßt man den Leiter oder Ausholer o (vergl. S. 2594) gehen, holt den Klüver bis dicht an das Bugſpriets-Eſelshoofd p, und ſtaut ihn dort in das Vorſtengeſtagſegels-Netz q hinein.

Das große Stengeſtagſegel wird gegenwärtig ſo tief geſchnitten, daß es 2
den Maſt eben ſo ſehr wie das große Marsſegel anſtrengen kann. Es wird bei einigermaaßen ſtürmiſchem Wetter beinahe eben ſo bald eingezogen, wie das große Bramſegel. Das Einziehen geſchieht folgendermaaßen.

Man fiert, Fig. 20, die Schoote q langſam, und holt die Leegording ein, während man von der Luvgording r nur das loſe Hängende einzieht. Würde nämlich die letztere zuerſt eingeholt, ſo würde das Segel Wind fangen, und namentlich bei einer heftigen Kühlte bis zum Zerreißen auf- und niederſchla-

gen. Darauf läßt man das Fall s gehen, und holt am Niederholer t. Sieht man voraus, daß es ſtark wehen wird, ſo holt man es in die Schwigtings des Fockmaſts herauf, und ſtaut es dort auf, indem man es mit einem Beſchlagſeiſing feſtmacht. Auf vielen Schiffen hat man auf jeder Seite der Marspüttingstaue ein Netz ausgeſpannt, um das Segel beſſer verwahren zu können.

3 Wenn der Wind immer mehr zunimmt, ſo bringt man noch mancherlei Unterſtützungen der Marsraaen und der Stengen an. Man befeſtigt einen Wandſtropp an der Langſahling des Marſes, und einen zweiten gegenüber etwa auf einem Viertel der Marsraa von Außen an gerechnet. In den Wandſtropp an der Sahling wird der einſcheibige Block des Stengenſeitentaakels eingehaakt; in den Stropp an der Raa der zweiſcheibige Block deſſelben. Dieſe Einrichtung dient dann als ein Niederholtaakel, um die Marsraa niederzuholen, wenn ſie bei den heftigen Bewegungen des Schiffes aufwärts gegen den Maſt fliegt. Wenn, wie auf Kauffahrteiſchiffen, die Bauchgordinge durch Grenadierblöcke gehen (S. 2566), ſo dienen ſie als Niederholer. Bei anwachſendem Winde wird ein zweites Reef in das Marsſegel geſtochen; es geſchieht ganz auf dieſelbe Weiſe wie bei dem erſten; nur muß jetzt noch beſondere Sorgfalt angewandt werden, daß das Segel gehörig auf die Raa über dem erſten Reef zu liegen kommt.

4 Wenn ein Marsſegel doppelt gereeft iſt, ſo hat ſich der Zug an der Stenge von oben her, wo ihm das Tauwerk entgegenwirkte, tiefer hinab begeben; man bringt deshalb eine Borgpardune dicht über der Marsraa an der Stenge an. Hiezu wird, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 21, ein Taukranz oder Stropp um die Stenge gelegt. Er beſteht aus zwei Schenkeln y, jeder mit einem Auge, und hat in der Bugt eine große Kauſche z eingebindſelt. Dieſer Stropp wird, Fig. 20, um die Stenge genommen, und an ihrer Vorderſeite an den beiden Augen a feſtgebindſelt, ſo daß die Kauſche b nach hinten liegt. Ein Mantel c wird durch die Kauſche gezogen, und oben am Top der Stenge d feſtgeſtochen; der untere Block des Manteltaakels wird an einen Augbolzen gehaakt, der in der kleinen Rüſte oder dem Stuhl für die Stengenpardun feſtſitzt; der Läufer fährt durch einen Fußblock auf Deck.

Wenn das Marsſegel nach dem zweiten Reefen geheißt wird, ſo hält man es vermittelſt der Luvbraſſe killend, und der Stropp wird dicht über der Raa hinabgeſchoben, und die Borgpardun feſtgeſetzt; darauf braßt man das Marsſegel voll, holt die Bulien und Luvbraſſe feſt an, und ſchießt das laufende Tauwerk auf.

5 Wenn die See hoch geht, und namentlich gegen die Seite anrollt, ſo muß man beſondere Sorgfalt in der Beiſetzung der Segel anwenden, was aber immer von der Eigenthümlichkeit des Schiffs abhängen wird, weil dieſelben Segel bei verſchiedenen Schiffen ſehr abweichende Wirkungen hervorbringen können.

Wenn das Schiff ſehr luvgierig iſt, alſo den von der Luvſeite anrollenden Wogen die Seite entgegenwerfen will, ſo geit man die Beſahn auf, und ſteckt das dritte Reef in das Vormarsſegel. Hiedurch wird das Schiff folgſamer gegen das Steuer gemacht; ſo daß es einer ſchweren See, welche eben heran-

Digitized by Google

kommt, durch ein ſchnelles Abfallen entgehen kann. Beim Einziehen der Beſahn wird zuerſt der Beſahnbruhk in Lee (S. 2585) mit gehöriger Mannſchaft und Kraft angeholt, ſobald die Schoote gefiert iſt; dann die andern Dempgordingen in Lee, und zuletzt werden die looſe hängenden in Luv eingeholt.

Sieht das Wetter ſehr drohend aus, und iſt ein heftiger Sturm zu erwar- 6
ten, ſo müſſen die Kanonen beſonders ſorgfältig befeſtigt, die Borgbruhke umgelegt und feſtgeſetzt, und die Pfortenlucken gehörig feſtgeſorrt werden. Finden ſich Spieren auf Deck, ſo müſſen ſie durch eine außerordentliche Sorrung feſtgemacht werden, die man durch die Ringe an den Seiten der Pforten zieht.

§. 386. Einziehen der Marsſegel; Niederholen der Bramraaen; und Streichen der Bramſtengen.

Wenn die Heftigkeit des Windes noch immer zunimmt, ſo wird das Kreuz- 1
ſegel und das Vormarsſegel feſtgemacht, in das große Marsſegel ſteckt man aber das dritte Reef ein, wozu es natürlich erſt aufgegeit werden muß.

Um ein Marsſegel ganz einzuziehen, wird hinreichende Mannſchaft an die 2
Geitaue, die Niederholtalje und die Luvbraſſen geſtellt; darauf läßt man das Fall gehen, holt die Luvbraſſe an, läßt die Luvſchoote los, und holt das Geitau an; darauf läßt man die Bulien und die Leeſchoote gehn, und geit den Leetheil des Segels auf; die Bauchgording wird ebenfalls angeholt. Darauf werden die Stoßtaljen oder Schlingertaljen feſtgeſetzt, und die Mannſchaft geht auf die Raa, um das Segel feſtzumachen.

Beim Einnehmen der Marsſegel wird, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 23, zuerſt die Luvſchoote f aufgegeit, weil ſonſt das Segel voll ſtehen bleibt; darauf läßt man die Bulien e und die Leeſchoote d gehn. Wäre dieſe zuerſt gefiert, ſo würde das Segel von den heftigen Schlägen und Wallungen zerreißen; jetzt aber liegt es ruhig back. Iſt ein Schiff ſehr ſchwach bemannt, ſo muß man zuweilen doch das Leegeitau ein wenig aufholen, um die Luvbraſſe einholen zu können.

Die Stoßtalje oder Schlingertalje iſt eine Talje, mit welcher die 3
Raaen feſtgeſetzt werden, wenn bei heftigem Stampfen und Schlingern des Schiffs die Segel feſtgemacht werden ſollen; damit nicht die Mannſchaft durch das heftige Hin- und Herſtoßen beſchädigt oder gar herunter geſchleudert wird. Die untern Raaen können gewöhnlich mit den Racktaljen feſtgeſetzt werden, oder ſie haben eigene Stoßgienen; bei den Marsraaen heißen ſie aber genauer Stoßtaljen. Sie werden an der Luvſeite angebracht. Ein looſes Taakel oder eine ſogenannte dritte Hand (eine Talje mit einem Haaken- oder Steertblock, die zu irgend einem Gebrauche bald hier bald dorthin gebracht und feſtgemacht werden kann) wird dazu gebraucht. Der einſcheibige Block wird in einen Wandſtropp an der Raa eingehaakt; der zweiſcheibige wird an einen Augbolzen geſtochen, der an dem Eſelshoofd des Maſtes feſtſitzt; der Läufer fährt auf Deck herab. Wenn das Schiff gerade nach der Leeſeite ſchlingert,

ſo wird die Talje feſt angeholt und belegt; hiedurch iſt die Raa gehindert, weiter hin und her zu ſchwanken und gegen den Maſt zu ſtoßen.

4 Das Schiff führt jetzt, nach allen bisherigen Einziehungen, folgende Segel, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 24: das Großſegel; die Fock; das dichtgereefte Großmarsſegel; das Vorſtengeſtagſegel; und das Beſahnſtagſegel. Zeigt es ſich aber luvgierig, ſo wird das Beſahnſtagſegel aufgegeit, und niedergeholt, und zwar in derſelben Weiſe wie das Großſtengeſtagſegel (vergl. S. 2665, §. 385 Nr. 2).

5 Wenn der Sturm zunimmt, ſo werden die Bramraaen heruntergenommen. Zuerſt wird der hiezu beſtimmte Fallblock an der Bramſtenge, oder der Jackblock, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 25, i (vergl. S. 2589) hinaufgenommen, und um die Bramſtenge geknüpft. Das Drehreep k wird von der Raa losgemacht, und an den Stropp des Fallblocks feſtgeſtochen; das Bramſtengenwindreep l wird durch denſelben geſchooren, und der Block mit dem Fall m in die Höhe geholt. Die Schooten n n, die Bulienen, die Gordingen und die Geitaue werden losgemacht, und an die Querbramſahlings o o feſtgeſtochen. Das Windreep l wird mit einem Fiſcherſtich (Tafel XXXII, A, Fig. 62) an die Mitte der Raa geſtochen, und die Bucht nach der Leeſeite der Raa gebracht und dort bei q geſtoppt. Es kann auch dort feſtgeſtochen, und das Ende an die Mitte der Raa gebunden werden. Das Luvgeitau wird an die Luvtoppenant befeſtigt, im Fall die letztere nicht lang genug iſt, um die Raa damit niederzulaſſen, und das Rack wird losgemacht. Darauf holt man an dem Windreep l, durch deſſen Stoppung bei q die Raa gekentert oder in eine perpendikuläre Lage kommt; das Luvgeitau wird langſam gefiert, und das Windreep ein wenig niedergelaſſen. Darauf wird die Raa, in Fig. 26, an den Wanderbügel oder Wanderring w an der Luvſtengenpardun geſtoppt. Dieſer Wanderbügel geht an der Stengenpardun auf und nieder, um das Aufheißen und Niederlaſſen der Bramraa zu erleichtern. Der Mann s in der Luvſtengewant taakelt die untere oder Luvnock der Raa ab, und der Mann t auf der Bramſahling die obere oder Leenock. Die Raa wird alsdann auf Deck niedergelaſſen, indem ſie durch den Bügel w an der Stengenpardun luvwärts gehalten wird. Die Braſſen und Toppenanten werden an den Querbramſahlings feſtgemacht. Wenn die Raa unten iſt, wird das Windreep losgemacht, und aus dem Fallblock ausgeſchooren. Der Block ſelbſt wird losgeknüpft und herabgelaſſen, und das Drehreep an die Querbramſahling feſtgeſtochen.

6 Der Bramſtengenwindblock wird an einen Augbolzen gehaakt, der an der Backbordsſeite des Stengeneſelshoofds feſtſitzt. Das Windreep wird durchgeſchooren, dann durch das Scheibengatt in der Bramſtenge, und das Ende an den Augbolzen geſtochen, der an der Steuerbordsſeite des Stengeneſelshoofds feſtſitzt.

Sollen die Bramſtengen geſtrichen werden, ſo werden die Stage, Wanten und Pardunen losgemacht; das Schlottholz wird aus dem Schloßgatt herausgezogen, und die Bramſtenge niedergelaſſen. Iſt ſie tief genug, ſo wird das Windreep belegt, und eine Fußſorring durch das Schloßgatt und um die

Digitized by Google

Stenge geſchooren und feſtgemacht. Es iſt indeſſen vorzuziehen, die Bramſtenge bis aufs Deck herabzulaſſen.

Siebentes Kapitel.

Von den verſchiedenen Manövern während eines Sturmes.

§. 387. Allgemeine Ueberſicht dieſer Manöver.

Die Manöver, welche ein Schiff während eines Sturmes auszuführen hat, ſind folgende:

Erſtens: mit dem Groß- und Fockſegel allein zu wenden; man hat die Anſicht davon auf Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 27 bis 31, wobei noch beide Segel gereeft werden.

Zweitens: den Klüverbaum und die Blinde Raa einzuholen, Fig. 32.

Drittens: mit dem Großſegel allein zu halſen, oder vor dem Winde zu wenden, Fig. 33 und 34; wobei das Großſegel vielleicht zerriſſen wird, und niedergeholt werden muß, Fig. 35.

Viertens: mit möglichſt wenigen Segeln beizuliegen, und dennoch nöthigenfalls zu halſen, Fig. 36, 37 und 38. Beiliegen heißt im Allgemeinen bei einem ſchweren und dabei konträren Winde mit wenigen Segeln ſo nahe als möglich bei dem Winde ſegeln, um beinahe auf derſelben Stelle zu bleiben, oder doch ſo wenig als es angeht, von ſeinem beabſichtigten Wege verſchlagen zu werden.

Fünftens: vor Top und Taakel zu treiben und zu wenden, Fig. 39 und 40. Vor Top und Taakel treiben heißt bei heftigem Sturme alle Segel einnehmen und feſtmachen, und nur mit den Maſten und der Taakelaſche treiben.

Sechstens: Lenſſen, Fig. 41 bis 45; dies heißt bei einem ſchweren Sturme vor dem Winde ſegeln. Weil alsdann das Schiff mit gefährlicher Geſchwindigkeit durch das Waſſer läuft, ſo lenßt man nur dann, wenn es nicht mehr möglich bleibt bei dem Winde zu liegen, und die Stöße des Sturmes und der Wellen auszuhalten. Bei dieſem Lenſſen iſt es beſonders gefährlich eine Gule zu fangen, d. h. den Wind von vorne in die Segel zu bekommen. Es kann dies auf zweifache Art geſchehen: entweder durch unvorſichtiges Anluven, dies nennen die Engländer to be broached to; oder durch plötzliches Abfallen, ſo daß das Schiff bei der heftigen Wendung vor dem Winde ſo weit herumgeſchleudert wird, daß es bis in den Wind hineindreht; dies nennen die Engländer to be brought by the lee. Beides iſt unter ſolchen Umſtänden ſehr gefährlich; daher werden beim Lenſſen nur die geübteſten Leute ans Ruder geſtellt.

Siebentens: die Stengen zu ſtreichen, Fig. 46; dies iſt zwar oft unvermeidlich, bleibt aber immer nachtheilig, weil dadurch der Schwerpunkt des ganzen Schiffes niedriger zu liegen kommt, was bei einer ſchwer wogenden

See die Heftigkeit des Schlingerns und Stampfens auf gefährliche Weiſe vermehrt. Doch ſelbſt bei geſtrichenen Stengen müſſen die Raaen oben bleiben. Denn wären ſie auf Deck genommen, ſo könnte das Schiff keiner nachrollenden hohen Welle entgehen, deren Einſturz die ſchlimmſten Folgen haben kann.

Achtens: gegen vorneher kommende Seen über Stag zu wenden, Fig. 47 bis Fig. 50; nebſt den Hülfsmitteln, wenn das Schiff die Drehung verſagt, oder verkehrt fällt, wie kurzes Halſen, und Halſen mit Anluven, welches die Engländer box-hauling nennen, Fig. 51 bis 55.

Neuntens: ein beſondres Manöver, welches eben ſo wohl bei ruhigem als bei ſtürmiſchem Wetter ſtattfinden kann, und welches oft zur Anwendung kommt, iſt das Beidrehen oder Aufbraſſen, wenn zwei Schiffe mit einander ſprechen wollen; Fig. 56 bis 58.

Zehntens: das Sondiren oder Lothwerfen, wenn man ſich dem Lande nähert und vor Anker gehen will; Fig. 59 bis 64.

Eilftens: mit einem Spring auf dem Tau und mit Ankerkappen unter Segel gehen oder von Leegerwall loskommen, Fig. 65 bis 67; dies geſchieht, wenn ein Schiff ſo dicht an Leegerwall getrieben iſt, daß es nicht mehr Zeit zum Wenden hat.

Zwölftens: beim Uebergehn oder Ueberſchießen des Ballaſts oder der Ladung, wenn das Schiff ganz auf die Seite geworfen iſt, daſſelbe wo möglich wieder aufzurichten; Fig. 68 bis 70.

§. 388. Angabe der Stellen des Nautiſchen Wörterbuchs, in denen die genannten Manöver des vorigen Paragraphen zu finden ſind.

1 Das erſte und dritte Manöver iſt unter dem Artikel „Wenden" zu finden. Das zweite unter „Einholen". Das vierte unter „Beyliegen". Das fünfte unter „Top und Taakel". Das ſechste unter „Lenſſen". Das ſiebente unter „Streichen". Das achte unter „Wenden". Das neunte unter „Sprachrohr". Das zehnte unter „Lothwerfen", und in der VII. Abtheilung der Ankerkunde, dicht vor dem Artikel „Vor Anker gehen", auf S. 24 unter „Ankergrund". Das eilfte Manöver iſt ebenfalls in der Ankerkunde enthalten, und zwar auf S. 39 unter dem Artikel „mit einem Spring auf dem Tau ankern", und beſonders auf S. 40 dicht vor dem Artikel „den Anker kappen". Das zwölfte Manöver findet ſich unter den beiden Artikeln „Kentern" und „Uebergehen".

2 Weil dieſe Manöver ganz ſpezielle Fälle der Manövrirkunde enthalten, ſo war es zweckgemäßer, ſie unter den einzelnen Artikeln des Wörterbuchs darzuſtellen.

3 Die Manöver, welche auf mehrere Schiffe zugleich und auf ganze Flotten Bezug haben, ſind im Wörterbuch unter dem Artikel „Seetaktik" mit beſonderer Benutzung der Tafel XXXV, E, und der beiden Signaltafeln XLIX und L beſchrieben und erklärt.

Digitized by Google

Ueberſicht

des

Fünften Buches

oder der

Ankerkunde.

§. 389. Erklärung und Eintheilung der Ankerkunde.

Die Ankerkunde lehrt auf die vortheilhafteſte Weiſe vor Anker ge- 1
hen, vor Anker liegen, und den Anker lichten, um wieder unter Segel zu gehen. Hierzu bedarf es nicht allein einer hinreichenden Kenntniß und Benutzung der Anker, Ankertaue und der am Bord befindlichen Maſchinen, wie der Brat- und Gangſpille u. ſ. w.; ſondern auch der Art, wie man lothet und ſondirt, um Tiefe und Beſchaffenheit des Ankergrundes zu erfahren; ferner der verſchiedenen Manöver, welche mit Hülfe der Segel ausgeführt werden müſſen, um gut vor Anker zu kommen, und gut unter Segel zu gehen, wenn man den Anker wieder gelichtet hat; endlich der vielfachen Manöver, welche ausgeführt werden müſſen, um das Schiff ſicher vor Anker liegen zu machen, wenn es auf einem Platze geankert hat, welcher der wechſelnden Strömung von Ebbe und Fluth, und den verſchiedenen mit dieſen Strömungen bald übereinſtimmenden bald ihnen entgegengeſetzten Winden unterworfen iſt.

Die ganze Ankerkunde enthält demnach vier Haupttheile: der erſte oder 2
Elementartheil lehrt die verſchiedenen Anker in ihren einzelnen Theilen und mit ihren Tauen kennen, ſo wie auch die Theorie ihrer Haltbarkeit; der zweite lehrt das Sondiren und Manövriren um vor Anker zu gehen, und das eigentliche Ankerwerfen; der dritte zeigt, wie bei den verſchiedenen Winden und Strömungen, und bei zunehmendem Sturme das Schiff ſicher vor Anker liegen kann, und wie namentlich die mehreren bei ſolchen Gelegenheiten zugleich ausliegenden Taue klar gehalten und vor dem Brechen geſchützt werden können; der vierte Theil lehrt endlich unter den mannigfaltigſten Umſtänden den Anker mit der möglich kleinſten Anſtrengung und Gefahr zu lichten und unter Segel gehen; oder auch nöthigenfalls das Ankertau im richtigen Momente zu kappen.

3 Es ist nun die ganze Ankerkunde in das nautische Wörterbuch verlegt, und zwar aus zweifachem Grunde: erstens vereinigt fast kein andrer Theil der Schifferkunde so viele eigenthümliche Kunstausdrücke in sich, so daß es am angemessensten war, die einzelnen Theile der ganzen Lehre sogleich mit den Erklärungen dieser Kunstausdrücke zu verbinden; zweitens aber ist es bei keinem andern Theile der Schifferkunde so nöthig, daß der gebildete Seemann auch die dahin gehörigen Ausdrücke der andern seefahrenden Nationen kenne. Bei allen übrigen Manövern und Vorkommenheiten ist er gleichsam nur auf sein Schiff und auf die Nationalsprache der Besatzung angewiesen. Dagegen bei dem so wichtigen Vor-Ankergehen, Vor-Ankerliegen und Ankerlichten ist er nicht allein in mannigfaltigem Verkehre mit den Lootsen, die nur in größeren Häfen mehrere Sprachen sprechen; sondern ein sehr besuchter Ankerplatz umgiebt ihn mit den Schiffen so vieler Nationen, mit denen sich schnell zu verständigen bei den verschiedenen Vorkommenheiten des Ankerplatzes so nöthig ist, um sich nicht gegenseitig den größten Schaden zuzufügen, oder gar den Untergang zu bringen.

§. 390. Angabe der zur Ankerkunde gehörigen Seitenzahlen des Nautischen Wörterbuchs.

Die ganze Ankerkunde erstreckt sich im nautischen Wörterbuche von Seite 13 bis 52, und zwar in zwanzig größern Abtheilungen, welche mit Römischen Zahlen und eigenen Ueberschriften versehen sind. Innerhalb einer jeden Abtheilung folgen die dorthin gehörigen Artikel einander bald streng alphabetisch, bald mehr in logischer Folge. Die Abtheilungen I bis VI gehören zu dem im vorigen Paragraphen angegebenen Elementartheile. Die Abtheilungen VII und VIII gehören zum zweiten Theile, welcher das Vor-Ankergehn lehrt. Die Abtheilungen IX bis XIV gehören zum dritten Theile, welcher das Vor-Ankerliegen zeigt. Die Abtheilungen XV bis XVII gehören zum vierten Theile, welcher das Ankerlichten und das Unter Segel gehen nach dem Lichten lehrt. Die Abtheilung VIII zeigt einige praktische Berechnungsweisen des Gewichts der Anker und Taue. Die Abtheilung XIX enthält noch einzelne beim Anker vorkommende Ausdrücke.

Die XX. Abtheilung enthält die alphabetische Folge sämmtlicher in den übrigen neunzehn Abtheilungen vorgekommenen Artikel, mit der Angabe der jedesmaligen Seitenzahl. Wer also nur über einzelne mit dem Anker in Verbindung stehende Artikel Auskunft, oder deren Namen in einer fremden Sprache sucht, muß in dieser XX. Abtheilung nachsuchen; sie steht auf S. 51 und 52.

Um die mit dem Gebrauche des Ankers in Verbindung stehenden Manöver kennen zu lernen, sind die Abtheilungen VIII bis XIV und die Abtheilung XVII am wichtigsten.

Digitized by Google

Sechstes Buch.

Fragen und Antworten

zur

Schiffer-Prüfung.

§. 391. Ueberſicht.

Die nachfolgenden Fragen und Antworten zu einer Schiffer-Prüfung haben den Hauptzweck, die bisher mitgetheilten Lehren der Schifferkunde zu einer umfaſſenden und dem praktiſchen Gebrauche angemeſſenen Ueberſicht zu bringen. Es ſind deshalb bei den Antworten die Hauptſtellen des Werkes und des nautiſchen Wörterbuches angeführt, aus denen ſie genommen werden können. Die allein ſtehenden Seitenzahlen ſind diejenigen dieſes Bandes.

Neben dieſem Hauptzwecke können dieſelben auch dazu dienen, jüngeren Seeleuten, welche ſich nach mehrjährigem wirklichem Seedienſte zum Beſuche einer höheren Navigationsſchule, oder zu einer wirklichen Schiffer-Prüfung vorbereiten, das Selbſtbewußtſein und die Selbſtbeurtheilung ihrer ſchon erworbenen praktiſchen Kenntniß in der Schifferkunde zu erleichtern.

Die Fragen und Antworten ſind in vier Hauptabtheilungen geordnet: die erſte iſt aus der Schiffsgebäudekunde genommen; die zweite aus der Zurüſtungskunde; die dritte aus der Manövrirkunde und die vierte aus der Ankerkunde.

Innerhalb dieſer Abtheilungen ſchriftlich oder mündlich zu gebende Antworten zu ſcheiden, muß jedem Leſer nach dem Grade und Umfange ſeiner Kenntniſſe überlaſſen bleiben.

Hinter der letzten Abtheilung ſind noch einige Aufgaben hinzugefügt, welche eine ausführliche Berechnung und Zeichnung erfordern.

Digitized by Google

§. 392. Erste Abtheilung.

Schiffsgebäudekunde.

1 Frage. Welches sind die vier Eigenschaften eines vorzüglich guten Schiffsgebäudes?

Antwort. Stärke; Stabilität; Geräumigkeit und Schnelligkeit (2170).

2 F. Welche Eigenschaft muß mit der Stabilität verbunden sein?

A. Daß es sanft auf der See liegt; weder heftig stampft noch heftig schlingert (2170).

3 F. Hängt diese Eigenschaft von dem Gebäude allein ab?

A. Nein; auch von der Stauung (2509 u. 2519).

4 F. Hängt die Schnelligkeit von der Schärfe des Gebäudes allein ab?

A. Nein; es muß auch gut Segel tragen, und sich leicht steuern lassen (2170).

5 F. Welches sind die drei Hauptaxen des Schiffsgebäudes?

A. Die Längen-, Breiten- und Vertikalaxe, die sich sämmtlich im Schwerpunkte des ganzen Schiffs senkrecht schneiden (2175).

6 F. Was heißt der Wasserraum eines Schiffes, und wie kann man durch ihn das Gewicht des ganzen Gebäudes und seines Inhalts berechnen?

A. Der Wasserraum ist der unter der Wassertrachtsebene befindliche oder eingetauchte Theil des Schiffs. Die Wassermasse, welche das Volumen des Wasserraums ausfüllt, hält durch ihre Schwere das Gewicht des ganzen Schiffes und seines Inhalts im Gleichgewicht; es muß also das Gewicht des Wasserraums gleich demjenigen des ganzen Schiffes sein. Berechnet man also den körperlichen Inhalt des Wasserraums in Kubikfußen, und multiplizirt die gefundene Anzahl derselben durch die dem in Rede stehenden Kubikfuße Wasser entsprechende Anzahl von Pfunden, so erhält man das Gewicht des ganzen Schiffes und seines Inhaltes, ausgedrückt in den betreffenden Pfunden (2176).

7 F. Wie viel Königsberger Pfunde rechnet man auf einen Königsberger Kubikfuß Seewasser?

A. 63 ½ Königsberger Pfunde (2289).

8 F. Wodurch entsteht die Kielgebrechlichkeit der Schiffe?

A. Dadurch, daß der Auftrieb des Wassers gegen die Mitte des Schiffes mehr Gewalt ausübt, als gegen die schärfer gebauten Enden (2177).

9 F. Wodurch wird der Kielgebrechlichkeit am besten entgegengewirkt?

A. Durch möglichst geringe Belastung der Enden; durch gehöriges Verschießen der Laschingen von Kiel und Kolschwinn; durch hinreichendes Verbolzen der Spantentheile und endlich durch gehörige Stärke der Deckbalken (2179 u. 2180).

10 F. Welche Größen muß man kennen, um die Stabilität eines Schiffes zu berechnen?

A. Den Wasserraum; seine Breite; seine Tiefe von der Wassertrachtsebene bis zur Unterseite des Kiels; das Verhältniß des horizontalen Wasser-

Digitized by Google

ebenendurchschnitts zu dem Parallelogramm aus seiner Länge und Breite; denjenigen Theil der Tiefe, mit welchem der Horizontaldurchschnitt in der Wasserebene multiplizirt werden muß, um das Volumen des Wasserraums zu erhalten; die Anzahl von Pfunden in dem betreffenden Kubikfuß; endlich die Entfernung des Schwerpunktes des ganzen Schiffs von der Wassertrachtsebene. Die letztere Größe fällt bei beladenen Kauffahrteischiffen gewöhnlich fort, weil ihr Schwerpunkt mehrentheils in die Wassertrachtsebene fällt (2208 u. 2495).

11 F. In den gewöhnlichen Formeln zur Berechnung der Stabilität kommt ein Divisor 12 vor; wie ist er hineingekommen?

A. Aus der Berechnung des Trägheitsmoments eines Parallelepipeds (2191).

12 F. Man habe die Stabilität eines gegebenen Schiffes berechnet, und will nun für einen bestimmten Fall wissen, wie weit sich das Schiff auf die Seite neigen wird; welche Größen muß man zu dieser Berechnung kennen?

A. Die betreffende Segelfläche; die Stärke des Windes; die Höhe des Kraftpunktes der Segel über der Wassertrachtsebene; endlich den Winkel, den der Wind mit der Segelfläche macht (2497).

13 F. Wie führt man die Rechnung, um die Neigung des Schiffs zu finden?

A. Man multiplizirt die Segelfläche mit der Höhe des Segelkraftpunktes über der Wasserebene; dieses Produkt multiplizirt man weiter mit der Pfundezahl, welche die Wirkung des Windes auf einen Quadratfuß Segelfläche ausdrückt. Dieses ganze Produkt dividirt man durch die Stabilität, und erhält den Sinus des Winkels, um welchen das Schiff von einem Winde auf die Seite geneigt würde, wenn er mit der angegebenen Stärke in senkrechter Richtung auf die Segelfläche träfe.

Es verhält sich aber die Kraft des geraden zur Kraft des schiefen Stoßes gegen eine und dieselbe Fläche, wie das Quadrat des Radius, oder die Einheit, zum Quadrat des Sinus des Neigungswinkels, d. h. hier zum Quadrat des Sinus desjenigen Winkels, den der Wind mit der Segelfläche macht.

Man multiplizirt also den vorher gefundenen Sinus durch das Quadrat des Sinus des Neigungswinkels des Windes, und erhält den Sinus der eigentlichen Neigung des Schiffes (2497).

14 F. Wenn man für ein gegebenes Schiff, dessen Stabilität bekannt ist, die Segelfläche und ihr Moment bestimmen will, welchen Neigungswinkel nimmt man als den zulässig größten an, und wie verfährt man bei dieser Bestimmung?

A. Man nimmt einen Winkel von 10° als den größten an, multiplizirt seinen Sinus mit der gegebenen Stabilität und setzt dieses Produkt gleich dem Momente der zu bestimmenden Segelfläche; indem man dabei die Stärke des Windes als die möglich größte, z. B. wie bei einem Sturme, annimmt. Man hat alsdann jenes erste Produkt aus der Stabilität und dem Sinus von 10° durch diese angenommene Windstärke zu dividiren,

Digitized by Google

und erhält alsdann einen Quotienten, welcher dem Produkte aus der Segelfläche und der Höhe des Kraftpunktes über der Waſſerebene gleich iſt. Innerhalb dieſer Größe oder dem eigentlichen Momente der Segelfläche kann man die beiden Faktoren je nach der verſchiedenen Art der Bemaſtung und Beſeglung, die man dem Schiffe geben will, beliebig wechſeln laſſen (2497).

15 F. Wie tief kann man ein Schiff beladen, ohne ſeine Fähigkeit, die Segel bequem zu führen, merklich zu verringern?

A. So tief, daß ſeine größte Breite etwa 6½ Zoll über der Waſſerebene liegt (2499).

16 F. Wie unterſcheidet ſich die Laſtigkeit eines Schiffs von ſeinem körperlichen Inhalt?

A. Die Laſtigkeit eines Schiffs iſt nur das Gewicht, welches es tragen kann, ohne tiefer, als bis zur Ladewaſſerlinie einzuſinken (2478).

17 F. Wie kann man die Laſtigkeit mit Hülfe des Waſſerraums finden?

A. Wenn man den Waſſerraum, den das Schiff ohne alle Ladung einnimmt, von demjenigen abzieht, den es mit voller Ladung hat (2478).

18 F. Wenn man ſich bei dem Ausmeſſen des körperlichen Raumes eines Schiffes, die mittlere Spantenfläche in ein Trapez und zwei Segmente theilt, darf man alsdann den Flächeninhalt eines ſolchen Segments gleich $^{31}/_{49}$ eines ſolchen Parallelogramms nehmen, deſſen eine Seite die Länge des Bogens, und deſſen andere die Sagitta des Bogens iſt?

A. Nur in einem Falle darf man es; wenn nämlich die Spanten nach Kreisbogen geformt ſind und der Bogen gerade 100° beträgt (2491).

19 F. Wie viele und welche Bauriſſe geometriſcher Art werden von einem Schiffsgebäude gemacht?

A. Drei: der Seiten-, der Spanten- und der waſſerpaſſe Riß, welcher auch der Sentenriß genannt wird (2260).

20 F. Welches mechaniſche Konſtruktionsſyſtem der neueren Schiffsbaukunſt iſt das bewährteſte?

A. Das paraboliſche Syſtem des Schwediſchen Schiffbaumeiſters Chapman (2320).

21 F. Welches ſind die drei Hauptpunkte für eine richtige Stauung?

A. Angemeſſene Waſſertracht; Verminderung des Stampfens; und Verminderung des Schlingerns (2511).

22 F. Warum iſt es vortheilhafter, die ſchwerſten Stücke des Ballaſts auf die Laſchungen der Lieger, oder in die ſogenannten Flügel des Raums, als auf das Kolſchwinn zu bringen?

A. Weil die ſchwerſten Laſten auf dem Kolſchwinn den Schwerpunkt des ganzen Schiffs ſo tief herabbringen, daß die Wiederaufrichtung des Schiffes nach einer Seitenneigung nur mit der größten Heftigkeit geſchieht; wenn dagegen die ſchwerſten Laſten in die Flügel des Raums kommen, ſo liegen ſie weiter von der Drehungsaxe ab und geben da-

Digitized by Google

durch dem Schiffe durch ihre wechselseitige Gegenwirkung eine sanftere Bewegung (2509).

23 F. Ein Schiff hat Kanonen, Mörser, Anker und dergl. schwere Stücke zu laden, wie staut man sie am besten?

A. Man legt die Kanonen und Mörser nach der Länge des Schiffs auf eine Bettung von Stauholz, und zwischen ihnen die Ankerschafte, und zwar so, daß beide Arme horizontal zu liegen kommen, damit Nichts über die Kanonen oder Mörser hervorragt; unter die Hände und Spitzen legt man die Ankerschuhe. Auf diese Art bringt man das Schiff bis zu seiner Ballasttracht, oder der Wasserlinie der Ballaststeife. Hierauf ebnet man den ganzen Raum mit Holz, Kugeln, Bomben, Blei oder Roheisen (2515).

24 F. Ein Schiff soll Wolle oder Baumwolle laden, welcher Ballast ist der vortheilhafteste?

A. Eisen, weil es den wenigsten Raum einnimmt (2515).

25 F. Ein Schiff hat Chinesische Porzellankisten zu laden, wie sichert man sie am besten vor der Beschädigung?

A. Man gräbt sie in den Ballast ein (2515).

26 F. Man hat Seidenzeuge und andere kostbare Stoffe, die vor den Insekten geschützt werden müssen, und zugleich Pfeffer zu laden; wie staut man sie am zweckmäßigsten?

A. Man gräbt die Waarenballen in den losen Pfeffer ein (2516).

27 F. Es soll der kubische Inhalt eines zu ladenden Fasses gefunden werden; nach welchen Methoden kann es geschehen?

A. Nach einer annähernden: man sucht den Unterschied zwischen dem größten und kleinsten Diameter, und multiplizirt ihn mit 0,7; man addirt dieses Produkt zum kleinsten Diameter, und erhält den mittleren Diameter. Darauf berechnet man das ganze Faß wie einen Cylinder, dessen Höhe die Länge des Fasses ist, und dessen Grundfläche den gefundenen mittleren Diameter zum Durchmesser hat (2526).

Eine genauere Methode ist die nach der baryzentrischen Methode, oder dem Guldinschen Prinzipe. Man macht sich einen vertikalen Durchschnitt durch die Längenaxe des Fasses, und sucht von dessen Hälfte den Flächeninhalt und den Schwerpunkt. Diesen halben Durchschnitt läßt man als die erzeugende Fläche um die Längenaxe des Fasses drehen; die Peripherie des Kreises, den der Schwerpunkt beschreibt, multiplizirt mit dem Flächeninhalte der erzeugenden Fläche, gibt den kubischen Inhalt des Umdrehungskörpers; d. h. hier des Fasses.

Wenn das Faß klein ist, und man ein größeres parallelepipedisches, oder zylindrisches, oder überhaupt regelmäßiges, und daher leicht zu berechnendes Gefäß hat: so füllt man dies letztere hoch genug mit Wasser, und bezeichnet dessen Höhe; darauf taucht man das zu messende Fäßchen ganz unter das Wasser hinein, und bezeichnet diesen zweiten Wasserstand; der Raum zwischen beiden Wasserständen ist dem kubischen Inhalte des Fäßchens gleich.

Digitized by Google

§. 393. Zweite Abtheilung.

Zurüſtungskunde.

28 F. Welche Beſtimmung hat man zur Tragfähigkeit oder Haltbarkeit eines Taus?

A. Ein Tau, deſſen Durchſchnittsfläche 1 Engliſchen Quadratzoll beträgt, kann 5414 Pfund avoir-du-poids-Gewicht tragen (2530).

29 F. Wie wird die Dicke eines Taus gewöhnlich angegeben?

A. Nicht nach dem Durchmeſſer, ſondern nach dem Umfange (2530).

30 F. Es iſt eine Laſt von 1263 Pfund mit einem Taakel von fünf Scheiben zu heben, wie viel Zoll muß ein jedes Tau im Umfange haben?

A. Einen Zoll; genauer nur 0,8 Zoll (2531).

31 F. Zu wie viel Pfunden kann man die Kraft eines Mannes im Allgemeinen annehmen?

A. Zu 60 Pfund (2529).

32 F. Wenn eine Laſt durch ein Taakel gehoben werden ſoll, bringt man nur das Gewicht der Laſt in Rechnung?

A. Nein; man rechnet gewöhnlich noch ein Drittel zur Kraft, um die Reibung zu überwinden (2529).

33 F. Wie findet man die Größe der zur Hebung einer gegebenen Laſt mit einem gegebenen Taakel erforderlichen Kraft?

A. Wenn die Taue eines Taakels für parallel gelten können, ſo dividirt man die Laſt durch die Anzahl der Taue und erhält die Pfundenzahl, welcher die Kraft gleich ſein muß; zu dieſer addirt man ein Drittel für die Reibung; dieſe Summe dividirt man durch 60, oder durch irgend eine Zahl, welche der Kraft eines Mannes entſprechen ſoll; der Quotient gibt die Zahl der erforderlichen Leute (2529).

34 F. Eine Laſt von 2000 Pfund ſoll durch eine Gien von 5 Scheiben gehoben werden, wie groß muß die Kraft dazu ſein?

A. Wenn man 2000 durch 5 dividirt, erhält man 400; hiezu ein Drittel oder 133⅓ addirt, erhält man 533⅓ Pfund als die ganze erforderliche Kraft. Die Kraft eines Mannes zu 60 Pfund genommen, gibt 9 Mann, die an der Gien arbeiten müſſen (2529).

35 F. Wie läßt ſich eine Handſpaake als Druckhebel gebrauchen?

A. Man legt das untere Ende derſelben unter die Laſt, z. B. unter ein Faß, und nahe dabei ein kleines Stück Holz, welches zum Stützpunkte dient; indem man das obere Ende als den längern Hebelarm niederdrückt, hebt man mit dem andern Ende die Laſt (2527).

36 F. Geſetzt, ein Mann kann 80 Pfund heben; er hat eine Handſpaake, deren ganze Länge 5 Fuß beträgt; der Ruhe- oder Stützpunkt ſei 1¼ Fuß von der Laſt und 3¾ Fuß von der Kraft oder niederdrückenden Hand entfernt; eine wie große Laſt kann der Mann damit heben?

A. Das Moment der Laſt, d. h. das Produkt aus ihrer Größe und ihrer

Digitized by Google

Entfernung vom Stützpunkte iſt gleich dem Momente der Kraft, d. h. gleich dem Produkte aus der Größe der Kraft und ihrer Entfernung vom Stützpunkte. Es iſt alſo die Kraft gleich 240 Pfund; die Kraft des Mannes iſt alſo durch die Spaake verdreifacht (2528).

37 F. Wie wird die Handſpaake beim Bratſpill gebraucht?

A. Als Druckhebel; die Mitte der Welle gibt den Stützpunkt für die hineingeſteckte Spaake, und der Radius der Welle gibt den andern Hebelarm, an deſſen Ende die Laſt hängt. Iſt das Ankertau von beträchtlicher Stärke, ſo muß auch noch dieſelbe Dicke deſſelben mit zum Radius der Welle gerechnet werden, weil ſich die Wirkung der Laſt in der Axe des Taus konzentrirt (2528).

38 F. Es ſei eine Laſt von 2000 Pfund zu heben; die Entfernung vom Mittelpunkt der Welle bis zum obern Ende einer Spaake ſei gleich 5 Fuß; die Entfernung vom Mittelpunkt der Welle bis zur Mitte des Taus ſei gleich ¾ Fuß; die Reibung ſoll ⅓ der Kraft erfordern; wie groß iſt die Zahl der zum Winden am Bratſpill erforderlichen Leute?

A. Die um ein Drittel vermehrte Kraft iſt gleich 400 Pfund; dieſe iſt gleich 7 Mann (2529).

39 F. Es ſoll ein Schiff zum Ausbeſſern auf das Land gewunden werden; welches ſind die drei dazu erforderlichen Maſchinen?

A. Die Helling, oder ſchiefe Ebene; die Gien, durch deren Scheiben die Laſt vermindert wird; und ein Gangſpill, oder ſenkrechte Welle zur nochmaligen Verſtärkung der Kraft (2533).

40 F. Welchen Maſt ſetzt man zuerſt ein?

A. Den Beſahnmaſt (Wörterbuch, Artikel: Bemaſten, Einſetzen und Maſt).

41 F. Wie iſt das Verfahren, um den Beſahnmaſt ohne Hülfe eines Krahns mit den am Bord allein befindlichen Hülfsmitteln einzuſetzen?

A. An den Stellen des Hinterdecks oder der Schanze, welche der Fiſchung des Beſahnmaſts zu beiden Seiten gegenüber liegen, werden nahe am Bord zwei ſtarke Planken hingelegt, auf denen die Bockſpieren zu ſtehen kommen, damit ſie nicht das Deck beſchädigen. Dieſe Planken müſſen ſo lang ſein, daß ſie über drei Deckbalken reichen; dieſe letztern werden unten mit Stützen verſehn.

Darauf werden zwei Spieren von gehöriger Länge an ihren oberen Theilen zuſammengeſorrt, und zwar mit einem Hartbindſel, aber nicht zu feſt zuſammengezogen, damit die Spieren unten auseinander geſtellt werden können. Sobald dies geſchehn, werden ſie über den Heckbord gelegt. Hat das Schiff keine Kampanje oder Hütte, durch die es gehindert wird, ſo legt man eine dritte Spier quer über die Schanzreiling, auf der die Bockſpieren ruhen und ſich leichter aufrichten laſſen. An die Sorrung der Spieren wird eine Gien angebracht. Der untere Gienblock wird nach vorne genommen, und der Gienläufer verfahren, bis der Block an den Vorſteven reicht, und dort in einen Augbolzen eingehaakt

Digitized by Google

werden kann. Das Ende des Läufers wird durch einen Fußblock nach dem Gangſpill gebracht, und dort eingewunden. Die Bockſpieren heben ſich dadurch über der auf den Reilings liegenden Spiere. Die Fußenden der Spieren werden durch vier Steerttaakel gehalten; an jeder Spier geht ein ſolches Taakel nach vorne und eines nach hinten. Vor der Aufrichtung werden an der Sorring der Spieren vier Backſtage des Bocks befeſtigt, von denen zwei nach vorne und zwei nach hinten gehn, und zur Aufrechthaltung des Bocks dienen. An das obere Ende der einen Spiere befeſtigt man auch einen Jolltaublock, und ſcheert ein Jolltau durch, um bei vorkommenden Gelegenheiten einen Mann in die Höhe zu heißen.

Sobald die Spieren aufgerichtet ſind, werden ſie durch die Backſtage und die Steerttakel nach vorne oder hinten gerückt, bis ſie die richtige Stellung haben; alsdann wird der untere Gienblock vom Vorſteven los gemacht und der Läufer verfahren, bis der untere Block ſenkrecht unter dem obern, und gerade über der Fiſchung des Beſahnmaſtes hängt.

Um den Maſt wird etwas über ſeinem Schwerpunkte, damit er ſich ſchräge ſtellt, ein Wantſtropp von Schiemannsgarn geſchlagen. Die Bucht des Stropps wird durch den Stropp des untern Gienblocks gezogen und mit einem Knebel feſtgeknebelt.

Zwei Jolltaublöcke werden am Top des Maſts, an jeder Seite einer, oberhalb der Langſahlings angebracht, damit ſie nach der Einſetzung des Maſts gleich bereit ſind, um das ſtehende Tauwerk über den Top zu holen und einen Mann auf die Sahling zu heißen, welcher daſſelbe gehörig ordnet. Das Ende desjenigen Jolltaus, welches von der einen Bockſpiere herabhängt, wird unterhalb der Backen um den Maſt genommen und heißt dann das Backtau.

Sobald der Maſt mit der Gien hoch genug gehoben iſt, wird das Backtau angeholt, wodurch er eine ſenkrechte Stellung über der Fiſchung erhält. Einige Leute helfen den Fuß des Maſts in die Fiſchung bringen, worauf die Gien langſam gefiert wird. Auf dem unterſten Deck ſind einige Leute in Bereitſchaft, welche den Fuß des Maſts in die Maſtſpur ſetzen. (Wörterbuch, Artikel: „Bemaſtung," S. 102.)

42 F. In welcher Folge werden die andern Maſten eingeſetzt?

A. Erſt der Große und dann der Fockmaſt. (Wörterbuch, Artikel: „Bemaſtung.)

43 F. Wenn es ſich trifft, daß ein Maſt beſchädigt wird, ohne daß Spieren von hinreichender Länge zur Errichtung eines Bocks zu haben ſind, wie kann man den alten beſchädigten Maſt benutzen, um den neuen einzuſetzen?

A. Man ſetzt, nach Abnahme des übrigen Tauwerkes, außer den Hangern und Seitentaakeln, den alten Maſt mit den Seitentaakeln in den Rüſten, und mit Backſtagen und Fußtaakeln feſt; bringt eine Gien und ein Jolltau an ſeinen Top an, ſtützt die Deckbalken in der Nähe ab, ſägt den

Digitized by Google

Maſt nahe am Deck ab und ſchiebt ſeinen Fuß etwas rückwärts, um ihn als Bock zu gebrauchen. In den abgeſägten Stumpf treibt man einen Augbolzen, haakt in dieſen den Gienblock und hebt den Stumpf heraus. Nachher verfährt man mit dem neuen Maſt, wie beim gewöhnlichen Einſetzen. (Wörterbuch, Artikel: „Bemaſtung.“)

44 F. Braucht man zum Einſetzen des Bugſpriets auch einen Bock?

A. Nein; man ſetzt es mit Hülfe der Fockraa ein. (Wörterbuch, Artikel: „Bemaſtung.“)

45 F. Wie wird das Waſſerſtag angebracht?

A. Es wird durch das Waſſerſtagsgatt unter dem Galjonsbilde durchgenommen und mit den beiden Enden zuſammengeſpließt; am obern Ende wird ein Jungfernblock eingebindſelt und durch ein Taljereep mit dem andern Jungfernblock am Stagkragen verbunden (2547).

46 F. Welches iſt die vortheilhafteſte Weiſe die Vormarsbraſſen zu leiten?

A. Man ſticht den ſtehenden Part an dem großen Stengenſtage, und zwar am Auge feſt, leitet ihn durch den Braſſenblock an der Marsraa nach einem Block am großen Stage, nahe unter dem Auge, und durch einen Block, der am Top des großen Maſts feſtſitzt. Auf dieſe Art wirkt der obere Theil der Braſſe horizontaler, wenn die Raa geheißt iſt (2639).

47 F. Wie fahren die Braſſen der Bagienraa?

A. Kreuzweiſe nach vorne, nach den hinterſten großen Wanten (2640).

48 F. Wann fahren die Kreuz- und Kreuzbrambraſſen nach hinten?

A. Wenn die Beſahngaffel nicht auf und nieder geht, ſo fahren ſie nach einem Block an der Piek (2640).

49 F. Welche Taue ſind alle erforderlich, um die Backſpiere oder den vordern Schwingbaum feſtzuſetzen?

A. Eine Toppenant, ein Stampfſtag, ein vorderes und ein hinteres Kehrtau (2603).

50 F. Wann wird die Raa eines Marsleeſegels an die Achterſeite des Marsſegels, und wann wird ſie an die Vorderſeite deſſelben genommen?

A. An der Luvſeite kommt die Leeſegelsraa hinter das Leik des Marsſegels; an der Leeſeite vor daſſelbe. An der Luvſeite drückt nämlich der Wind das Außenende der kleinen Leeſegelsraa ſtärker, als das Binnenende; läge alſo die Raa vor dem Marsſegel, ſo würde die Binnennock derſelben theils den Druck des Windes hindern, theils das Marsſegel beſchädigen. Das Gegentheil findet bei dem an der Leeſeite beigeſetzten Leeſegel ſtatt (2605).

51 F. Wodurch unterſcheiden ſich Luggerſegel von andern Raaſegeln?

A. Daß ihre Raaen nicht in der Mitte, ſondern an einem Drittel ihrer Länge an dem Maſte hängen; weil dadurch die Raaen ſchräge hängen, ſo iſt das eine Leik länger, als das andere, und das längere kommt an die Leeſeite. Die Luggerſegel müſſen beim Wenden geſtrichen und durchgekait werden (2610).

Digitized by Google

§. 394. Dritte Abtheilung.

Manövrirkunde.

52 F. Wie sind die vier Wirkungsarten des Ruders?

A. Beim Vorwärtsgehen bringt der Helm an Steuerbord das Vorschiff nach Backbord, und der Helm an Backbord das Vorschiff nach Steuerbord. Beim Rückwärtsgehen bringt der Helm an Steuerbord das Vorschiff nach Steuerbord, und der Helm an Backbord das Vorschiff nach Backbord (2649).

53 F. Wie wirken die Strömungen auf das Ruder eines ruhig liegenden Schiffs?

A. Eine von vorne kommende Strömung wirkt, als ginge das Schiff vorwärts; und eine von hinten kommende, als ginge es rückwärts (2649).

54 F. Welche Wirkung haben die Achtersegel beim Seitenwinde?

A. Weil sie hinter der Drehungsaxe des Schiffes liegen, die durch den Schwerpunkt des Schiffes geht, so machen sie das Schiff anluven (2650).

55 F. Wann ein Schiff vorlastig ist, welchen Fehler hat es hinsichtlich der Wendung durch die Segel?

A. Es kann nicht gut abfallen, weil die Achtersegel mehr Gewalt haben, als die Vordersegel (2653).

56 F. Welche beiden Hauptarten der Wendung gibt es?

A. Die eine durch den Wind, oder über Stag; die andere vor dem Winde, welche auch Halsen genannt wird (2652).

57 F. Welchen Nachtheil hat das Wenden vor dem Winde?

A. Erstlich verliert das Schiff von seinem Wege; denn sobald es nicht mehr dicht bei dem Winde liegt, und mehr und mehr vor den Wind kommt, eine desto größere Fahrt macht es nach Lee hin, also dorthin, wohin es nicht will.

Zweitens verliert es Zeit; denn um von dem einen Bord bei dem Winde bis zum andern zu kommen, muß es zwanzig Kompaßstriche durchmachen (2661).

58 F. Der Wind ist Ost-Nordost, und das Schiff liegt Norden an, also mit Steuerbordshalsen zu; wie wendet es über Stag?

A. Zuerst gibt man dem Schiffe recht volle Segel, um ihm einen schnellen Gang durch's Wasser zu verschaffen; darauf holt man die Luvbrassen, so weit sie lose sind, durch; ebenso die Leehalsen, die Luvschooten und die Leebulienen, und sorgt besonders dafür, daß, wenn das Wetter es erlaubt, alle die Segel beigesetzt seien, durch die es sich selbst steuert, damit es nicht die Fläche des Ruders nachzuschleppen hat.

Das erste Kommando ist: „Helm in Lee!"

Hierauf wird der Helm allmälig nach Lee gebracht, und die Fock-, Klüver- und Vorstengestagsegels-Schoote losgelassen. Kommt das Schiff in die Lage von Nordost-zum-Nord, also bis drei Striche vom Winde,

Digitized by Google

so daß der Wind gerade auf's Leik der Segel weht: so wird das zweite Kommando gegeben: „Los Halsen und Schooten!“

Hierauf werden große Halse und Schoote, und die Halsen und Schooten aller Stagsegel hinter dem Fockmast losgelassen, und die letzteren über die Stage geholt. Sobald das Schiff bis Nordost-ein halb-Ost, oder bis einen und einen halben Strich vom Winde gekommen, wird das dritte Kommando gegeben: „Hol das Großsegel!“

Hierauf läßt man die Bulienen und Leebrassen des Groß-, Groß-Mars-, Groß-Bram-, Kreuz- und Kreuzbramsegels gehn; die Raaen fliegen beinahe von selbst herum, weil die Luvseiten der Segel heftig backfallen, sobald die Bulienen und Leebrassen losgelassen sind, und der Wind mit seiner Wirkung auf die Luvtheile der Segel die Raaen herumwirft. Wenn das Großsegel herumgeholt ist, wird das Schiff beinahe in den Wind liegen. Die Achtersegel werden von den Vordersegeln bekalmt; deshalb kann die große Halse mit Leichtigkeit an Bord, und die große Schoote nach hinten gebracht werden, weil nur die lose hängenden Taue einzuholen sind. Der Helm wird mittschiffs gebracht, und von da an nur gebraucht, wenn das Abfallen oder Anluven des Schiffes es nöthig macht. Sobald das Schiff die Richtungslinie des Windes passirt hat, werden die Klüver- und Vorstengestagsegels-Schooten über die Stage gebracht. Die Seitenpardunen werden ebenfalls festgesetzt. Die blinde Raa wird mit den Steuerbords-Trissen getoppt, und die Backbordsbackstage des Klüverbaums festgesetzt.

Wenn der Wind vier Striche auf dem Backbordsbug hat, oder auch eher, wenn das Schiff rasch abfällt, wird das vierte Kommando gegeben: „Laß gehn und hol an!“

Hierauf läßt man die Fockhalse und die Vorbulienen gehn, und die Brassen werden schnell mit den Steuerbordsbrassen aufgebraßt; die Luvbrassen werden aber abgeschrickt, damit das Schiff anluven kann. Darauf werden die Raaen scharf bei dem Winde gebraßt, die Bulienen angeholt, die Luvbrassen festgesetzt und die laufenden Taue aufgeschossen. Alsdann ist die Wendung über Stag vollendet, und das Schiff liegt scharf bei dem Winde mit Backbordshalsen zu, und zwar Südost an (2657).

59 F. Was ist der Vortheil dieser Wendung über Stag?

A. Beim allmäligen Anluven im Anfange der Wendung gewinnt das Schiff in seinem Gange, weil es weiter luvwärts kommt; ferner gewinnt es an Zeit, da es nur zwölf Striche durchzumachen hat (2660).

60 F. Wann muß man also nur das Halsen oder Wenden vor dem Winde wählen?

A. Wenn entweder ein heftiger Wind, oder eine Gefahr an der Luvseite die Wendung über Stag unmöglich macht (2661).

61 F. Wann können Leesegel beigesetzt werden?

A. Wenn der Wind schon einen Winkel von neun Graden mit dem Kurse des Schiffes macht (2663).

Digitized by Google

62 F. Wenn das Schiff gerade vor dem Winde segelt und das Vormarssegel festgemacht hat; wie kann es die Segelfläche, namentlich der Leesegel am passendsten vertheilen?

A. Es führt am großen Mast nur die Bramleesegel auf beiden Seiten; am Fockmast aber unten auf beiden Seiten die Fockleesegel; und an der mit festgemachtem Segel aufgeheißten Marsraa zu beiden Seiten die Marsleesegel (2664).

63 F. Das Schiff befindet sich mitten im Sturme, hat die Bramraaen schon herunter genommen, führt nur noch gereefte Fock- und gereeftes Großsegel, und liegt mit Backbordshalsen zu bei dem Winde; es soll jetzt wenden, und natürlich nur vor dem Winde herum, oder halsen; wie geschieht es?

A. Zuerst werden hinreichende Mannschaften an die Geitaue gestellt; wenn darauf Alles bereit ist, werden die Kreuzraa und die Vagienraa in's Vierkant gebraßt; die große Halse und Bulien werden langsam gefiert und das Lufgeitau angeholt. Das Segel fliegt nun natürlich nach Lee; darauf läßt man die große Schoote langsam fieren und das Leegeitau anholen; hiedurch legt sich das Segel back, und kann ohne heftige Wallung weiter aufgeholt werden; wollte man dagegen die Leeschoote zuerst fieren, so würde das Segel so heftig hin und her schlagen, daß es zerreißen müßte. Hierauf werden auch die Bauch- und Rockgordinge angeholt. Die große und die Großmars-Raa werden in's Vierkant gebraßt und der Helm in Luv gebracht.

So wie das Schiff abfällt, läßt man die Fockbulien gehn, fiert die Fockschoote allmälig, und holt die Luv- oder Backbordsbrassen des Focksegels ein. Wenn das Schiff gerade vor dem Winde ist, werden die Steuerbordshalsen an Bord, und die große Schoote nach hinten geholt, aber die Luvbrassen vorne werden noch eingehalten. Ist die große Halse zu schwer an Bord zu bekommen, so haakt man eine Talje in den untersten Bulien-Lägel, oder in die zu diesem Zwecke an das Bulienspriet gesplißte Rausche, und holt damit die Halse an Bord. Wenn das Schiff anluvt, holt man den Helm auf, damit es nicht zu heftig luvwärts dreht; die Fockschoote wird nach hinten geholt; die Raaen werden scharf beigebraßt, die Bulienen angeholt, die Luvbrassen festgesetzt; die Stoßgienen werden auf die Luv- oder Steuerbordsseite gebracht, und das Tauwerk wird aufgeschossen. Das Schiff liegt nun mit Steuerbordshalsen zu; (Nautisches Wörterbuch, Artikel: Wenden).

64 F. Ein Schiff ist mit Steuerbordshalsen zu auf Legerwall gerathen, wie macht es sich frei?

A. Es luvt an, und läßt die Fock- und Vorstengestagsegels-Schooten fliegen; sobald es in den Wind kommt, läßt es den Lee- oder Backbords-Anker gehen. Dieser bringt das Vorschiff an den Wind; darauf läßt es die große Halse und Schoote, Achterbulienen und Leebrassen gehn, holt das Großsegel um, wie beim Wenden über Stag, und setzt den

Digitized by Google

Helm mittſchiffs; wenn die große Halſe am Bord iſt, kappt es den Anker; die Vorſegel, welche back liegen, machen es abfallen. In dieſem Augenblicke werden die Vorderraaen rund gebraßt, und ſobald das Schiff vorwärts geht, wird der Helm mittſchiffs gebracht, Alles feſtgeſetzt, und es liegt jetzt mit Backbordshalſen zu. Wenn Zeit dazu iſt, ſo kann eine Troß zu einer Achterpforte an der Leeſeite herausgebracht und an das Ankertau befeſtigt werden; an dieſer, als Springtau ausgebrachten, Troß kann man nach dem Kappen holen, ſo das Achterſchiff windwärts bringen und die Wendung beſchleunigen; (Nautiſches Wörterbuch, Artikel: Mit einem Spring auf dem Tau ankern; Seite 40).

§. 395. Vierte Abtheilung.

Ankerkunde.

65 F. Ein Schiff gedenkt bald zu Anker zu gehen, und will das Loth werfen; da es gerade mäßiger Wind iſt, ſo ſoll es im Segeln geſchehen; wie iſt es zu thun?

A. Es wird ein Mann nach dem Außenende des Klüverbaumes, ein zweiter auf die Nock der blinden Raa, und ein dritter in die Beſahnrüſte, die beiden letztern an der Luvſeite, geſchickt; die Leine wird von Außen herum, frei von allem Tauwerk, bis nach vorne genommen, ſo daß der Mann auf der blinden Raa das Loth zu werfen, der auf dem Klüverbaum der Leine noch einen ſchnellen Zug vorwärts zu geben hat. Der in der Rüſte ſtehende Mann läßt die auf dem Quarterdeck von einer Rolle ſich abwickelnde Lothleine durch ſeine Hand gehen, zählt die Knoten und ruft ſie aus; (Wörterbuch, S. 24, unter dem Artikel: Ankergrund).

66 F. Der Wind iſt zu ſtark, um während des Segelns das Loth werfen zu können; wie muß es daher geſchehen?

A. Man bringt das Schiff gegen den Wind; geit die Beſahn und das Beſahnſtagſegel auf, braßt das Kreuzſegel im Vierkant, und verfährt dann wie vorher; (Wörterbuch, S. 24, unter Ankergrund).

67 F. Was iſt alles nöthig, damit der Anker zum Fallen klar ſei?

A. Das Ankertau muß an den Ankerring geſtochen ſein; der Anker muß mit den Vorſeiten- und Nocktaakeln über Bord gehalten, aus der Rüſtleine gefiert ſein, und unter dem Krahnbalken in der Porteurleine hängen, und einige Bugten des Taus müſſen bereit liegen; (Wörterbuch, S. 22 und 23).

68 F. Ein Schiff hat dicht bei dem Winde geſegelt, und zwar mit Backbordshalſen zu; es findet ſich auf dem Ankerplatze keinerlei Strömung; wie geht es vor Anker?

A. Es werden zuerſt die Bramſegel, das Groß- und Fockſegel, der Klüver und die Stagſegel eingezogen. Es nähert ſich alſo das Schiff unter dem Vorſtengeſtag-, Vormars-, Großmars-, Kreuzſegel und Beſahn oder Treiber. Die Boye wird ausgeworfen, die gehörige Mannſchaft an die

Digitized by Google

Rüst- und Porteurleine gestellt, und Alles aus dem Bereich der Ankertaubugten entfernt.

Darauf wird das Vorstengestagsegel niedergeholt und der Helm nach Lee gebracht. Ist das Schiff in den Wind gekommen, so läßt man die Marssegel fallen, holt die Luvbrassen ein, läßt die Schooten gehen und geit die beiden Marssegel auf. Darauf braßt man das Kreuzsegel back und bringt den Helm mittschiffs. Sobald das Schiff einen Rücklauf erhält, läßt man den Anker zugehn. Hat er den Grund erreicht, so fiert man eine der Stärke des Windes angemessene Länge des Taus nach, stoppt es mit dem Stopper vor der Beting, oder vor dem Bratspill und legt einige Schläge um die Beting, oder sorrt es mit einem Tauende um den Kattenkopf, der in einem Spillgatt des Bratspills steckt, oder mit dem Spehntau am Spehnkopf; oder bei starkem Winde um die Bratspillbeting; (Wörterbuch, S. 25).

69 F. Es kommt eine Strömung von Osten, und der Wind ist Süd-Südost; mit welchen Halsen zu muß das Schiff der Strömung entgegensegeln, um den Ankerplatz zu erreichen?

A. Mit Steuerbordshalsen zu; denn alsdann liegt es Osten an, und segelt der Strömung gerade entgegen, und liegt dicht bei dem Winde. Wollte es dagegen die Backbordshalsen zu holen, so würde es Südwest anliegen, also die Strömung beinahe von hinten haben, und daher von ihr getrieben werden; (Wörterbuch, S. 26).

70 F. Es liegt ein Schiff gegen die Ebbe, welche eben so, wie der Wind, von Süden kommt, mit dem Backbordstaue vor Anker; wie schwait es beim Eintritte der von Norden strömenden Fluth am besten auf die andere Seite?

A. Mit Steuerbordshalsen zu; denn dadurch geht es bei dem Südwinde ostwärts, und endlich so in die neue Ankerlage, daß sein Backbordstau frei vom Galjonsschegg bleibt; (Wörterbuch, S. 31).

71 F. Es soll ein Schiff verteit werden, und zwar mit einem Ebb- und einem Fluthanker; wie geschieht es?

A. An das eine Ankertau wird noch eines oder werden mehrere angespließt; bei günstiger Strömung, oder mit Hülfe der Segel läßt sich das Schiff bis zu der Stelle treiben, an welcher der zweite Anker liegen soll, indem es dabei von dem zusammengespließten Tau so viel fiert, daß zwei ganze Taue außer Bords sind. Hierauf läßt es den zweiten am andern Bug liegenden Anker fallen; für diesen zweiten Anker fiert es dessen Tau, während es von dem langen Tau um eben so viel einholt. So kommt es endlich an die Stelle, wo es von beiden Tauen gleichviel gefiert hat.

Ist bei dem Verteien die Strömung nicht stark genug, so kann auch das Kreuzsegel beigesetzt und dann backgebraßt werden; (Wörterb. 36).

72 F. Wie ankert man mit einem Spring auf dem Tau?

A. Man bringt eine Troß- oder Pferdeleine durch eine Achterpforte heraus nach dem Ankertau, und befestigt sie dort; darauf holt man an dieser

Digitized by Google

Troß, und bringt das Schiff in eine mehr oder weniger quer gegen das Tau gerichtete Lage; (Wörterbuch, S. 39).

73 F. Ein Schiff hat einen fremden Anker geangelt, und findet beide zu schwer, oder zu fest im Grunde liegend, um sie lichten zu können; was muß es thun?

A. Es windet bei niedrigem Wasser das eigene Tau so weit ein, daß der Anker auf und nieder ist, und setzt es dann so steif als möglich um die Beting und mit Stoppern fest. Bei steigender Fluth lichtet alsdann das Schiff selbst den Anker, oder das Tau springt vor den Klüsen. Wo keine Ebbe und Fluth ist, macht man das Schiff erst vorlastig und windet das Tau ein; darauf macht man es achterlastig, und so hebt das Vorschiff den Anker; (Wörterbuch, S. 47).

74 F. Es liegt ein Schiff vor dem Steuerbordstau gegen Wind und Strömung vor Anker; es soll nach dem Ankerlichten unter Segel gehen; welches ist die vortheilhafteste Art?

A. Wenn kein anderes Schiff im Wege liegt, so läßt man es mit Steuerbordshalsen zu abfallen; denn wenn es so abfällt, daß der Wind auf den Steuerbordsbug trifft: so bleibt das Tau während des Einwindens von Galjonsschegg frei. Ist das Tau bis zum stagweisen Stande aufgewunden, so wird es gestoppt, die beiden Marssegel und das Kreuzsegel werden losgemacht, ihre Schooten ausgeholt, und sie selbst geheißt; dem Schiffe wird mit dem Ruder eine Wendung gegeben, damit der Wind auf den Steuerbordsbug kommt. Das Vormarssegel wird mit den Steuerbordsbrassen back, und das große Mars- und das Kreuzsegel mit den Backbordsbrassen scharf beigebraßt. Soll das Schiff vorwärts gehen, so muß der Anker rasch gelichtet werden; (Wörtb., S. 48).

75 F. Das Schiff muß beim Ankerlichten, nachdem es abgefallen ist, rückwärts gehen, um einem andern Schiffe auszuweichen; wie muß dieß geschehen?

A. Das Kreuz- und Großmarssegel werden mit den Steuerbordsbrassen back gebraßt, wie es das Vormarssegel schon war; die Besahnschoote wird nach hinten geholt; der Helm kommt wie vorher ein wenig nach Steuerbord, um den Wind auf den Steuerbordsbug zu bringen; und das Tau wird schnell eingewunden. Sobald der Anker vom Grunde los ist, wird das Schiff deisen; in diesem Augenblicke muß der Helm hart an Steuerbord kommen, oder luvwärts, um das Schiff bei dem Winde zu halten; denn beim Rückgange wirkt das Ruder auf diese Weise, indem das Wasser gegen die hintere oder Steuerbordsseite des Ruders stößt, und dadurch das Achterschiff leewärts oder nach der Backbordsseite treibt. Hat das Schiff seinen Rücklauf weit genug gemacht, so kann der Anker mit Bequemlichkeit aufgesetzt werden. Darauf läßt man das Schiff abfallen, um die Segel zu füllen; oder nach der andern Seite herumgehen, wie es die Umstände erfordern; (Wörterbuch: S. 48, Abtheilung XVII., Nr. 5).

Digitized by Google

§. 396. Einige ſchriftliche Aufgaben zur Schiffer-Prüfung.

Unter den vorhergehenden Fragen ſind wohl nur ſehr wenige, welche nicht von Jedem einigermaaßen Geübten ſogleich mündlich beantwortet werden können. Zur Uebung, wie zur Selbſtbeurtheilung iſt es aber zweckmäßig, noch einige Aufgaben auszuwählen, welche eine ausführliche Berechnung und Zeichnung erfordern.

1. Nach der Beſtecktafel CV, III. Bd., S. 423 bis 461, und nach der Dimenſionentafel CX, S. 467, die drei Bauriſſe des Linienſchiffs von 74 Kanonen zu zeichnen. Zum Vorbilde dienen die Lithographientafeln XXXVII, XXXVIII und XXXIX, welche nach der Beſtecktafel CV und der Dimenſionentafel CIV die Bauriſſe eines dreimaſtigen Kauffahrteiſchiffes darſtellen. Außer dieſen Vorbildern findet man die genauen Zeichnungsregeln von S. 2385 bis 2435.

2. Für drei Schiffe, das Linienſchiff, die Fregatte und das Kauffahrteiſchiff, deren Dimenſionen und Beſtecke in Tafel CIV, CV, CX u. CXI angegeben ſind, die Waſſerräume und die Stabilität zu berechnen, und zwar nach den verſchiedenen Berechnungsweiſen; S. 2262 bis 2278, und S. 2480 bis 2507.

3. Auf die Fregatte, deren Bauriſſe auf Tafel XL, und deren Hauptdimenſionen auf S. 2435 und 2436 angegeben ſind, diejenigen Meſſungen und Rechnungen anzuwenden, welche ſich aus den Grundzügen des paraboliſchen Syſtems von Chapman (S. 2320 bis 2333) ergeben.

Digitized by Google

Digitized by Google